

VORUNTERSUCHUNGEN ZUR MESSUNG
DER SCHWACHEN LADUNG DES PROTONS
IM RAHMEN DES P2-EXPERIMENTS

Dissertation
zur Erlangung des Grades „Doktor der Naturwissenschaften“

Am Fachbereich Physik, Mathematik und Informatik
der Johannes Gutenberg-Universität
in Mainz

von
Dominik Becker
geb. in Nastätten

Mainz, den 19.11.2018

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung und Überblick	7
2 Theoriegrundlage des P2-Experiments	10
2.1 Der Weinbergwinkel in der elektroschwachen Wechselwirkung	10
2.2 Paritätsverletzende Elektron-Nukleon-Streuung und die schwache Ladung des Protons	15
2.2.1 Kinematik	15
2.2.2 Formfaktoren des Nukleons	17
2.2.3 Differenzieller Wirkungsquerschnitt	19
2.2.4 Paritätsverletzende Asymmetrie	20
2.3 Strahlungskorrekturen zur schwachen Ladung des Protons	23
2.3.1 Skalenabhängigkeit des elektroschwachen Mischungswinkels	24
2.3.2 Quantenkorrekturen aus Boxgraphen	25
2.3.3 Quantenkorrekturen aus elektromagnetischen Prozessen	29
2.4 Schwache Ladungen und Physik jenseits des Standardmodells	30
2.4.1 Neue Kontaktwechselwirkungen	32
2.4.2 Neue, schwere Z' -Bosonen	34
2.4.3 Supersymmetrie	35
2.4.4 Dunkles Z -Boson	37
3 Ausgewählte Experimente zur Messung des neutralen Stroms der schwachen Wechselwirkung	40
3.1 Elektron-Positron-Kollisionen	40
3.2 Paritätsverletzung im Caesium-Atom	41
3.3 Neutrino-Nukleus-Streuung	42
3.4 Komplementäre Experimente zur paritätsverletzenden Elektronenstreuung	44
3.4.1 SLAC-E158	45
3.4.2 QWeak	45
3.4.3 MOLLER	47
3.4.4 SoLID	48
4 Das P2-Experiment an MESA	51
4.1 Grundprinzip zur Bestimmung der schwachen Ladung des Protons	51
4.2 Konzeptionelle Anforderungen an den Messaufbau des Experiments	55
4.3 Ausgewählte systematische Effekte bei der Bestimmung der schwachen Ladung des Protons	58
4.3.1 Streuung der Strahlelektronen an den Targetfenstern	58
4.3.2 Polarisation des Targets im Magnetfeld des Solenoiden	60
4.3.2.1 Ortho- und Para-Wasserstoff.	60
4.3.2.2 Polarisationsgrad von H_2 im Magnetfeld.	62
4.3.2.3 Berechnung des Asymmetriebeitrags.	62
4.3.3 Fehlstellung des Spins	64
4.4 Der neue Teilchenbeschleuniger MESA	67
4.4.1 Quelle polarisierter Elektronen	69
4.4.2 Wienfilter-System	71
4.4.3 Chopper-System	72
4.4.4 Buncher-System	74
4.4.5 Injektor	75

4.4.6	Rezirkulierender Linearbeschleuniger	75
4.5	Strahlmonitore und Strahlstabilisierung	76
4.5.1	Strahlstrom und Strahllage	76
4.5.2	Strahlenergie	77
4.6	Polarimetrie	77
4.6.1	Doppelstreu-Mott-Polarimeter	77
4.6.2	Einzelstreu-Mott-Polarimeter	78
4.6.3	Hydro-Møller-Polarimeter	80
4.7	Messaufbau des P2-Experiments	82
4.7.1	Flüssigwasserstoff-Target	83
4.7.2	Supraleitender Solenoid	86
4.7.3	Cherenkov-Ringdetektor	88
4.7.4	Elektronik zur integrierenden Messung der Asymmetrie	91
4.7.5	Abschirmung	93
4.7.6	Spur-Detektoren	95
5	Untersuchungen zur Festlegung der Streukinematik	99
5.1	Algorithmus zur Berechnung der Unsicherheit $\Delta \sin^2(\theta_W)$	99
5.2	Eingangsgrößen zur Berechnung von $\Delta \sin^2(\theta_W)$	102
5.2.1	Experimentelle Rahmenbedingungen	102
5.2.2	Statistische Unsicherheit der Asymmetrie	102
5.2.3	Boxgraph-Korrekturen zu $Q_W(p)$	103
5.2.4	Energieverlust im Target	104
5.2.4.1	Kollisionsverluste	104
5.2.4.2	Stahlungsverluste	105
5.2.4.3	Parametrisierung des Energieverlusts	105
5.2.5	Nukleon-Formfaktoren	106
5.2.5.1	Elektromagnetische Formfaktoren des Protons	106
5.2.5.2	Elektromagnetische Formfaktoren des Neutrons	107
5.2.5.3	Strangeness-Formfaktoren	108
5.2.5.4	Axialer Formfaktor des Protons	108
5.2.5.5	Isospin-brechende elektromagnetische Formfaktoren	109
5.3	Resultate der Berechnung von $\Delta \sin^2(\theta_W)$	109
5.3.1	Reduzierung der Formfaktor-Beiträge zu $\Delta \sin^2(\theta_W)$	114
5.3.2	Resultate für $\Delta \sin^2(\theta_W)$ mit reduzierten Formfaktor-Beiträgen	116
5.4	Wahl der Streukinematik	119
6	„Raytracing“-Simulationen zur Konzipierung des Messaufbaus	122
6.1	Beschreibung der Simulation	122
6.1.1	Vereinfachte Geometrie verschiedener Messaufbauten	123
6.1.2	Simulation elastischer Streuprozesse im Target	124
6.1.3	Berechnung von Magnetfeldkarten	126
6.1.3.1	Solenoidales Magnetfeld	127
6.1.3.2	Toroidales Magnetfeld	129
6.1.4	Berechnung von Bahnkurven im Magnetfeld	132
6.1.4.1	Evaluation solenoidaler Magnetfeldkarten	132
6.1.4.2	Evaluation toroidaler Magnetfeldkarten	133
6.1.4.3	Numerische Integration der Bewegungsgleichungen	133
6.2	Untersuchungen zur Konzipierung des Messaufbaus	135
6.2.1	Konzept für einen Messaufbau mit solenoidalem Magnetfeld	136

6.2.2	Konzept für einen Messaufbau mit toroidalem Magnetfeld	142
6.2.3	Vergleich der Messaufbau-Konzepte	148
7	Monte Carlo-Simulation der physikalischen Prozesse im P2-Experiment	150
7.1	Geometrische Beschreibung des Messaufbaus	150
7.2	Simulation von Streuereignissen im Target	153
7.2.1	Ereignisgenerator zur Simulation der elastischen e-p-Streuung	154
7.2.2	Test des Ereignisgenerators	159
7.2.3	Energiedeposition im Target	161
7.3	Bahnkurven im Magnetfeld	162
7.4	Energiedeposition im Solenoiden	162
7.5	Reduktion des Untergrunds aus niederenergetischer Gammastrahlung	164
7.6	Trefferverteilung auf dem Cherenkov-Detektor	172
7.7	Verteilung des Photoelektronen-Stroms im Cherenkov-Detektor	180
7.7.1	Methode zur Bestimmung der Verteilung des Photoelektronen-Stroms	181
7.7.2	Erwartete Verteilung des Photoelektronen-Stroms	184
7.7.3	Erwarteter Impulsübertrag	187
7.7.4	Erwartungswert der paritätsverletzenden Asymmetrie	188
7.8	Erwartete Unsicherheit bei der Bestimmung des Weinbergwinkels	189
7.8.1	Methode zur Berechnung der erwarteten Unsicherheit	190
7.8.2	Eingangsgrößen zur Berechnung der erwarteten Unsicherheit	194
7.8.3	Resultate für die erwartete Unsicherheit	195
7.8.4	Variation der Messdauer	198
7.8.5	Abschätzung des Effekts von QED-Korrekturen auf die erwartete Unsicherheit	199
8	Zusammenfassung und Ausblick	203
A	Parametrisierungen der Nukleon-Formfaktoren	207
A.1	Elektromagnetische Formfaktoren des Protons	208
A.2	Elektromagnetische Formfaktoren des Neutrons	210
A.3	Strangeness-Formfaktoren	213
A.4	Axialer Formfaktor des Protons	216
A.5	Isospin-brechende elektromagnetische Formfaktoren	216
B	Ratenverteilungen auf dem Cherenkov-Detektor	220
B.1	Raten aus elastischer e-p-Streuung im Target	220
B.2	Raten aus Untergrundprozessen im Target	221
C	Parametrisierung des Antwortverhaltens des Cherenkov-Detektors	223
C.1	Photoelektronen-Ausbeute für Elektronen	223
C.2	Photoelektronen-Ausbeute für Photonen	230
D	Resultate der Fehlerfortpflanzungsrechnungen zur Bestimmung der im Experiment erwarteten Unsicherheit des Weinbergwinkels	237
Literatur		246

1 Einleitung und Überblick

In der Physik kennt man nach heutigem Wissensstand vier fundamentale Wechselwirkungen; die Gravitation, die elektromagnetische, die schwache und die starke Wechselwirkung. Mit Ausnahme der Gravitation werden diese Wechselwirkungen vom Standardmodell der Elementarteilchenphysik beschrieben. Abbildung 1 bietet einen Überblick über die Elementarteilchen, die im Standardmodell vorkommen.

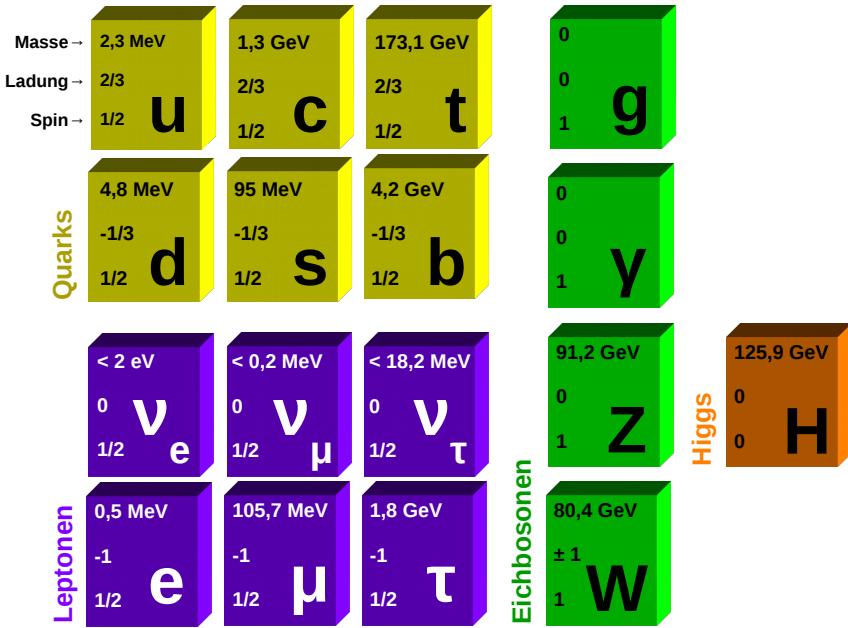


Abbildung 1: Klassifizierung der Elementarteilchen im Standardmodell der Elementarteilchenphysik: Quarks sind in Gelb dargestellt, Leptonen in Blau. Die Eichbosonen sind grün unterlegt, das Higgs-Boson ist in Orange gezeigt. Für jedes Teilchen sind die Ruhemasse, die elektrische Ladung in Einheiten der Elementarladung sowie die Spinquantenzahl angegeben.

Quarks und Leptonen werden in dieser Theorie als elementare Teilchen ohne innere Struktur betrachtet. Sie sind Fermionen mit Spinquantenzahl 1/2. Quarks treten in sechs Flavours auf, welche in drei Generationen untergliedert werden. Sie nehmen an allen Wechselwirkungen teil. Es gibt sechs Leptonen, die ebenfalls in drei Generationen untergliedert werden. Leptonen nehmen nicht an der starken Wechselwirkung teil, im Allgemeinen jedoch an den übrigen Wechselwirkungen, wobei Neutrinos keine elektrische Ladung besitzen und somit nicht an der elektromagnetischen Wechselwirkung teilnehmen.

Wechselwirkungen werden im Standardmodell durch den Austausch von Eichbosonen zwischen Fermionen beschrieben. Eichbosonen sind Bosonen mit Spinquantenzahl 1. Die elektromagnetische Wechselwirkung wird durch den Austausch von Photonen, die starke Wechselwirkung durch den Austausch von Gluonen und die schwache Wechselwirkung durch den Austausch von W^+ -, W^- - und Z^0 -Bosonen vermittelt.

Das Higgs-Teilchen ist ein Boson mit Spinquantenzahl 0, welches an der schwachen Wechselwirkung teilnimmt. Die Eichbosonen der schwachen Wechselwirkung sowie Quarks und Leptonen erhalten ihre Ruhemassen durch Wechselwirkung mit dem Higgs-Feld im Rahmen des Higgs-Mechanismus. Das Higgs-Boson wird nicht als Eichboson angesehen, da seine Existenz im Rahmen des Standardmodells nicht aus einer Eichsymmetrie folgt. Beim Higgs-Boson handelt es sich um das einzige Teilchen dieser Theorie, dessen Existenz zum Zeitpunkt der Anfertigung dieser Arbeit noch nicht abschließend verifiziert ist. Im Juli 2012 wurde vom

Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire (CERN) die Entdeckung eines neuen Teilchens bekanntgegeben, bei welchem es sich wahrscheinlich um das Higgs-Boson handelt [1].

Das Standardmodell der Elementarteilchenphysik stellt einen der größten Triumphe der Physik des 20. Jahrhunderts dar. Es beschreibt mit großem Erfolg die elektromagnetische, starke und schwache Wechselwirkung für den heute experimentell zugänglichen Energiebereich. Die präzise Übereinstimmung des g -Faktors des Elektrons in Theorie und Experiment ist ein eindrucksvolles Beispiel für die Aussagekraft des Standardmodells. Die Theorie sagte die Existenz des W^+ , W^- , Z^0 , der Gluonen sowie des Charm- und Top-Quarks vor deren Entdeckung voraus. Die vorhergesagten Eigenschaften dieser Teilchen stimmen mit den experimentellen Befunden überein.

Das Standardmodell bietet jedoch keine vollständige Beschreibung der Physik: Es berücksichtigt offensichtlich keine gravitativen Effekte. Das Hierarchieproblem ist ungelöst. Die Massen der Elementarteilchen und die Kopplungsstärken der fundamentalen Wechselwirkungen ergeben sich nicht aus der Theorie. Es fehlt eine Begründung für das Auftreten von je drei Generationen an Quarks und Leptonen. Die CP-Verletzung alleine ist darüber hinaus nicht geeignet, um die vermutete Asymmetrie im Vorkommen von Materie und Antimaterie im Universum zu begründen. Es ist daher anzunehmen, dass das Standardmodell Teil einer bislang unbekannten, einheitlichen Theorie der Physik ist. Es existieren zahlreiche Modelle, die als mögliche Erweiterungen des Standardmodells in Frage kommen. Ein bekanntes Beispiel ist etwa Supersymmetrie.

Die Suche nach Erweiterungen des Standardmodells ist eine der zentralen Herausforderungen der modernen Kern- und Teilchenphysik. Eine Möglichkeit der direkten Suche nach neuen Teilchen und Effekten neuer Wechselwirkungen ist die Durchführung von Experimenten an Teilchenbeschleunigern mit den höchsten technisch realisierbaren Energien. Derartige Experimente finden am Large Hadron Collider (LHC) am CERN statt. Eine zu Hochenergieexperimenten komplementäre Möglichkeit der Verifizierung von Erweiterungen des Standardmodells besteht in der präzisen experimentellen Bestimmung zentraler Theorieparameter; Hypothetische Erweiterungen des Standardmodells sagen Abweichungen der Parameterwerte vorher, die nur im Rahmen von Präzisionsexperimenten beobachtet werden können.

Einer der zentralen Parameter des Standardmodells ist $\sin^2(\theta_W)$, wobei θ_W den elektroschwachen Mischungswinkel, der oft auch als Weinbergwinkel bezeichnet wird, darstellt. Kapitel 2 dieser Arbeit beginnt mit einer Diskussion des elektroschwachen Mischungswinkels im Standardmodell der Elementarteilchenphysik. Der elektroschwache Mischungswinkel ergibt sich nicht aus dem Standardmodell, es sind experimentelle Resultate zu seiner Festlegung im Rahmen der Theorie notwendig. Der Wert des elektroschwachen Mischungswinkels hängt ferner vom Impulsübertrag im Experiment ab, in dessen Rahmen er bestimmt wird. Auch hierauf wird in Kapitel 2 eingegangen.

Die beiden bislang präzisesten Bestimmungen von $\sin^2(\theta_W)$ wurden an Kollidern bei hohen Energie- und Impulsüberträgen ausgeführt. Die Resultate dieser Messungen weichen jedoch um mehr als drei Standardabweichungen voneinander ab. Es wurden auch Bestimmungen von $\sin^2(\theta_W)$ bei niedrigen Impulsüberträgen durchgeführt, deren Unsicherheiten jedoch vergleichsweise groß sind. Kapitel 3 bietet einen Überblick über ausgewählte abgeschlossene sowie künftige Experimente, die eine Bestimmung von $\sin^2(\theta_W)$ erlauben.

Die bislang erzielten experimentellen Resultate lassen Spielraum für Abweichungen des elektroschwachen Mischungswinkels von der Standardmodell-Vorhersage, die von neuen physikalischen Effekten herrühren können. Ein Überblick über entsprechende hypothetische Er-

weiterungen des Standardmodells findet sich am Ende von Kapitel 2.

Die P2-Kollaboration plant ein Experiment am neuen Elektronenbeschleuniger „Mainz Energy recovering Superconducting Accelerator“ (MESA) der Johannes Gutenberg-Universität in Mainz, dessen Ziel die weltweit präziseste Messung der schwachen Ladung des Protons $Q_w(p)$ bei niedrigem negativen Viererimpulsübertragsquadrat Q^2 ist. Man kann sich die schwache Ladung des Protons als Analogon zur elektrischen Ladung bezüglich des neutralen Stroms der schwachen Wechselwirkung vorstellen. Im Standardmodell hängt $Q_w(p)$ von $\sin^2(\theta_w)$ ab und eignet sich auf besondere Weise für eine präzise Bestimmung des elektroschwachen Mischungswinkels, da die schwache Ladung des Protons im Standardmodell unterdrückt ist. Die Bestimmung von $Q_w(p)$ wird im P2-Experiment aus einer Präzisionsmessung der paritätsverletzenden Asymmetrie A_{ep}^{PV} im Wirkungsquerschnitt der elastischen Elektron-Proton-Streuung erfolgen. Die paritätsverletzende Streuung longitudinal polarisierter Elektronen an einem unpolarisierten Protonen-Target ist eine wohletablierte experimentelle Methode. A_{ep}^{PV} ist bei kleinem Q^2 im Wesentlichen durch die schwache Ladung des Protons gegeben. Einen Überblick über die Theorie der paritätsverletzenden Elektron-Proton-Streuung findet man in Kapitel 2. Dort wird auch die schwache Ladung des Protons diskutiert und ihre Abhängigkeit vom elektroschwachen Mischungswinkel herausgearbeitet. In Kapitel 3 werden ausgewählte abgeschlossene und zukünftige Experimente zur Messungen des neutralen Stroms der schwachen Wechselwirkung vorgestellt. Im P2-Experiment erwartet man sehr kleine Werte von $A_{ep}^{PV} \sim 10^{-8}$, woraus sich hohe Anforderungen an einen zur präzisen Messung von A_{ep}^{PV} geeigneten Messaufbau ergeben. Eine Beschreibung von MESA und des geplanten Messaufbaus findet sich in Kapitel 4.

Hauptgegenstand dieser Arbeit ist die Konzeptionierung eines Messaufbaus zur Durchführung der Asymmetriemessung. Hierzu wird in Kapitel 5 zunächst die Kinematik der paritätsverletzenden Elektron-Proton-Streuung für das P2-Experiment festgelegt. Dies geschieht, indem die Unsicherheit $\Delta \sin^2(\theta_w)$ bei der Bestimmung von $\sin^2(\theta_w)$ im Rahmen von Fehlerfortpflanzungsrechnungen in Abhängigkeit von der Energie des Elektronenstrahls und dem Streuwinkelintervall der Elektronen im Endzustand der paritätsverletzenden Elektron-Proton-Streuung minimiert wird.

Nach der Festlegung der Streukinematik wird in Kapitel 6 die Entwicklung eines grundlegenden Messaufbau-Konzepts dokumentiert. Wie in Kapitel 4 ausgeführt wird, ist zur Messung der Asymmetrie im P2-Experiment der Einsatz eines Magnetspektrometers unverzichtbar. Daher wurden die Bahnkurven von elastisch an Flüssigwasserstoff gestreuten Elektronen in solenoidalen und toroidalen Magnetfeldern simuliert, um geeignete Positionen für das Target und den zum Nachweis der gestreuten Elektronen vorgesehenen Detektor zu finden. Basierend auf diesen Simulationsergebnissen wurde das grundlegende Konzept des Messaufbaus im Rahmen dieser Arbeit entwickelt.

Um die Durchführbarkeit des P2-Experiments mit dem entworfenen Messaufbau-Konzept sicherzustellen, wurde das Experiment auf umfassende Weise am Computer simuliert. Die Simulationsanwendung wurde im Rahmen dieser Arbeit entwickelt und wird in Kapitel 7 vorgestellt. Im Anschluß hieran werden die Resultate der Simulation präsentiert und diskutiert. Auf Grundlage der Simulationsergebnisse wurden Fehlerfortpflanzungsrechnungen durchgeführt, welche die Bestimmung der im P2-Experiment erwarteten Präzision bei der Messung der Asymmetrie und der Bestimmung des elektroschwachen Mischungswinkels gestatten. Die Resultate dieser Berechnungen werden am Ende von Kapitel 7 vorgestellt.

2 Theoriegrundlage des P2-Experiments

Dieses Kapitel beginnt mit einer kurzen Diskussion der Theorie der elektroschwachen Wechselwirkung, in deren Verlauf der elektroschwache Mischungswinkel θ_W eingeführt wird. Hieran schließt sich eine Diskussion der paritätsverletzenden Elektron-Proton-Streuung an. Es werden die schwache Ladung des Protons $Q_W(p)$ und die paritätsverletzende Asymmetrie der elastischen Elektron-Proton-Streuung A_{ep}^{PV} definiert. Im weiteren Verlauf werden die für das P2-Experiment relevanten Strahlungskorrekturen zur schwachen Ladung des Protons diskutiert. Abschließend wird die Bedeutung präziser Messungen schwacher Ladungen bei der Suche nach Physik jenseits des Standardmodells der Elementarteilchenphysik diskutiert, und es werden ausgewählte Modelle zur Erweiterung des Standardmodells beleuchtet.

2.1 Der Weinbergwinkel in der elektroschwachen Wechselwirkung

Im Standardmodell kommt der schwachen Wechselwirkung eine Sonderrolle zu, da sie als einzige der vier fundamentalen Wechselwirkungen die Parität verletzt. Die Verletzung der Parität durch die schwache Wechselwirkung wurde erstmals im Jahr 1956 von den Theoretikern Lee & Yang postuliert [2]. Kurz darauf, im Jahr 1957, wurde die Paritätsverletzung im Rahmen des Wu-Experiments durch eine sorgfältige Analyse des β -Zerfalls von ^{60}Co nachgewiesen [3]. Im selben Jahr wurde durch Garwin, Lederman und Weinrich gezeigt, dass der Zerfall des Myons die Parität verletzt [4]. Die Idee, dass es einen neutralen Strom der schwachen Wechselwirkung gibt, welcher für den β -Zerfall verantwortlich ist [5], sollte schließlich zur Beobachtung der Paritätsverletzung in der Atomphysik sowie zu Experimenten zur paritätsverletzenden Elektronenstreuung an Teilchenbeschleunigern führen.

Die Theorie der elektroschwachen Wechselwirkung wurde um das Jahr 1970 entwickelt [6, 7]. Sie sagt die Existenz der schweren Bosonen W^+ , W^- und Z^0 vorher, welche als Austauschteilchen der schwachen Wechselwirkung fungieren. In einer vereinheitlichten Theorie der elektromagnetischen und schwachen Wechselwirkung ist eine Mischung der beiden Wechselwirkungen notwendig [8]. Der Grad der Mischung der beiden Wechselwirkungen wird vom elektroschwachen Mischungswinkel θ_W , der oft auch als Weinbergwinkel bezeichnet wird, festgelegt. Die Existenz der Eichbosonen der schwachen Wechselwirkung wurde erstmals Mitte der 1980'er Jahre am Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire (CERN) experimentell verifiziert [9].

Die Theorie der elektroschwachen Wechselwirkung ist eine Eichtheorie mit Symmetriegruppe $SU(2)_L \times U(1)_Y$ [10]. Die kinetischen und Wechselwirkungs-Terme der Lagrange-Dichte für Fermionen und Eichbosonen können unter Verwendung der Einstein'schen Summenkonvention folgendermaßen geschrieben werden:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{EW} = & \bar{\chi}_L \gamma^\mu i \partial_\mu \chi_L - g J^{i\mu} W_\mu^i - \frac{g'}{2} j^\mu (\chi_L) B_\mu \\ & + \bar{\psi}_R \gamma^\mu i \partial_\mu \psi_R - \frac{g'}{2} j^\mu (\psi_R) B_\mu \\ & - \frac{1}{4} \vec{W}_{\mu\nu} \cdot \vec{W}^{\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}. \end{aligned} \quad (1)$$

Hierin bezeichnet γ^μ die Dirac-Matrizen, χ_L ist der Dirac-Spinor eines linkshändigen Fermion-Dubletts bezüglich des schwachen Isospins, und ψ_R ist der Dirac-Spinor eines rechtshändigen Fermion-Singlets bezüglich des schwachen Isospins. Für die adjungierten Spinoren $\bar{\chi}_L$ und $\bar{\psi}_R$ gilt:

$$\bar{\Psi} = \Psi^\dagger \gamma^0, \quad \Psi \in \{\chi_L, \psi_R\}, \quad (2)$$

wobei Ψ^\dagger der komplex konjugierte und transponierte Spinor Ψ ist. Die Projektion eines Spinors Ψ auf seine links- und rechtshändige Komponente Ψ_L und Ψ_R berechnet man wie folgt:

$$\begin{aligned}\Psi_L &\equiv \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)\Psi, \\ \Psi_R &\equiv \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)\Psi,\end{aligned}\tag{3}$$

wo $\gamma^5 \equiv \frac{i}{4!}\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\alpha\gamma^\beta$ mit dem vollständig antisymmetrischen Tensor $\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}$ in vier Dimensionen ist. In Gleichung (1) bezeichnet \vec{W}_μ die Eichfelder der Gruppe $SU(2)_L$, B_μ ist das Eichfeld der Gruppe $U(1)_Y$. g und g' sind die Kopplungskonstanten zwischen den Fermion- und den Eichfeldern. Für den Strom der schwachen Hyperladung j^μ und die Ströme der schwachen Ladung $J^{i\mu}$ gilt:

$$\begin{aligned}j^\mu(\Psi_f) &= \bar{\Psi}_f \gamma^\mu Y_f \Psi_f, \\ J^{i\mu} &= \bar{\chi}_L \gamma^\mu T_f^i \chi_L,\end{aligned}\tag{4}$$

wo $\Psi_f \in \{\chi_L, \psi_R\}$. In Gleichung (4) sind die Komponenten des schwachen Isospin-Operators T_f^i die Generatoren der Gruppe $SU(2)_L$, und der Operator der schwachen Hyperladung Y_f ist der Generator der Gruppe $U(1)_Y$. Die letzten beiden Summanden auf der rechten Seite von Gleichung (1) bezeichnen die kinetische Energie und die Selbstenergie des Feldes \vec{W}_μ sowie die kinetische Energie des Feldes B_μ . Es gilt:

$$\begin{aligned}\vec{W}_{\mu\nu} &= \partial_\mu \vec{W}_\nu - \partial_\nu \vec{W}_\mu - g \vec{W}_\mu \times \vec{W}_\nu, \\ B_{\mu\nu} &= \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu.\end{aligned}\tag{5}$$

Damit \mathcal{L}_{EW} invariant unter $SU(2)_L$ - und $U(1)_Y$ -Eichtransformationen

$$\begin{aligned}\chi_L &\rightarrow e^{i\vec{\alpha}(x) \cdot \vec{T}_f + i\beta(x)Y_f} \chi_L, \\ \psi_R &\rightarrow e^{i\beta(x)Y_f} \psi_R\end{aligned}\tag{6}$$

der Fermion-Felder ist, müssen die Felder der Eichbosonen in führender Ordnung in $\vec{\alpha}(x)$ und $\beta(x)$ folgendermaßen transformiert werden:

$$\begin{aligned}\vec{W}_\mu &\rightarrow \vec{W}_\mu - g^{-1} \partial_\mu \vec{\alpha}(x) - \vec{\alpha}(x) \times \vec{W}_\mu, \\ B_\mu &\rightarrow B_\mu - (g')^{-1} \partial_\mu \beta(x).\end{aligned}\tag{7}$$

Dabei sind $\alpha_i(x)$ und $\beta(x)$ reelle Funktionen, die von der Raumzeit-Koordinate x abhängen.

In Gleichung (1) treten die Felder W_μ^\pm , Z_μ und A_μ der experimentell beobachtbaren W^\pm - und Z^0 -Bosonen sowie Photonen nicht explizit in Erscheinung. Diese Felder sind wie folgt definiert:

$$\begin{aligned}W_\mu^\pm &\equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 \mp iW_\mu^2), \\ Z_\mu &\equiv -B_\mu \sin(\theta_W) + W_\mu^3 \cos(\theta_W), \\ A_\mu &\equiv B_\mu \cos(\theta_W) + W_\mu^3 \sin(\theta_W),\end{aligned}\tag{8}$$

wobei mit θ_W der elektroschwache Mischungswinkel eingeführt wurde. Für die geladenen Ströme $(J^\pm)_\mu$ der schwachen Wechselwirkung gilt:

$$(J^\pm)_\mu = \bar{\chi}_L \gamma_\mu \tau_\pm \chi_L,\tag{9}$$

wo $\tau_{\pm} = T_f^1 \pm iT_f^2 = \frac{1}{2}(\tau^1 \pm i\tau^2)$ mit den Pauli-Matrizen $\tau^{1,2}$ ist. Mit der Elementarladung

$$e \equiv g \cdot \sin(\theta_W) = g' \cdot \cos(\theta_W) \quad (10)$$

findet man für den neutralen Strom der schwachen Wechselwirkung J_f^{nc} folgenden Ausdruck:

$$(J_f^{nc})_{\mu} = \frac{1}{2} \bar{\Psi}_f \gamma_{\mu} (g_f^V - g_f^A \gamma^5) \Psi_f, \quad (11)$$

wo $\Psi_f \in \{\chi_L, \psi_R\}$. Die Koeffizienten g_f^V und g_f^A bezeichnen die neutralen Vektor- und Axialvektor-Kopplungen der Fermionen. Sie sind ein Maß für das Verhältnis des polaren und axialen Anteils von $(J_f^{nc})_{\mu}$. Es gilt:

$$\begin{aligned} g_f^V &\equiv T_f^3 - 2Q_f \sin^2(\theta_W), \\ g_f^A &\equiv T_f^3. \end{aligned} \quad (12)$$

Hierin ist Q_f der Operator der elektrischen Ladung, welcher als Generator der Symmetriegruppe $U(1)_{\text{em}}$ der elektromagnetischen Wechselwirkung fungiert. Es gilt

$$Q_f = T_f^3 + \frac{Y_f}{2}. \quad (13)$$

Entsprechend gilt für den elektromagnetischen Strom

$$(j^{\text{em}})_{\mu} = J_{\mu}^3 + \frac{j_{\mu}}{2}, \quad (14)$$

Tabelle 1 listet die dritten Komponenten des schwachen Isospins sowie Werte der schwachen Hyperladungen und elektrischen Ladungen von Teilchen im Standardmodell auf.

Schreibt man \mathcal{L}_{EW} mithilfe der soeben definierten Felder und Stromdichten auf, so findet man folgenden Ausdruck für die kinetischen und Wechselwirkungs-Terme von Fermion-Feldern und Feldern der Austauschbosonen der elektromagnetischen und schwachen Wechselwirkung:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{EW}} = & \bar{\chi}_L (i\gamma^{\mu} \partial_{\mu}) \chi_L + \bar{\psi}_R (i\gamma^{\mu} \partial_{\mu}) \psi_R \\ & - \frac{g}{\sqrt{2}} [(J^+)^{\mu} (W^+)_\mu + (J^-)^{\mu} (W^-)_\mu] \\ & - e (j^{\text{em}})_{\mu} A^{\mu} - \frac{g}{\cos(\theta_W)} (J_f^{nc})_{\mu} Z^{\mu} \\ & - \frac{1}{4} \vec{W}_{\mu\nu} \cdot \vec{W}^{\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}. \end{aligned} \quad (15)$$

Die Theorie der schwachen Wechselwirkung besitzt eine $(\mathcal{V} - \mathcal{A})$ -Struktur („Vektor“ – „Axialvektor“)-Struktur). Entsprechend treten in \mathcal{L}_{EW} Lorentz-Vektoren der Gestalt $\bar{\psi} \gamma^{\mu} \psi$ sowie Lorentz-Pseudovektoren der Form $\bar{\psi} \gamma^{\mu} \gamma^5 \psi$ auf. Lorentz-Vektoren und -Pseudovektoren verhalten sich unterschiedlich unter Paritätstransformationen. Als Paritätstransformation P bezeichnet man im Allgemeinen die Abbildung

$$\begin{aligned} P : t &\mapsto t, \\ P : \vec{x} &\mapsto -\vec{x}, \end{aligned} \quad (16)$$

unter welcher dem Ortsvektor $\vec{x} \in \mathcal{R}^3$ der Vektor $-\vec{x}$ zugewiesen wird und die Zeitkoordinate $t \in \mathcal{R}$ auf sich selbst abgebildet wird. Ein Lorentz-Vektor verhält sich unter einer Paritätstransformation wie folgt:

$$P : \bar{\psi} \gamma^{\mu} \psi(t, \vec{x}) \mapsto \begin{cases} +\bar{\psi} \gamma^{\mu} \psi(t, -\vec{x}), & \mu = 0 \\ -\bar{\psi} \gamma^{\mu} \psi(t, -\vec{x}), & \mu = 1, 2, 3. \end{cases} \quad (17)$$

	Teilchen	T_f^3	Y_f	Q_f
Quark-Dubletts	u_L, c_L, t_L	$+1/2$	$+1/3$	$+2/3$
	d_L, s_L, b_L	$-1/2$	$+1/3$	$-1/3$
Quark-Singletts	u_R, c_R, t_R	0	$+4/3$	$+2/3$
	d_R, s_R, b_R	0	$+2/3$	$-1/3$
Lepton-Dubletts	$(\nu_e)_L, (\nu_\mu)_L, (\nu_\tau)_L$	$+1/2$	-1	0
	e_L^-, μ_L^-, τ_L^-	$-1/2$	-1	-1
Lepton-Singletts	e_R^-, μ_R^-, τ_R^-	0	-2	-1
Boson-Triplett	W^+	$+1$	0	$+1$
	Z^0	0	0	0
	W^-	-1	0	-1
Boson-Singlett	γ	0	0	0
Higgs-Boson-Dublett	ϕ^+	$+1/2$	$+1$	$+1$
	ϕ^0	$-1/2$	$+1$	0

Tabelle 1: Überblick über die dritten Komponenten des schwachen Isopins T_f^3 , der schwachen Hyperladungen Y_f sowie der elektrischen Ladungen Q_f von Teilchen im Standardmodell. Der Index R bezeichnet Teilchen positiver Chiralität, der Index L entsprechend Teilchen negativer Chiralität.

Ein Lorentz-Pseudovektor transformiert gemäß

$$P : \bar{\psi} \gamma^5 \gamma^\mu \psi(t, \vec{x}) \mapsto \begin{cases} -\bar{\psi} \gamma^5 \gamma^\mu \psi(t, -\vec{x}), & \mu = 0 \\ +\bar{\psi} \gamma^5 \gamma^\mu \psi(t, -\vec{x}), & \mu = 1, 2, 3. \end{cases} \quad (18)$$

Die $(\mathcal{V} - \mathcal{A})$ -Struktur führt aufgrund des unterschiedlichen Verhaltens von Lorentz-Vektoren und -Pseudovektoren unter Partititätstransformationen zur Paritätsverletzung durch die schwache Wechselwirkung. Die $(\mathcal{V} - \mathcal{A})$ -Struktur der schwachen Wechselwirkung kann im Rahmen des Standardmodells nicht erklärt werden. Sie muss explizit eingeführt werden, um die experimentell beobachtete Paritätsverletzung durch die schwache Wechselwirkung beschreiben zu können.

Die Austauschbosonen der elektromagnetischen und schwachen Wechselwirkung erhalten ihre Massen im Standardmodell durch spontane Brechung der $SU(2)_L$ - und $U(1)_Y$ -Eichsymmetrie im Grundzustand des Higgs-Feldes. Die unter lokalen Eichtransformationen der $SU(2)_L \times U(1)_Y$ symmetrische Lagrangedichte \mathcal{L}_H für das skalare Higgs-Isospin-Dublett ϕ lautet:

$$\mathcal{L}_H = \left| \left(i\partial_\mu - g\vec{T}_f \cdot \vec{W}_\mu - g'\frac{Y_f}{2}B_\mu \right) \phi \right|^2 - V. \quad (19)$$

Hierin ist

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad \begin{aligned} \phi^+ &\equiv (\phi_1 + i\phi_2)/\sqrt{2} \\ \phi^0 &\equiv (\phi_3 + i\phi_4)/\sqrt{2} \end{aligned} \quad (20)$$

mit den vier reellen Skalarfeldern ϕ_i , $i = 1, 2, 3, 4$ und der schwachen Hyperladung $Y_f = 1$. V ist das Potential des Higgs-Felds. Es gilt:

$$V = \mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda (\phi^\dagger \phi)^2, \quad (21)$$

wobei $\mu^2 < 0$ und $\lambda > 0$. V besitzt eine unendliche Anzahl Minima, die als Vakuum-Zustände des Higgs-Feldes in Frage kommen. Man spricht im Zusammenhang mit der Auswahl eines Vakuum-Zustands ϕ_0 von spontaner Symmetriebrechung. Eine geeignete Wahl für den Vakuum-Zustand ϕ_0 ist

$$\phi_0 = \sqrt{\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \nu \end{pmatrix}, \quad (22)$$

wobei $\nu \equiv -\mu^2/\lambda$. Mit

$$\begin{aligned} \sin(\theta_W) &= \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \\ \cos(\theta_W) &= \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \end{aligned} \quad (23)$$

findet man durch Einsetzen in Gleichung (19), dass

$$\left| \left(g \vec{T}_f \cdot \vec{W}_\mu + g' \frac{Y_f}{2} B_\mu \right) \phi_0 \right|^2 = m_W^2 \cdot W_\mu^+ W^{-\mu} + m_Z^2 \cdot Z_\mu Z^\mu + m_\gamma^2 \cdot A_\mu A^\mu \quad (24)$$

gilt, wobei

$$\begin{aligned} m_W &= \frac{\nu}{2} g, \\ m_Z &= \frac{\nu}{2} \sqrt{g^2 + g'^2}, \\ m_\gamma &= 0 \end{aligned} \quad (25)$$

die Ruhemassen der W^\pm -Bosonen, des Z^0 -Bosons sowie des Photons sind. Die experimentell bestimmten Massen der Eichbosonen der schwachen Wechselwirkung betragen [11]:

$$m_W = 80,385(15) \text{ GeV}/c^2, \quad (26)$$

$$m_Z = 91,1876(21) \text{ GeV}/c^2. \quad (27)$$

Aus (23) und (25) folgt

$$\sin^2(\theta_W) = 1 - \frac{m_W^2}{m_Z^2} \approx 0,223. \quad (28)$$

Der Zahlenwert von $\sin^2(\theta_W)$ wird im Rahmen des Standardmodells nicht vorhergesagt, er muss so festgelegt werden, dass die Theorie experimentelle Beobachtungen korrekt beschreibt. Bestimmt man etwa die Massen der Eichbosonen m_W und m_Z und misst zusätzlich den Wert der Kopplungskonstante der elektromagnetischen Wechselwirkung

$$\alpha_{\text{em}} = \frac{g^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \sin^2(\theta_W), \quad (29)$$

worin $\epsilon_0 = 8,854\,187\,817 \cdot 10^{-12} \text{ As}/(\text{Vm})$ die elektrische Feldkonstante ist, unter Ausnutzung des Quanten-Hall-Effekts oder über eine Bestimmung des anomalen magnetischen Momentes des Elektrons, so können $\sin^2(\theta_W)$, g und g' festgelegt werden.

Die Beziehungen (23), (28) und (29) sind lediglich in niedrigster Ordnung Störungstheorie korrekt, sie erfahren Korrekturen bei der Berücksichtigung höherer Ordnungen. Der Wert von $\sin^2(\theta_W)$ hängt dann von der Wahl des Renormierungsschemas sowie der Energieskala, auf der die betrachtete Wechselwirkung abläuft, ab.

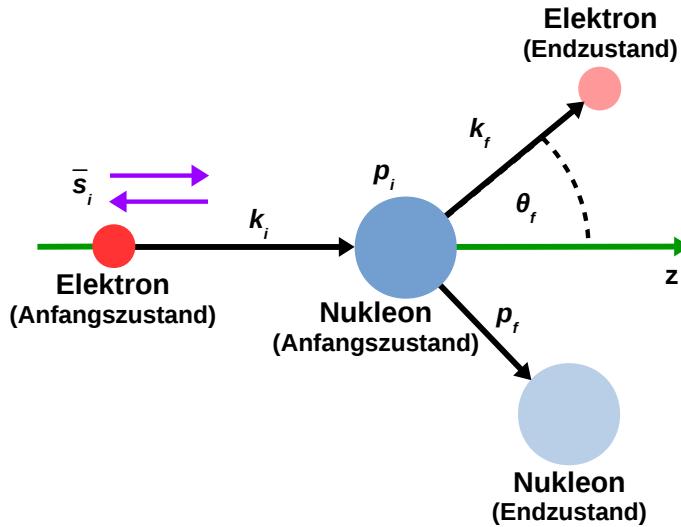


Abbildung 2: Elastische Streuung eines Elektrons an einem Nukleon. Als Bezugssystem wird das Laborsystem verwendet, in welchem das Nukleon im Anfangszustand ruht. Das Elektron besitzt im Anfangszustand den Spin \vec{s}_i und den Viererimpuls k_i , wobei \vec{s}_i entweder parallel oder antiparallel zur Impulsrichtung des Elektrons ist. Das Elektron wird am Nukleon unter dem Winkel θ_f relativ zu seiner Impulsrichtung im Anfangszustand gestreut. Der Viererimpuls des Elektrons im Endzustand wird mit k_f bezeichnet. Das Nukleon besitzt im Anfangszustand den Viererimpuls p_i , im Endzustand sei sein Viererimpuls p_f .

Auf Strahlungskorrekturen sowie die Skalenabhängigkeit von $\sin^2(\theta_W)$ wird in Abschnitt 2.3 eingegangen. Der folgende Abschnitt ist einer Diskussion der paritätsverletzenden Elektron-Nukleon-Streuung gewidmet, in deren Verlauf die paritätsverletzende Asymmetrie A_{ep}^{PV} der elastischen Elektron-Proton-Streuung sowie die schwache Ladung des Protons $Q_W(p)$ definiert werden.

2.2 Paritätsverletzende Elektron-Nukleon-Streuung und die schwache Ladung des Protons

Wir betrachten die elastische Streuung longitudinal polarisierter Elektronen an unpolarisierten Nukleonen. Die Diskussion in diesem Abschnitt beschränkt sich auf die führende Ordnung der Störungstheorie. Es wird ein rechtshändiges, kartesisches Koordinatensystem verwendet, dessen z -Achse mit der Impulsrichtung der Elektronen im Anfangszustand des Streuprozesses zusammenfällt und in dem die Nukleonen vor der Streuung in Ruhe sind. Der Streuvorgang ist in Abbildung 2 illustriert. Es wird zunächst die Kinematik des Streuprozesses diskutiert.

2.2.1 Kinematik

Der Viererimpuls des Elektrons im Anfangszustand des Streuprozesses sei k_i , der des Nukleons p_i . Die beiden Viererimpulse können wie folgt geschrieben werden:

$$k_i = \left(\frac{E_i}{c}, 0, 0, \frac{1}{c} \sqrt{E_i^2 - (m_e c^2)^2} \right)^T, \quad (30)$$

$$p_i = (m_N c, 0, 0, 0)^T. \quad (31)$$

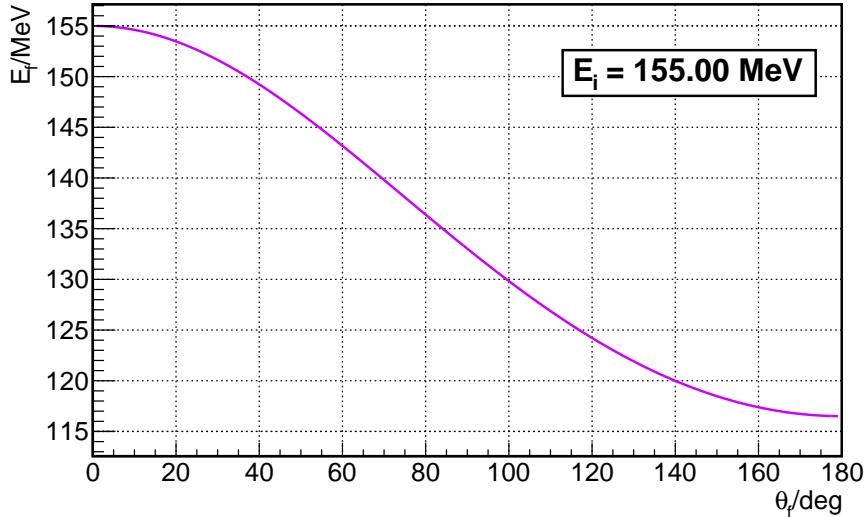


Abbildung 3: Energie des Elektrons im Endzustand E_f als Funktion des Laborstreuwinkels θ_f für $E_i = 155$ MeV bei elastischer Streuung am Proton. Der Wendepunkt des Verlaufs von E_f liegt bei $\theta_f = 90^\circ$.

Im Anfangszustand des Streuprozesses habe das Elektron den Spin \vec{s}_i und die Helizität

$$h \equiv \frac{\vec{s}_i \cdot \vec{k}_i}{\|\vec{s}_i \cdot \vec{k}_i\|} = \pm 1, \quad (32)$$

wo \vec{k}_i den Dreierimpuls des Elektrons bezeichnet. Die Viererimpulse im Endzustand des Prozesses seien k_f für das Elektron und p_f für das Nukleon. Es gilt:

$$k_f = \left(\frac{E_f}{c}, \frac{1}{c} \sqrt{E_f^2 - (m_e c^2)^2} [\sin(\theta_f) \cos(\phi_f), \sin(\theta_f) \sin(\phi_f), \cos(\theta_f)] \right)^T, \quad (33)$$

$$p_f = k_i + p_i - k_f.$$

In (31) und (33) ist E_i die Gesamtenergie des Elektrons im Anfangszustand, E_f die Gesamtenergie des Elektrons im Endzustand, $c = 299\,792\,458$ m/s die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum, $m_e = 0,510\,998\,946\,1(31)$ MeV/c² die Elektron-Ruhemasse und m_N entweder die Ruhemasse des Protons $m_p = 938,272\,081\,3(58)$ MeV/c² oder die Ruhemasse des Neutrons $m_n = 939,565\,413\,3(58)$ MeV/c². In (33) sind θ_f und ϕ_f die Streuwinkel des Elektrons im Laborsystem.

Im relativistischen Grenzfall, wo $E_{i,f} \gg m_e c^2$, kann die Ruheenergie die Elektrons vernachlässigt werden, so dass für die Energie des Elektrons im Endzustand des Streuprozesses in guter Näherung

$$E_f(E_i, \theta_f) \approx \frac{E_i}{1 + \frac{2E_i}{m_N c^2} \sin^2 \left(\frac{\theta_f}{2} \right)} \quad (34)$$

gilt. Abbildung 3 zeigt ein Beispiel für den Verlauf von E_f als Funktion von θ_f für den Fall der Elektron-Proton-Streuung. Für das negative Viererimpulsübertragsquadrat $Q^2 \equiv -q^2 = -(k_f - k_i)^2$ findet man im relativistischen Grenzfall:

$$Q^2(E_i, \theta_f) \approx \frac{4E_i E_f}{c^2} \sin^2 \left(\frac{\theta_f}{2} \right). \quad (35)$$

Abbildung 4 zeigt den Verlauf von Q^2 als Funktion von θ_f im Fall der elastischen Elektron-Proton-Streuung für $E_i = 155$ MeV.

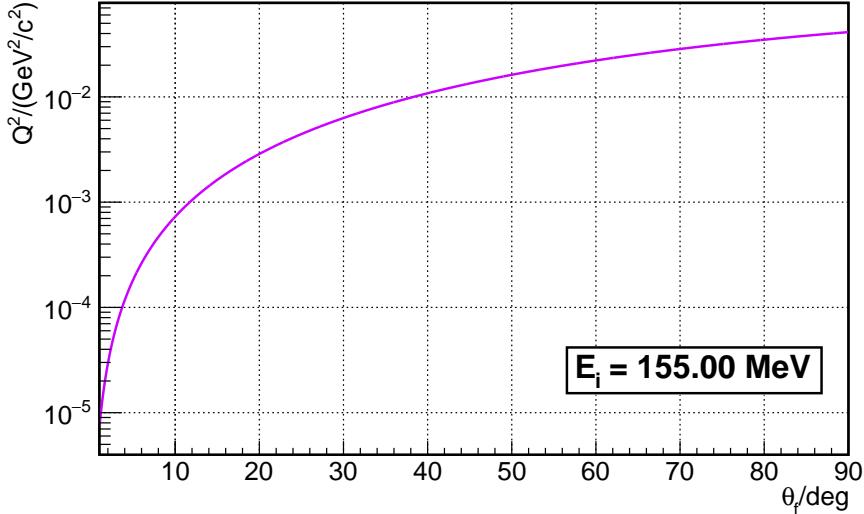


Abbildung 4: Verlauf des negativen Viererimpulsübertragsquadrats Q^2 als Funktion des Elektron-Streuwinkels θ_f im Fall der elastischen Elektron-Proton-Streuung für $E_i = 155$ MeV.

2.2.2 Formfaktoren des Nukleons

Abbildung 5 zeigt die Feynman-Graphen des Streuprozesses auf Baumgraphen-Niveau; im Rahmen der elektromagnetischen Wechselwirkung erfolgt der Austausch eines virtuellen Photons, die schwache Wechselwirkung wird durch den Austausch eines Z^0 -Bosons vermittelt. In Bornscher Näherung und bei kleinem Q^2 gilt für die Streuamplituden \mathcal{M}_γ und \mathcal{M}_Z der elektromagnetischen bzw. schwachen Wechselwirkung:

$$\begin{aligned}\mathcal{M}_\gamma &= -\frac{e^2}{q^2} (j_\gamma)_\mu (J_\gamma)^\mu, \\ \mathcal{M}_Z &= -\frac{G_F}{2\sqrt{2}} (j_Z)_\mu (J_Z)^\mu,\end{aligned}\tag{36}$$

worin G_F die Fermi-Konstante bezeichnet. Es gilt

$$\frac{G_F}{(\hbar c)^3} \equiv \frac{\sqrt{2}}{8} \left(\frac{g}{m_W} \right)^2 = \frac{\sqrt{2}}{8} \left(\frac{g^2 + g'^2}{m_Z^2} \right) = 1,166\,37 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}.\tag{37}$$

In (36) bezeichnen $j_{\gamma,Z}$ und $J_{\gamma,Z}$ die neutralen Ströme des Elektrons und des Nukleons. Für die neutralen Ströme des Elektrons gilt

$$\begin{aligned}(j_\gamma)^\mu &= \bar{u}_e(k_f) \gamma^\mu u_e(k_i), \\ (j_Z)^\mu &= \bar{u}_e(k_f) (g_e^V \gamma^\mu + g_e^A \gamma^\mu \gamma^5) u_e(k_i),\end{aligned}\tag{38}$$

worin u_e der Elektron-Spinor ist. Nukleonen besitzen eine innere Struktur aus Quarks und Gluonen, deren Beiträge zu den Strömen des Nukleons mithilfe des Dirac-Formfaktors $F_1(Q^2)$ und des Pauli-Formfaktors $F_2(Q^2)$ parametrisiert werden können. Für die neutralen Ströme des Nukleons gilt:

$$\begin{aligned}(J_\gamma)^\mu &= \bar{u}_N(p_f) \left(\gamma^\mu F_1^{N\gamma}(Q^2) + i \frac{\sigma^{\mu\nu} q_\nu}{2m_N} F_2^{N\gamma}(Q^2) \right) u_N(p_i), \\ (J_Z)^\mu &= \bar{u}_N(p_f) \left(\gamma^\mu F_1^{NZ}(Q^2) + i \frac{\sigma^{\mu\nu} q_\nu}{2m_N} F_2^{NZ}(Q^2) + \gamma^\mu \gamma^5 G_A^{NZ}(Q^2) \right) u_N(p_i),\end{aligned}\tag{39}$$

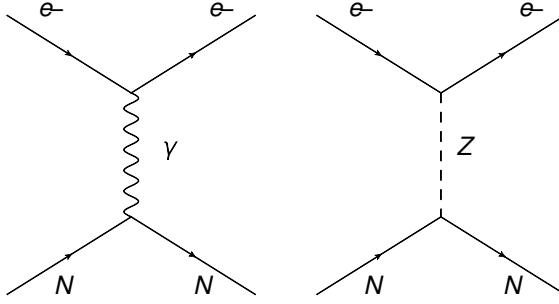


Abbildung 5: Feynman-Graphen zur elastischen Elektron-Nukleon-Streuung auf Baumgraphen-Niveau: Der Hauptbeitrag zur Streuamplitude stammt vom Austausch eines virtuellen Photons im Rahmen der elektromagnetischen Wechselwirkung, wie im linken Graphen gezeigt. Im Rahmen der schwachen Wechselwirkung zwischen Elektron und Nukleon kann der Austausch eines virtuellen Z^0 -Bosons erfolgen, wie im rechten Graphen dargestellt.

worin u_N mit $N \in \{n, p\}$ das Nukleon charakterisiert und $G_A^{NZ}(Q^2)$ der axiale Formfaktor des Nukleons ist, welcher nur im neutralen Strom der schwachen Wechselwirkung auftritt.

Für $\zeta \in \{\gamma, Z\}$ können $F_1^{N\zeta}(Q^2)$ und $F_2^{N\zeta}(Q^2)$ mit den Sachs-Formfaktoren $G_E^{N\zeta}(Q^2)$ und $G_M^{N\zeta}(Q^2)$ wie folgt in Beziehung gesetzt werden [12]:

$$\begin{aligned} G_E^{N\zeta}(Q^2) &= F_1^{N\zeta}(Q^2) - \tau \cdot F_2^{N\zeta}(Q^2), \\ G_M^{N\zeta}(Q^2) &= F_1^{N\zeta}(Q^2) + F_2^{N\zeta}(Q^2), \end{aligned} \quad (40)$$

wobei

$$\tau \equiv \frac{Q^2}{4m_N c^2}. \quad (41)$$

Im Standardmodell der Elementarteilchenphysik werden Nukleonen als aus Quarks, Gluonen sowie einem See aus Quark-Antiquark-Paaren bestehend aufgefasst. Die Formfaktoren können bezüglich der Quark-Flavours aufgespalten werden. Dabei können Beiträge von Charm-Quarks sowie Top- und Bottom-Quarks in guter Näherung vernachlässigt werden, da die Energieskala der starken Wechselwirkung $\Lambda_{\text{QCD}} \approx 200$ MeV beträgt, und die Masse eines Charm-Quarks $1,25$ GeV/c² ist. Man schreibt [13, 14]:

$$\begin{aligned} G_{E, M}^{N\gamma} &= \sum_{q=u, d, s} Q_q \cdot G_{E, M}^{N\gamma q}, \\ G_{E, M}^{NZ} &= \sum_{q=u, d, s} g_q^V \cdot G_{E, M}^{NZ q}, \\ G_A^{NZ} &= \sum_{q=u, d, s} g_q^A \cdot G_A^{NZ q}. \end{aligned} \quad (42)$$

Hierbei finden die elektrischen Ladungen Q_q sowie die schwachen Vektor- und Axialvektor-Ladungen g_q^V und g_q^A der Quarks Verwendung als Gewichtungsfaktoren. Die Beiträge für u- und d-Quarks schließen sowohl die der Valenz- als auch die der See-Quarks ein. Der Beitrag der s-Quarks beschränkt sich auf den Quark-See.

Nimmt man Isospin-Symmetrie an, so fordert man, dass die Lagrange-Dichte der Quantenchromodynamik unter Vertauschung von Up- und Down-Quarks symmetrisch ist. Dies

impliziert die Forderung, dass sich ein Up-Quark im Proton so verhält wie ein Down-Quark im Neutron und umgekehrt. Entsprechend kann man schreiben:

$$\begin{aligned} G_{E, M}^{n\gamma u} &= G_{E, M}^{p\gamma d}, \\ G_{E, M}^{n\gamma d} &= G_{E, M}^{p\gamma u}, \\ G_{E, M}^{n\gamma s} &= G_{E, M}^{p\gamma s}. \end{aligned} \quad (43)$$

Fordert man ferner die Universalität der Quarkverteilungen und somit

$$G_{E, M}^{Nq} \equiv G_{E, M}^{N\gamma q} = G_{E, M}^{NZq}, \quad (44)$$

so kann man die Formfaktoren $G_{E, M}^{pZ}$ und $G_{E, M}^{nZ}$ mittels (42), (43), (44) und $G_{E, M}^s \equiv G_{E, M}^{p\gamma s}$ wie folgt schreiben:

$$\begin{aligned} G_{E, M}^{pZ} &= [1 - 4 \sin^2(\theta_W)] G_{E, M}^{p\gamma} - G_{E, M}^{n\gamma} - G_{E, M}^s, \\ G_{E, M}^{nZ} &= [1 - 4 \sin^2(\theta_W)] G_{E, M}^{n\gamma} - G_{E, M}^{p\gamma} - G_{E, M}^s. \end{aligned} \quad (45)$$

Bei einer Brechung der Isospin-Symmetrie kann man $G_{E, M}^{pZ}$ und $G_{E, M}^{nZ}$ dennoch durch die in (45) auftretenden Formfaktoren ausdrücken, indem man die Isospin brechenden Formfaktoren $G_{E, M}^{ud}$ einführt [15]. Man erhält dann anstelle des in Gleichung (45) angeführten Ausdrucks für $G_{E, M}^{nZ}$ folgenden Ausdruck:

$$G_{E, M}^{nZ} = [1 - 4 \sin^2(\theta_W)] G_{E, M}^{n\gamma} - G_{E, M}^{p\gamma} - G_{E, M}^s - G_{E, M}^{ud}, \quad (46)$$

wo

$$G_{E, M}^{ud} \equiv \frac{2}{3} (G_{E, M}^{pd} - G_{E, M}^{mu}) - \frac{1}{3} (G_{E, M}^{pu} - G_{E, M}^{nd}). \quad (47)$$

2.2.3 Differenzieller Wirkungsquerschnitt

Für den differenziellen Wirkungsquerschnitt $d\sigma_{eN}^\pm$ der elastischen Streuung eines longitudinal polarisierten Elektrons mit Helizität $h = \pm 1$ am Nukleon gilt

$$\left(\frac{d\sigma_{eN}^\pm}{d\Omega} \right) = \left(\frac{\alpha_{em} \hbar c}{4m_N Q^2} \frac{E_f}{E_i} \right)^2 |\mathcal{M}_{eN}^\pm|^2. \quad (48)$$

Hierin ist

$$|\mathcal{M}_{eN}^\pm|^2 = |\mathcal{M}_\gamma + \mathcal{M}_Z^\pm|^2 \quad (49)$$

durch das Übergangsmatrixelement \mathcal{M}_{eN}^\pm gegeben, welches wiederum als Summe der Wahrscheinlichkeitsamplituden der elektromagnetischen und schwachen Wechselwirkung, \mathcal{M}_γ und \mathcal{M}_Z^\pm , geschrieben werden kann. Wegen

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_\gamma &\sim (j_\gamma)_\mu \frac{1}{Q^2} (J_\gamma)^\mu, \\ \mathcal{M}_Z^\pm &\sim (j_Z)_\mu \frac{1}{Q^2 + m_Z^2} (J_Z)^\mu \end{aligned} \quad (50)$$

gilt $\mathcal{M}_\gamma \gg \mathcal{M}_Z^\pm$, falls $Q^2 \ll m_Z^2 c^2$. Vernachlässigt man \mathcal{M}_Z^\pm und schreibt den differentiellen Wirkungsquerschnitt mittels der Sachs-Formfaktoren auf, erhält man die Rosenbluth-Formel [16]:

$$\left(\frac{d\sigma_{ep}}{d\Omega} \right) = \left(\frac{d\sigma_{Mott}}{d\Omega} \right) \cdot \left[\frac{(G_E^{N\gamma})^2 + \tau(G_M^{N\gamma})^2}{1 + \tau} + 2\tau \left(G_M^{N\gamma} \tan \left(\frac{\theta_f}{2} \right) \right)^2 \right]. \quad (51)$$

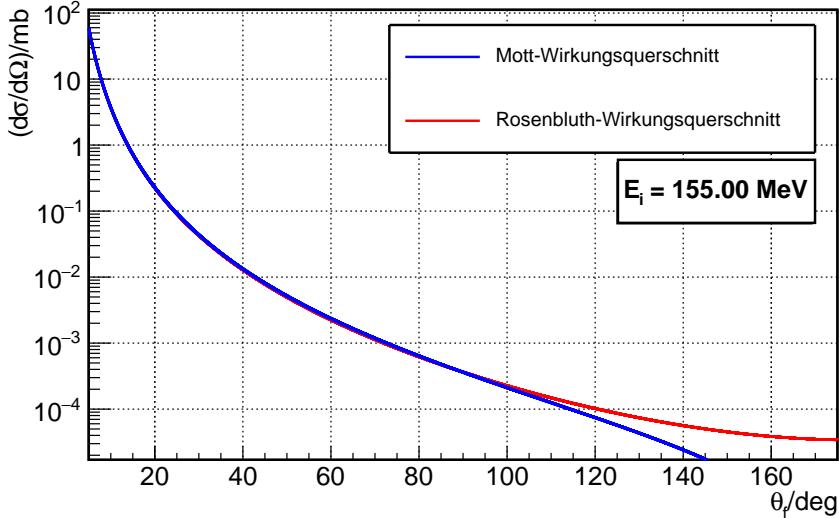


Abbildung 6: Verlauf des Mott-Wirkungsquerschnitts und der Rosenbluth-Formel als Funktion des Elektron-Streuwinkels θ_f für $E_i = 155$ MeV im Falle der elastischen Elektron-Proton-Streuung.

In Gleichung (51) ist

$$\left(\frac{d\sigma_{\text{Mott}}}{d\Omega} \right) = \frac{(2\alpha_{\text{em}}\hbar c)^2 \cdot [1 - \beta^2 \sin^2(\theta_f/2)] \cdot E_f^3}{(\vec{q})^4 \cdot E_i \cdot c^4} \quad (52)$$

der Mott-Wirkungsquerschnitt [17], und es gilt

$$(\vec{q})^2 = \left(\frac{E_i - E_f}{c} \right)^2 + Q^2 \quad (53)$$

für das Quadrat des Dreierimpulsübertrags \vec{q} . Abbildung 6 zeigt den Verlauf der Rosenbluth-Formel und des Mott-Wirkungsquerschnitts für $E_i = 155$ MeV und $m_N = m_p$ als Funktion des Laborstreuwinkels θ_f . Man erkennt, dass die Streuung mit Rückwärtswinkeln $\theta_f \sim 180^\circ$ beim Mott-Wirkungsquerschnitt unterdrückt ist. Dies entspricht der Erwartung, da bei der Berechnung von $d\sigma_{\text{Mott}}$ nur der Spin des Elektrons berücksichtigt wurde, und die Rückwärtsstreuung in diesem Fall aufgrund der Helizitätserhaltung nicht möglich ist.

2.2.4 Paritätsverletzende Asymmetrie

Die paritätsverletzende Asymmetrie $A_{\text{eN}}^{\text{PV}}$ der elastischen Elektron-Nukleon-Streuung ist eine Asymmetrie im Wirkungsquerschnitt der Streuung longitudinal polarisierter Elektronen an unpolarisierten Nukleonen. Sie ist wie folgt definiert:

$$A_{\text{eN}}^{\text{PV}} \equiv \frac{d\sigma_{\text{eN}}^+ - d\sigma_{\text{eN}}^-}{d\sigma_{\text{eN}}^+ + d\sigma_{\text{eN}}^-}. \quad (54)$$

Setzt man (48) in diesen Ausdruck ein, so erhält man

$$A_{\text{eN}}^{\text{PV}} = \frac{|\mathcal{M}_\gamma|^2 + 2\text{Re}(\mathcal{M}_\gamma^* \mathcal{M}_Z^+) + |\mathcal{M}_Z^+|^2 - |\mathcal{M}_\gamma|^2 - 2\text{Re}(\mathcal{M}_\gamma^* \mathcal{M}_Z^-) - |\mathcal{M}_Z^-|^2}{|\mathcal{M}_\gamma|^2 + 2\text{Re}(\mathcal{M}_\gamma^* \mathcal{M}_Z^+) + |\mathcal{M}_Z^+|^2 + |\mathcal{M}_\gamma|^2 + 2\text{Re}(\mathcal{M}_\gamma^* \mathcal{M}_Z^-) + |\mathcal{M}_Z^-|^2}. \quad (55)$$

q	C_{1q}	C_{2q}
u	$-\frac{1}{2} + \frac{4}{3} \sin^2(\theta_W)$	$-\frac{1}{2} + 2 \sin^2(\theta_W)$
d	$\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2(\theta_W)$	$\frac{1}{2} - 2 \sin^2(\theta_W)$
s	$\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2(\theta_W)$	$\frac{1}{2} - 2 \sin^2(\theta_W)$

Tabelle 2: Schwache Quark-Kopplungen für Up-, Down- und Strange-Quarks auf Baumgraphen-Niveau.

Für $Q^2 \ll m_Z^2 c^2$ ist $|\mathcal{M}_\gamma|^2 \gg \text{Re}(\mathcal{M}_\gamma^* \mathcal{M}_Z^\pm) \gg |\mathcal{M}_Z^\pm|^2$, so dass man A_{eN}^{PV} näherungsweise wie folgt schreiben kann:

$$A_{eN}^{\text{PV}} \approx \frac{\text{Re}(\mathcal{M}_\gamma^* [\mathcal{M}_Z^+ - \mathcal{M}_Z^-])}{|\mathcal{M}_\gamma|^2}. \quad (56)$$

Aus Gleichung (56) wird ersichtlich, dass sich A_{eN}^{PV} aus der Interferenz des γ - und Z^0 -Austauschs im Rahmen des Streuprozesses ergibt.

Der paritätsverletzende Anteil der Lagrangedichte $\mathcal{L}_{\text{eff}}^{\text{PV}}$, welcher die Elektron-Nukleon-Streuung im Standardmodell in niedrigster Ordnung Störungsrechnung als effektive Kontaktwechselwirkung beschreibt, kann nach [18] folgendermaßen geschrieben werden:

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}^{\text{PV}} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} \left(\bar{e} \gamma_\mu \gamma^5 e \sum_{q=u, d, s} C_{1q} \bar{q} \gamma^\mu q + \bar{e} \gamma_\mu e \sum_{q=u, d, s} C_{2q} \bar{q} \gamma^\mu \gamma^5 q \right). \quad (57)$$

Die Summen in (57) beinhalten die Beiträge von Up-, Down- und Strange-Quarks. Beiträge schwererer Quarks werden vernachlässigt. Die beiden Terme korrespondieren zu den $\mathcal{V}(q) \times \mathcal{A}(e)$ - sowie den $\mathcal{V}(e) \times \mathcal{A}(q)$ -Beiträgen zum Streuprozess, welche beide die Parität verletzen. C_{1q} und C_{2q} bezeichnen die schwachen Quark-Kopplungen. Für sie gilt:

$$\begin{aligned} C_{1q} &\equiv -g_e^A g_q^V = -g_q^V, \\ C_{2q} &\equiv g_e^V g_q^A = (1 - 4 \sin^2(\theta_W)) g_q^A. \end{aligned} \quad (58)$$

In Tabelle 2 sind die schwachen Quark-Kopplungen für Up-, Down- und Strange-Quarks auf Baumgraphen-Niveau angegeben. Für die schwache Ladung $Q_W(Z, N)$ eines Kerns mit Z Protonen und N Neutronen gilt in niedrigster Ordnung Störungstheorie

$$Q_W(Z, N) = -2([2Z + N] C_{1u} + [Z + 2N] C_{1d}). \quad (59)$$

Nach Gleichung (59) ergibt sich die schwache Ladungen $Q_W(p)$ des Protons und die schwache Ladung $Q_W(n)$ des Neutrons zu

$$\begin{aligned} Q_W(p) &= -2(2C_{1u} + C_{1d}) = 1 - 4 \cdot \sin^2(\theta_W) \approx 0,072, \\ Q_W(n) &= -2(C_{1u} + 2C_{1d}) = -1. \end{aligned} \quad (60)$$

Führt man die Flavour-Dekomposition gemäß Gleichung (42) aus und nimmt die Universalität der Quarkverteilungen nach Gleichung (44) an, so kann die paritätsverletzende Asymmetrie A_{ep}^{PV} der elastischen Elektron-Proton-Streuung auf folgende Form gebracht werden:

$$A_{ep}^{\text{PV}} = \frac{-G_F Q^2}{4\pi\alpha_{\text{em}}\sqrt{2}} [Q_W(p) - F(E_i, Q^2)]. \quad (61)$$

Hierin ist $F(E_i, Q^2)$ eine Funktion, in welcher die Beiträge der Nukleon-Formfaktoren zu A_{ep}^{PV} zusammengefasst sind. Man kann $F(E_i, Q^2)$ nach den Formfaktor-Beiträgen aufspalten:

$$F(E_i, Q^2) \equiv F^{\text{EM}}(E_i, Q^2) + F^{\text{A}}(E_i, Q^2) + F^{\text{S}}(E_i, Q^2). \quad (62)$$

Hierin ist

$$F^{\text{EM}}(E_i, Q^2) \equiv \frac{\epsilon G_E^{\text{p}\gamma} G_E^{\text{n}\gamma} + \tau G_M^{\text{p}\gamma} G_M^{\text{n}\gamma}}{\epsilon(G_E^{\text{p}\gamma})^2 + \tau(G_M^{\text{p}\gamma})^2} \quad (63)$$

der durch die elektromagnetischen Formfaktoren von Proton und Neutron gegebene Anteil,

$$F^{\text{A}}(E_i, Q^2) \equiv \frac{(1 - 4 \sin^2(\theta_W)) \sqrt{1 - \epsilon^2} \sqrt{\tau(1 - \tau)} G_M^{\text{p}\gamma} G_A^{\text{p}Z}}{\epsilon(G_E^{\text{p}\gamma})^2 + \tau(G_M^{\text{p}\gamma})^2} \quad (64)$$

der zum axialen Formfaktor des Protons proportionale Teil von $F(E_i, Q^2)$ und

$$F^{\text{S}}(E_i, Q^2) \equiv \frac{\epsilon G_E^{\text{p}\gamma} G_E^{\text{s}} + \tau G_M^{\text{p}\gamma} G_M^{\text{s}}}{\epsilon(G_E^{\text{p}\gamma})^2 + \tau(G_M^{\text{p}\gamma})^2} + \frac{\epsilon G_E^{\text{p}\gamma} G_E^{\text{ud}} + \tau G_M^{\text{p}\gamma} G_M^{\text{ud}}}{\epsilon(G_E^{\text{p}\gamma})^2 + \tau(G_M^{\text{p}\gamma})^2}, \quad (65)$$

beinhaltet die Strangeness-Formfaktoren. In den obigen Beziehungen ist τ durch Gleichung (41) gegeben und für den kinematischen Faktor ϵ gilt

$$\epsilon \equiv \left[1 + 2(1 + \tau) \tan^2 \left(\frac{\theta_f}{2} \right) \right]^{-1}. \quad (66)$$

Auf dem Baumgraphen-Niveau entspricht ϵ dem transversalen Linearpolarisationsgrad des ausgetauschten virtuellen Photons im Fall vernachlässigter Elektron-Ruheenergie. Die transversale Ebene steht dabei senkrecht zum Impulsübertragsvektor. ϵ kann als Maß für die Beiträge der axialen Kopplungen der Quarks zum Streuprozess angesehen werden. Diese Beiträge sind kinematisch unterdrückt, wenn $\epsilon \rightarrow 1$ ($\theta_f \rightarrow 0^\circ$) und dominant, falls $\epsilon \rightarrow 0$ ($\theta_f \rightarrow 180^\circ$).

Abbildung 7 zeigt den betragsmäßigen Verlauf von A_{ep}^{PV} als Funktion von θ_f für $E_i = 155$ MeV. Ebenfalls dargestellt sind die Beiträge der durch die schwache Ladung des Protons und die Formfaktoren des Nukleons gegebenen Beiträge

$$\begin{aligned} A_{ep}^{Q_W} &\equiv -A_0 \cdot Q_W(p), \\ A_{ep}^{\text{EM}} &\equiv A_0 \cdot F^{\text{EM}}, \\ A_{ep}^{\text{A}} &\equiv A_0 \cdot F^{\text{A}}, \\ A_{ep}^{\text{S}} &\equiv A_0 \cdot F^{\text{S}} \end{aligned} \quad (67)$$

zu A_{ep}^{PV} , wobei

$$A_0 \equiv \frac{-G_F Q^2}{4\sqrt{2}\pi\alpha_{\text{em}}} \quad (68)$$

gesetzt wurde. Man kann Abbildung 7 entnehmen, dass A_{ep}^{PV} bei kleinen Viererimpulsüberträgen von dem zu $Q_W(p)$ proportionalen Term $A_{ep}^{Q_W}$ dominiert wird. Dieser Umstand ermöglicht eine Bestimmung der schwachen Ladung des Protons und des elektroschwachen Mischungswinkels aus einer Messung von A_{ep}^{PV} bei kleinem Q^2 und bildet die Grundlage für das P2-Experiment.

Die bisherigen Betrachtungen wurden unter Vernachlässigung von Strahlungskorrekturen angestellt. Bei der im P2-Experiment angestrebten relativen Unsicherheit von $\Delta A_{ep}^{PV}/A_{ep}^{PV} \sim 2\%$ bei der Bestimmung von A_{ep}^{PV} ist die Einbeziehung von Strahlungskorrekturen notwendig, um die Messdaten mit Blick auf eine Bestimmung von $Q_W(p)$ und $\sin^2(\theta_W)$ interpretieren zu können. Im nächsten Abschnitt wird auf Korrekturen zu A_{ep}^{PV} und $Q_W(p)$ eingegangen.

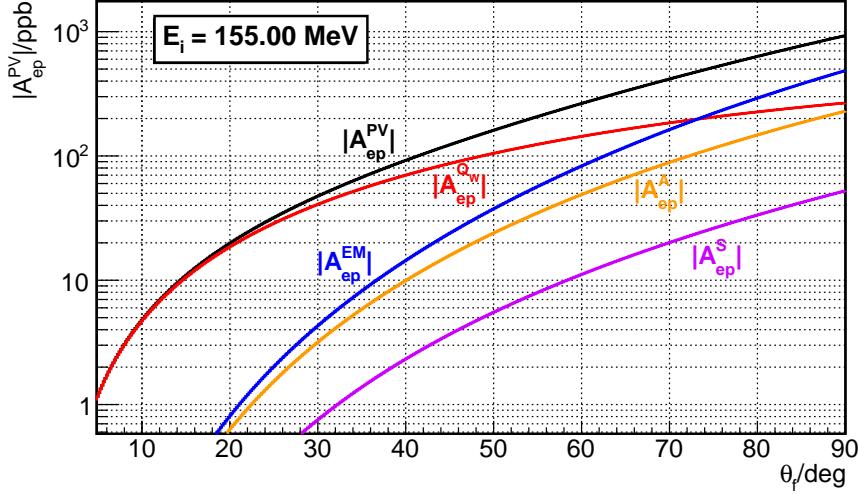


Abbildung 7: Betragsmäßiger Verlauf der paritätsverletzenden Asymmetrie $A_{\text{ep}}^{\text{PV}}$ der elastischen Elektron-Proton-Streuung als Funktion des Elektron-Streuwinkels θ_f für die Elektron Anfangszustands-Energie $E_i = 155$ MeV. Es sind ebenfalls die betragsmäßigen Verläufe der in (67) gegebenen Beiträge zur $A_{\text{ep}}^{\text{PV}}$ dargestellt. Bei niedrigen Viererimpulsüberträgen im Bereich $\theta_f \sim 35^\circ$ wird $A_{\text{ep}}^{\text{PV}}$ durch den zur schwachen Ladung des Protons proportionalen Beitrag $A_{\text{ep}}^{\text{QW}}$ dominiert.

2.3 Strahlungskorrekturen zur schwachen Ladung des Protons

Um die im P2-Experiment geplante Messung von $A_{\text{ep}}^{\text{PV}}$ mit Blick auf eine Bestimmung der schwachen Ladung des Protons $Q_W(p)$ interpretieren zu können, müssen Strahlungskorrekturen berücksichtigt werden, welche durch Feynman-Diagramme mit Schleifen dargestellt werden können. Im Allgemeinen hängen die Korrekturen von den kinematischen Variablen E_i und Q^2 ab. Analog zur Darstellung in [19, 20] wird die schwache Ladung des Protons unter Berücksichtigung von Ein-Schleifen-Korrekturen im Folgenden als

$$Q_W^{\text{1-loop}}(p) = \lim_{E_i \rightarrow 0} \lim_{Q^2 \rightarrow 0} \frac{A^{\text{PV}}(E_i, Q^2)}{A_0} \quad (69)$$

definiert. Hierin besitzt $A_{\text{ep}}^{\text{PV}}(E_i, Q^2)$ die Form

$$A_{\text{ep}}^{\text{PV}}(E_i, Q^2) = A_0 \left[Q_W^{\text{1-loop}}(p) - F(E_i, Q^2) + \Delta_{\square}(E_i, Q^2) - \Delta_{\square}(0, 0) \right], \quad (70)$$

welche eine Verallgemeinerung von Gleichung (61) darstellt. Ein Ausdruck für $Q_W^{\text{1-loop}}$ im $\overline{\text{MS}}$ -Renormierungsschema ist in [21] gegeben:

$$Q_W^{\text{1-loop}}(p) = (\rho_{\text{nc}} + \Delta_e) \left(1 - 4 \sin^2(\hat{\theta}_W)(\mu) + \Delta'_e \right) + \Delta_{\square}(0, 0). \quad (71)$$

Hierin ist $\hat{\theta}_W(\mu)$ der von der Skala $\mu = \sqrt{|Q^2|}$ abhängige elektroschwache Mischungswinkel im $\overline{\text{MS}}$ -Renormierungsschema. Der Veltman-Parameter $\rho_{\text{nc}} = 1,00066$ renormiert das Verhältnis der Wechselwirkungsstärken für neutrale und geladene Ströme bei niedrigen Energien [22]. Es handelt sich um eine universelle, vom betrachteten Prozess unabhängige Korrektur. Δ_e und Δ'_e sind kleine, nicht-universelle Korrekturen am Elektron-Vertex. Es gilt:

$$\begin{aligned} \Delta_e &= -\frac{\alpha_{\text{em}}}{2\pi}, \\ \Delta'_e &= -\frac{\alpha_{\text{em}}}{3\pi} \left(1 - 4 \cdot \hat{s}_Z^2 \right) \left[\ln \left(\frac{m_Z^2}{m_e^2} \right) + \frac{1}{6} \right], \end{aligned} \quad (72)$$

wobei die Abkürzung

$$\hat{s}_Z^2 \equiv \sin^2(\hat{\theta}_W)(\mu = m_Z c) \approx 0,231 \quad (73)$$

eingeführt wurde, die im weiteren Verlauf dieser Arbeit oftmals Verwendung finden wird. Der Term Δ_{\square} in Gleichung (71) fasst Quantenkorrekturen, die durch Boxgraphen dargestellt werden können, zusammen. Auf sie wird in Abschnitt 2.3.2 eingegangen. Zunächst wird die Abhängigkeit von $\sin^2(\hat{\theta}_W)(\mu)$ von der Skala μ näher betrachtet.

2.3.1 Skalenabhängigkeit des elektroschwachen Mischungswinkels

In Gleichung (71) ist

$$\sin^2(\hat{\theta}_W)(\mu) \equiv \kappa(\mu) \cdot \sin^2(\hat{\theta}_W)(\mu_0) \quad (74)$$

der von der Skala μ abhängige Wert von $\sin^2(\hat{\theta}_W)$ im $\overline{\text{MS}}$ -Renormierungsschema. Die Skalenabhängigkeit von $\sin^2(\hat{\theta}_W)$ wurde in [23] und [24] untersucht. Sie ergibt sich aus einer Renormierungsgruppenentwicklung der Kopplungskonstanten im Standardmodell. In (74) ist $\sin^2(\hat{\theta}_W)(\mu)$ das Produkt eines bekannten, experimentell festgelegten Wertes $\sin^2(\hat{\theta}_W)(\mu_0)$ und einer Funktion $\kappa(\mu)$, welche universelle, elektroschwache Strahlungskorrekturen einschließt, die zur Skalenabhängigkeit von $\sin^2(\hat{\theta}_W)$ führen. Abbildung 8 zeigt typische Feynman-Diagramme von Prozessen, die zu dieser Abhängigkeit beitragen. Je nach Wahl des Renormierungsschemas können auch nicht-universelle Korrekturen in $\kappa(\mu)$ berücksichtigt werden, ein Beispiel hierfür findet sich in [25].

Der Verlauf von $\sin^2(\hat{\theta}_W)(\mu)$ stellt eine der zentralen Vorhersagen des Standardmodells dar. Er ist in Abbildung 9 zusammen mit Resultaten von abgeschlossenen Experimenten sowie Projektionen zukünftiger Bestimmungen des elektroschwachen Mischungswinkels dargestellt. Ein Überblick über ausgewählte Experimente, die eine Bestimmung von $\sin^2(\hat{\theta}_W)$ ermöglichen, findet sich in Kapitel 3.

Die präzisesten experimentellen Bestimmungen des elektroschwachen Mischungswinkels wurden bislang am Z^0 -Pol ($\mu = m_Z c$) durchgeführt, weshalb $\sin^2(\hat{\theta}_W)(\mu_0) \equiv \hat{s}_Z^2$ eine geeignete Wahl ist. Nach [21] ergibt sich der Wert des elektroschwachen Mischungswinkels bei niedrigen

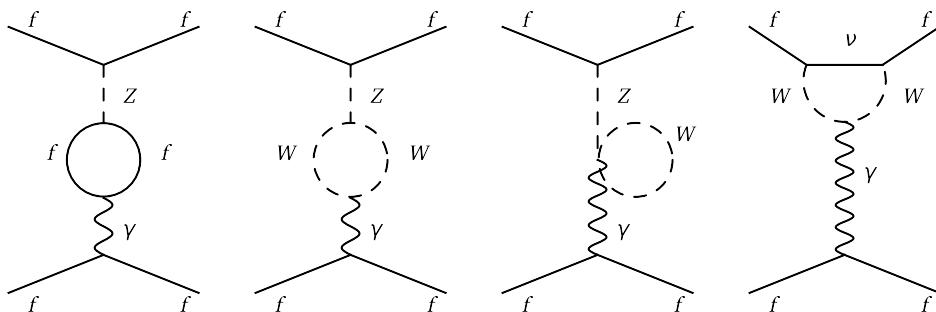


Abbildung 8: Feynman-Diagramme von Strahlungskorrekturen, welche zur Abhängigkeit von $\sin^2(\hat{\theta}_W)$ von der Skala μ beitragen.

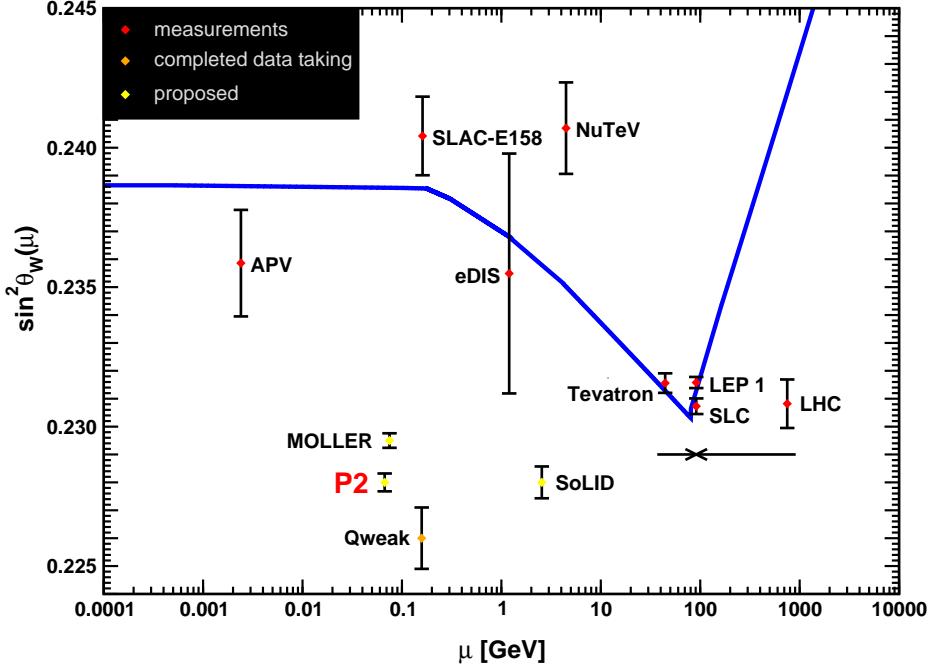


Abbildung 9: Verlauf von $\sin^2(\hat{\theta}_W)$ in Abhängigkeit von der Skala $\mu = \sqrt{|Q^2|}$ im $\overline{\text{MS}}$ -Renormierungsschema (blaue Kurve). Die Abbildung wurde [26] entnommen. Die roten Punkte sind Resultate abgeschlossener Experimente. Der Punkt des QWeak-Experiments ist mit der erwarteten Unsicherheit des vollständigen Datensatzes dargestellt, er wurde, ebenso wie die Punkte künftiger Experimente, an einer willkürlichen Stelle entlang der Ordinatenachse platziert.

Viererimpulsüberträgen ($\mu = 0$) zu

$$\begin{aligned}
 \sin^2(\hat{\theta}_W)(\mu = 0) &= \hat{s}_Z^2 + \Delta\kappa_{\text{had}}^{(5)} \\
 &+ \frac{\alpha_{\text{em}}}{\pi} \left\{ \frac{1 - 4\hat{s}_Z^2}{12} \left[\sum_{\ell} \ln \left(\frac{m_Z^2}{m_{\ell}^2} \right) \left(1 + \frac{3\alpha_{\text{em}}}{4\pi} \right) \right. \right. \\
 &\left. \left. + \frac{135\alpha_{\text{em}}}{32\pi} \right] - \left[\frac{7(1 - \hat{s}_Z^2)}{4} + \frac{1}{24} \right] \ln \left(\frac{m_Z^2}{m_W^2} \right) + \frac{\hat{s}_Z^2}{6} - \frac{17}{8} \right\} \\
 &= 1,0317 \cdot \sin^2(\hat{\theta}_W)(\mu = m_Z c) \\
 &\approx 0,239,
 \end{aligned} \tag{75}$$

worin $\Delta\kappa_{\text{had}}^{(5)} \approx 7,90 \cdot 10^{-3}$ durch hadronische Beiträge gegeben ist und die Summe über geladene Leptonen gebildet wird. Gleichung (75) stellt den Zusammenhang zwischen der Standardmodell-Vorhersage für den Wert von $\sin^2(\hat{\theta}_W)$ am Z^0 -Pol und an der Stelle $\mu = 0$ her.

2.3.2 Quantenkorrekturen aus Boxgraphen

In Gleichung (70) fasst Δ_{\square} die Beiträge zu $A_{\text{ep}}^{\text{PV}}$ zusammen, welche aus dem Austausch von zwei Bosonen resultieren:

$$\Delta_{\square} \equiv \text{Re}(\square_{WW}) + \text{Re}(\square_{ZZ}) + \text{Re}(\square_{\gamma Z}) + \text{Re}(\square_{\gamma\gamma}). \tag{76}$$

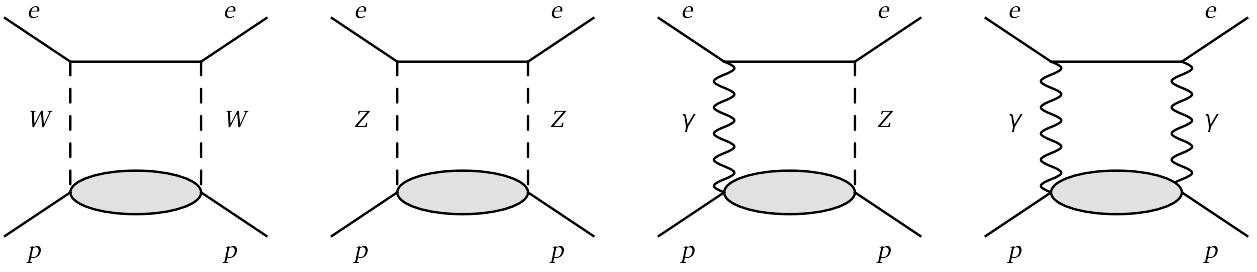


Abbildung 10: Repräsentative Diagramme der Boxgraph-Korrekturen zur schwachen Ladung des Protons. Von links nach rechts dargestellt sind WW -, ZZ -, γZ - und $\gamma\gamma$ -Austausch. Die grau unterlegten Ellipsen in den unteren Teilen der Graphen repräsentieren hadronische Zwischenzustände des Protons.

\square_{WW} bezeichnet den Beitrag von Feynman-Graphen, in denen zwei W -Bosonen ausgetauscht werden, \square_{ZZ} den Beitrag aus dem Austausch zweier Z^0 -Bosonen, $\square_{\gamma Z}$ den Beitrag aus dem Austausch eines Photons und eines Z^0 -Bosons, und $\square_{\gamma\gamma}$ resultiert aus dem Austausch zweier Photonen. Abbildung 10 zeigt repräsentative Feynman-Graphen für die zu Δ_{\square} beitragenden Prozesse. Nur die Realteile der Boxgraph-Korrekturen \square_{XY} , welche in (76) durch die Terme $\text{Re}(\square_{XY})$ dargestellt werden, tragen zu A_{ep}^{PV} bei.

Für $\text{Re}(\square_{WW})$ und $\text{Re}(\square_{ZZ})$ findet man in [21] folgende Ausdrücke:

$$\begin{aligned}\text{Re}(\square_{WW}) &= \frac{7\hat{\alpha}_{\text{em}}}{4\pi\hat{s}_Z^2} \approx 0,0170, \\ \text{Re}(\square_{ZZ}) &= \frac{\hat{\alpha}_{\text{em}}}{4\pi\hat{s}_Z^2(1-\hat{s}_Z^2)} \left(\frac{9}{4} - 5\hat{s}_Z^2 \right) (1 - 4\hat{s}_Z^2 + 8\hat{s}_Z^4) \approx 0,0017,\end{aligned}\quad (77)$$

wobei $\hat{\alpha}_{\text{em}} \equiv \alpha_{\text{em}}(m_Zc)$ die Feinstrukturkonstante der elektromagnetischen Wechselwirkung im $\overline{\text{MS}}$ -Renormierungsschema ist, ausgewertet an der Stelle $\mu = m_Zc$. Damit liefern $\text{Re}(\square_{WW})$ und $\text{Re}(\square_{ZZ})$ folgende relative Beiträge zur schwachen Ladung des Protons:

$$\begin{aligned}\text{Re}(\square_{ZZ})/Q_W^{\text{1-loop}}(p) \Big|_{\mu=0} &\approx 4\%, \\ \text{Re}(\square_{WW})/Q_W^{\text{1-loop}}(p) \Big|_{\mu=0} &\approx 35\%.\end{aligned}\quad (78)$$

Aufgrund der direkten Proportionalität von A_{ep}^{PV} zu $Q_W^{\text{1-loop}}(p)$ darf somit insbesondere $\text{Re}(\square_{WW})$ nicht vernachlässigt werden. Da sowohl $\text{Re}(\square_{WW})$ als auch $\text{Re}(\square_{ZZ})$ lediglich von $\hat{\alpha}_{\text{em}}$ und \hat{s}_Z^2 abhängen, sind die Unsicherheiten dieser Beiträge vernachlässigbar. Darüber hinaus hängen diese beiden Boxgraphen nur schwach von \hat{s}_Z^2 ab, so dass $\text{Re}(\square_{WW})$ und $\text{Re}(\square_{ZZ})$ im weiteren Verlauf näherungsweise als Konstanten betrachtet werden können.

Der Beitrag $\text{Re}(\square_{\gamma\gamma})$ wird bei kleinen Viererimpulsüberträgen vernachlässigbar klein [26]. Man erwartet eine Korrektur zu A_{ep}^{PV} der Größenordnung $(\alpha_{\text{em}}/\pi)(Q^2/E_i^2)Q_W^{\text{1-loop}}(p)$, was bei der im P2-Experiment vorgesehenen Streukinematik einer relativen Änderung $\sim \mathcal{O}(10^{-5})$ der Asymmetrie entspricht, die im Folgenden vernachlässigt wird.

Die Bestimmung von $\square_{\gamma Z}$ ist komplizierter als die Auswertung der anderen Boxgraphen. Aufgrund des masselosen Photons in der in Abbildung 10 gezeigten Schleife ist $\text{Re}(\square_{\gamma Z})$

sensitiv auf die Struktur des Protons im Niederenergiebereich [21]. $\square_{\gamma Z}$ spaltet sich in zwei Beiträge auf,

$$\square_{\gamma Z} = \square_{\gamma Z}^V + \square_{\gamma Z}^A, \quad (79)$$

welche zu g_e^V und g_e^A korrespondieren.

Das optische Theorem kann verwendet werden, um die Imaginärteile der beiden Summanden auf der rechten Seite mit den Strukturfunktionen der γ -Z-Interferenz der inelastischen Elektron-Proton-Streuung $F_k^{\gamma Z}(x, Q^2)$ in Beziehung zu setzen:

$$\begin{aligned} \frac{\text{Im}(\square_{\gamma Z}^V)}{-\alpha_{\text{em}} g_e^V} &= \int_{W_\pi^2}^s \frac{dW^2}{(s - M^2)^2} \int_0^{Q_{\max}^2} \frac{dQ^2}{1 + \frac{Q^2}{m_Z^2}} \left(\frac{2(s - M^2)}{W^2 - M^2 + Q^2} - 1 \right) F_3^{\gamma Z}, \\ \frac{\text{Im}(\square_{\gamma Z}^A)}{\alpha_{\text{em}} g_e^A} &= \int_{W_\pi^2}^s \frac{dW^2}{(s - M^2)^2} \int_0^{Q_{\max}^2} \frac{dQ^2}{1 + \frac{Q^2}{m_Z^2}} \left(F_1^{\gamma Z} + \frac{s(Q_{\max}^2 - Q^2)}{Q^2(W^2 - M^2 + Q^2)} F_2^{\gamma Z} \right), \end{aligned} \quad (80)$$

wo $x = Q^2/(2p_i q)$, $W^2 = (p_i + q)^2$, $M = \frac{1}{2}\bar{u}_N u_N$, $W_\pi^2 = (M + \pi)^2$, $\nu_\pi = (W_\pi^2 - M^2)/(2M)$ und $Q_{\max}^2 = (s - M^2)(s - W^2)/s$.

Im Fall der Vorwärtsstreuung ($Q^2 \rightarrow 0$) kann man den Realteil von $\square_{\gamma Z}$ mithilfe von Dispersionsrelationen durch den Imaginärteil wie folgt ausdrücken:

$$\begin{aligned} \text{Re}(\square_{\gamma Z}^A) &= \frac{2E_i}{\pi} \int_{\nu_\pi}^{\infty} \frac{d\nu'}{\nu'^2 - E_i^2} \text{Im}(\square_{\gamma Z}^A)(\nu'), \\ \text{Re}(\square_{\gamma Z}^V) &= \frac{2}{\pi} \int_{\nu_\pi}^{\infty} \frac{\nu' d\nu'}{\nu'^2 - E_i^2} \text{Im}(\square_{\gamma Z}^V)(\nu'). \end{aligned} \quad (81)$$

Man beachte, dass $\text{Re}(\square_{\gamma Z}^A)$ in (81) direkt proportional zur Energie E_i des Elektrons im Anfangszustand des Streuprozesses ist. Die Integrale in (80) umfassen den vollständigen kinematischen Bereich, wobei kleinen Viererimpulsüberträgen ein starkes Gewicht zukommt. Demnach ist eine genaue Kenntnis der Strukturfunktionen $F_k^{\gamma Z}$ im gesamten kinematischen Bereich wünschenswert. Die $F_k^{\gamma Z}$ sind im Rahmen der Elektron-Proton-Streuung prinzipiell bestimmbar, Messdaten existieren jedoch nur für einen kleinen kinematischen Bereich. Dies macht eine Modellierung der $F_k^{\gamma Z}$ in den verbleibenden Bereichen notwendig.

Die Bestimmung von $\square_{\gamma Z}$ wurde in jüngster Vergangenheit von verschiedenen Arbeitsgruppen durchgeführt und ist nach wie vor Gegenstand der Forschung [19, 27, 28, 29, 30, 31]. Die korrekte Methode zur Berechnung der Unsicherheit von $\text{Re}(\square_{\gamma Z})$ ist umstritten, da die Funktionen $F_k^{\gamma Z}$ modelliert werden müssen. Bei der Bestimmung des Erwartungswertes von $\text{Re}(\square_{\gamma Z})$ stimmen die Resultate jedoch überein. Abbildung 11 zeigt den Verlauf von $\text{Re}(\square_{\gamma Z})(E_i, 0) - \text{Re}(\square_{\gamma Z})(0, 0)$ als Funktion von E_i . Man erkennt, dass sowohl der Erwartungswert als auch die Unsicherheit der Boxgraph-Korrektur mit wachsender Energie zunehmen. Daher ist es im Hinblick auf eine präzise Bestimmung des elektroschwachen Mischungswinkels von Vorteil, die Asymmetriemessung bei niedrigen Strahlenergien durchzuführen.

Die Extrapolation vom im P2-Experiment erwarteten Wert von $Q^2 \approx 4,8 \cdot 10^{-3} \text{ (GeV/c)}^2$ hin zu $Q^2 = 0 \text{ (GeV/c)}^2$ kann wie in [19] beschrieben durchgeführt werden, man erwartet einen vernachlässigbaren Beitrag der Extrapolation sowohl für den Erwartungswert als auch für

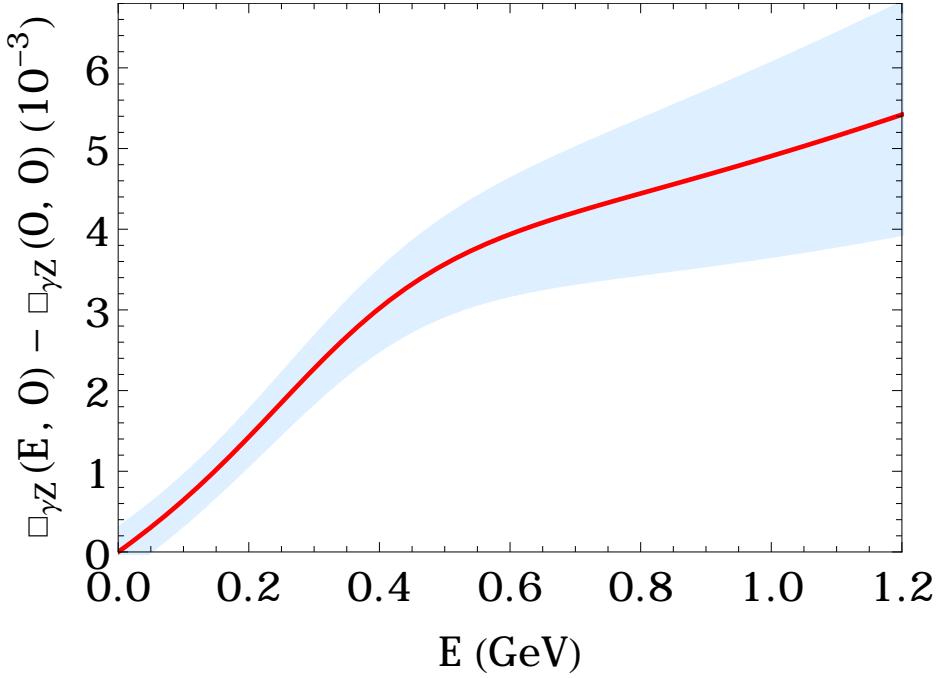


Abbildung 11: Verlauf von $\text{Re}(\square_{\gamma Z})(E_i, 0) - \text{Re}(\square_{\gamma Z})(0, 0)$ in Abhängigkeit von der Energie E_i des Elektrons im Anfangszustand der elastischen Elektron-Proton-Streuung. Die Abbildung wurde [26] entnommen. Der Verlauf des Erwartungswertes ist durch die rote Kurve dargestellt, das hellblaue Band repräsentiert die Unsicherheit von $\text{Re}(\square_{\gamma Z})$.

die Unsicherheit der Boxgraph-Korrektur [26]. Für die im P2-Experiment gewählte Streukinematik mit einer Stahlenergie von $E_{\text{beam}} = 155 \text{ MeV}$ findet man [26]:

$$\text{Re}(\square_{\gamma Z})(E_{\text{beam}} = 155 \text{ MeV}, Q^2 = 0) - \text{Re}(\square_{\gamma Z})(0, 0) = (1,06 \pm 0,32) \cdot 10^{-3}, \quad (82)$$

wobei die Unsicherheit sich aus quadratischer Addition der Unsicherheiten

$$\Delta \text{Re}(\square_{\gamma Z}^A) = 0,27 \cdot 10^{-3}, \quad (83)$$

$$\Delta \text{Re}(\square_{\gamma Z}^V) = 0,18 \cdot 10^{-3} \quad (84)$$

ergibt.

Die im Rahmen des P2-Experiments vorgesehene Formfaktor-Messung unter Rückwärtsstreuwinkeln führt zu einer Reduzierung von $\Delta \text{Re}(\square_{\gamma Z}^A)$ auf

$$\Delta \text{Re}(\square_{\gamma Z}^A) = 0,07 \cdot 10^{-3}, \quad (85)$$

was

$$\text{Re}(\square_{\gamma Z})(E_{\text{beam}} = 155 \text{ MeV}, Q^2 = 0) - \text{Re}(\square_{\gamma Z})(0, 0) = (1,06 \pm 0,19) \cdot 10^{-3}, \quad (86)$$

entspricht. Hierzu korrespondiert ein relativer Anteil von

$$\left[\text{Re}(\square_{\gamma Z})(E_{\text{beam}} = 155 \text{ MeV}, Q^2 = 0) - \text{Re}(\square_{\gamma Z})(0, 0) \right] / Q_W^{\text{1-loop}}(p) \Big|_{\mu=0} \approx 2 \% \quad (87)$$

von $\text{Re}(\square_{\gamma Z})$ an $Q_W^{\text{1-loop}}(p)$ an der Stelle $\mu = 0$.

Im weiteren Verlauf dieser Arbeit wird angenommen, dass die Unsicherheit $\Delta(\Delta_{\square})$ von Δ_{\square} im Wesentlichen durch Unsicherheit von $\square_{\gamma Z}$ gegeben ist, so dass

$$\Delta(\Delta_{\square}) \approx \Delta \text{Re}(\square_{\gamma Z}). \quad (88)$$

2.3.3 Quantenkorrekturen aus elektromagnetischen Prozessen

Korrekturen im Rahmen der Quantenelektrodynamik (QED) verletzen die Parität nicht, daher erfährt der in Gleichung (61) gegebene Ausdruck für $A_{\text{ep}}^{\text{PV}}$ keine explizite Modifikation. Die Emission reeller Photonen im Zuge des Streuvorgangs führt jedoch zu einer Reduzierung von Q^2 . Im Falle der Abstrahlung eines reellen Photons im Rahmen des Streuvorgangs ist das durch Gleichung (35) gegebene Q^2 durch das reduzierte negative Viererimpulsübertragsquadrat $Q_{1\gamma}^2$ zu ersetzen:

$$Q^2 = (k_i - k_f)^2 \rightarrow Q_{1\gamma}^2 = (k_i - k_f - k_\gamma)^2. \quad (89)$$

Hierin bezeichnet k_γ den Viererimpuls des Photons im Endzustand des Streuprozesses. Bei Berücksichtigung von QED-Korrekturen ist die Kinematik der elastischen Elektron-Proton-Streuung nicht mehr eindeutig durch die Angabe von E_i und θ_f festgelegt, so dass auch Q^2 und $A_{\text{ep}}^{\text{PV}}$ nicht mehr eindeutig durch diese Größen festgelegt sind.

In Abbildung 12 ist die relative Änderung in Q^2 aufgrund der Emission eines reellen Photons dargestellt. Die Verschiebung in Q^2 hängt neben E_i und θ_f von der minimalen Energie des Elektrons im Endzustand E'_{\min} ab, für die ein Streuereignis im P2-Experiment nachgewiesen werden kann. Man erwartet für die im P2-Experiment gewählte Kinematik eine Reduktion von Q^2 zwischen 3 % und 5 %.

QED-Korrekturen der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_{\text{em}}^2)$ spielen eine wesentlich geringere Rolle, da es sich bei der Emission reeller Photonen um einen kinematischen Effekt handelt; bereits die Erzeugung eines einzelnen Photons führt dazu, dass die Streukinematik nicht mehr eindeutig durch E_i

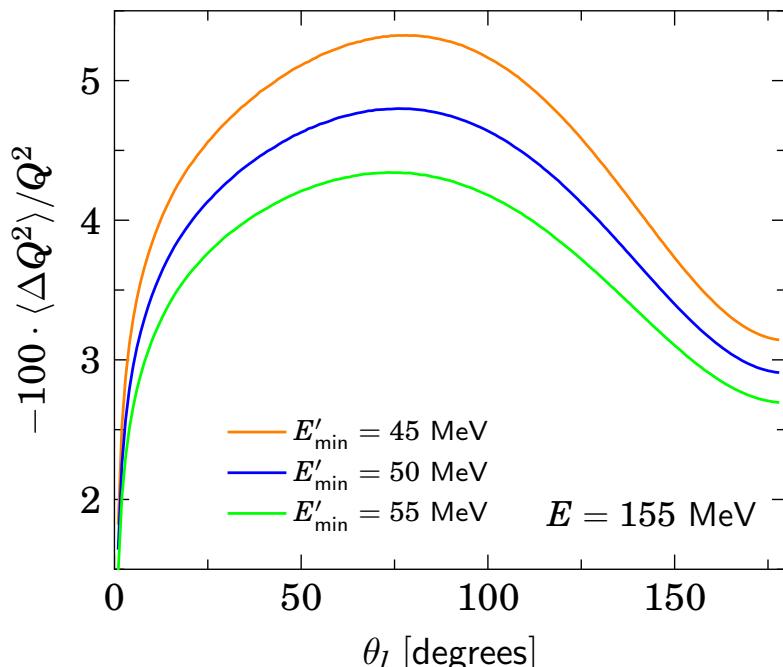


Abbildung 12: Relative Änderung von Q^2 durch die Erzeugung eines reellen Photons im Endzustand der Elektron-Proton-Streuung als Funktion von θ_f für $E_i = 155$ MeV. Die Abbildung wurde von R.-D. Bucoveanu (P2-Kollaboration) erstellt. Es sind Verläufe der Q^2 -Verschiebung für drei verschiedene Werte der minimalen Energie des Elektrons E'_{\min} im Endzustand des Streuprozesses dargestellt.

und θ_f festgelegt ist. Die Erzeugung weiterer Photonen führt lediglich zu Korrekturen $\mathcal{O}(\alpha_{\text{em}}^2)$ des Wirkungsquerschnitts.

2.4 Schwache Ladungen und Physik jenseits des Standardmodells

Präzise experimentelle Bestimmungen des elektroschwachen Mischungswinkels stellen einen Test des Standardmodells dar. Dies gilt für den Bereich der spontanen Symmetriebrechung in der elektroschwachen Wechselwirkung, denn nach den Gleichungen (25) und (28) kann $\sin^2(\theta_W)$ sowohl durch die Kopplungskonstanten g und g' als auch durch die Massen m_W und m_Z der Vektorbosonen ausgedrückt werden:

$$\sin^2(\theta_W) = \frac{g'^2}{g^2 + g'^2} = 1 - \frac{m_W^2}{m_Z^2}. \quad (90)$$

Präzise Messungen des elektroschwachen Mischungswinkels können ebenfalls als Test bei der Erforschung des Higgs-Bosons dienen, denn Werte für $\sin^2(\theta_W)$ können in Werte für die Masse des Higgs-Bosons transformiert werden, was einen Vergleich mit den am LHC erzielten Messergebnissen ermöglicht. Abbildung 13 zeigt den Verlauf des effektiven elektroschwachen Mischungswinkels

$$\sin^2 \theta_{\text{eff}}^l \equiv \frac{1}{4} \left(1 - \frac{v_l}{a_l} \right) \quad (91)$$

für Leptonen, der durch die Vektor- und Axialvektor-Kopplungen v_l und a_l des Z^0 -Bosons an Leptonen definiert ist, in Abhängigkeit von der Masse M_H des Higgs-Bosons. In der Abbildung sind auch die Resultate der beiden bislang präzisesten Bestimmungen von $\sin^2(\hat{\theta}_W)$

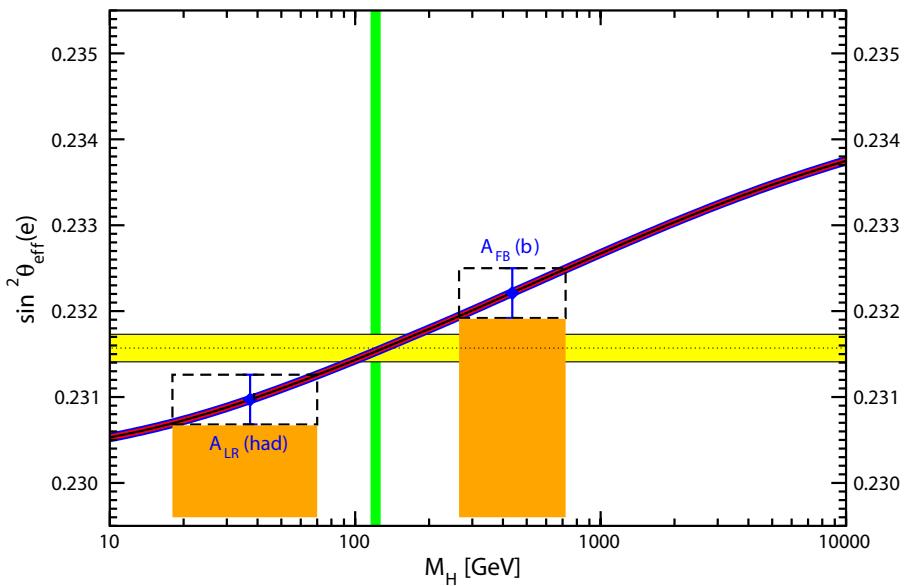


Abbildung 13: Verlauf des effektiven elektroschwachen Mischungswinkels $\sin^2 \theta_{\text{eff}}$ für Leptonen in Abhängigkeit von der Masse M_H des Higgs-Bosons. Die Abbildung wurde [32] entnommen. Das gelbe Band repräsentiert den Erwartungswert von $\sin^2 \theta_{\text{eff}}$ am Z^0 -Pol. Die Datenpunkte der beiden bislang präzisesten experimentellen Bestimmungen des elektroschwachen Mischungswinkels am SLC ($A_{\text{LR}}(\text{had})$) und am LEP ($A_{\text{fb}}(\text{b})$) weichen um 3,2 Standardabweichungen voneinander ab. Nur der Mittelwert der beiden Datenpunkte ist mit der beobachteten Higgs-Masse vereinbar, die durch das grüne Band gekennzeichnet ist.

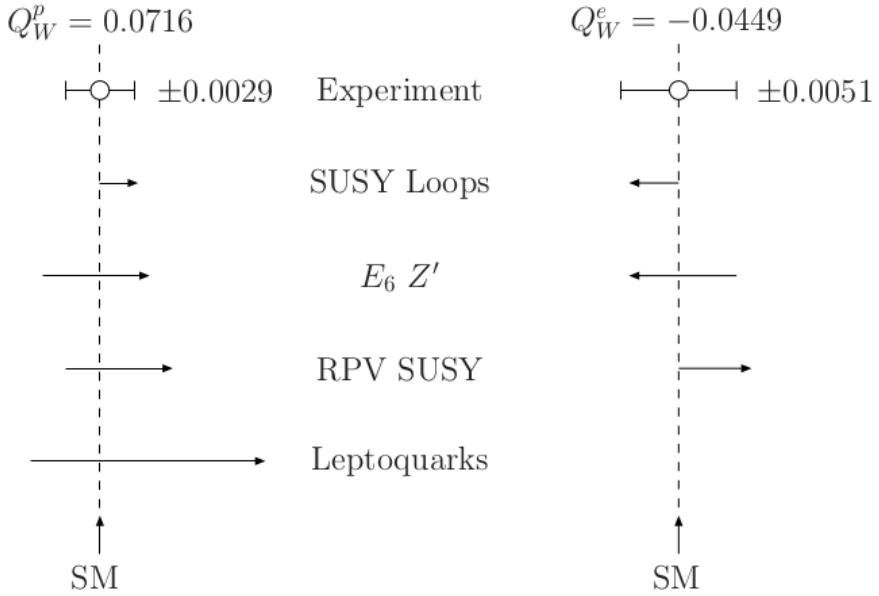


Abbildung 14: Verschiebungen der schwachen Ladungen von Proton und Elektron, $Q_W(p)$ und $Q_W(e)$, für ausgewählte Modelle zur Erweiterungen des Standardmodells. Die Abbildung wurde [33] entnommen. Dargestellt sind die Erwartungswerte der beiden schwachen Ladungen im Standardmodell sowie deren experimentelle Unsicherheiten. Die aufgeführten Modelle zur Erweiterungen des Standardmodells sagen unterschiedliche Verschiebungen für die schwachen Ladungen von Elektron und Proton vorher, deren Beträge und Richtungen durch die Pfeile angedeutet sind.

am Z^0 -Pol eingezeichnet, die im Rahmen von Experimenten am SLC und LEP durchgeführt worden sind (s. Abschnitt 3.1). Die Resultate weichen um 3, 2 Standardabweichungen voneinander ab, und die Ursache hierfür ist bislang ungeklärt. Der in Abbildung 9 dargestellte Verlauf von $\sin^2(\hat{\theta}_W)$ in Abhängigkeit von der Energieskala μ ist experimentell nicht mit hoher Genauigkeit verifiziert. Die Datenpunkte im Bereich $\mu \ll m_{ZC}$ weisen hohe Unsicherheiten im Vergleich mit den präzisesten Z^0 -Pol-Messungen auf. Es besteht demnach Raum für Abweichungen von der Standardmodell-Vorhersage für den Verlauf von $\sin^2(\hat{\theta}_W)(\mu)$.

Diese Umstände motivieren die Durchführung neuer Projekte zur präzisen Bestimmung von $\sin^2(\hat{\theta}_W)$, wobei in künftigen Experimenten mit $\mu \ll m_{ZC}$ eine mit den am Z^0 -Pol ausgeführten Bestimmungen vergleichbare Präzision angestrebt wird. Eine kurze Beschreibung der Experimente, deren erwartete Unsicherheiten in Abbildung 9 dargestellt sind, findet sich in Kapitel 3. Im Folgenden wird auf einige hypothetische Erweiterungen des Standardmodells eingegangen, welche Abweichungen im Verlauf von $\sin^2(\hat{\theta}_W)(\mu)$ vorhersagen, die im Rahmen neuer Präzisionsexperimente beobachtet werden können.

Genaue Messungen der schwachen Ladungen von Elektron und Proton, $Q_W(e)$ und $Q_W(p)$, wie sie im MOLLER- und P2-Experiment geplant sind, eignen sich in besonderer Weise zur präzisen Bestimmung des elektroschwachen Mischungswinkels, da kleine Variationen in $\sin^2(\theta_W)$ zu großen Änderungen in $Q_W(e)$ und $Q_W(p)$ führen: In niedrigster Ordnung Störungstheorie besitzen $Q_W(e)$ und $Q_W(p)$ denselben Betrag, jedoch unterschiedliche Vor-

zeichen. Für die relative Unsicherheit von $\sin^2(\theta_W)$ folgt mit Fehlerfortpflanzung nach Gauß

$$\frac{\Delta \sin^2(\theta_W)}{\sin^2(\theta_W)} = \frac{1 - 4 \sin^2(\theta_W)}{4 \sin^2(\theta_W)} \cdot \frac{\Delta Q_W(p)}{Q_W(p)} \approx 0,09 \cdot \frac{\Delta Q_W(p)}{Q_W(p)}. \quad (92)$$

Ihre unterschiedlichen Beträge erhalten $Q_W(e)$ und $Q_W(p)$ im Standardmodell erst durch die Einbeziehung von Strahlungskorrekturen.

Messungen schwacher Ladungen bei niedrigen Q^2 -Werten können sensitiv auf die Effekte hypothetischer neuer Teilchen und Wechselwirkungen sein, die in Hochenergie-Experimenten am Z^0 -Pol nicht nachgewiesen werden können, falls diese nicht mit hinreichender Stärke an das Z^0 -Boson koppeln. Die Messungen tragen dabei auf komplementäre Weise zur Verifikation hypothetischer Erweiterungen des Standardmodells bei, da die verschiedenen Modelle unterschiedliche Verschiebungen der schwachen Ladungen in Betrag und Vorzeichen vorhersagen [21]. In Abbildung 14 ist dies für die schwachen Ladungen von Elektron und Proton illustriert.

Beispiele für Erweiterungen des Standardmodells sind supersymmetrische (SUSY-) Modelle, Leptoquarks sowie neue, neutrale Z' -Bosonen aus einer neuen $U(1)'$ -Eichsymmetrie, welche in vielen GUT-, Technicolor-, SUSY- und String-Modellen auftreten. Die direkten Kopplungen bislang unbekannter Teilchen an Fermionen können durch effektive Vier-Fermion-Kontaktwechselwirkungen beschrieben werden, deren hypothetische Auswirkungen auf die Werte schwacher Ladungen in Experimenten zur Paritätsverletzung mit $Q^2 \ll m_Z^2 c^2$ überprüft werden können. Im Folgenden wird auf einige ausgewählte Hypothesen eingegangen.

2.4.1 Neue Kontaktwechselwirkungen

Im Folgenden wird angenommen, dass es neue physikalische Prozesse mit bislang nicht nachgewiesenen Teilchen gibt, deren typische Energieskala Λ ist. Λ sei viel größer als die Energieskala der elektroschwachen Wechselwirkung, die sich im Bereich des Vakuum-Erwartungswerts des Higgs-Felds (~ 246 GeV) bewegt. Ein direkter Nachweis neuer Teilchen oder Wechselwirkungen im Rahmen von Präzisionsmessungen des neutralen Stroms der schwachen Wechselwirkung bei $Q^2 c^2 \ll \Lambda^2$ ist in diesem Fall nicht möglich. Messungen bei niedrigem Q^2 können dennoch Aufschluß über die Größenordnung von Λ geben, da sich bislang unbekannte Dynamiken in Form neuer, effektiver 4-Fermion-Kontaktwechselwirkungen manifestieren können. Diese können zu messbaren Verschiebungen der schwachen Ladungen gegenüber den Standardmodell-Erwartungswerten führen.

Der paritätsverletzende Anteil der Lagrange-Dichte $\mathcal{L}_{\text{eff}}^{\text{PV}}$, welcher die Dynamik bei niedrigen Energien als effektive 4-Fermion-Kontaktwechselwirkung beschreibt, kann unter Einbeziehung neuer Effekte folgendermaßen geschrieben werden [21]:

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}^{\text{PV}} = \mathcal{L}_{\text{SM}}^{\text{PV}} + \mathcal{L}_{\text{neu}}^{\text{PV}}. \quad (93)$$

Da die schwache Ladung des Protons lediglich von C_{1q} abhängt, genügt es für die folgenden Betrachtungen, den ersten Summanden aus Gleichung (57) mit $\mathcal{L}_{\text{SM}}^{\text{PV}}$ zu identifizieren:

$$\mathcal{L}_{\text{SM}}^{\text{PV}} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{e} \gamma_\mu \gamma^5 e \sum_q C_{1q} \bar{q} \gamma^\mu q. \quad (94)$$

Experiment	Präzision (%)	$\Delta \sin^2(\hat{\theta}_W)(0)$	Λ (TeV)
SLAC-E122	8,3	0,011	5,3
SLAC-E122	110	0,44	0,9
APV (^{205}Tl)	3,2	0,011	13,5
APV (^{133}Cs)	0,58	0,0019	32,3
SLAC-E158	14	0,0013	17
JLab-QWeak (Run 1)	19	0,0030	17,0
JLab-Hall A	4,1	0,0051	7,8
JLab-Hall A	61	0,051	2,9
JLab-QWeak (final)	4,5	0,0008	33
JLab-SOLID	0,6	0,00057	22
JLab-MOLLER	2,3	0,00026	39
Mainz-P2	2,0	0,00036	49
APV ($^{225}\text{Ra}^+$)	0,5	0,00018	34
APV ($^{213}\text{Ra}^+ / ^{225}\text{Ra}^+$)	0,1	0,0037	16
PVES (^{12}Cs)	0,3	0,0007	49

Tabelle 3: Auflistung der Sensitivitäten bereits durchgeföhrter und geplanter Bestimmungen des elektroschwachen Mischungswinkels bezüglich neuer Kontaktwechselwirkungen. Die Werte wurden [34] entnommen. Die oberen acht Zeilen gehören zu bereits abgeschlossenen Experimenten, die unteren sieben Zeilen geben Werte für andauernde bzw. künftige Bestimmungen von $\sin^2(\theta_W)$ an. Die zweite Spalte gibt die relative Präzision in der Messgröße des jeweiligen Experiments an. Λ bezeichnet die Obergrenze für die Energieskala einer neuen Dynamik, welche im jeweiligen Experiment eine Verschiebung der gemessenen schwachen Ladung bewirken kann.

Der Term

$$\mathcal{L}_{\text{neu}}^{\text{PV}} = \frac{g_{\text{neu}}^2}{4\Lambda^2} \bar{e} \gamma_\mu \gamma^5 e \sum_q h_q^V \bar{q} \gamma^\mu q \quad (95)$$

beschreibt Neue Physik, wobei g_{neu} die Kopplungskonstante der neuen Wechselwirkung und Λ deren Energieskala ist. Die quarkspezifischen Koeffizienten h_q^V sind proportional zu den Änderungen der schwachen Quarkladungen, welche sich aus der neuen Dynamik ergeben. Misst man in einem Experiment beispielsweise den Wert $Q_W^{\text{exp}}(p)$ für die schwache Ladung des Protons, so gilt aufgrund von (95):

$$Q_W^{\text{exp}}(p) = Q_W^{\text{SM}}(p) + Q_W^{\text{neu}}(p), \quad (96)$$

wo $Q_W^{\text{SM}}(p)$ die schwache Ladung im Standardmodell bezeichnet und $Q_W^{\text{neu}}(p)$ der aus der neuen Kontaktwechselwirkung resultierende Beitrag ist. Da die Unsicherheit der schwachen Ladung des Protons im Standardmodell klein ist, kann man für die Unsicherheit von $Q_W^{\text{exp}}(p)$ näherungsweise

$$\Delta Q_W^{\text{neu}}(p) \approx \Delta Q_W^{\text{exp}}(p) \quad (97)$$

annehmen. Damit kann man für Λ , basierend auf der Annahme, dass man im Experiment innerhalb eines Konfidenzintervalls von 95 % Abweichungen von $Q_W^{\text{SM}}(p)$ beobachtet, die Größenordnung

$$\frac{\Lambda}{g_{\text{neu}}} \approx \frac{1}{\sqrt{\sqrt{2}G_F |\Delta Q_W^{\text{exp}}(p)|}} \quad (98)$$

angeben [21]. Zu beachten ist hierbei, dass Messungen bei kleinen Q^2 -Werten lediglich auf das Verhältnis von Λ und g_{neu} sensitiv sind. Für spezifische Modelle existieren Konventionen für die Wahl von g_{neu} , was die Angabe einer Größenordnung für Λ gestattet. Beispielsweise ist die Wahl $g_{\text{neu}} = 2\pi$ üblich für Modelle, in welchen die im Standardmodell punktförmigen Fermionen aus elementaren Teilchen bestehen, welche durch eine neue, nicht perturbativ berechenbare Wechselwirkung mit Energieskala Λ gebunden sind. Tabelle 3 gibt einen Überblick über entsprechende Energieskalen für verschiedene Experimente. Man kann der Tabelle entnehmen, dass insbesondere künftige Präzisionsmessungen des neutralen Stroms der schwachen Wechselwirkung sehr hohe Sensitivitäten bezüglich entsprechender neuer Vier-Fermion-Kontaktwechselwirkungen aufweisen.

2.4.2 Neue, schwere Z' -Bosonen

Bei Z' -Bosonen handelt es sich um eine Klasse neuer, elektrisch neutraler Eichbosonen, welche aus einer neuen $U(1)'$ -Eichsymmetrie resultieren. Für die Masse $m_{Z'}$ eines Z' -Bosons gilt dabei typischerweise $m_{Z'}c^2 \sim \mathcal{O}(1 \text{ TeV})$. Z' -Bosonen kommen in vielen der hypothetischen Erweiterungen des Standardmodells vor, wie etwa $SO(10)$, E_6 sowie in Modellen mit Extra-Dimensionen. Umfassende Beschreibungen der Phänomenologie der Z' -Bosonen finden sich in [35] und [36].

Während eine direkte Suche nach Z' -Bosonen mit Massen $m_{Z'} \sim 1 - 5 \text{ TeV}/c^2$ im Rahmen des Studiums von Dilepton- oder Dijet-Ereignissen am Large Hadron Collider möglich ist, kann der Z' -Austausch für präzise Messungen des neutralen Stroms der schwachen Wechselwirkung im Fall $Q^2 \ll m_{Z'}^2 c^2$ durch eine effektive Vier-Fermion-Kontaktwechselwirkung beschrieben werden. Dabei wird für die Energieskala der Kontaktwechselwirkung $\Lambda \sim m_{Z'} c^2$ gesetzt.

Präzise Messungen des neutralen Stroms der schwachen Wechselwirkung bei niedrigem Q^2 sind in besonderer Weise sensitiv auf Abweichungen schwacher Ladungen von der Standardmodell-Vorhersage, welche durch leptophobische Z' -Bosonen verursacht werden können. Leptophobische Z' -Bosonen sind Z' -Bosonen, deren Kopplung an Leptonen als vernachlässigbar klein angenommen wird [37]. Der Nachweis derartiger Teilchen mit Massen $m_{Z'} \leq 300 \text{ GeV}/c^2$ in Hochenergie-Kollisionsexperimenten mit Hadronen gestaltet sich aufgrund des Untergrunds, welcher in diesen Experimenten entsteht, als schwierig. Im Rahmen von Experimenten zur Paritätsverletzenden Elektronenstreuung bei niedrigen Energien könnten Z' -Bosonen jedoch zu messbaren Abweichungen der C_{2q} von deren Standardmodell-Erwartungswerten führen, während die C_{1q} im Wesentlichen unverändert blieben. Der für Experimente zur Paritätsverletzung dominante Beitrag zur Verschiebung der C_{2q} bei kleinen Q^2 -Werten könnte auf die Mischung von Photon und Z' zurückgeführt werden [38]. Der zugehörige Prozess ist in Abbildung 15 dargestellt. Die Mischung von Z und Z' im Rahmen der Wechselwirkung, welche simultane Verschiebungen in C_{1q} und C_{2q} verursacht, führt zu einem vernachlässigbaren Beitrag [39].

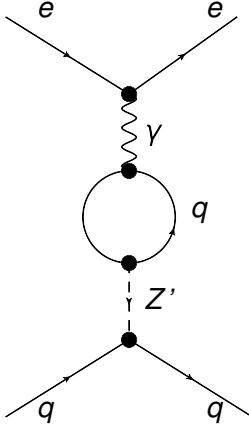


Abbildung 15: Feynman-Diagramm zum dominanten Beitrag von Z' -Bosonen zur Verschiebung der C_{2q} .

Die C_{1q} werden mit hoher Präzision durch das QWeak-, das P2-Experiment und durch Experimente zur Paritätsverletzung in Atomen (APV) bestimmt. Das SoLID-Experiment wird die Linearkombination $2C_{2u} - C_{2d}$ mit einer geplanten Unsicherheit von $\pm 0,007$ bestimmen. Mit diesen Resultaten wird es möglich sein, neue Bedingungen hinsichtlich der Eigenschaften möglicher Z' -Bosonen aufzustellen.

2.4.3 Supersymmetrie

Als Supersymmetrie (SUSY) bezeichnet man die Symmetrie unter Vertauschung bosonischer und fermionischer Freiheitsgrade. Dabei wird jedem Teilchen im Standardmodell ein Superpartner zugewiesen, dessen Spinquantenzahl gegenüber der des Standardmodell-Teilchens um $1/2$ reduziert ist. SUSY ist eine der am besten motivierten Möglichkeiten zur Erweiterung des Standardmodells; SUSY bietet einen eleganten Mechanismus zur elektroschwachen Symmetriebrechung sowie zur Stabilisierung der elektroschwachen Energieskala. Wählt man die Massen der Superpartner im TeV-Bereich, so ermöglicht SUSY die Vereinigung der Koppelungskonstanten auf der Energieskala der Großen Vereinheitlichten Theorien. SUSY kann durch neue Beiträge zum Higgs-Potential und neue CP-verletzende Interaktionen einen Beitrag zur Erklärung des Überschusses an baryonischer Materie leisten. Darüber hinaus eignet sich das leichteste supersymmetrische Teilchen als Kandidat zur Erklärung der hypothetischen Dunklen Materie, sofern es stabil sein sollte.

Im Rahmen des Minimal-Supersymmetrischen-Standardmodells (MSSM) sind Prozesse möglich, welche die Erhaltung von Baryonen- und Leptonenzahl verletzen. Dies erlaubt einen raschen Zerfall des Protons im Widerspruch zur experimentellen Beobachtung. Die Proton-Lebensdauer wird durch die Einführung der Erhaltung der R-Parität stabilisiert. Die R-Parität ist durch $P^R = (-1)^{3B+L+2s}$ definiert, wo B die Baryonenzahl, L die Leptonenzahl und s der Spin des betrachteten Teilchens ist. Für Standardmodell-Teilchen gilt somit $P^R = +1$, für deren Superpartner $P^R = -1$. Aus der Forderung nach R-Paritätserhaltung ergeben sich zwei wichtige Konsequenzen: Das leichteste supersymmetrische Teilchen ist stabil und eignet sich somit als Kandidat zur Erklärung der hypothetischen Dunklen Materie. Ferner koppeln Standardmodell-Teilchen stets an eine gerade Anzahl von Superpartnern, so dass Beiträge von Superpartnern zu Niederenergie-Prozessen, deren Anfangs- und Endzustände ausschließlich Standardmodell-Teilchen enthalten, nur durch Paarproduktion virtueller Superpartner möglich ist. Fordert man keine exakte Erhaltung der R-Parität, so ist die

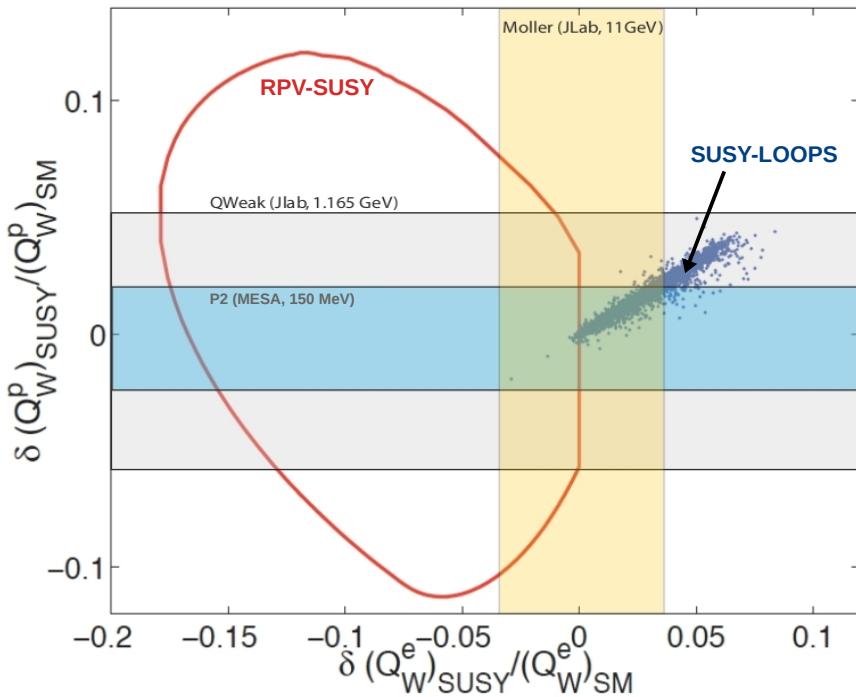


Abbildung 16: Relative Verschiebungen der schwachen Ladungen des Elektrons und des Protons aufgrund von SUSY-Effekten. Die Abbildung wurde [33] entnommen. Die mit „SUSY-LOOPS“ gekennzeichneten Punkte markieren die aufgrund von Schleifenkorrekturen im MSSM vorhergesagten Verschiebungen. Jeder Punkt entspricht einem Satz von zufallsverteilt gewählten SUSY-Parametern. Es wurden ca. 3000 Parameter-Sätze generiert. Die Fläche, welche durch die mit RPV-SUSY“ gekennzeichnete Kurve umrandet wird, markiert den Bereich möglicher Verschiebungen für SUSY-Prozesse, welche die R-Parität nicht erhalten. Die im Rahmen des MOLLER-, QWeak- und P2-Experiments angestrebten relativen Unsicherheiten bei der Bestimmung von $Q_W(e)$ bzw. $Q_W(p)$ sind durch die farblich unterlegten Bänder gekennzeichnet.

Erhaltung der Proton-Stabilität etwa durch die Forderung der Erhaltung der Baryonenzahl immer noch möglich, das leichteste supersymmetrische Teilchen jedoch ist nicht mehr stabil. In diesem Fall sind Beiträge von die R-Parität verletzenden Prozessen zu Streuamplituden auf Baumgraphen-Niveau möglich.

Präzise Messungen der paritätsverletzenden Asymmetrien der elastischen Elektron-Elektron- und Elektron-Proton-Streuung bei niedrigen Q^2 -Werten sind sensitiv auf mögliche Verschiebungen $\delta Q_W(e)$ und $\delta Q_W(p)$ der schwachen Ladungen $Q_W(e)$ und $Q_W(p)$, welche durch SUSY-Prozesse induziert werden. Abbildung 16 gibt einen Überblick über die möglichen Verschiebungen sowie die Sensitivitäten des MOLLER-, QWeak- und P2-Experiments. Die in Abbildung 16 dargestellten Punkte markieren Verschiebungen der schwachen Ladungen von Elektron und Proton gegenüber deren Werte im Standardmodell aufgrund von SUSY-Schleifenkorrekturen im Rahmen des MSSM. Abbildung 17 zeigt Feynman-Diagramme der Prozesse, welche die dominanten Beiträge zu den Verschiebungen der schwachen Ladungen leisten.

Es ergeben sich relative Verschiebungen von bis zu 4 % für $Q_W(e)$ und bis zu 8 % für $Q_W(p)$ aus SUSY-Schleifenkorrekturen. Mögliche Verschiebungen, welche aus Prozessen resultieren, die die R-Parität verletzen, sind zwei- bis drei Mal so groß, da in diesem Fall

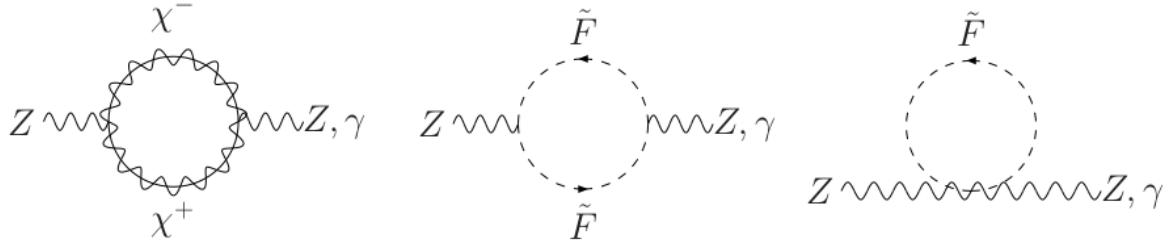


Abbildung 17: Feynman-Diagramme repräsentativer SUSY-Prozesse, welche Beiträge zu den Verschiebungen der schwachen Ladungen von Elektron und Proton im Falle der Erhaltung der R-Parität leisten. Die Diagramme wurden [33] entnommen. In den Diagrammen bezeichnet χ^\pm sogenannte „Charginos“, und \tilde{F} bezeichnet Masse-Eigenzustände von Superpartnern der im Standardmodell vorkommenden Fermionen.

Beiträge auf Baumgraphen-Niveau möglich sind. Das geplante MOLLER-Experiment wird $Q_W(e)$ mit einer relativen Genauigkeit von $\delta Q_W(e)/Q_W(e) = 2,3\%$ für den Erwartungswert $\langle Q^2 \rangle = 0,0025 \text{ GeV}^2/c^2$ bestimmen. Das QWeak-Experiment wird $Q_W(p)$ mit einer relativen Unsicherheit von $\delta Q_W(p)/Q_W(p) = 4\%$ für $\langle Q^2 \rangle = 0,026 \text{ GeV}^2/c^2$ messen, und die P2-Kollaboration plant eine Bestimmung von $Q_W(p)$ mit einer relativen Unsicherheit von 3,3 % bei $\langle Q^2 \rangle = 0,0045 \text{ GeV}^2/c^2$. Diese Experimente können somit Hinweise auf Effekte geben, welche durch SUSY-Strahlungskorrekturen hervorgerufen werden können.

Bei den in Abbildung 17 dargestellten Prozessen handelt es sich um universelle Strahlungskorrekturen, d. h. sie hängen nicht von den Fermionen im Anfangs- und Endzustand des betrachteten Streuprozesses ab. Daher ergibt sich eine lineare Korrelation in den Verschiebungen von $Q_W(e)$ und $Q_W(p)$, die man in Abbildung 16 erkennen kann. Die relativen Verschiebungen für $Q_W(e)$ und $Q_W(p)$ haben fast immer dasselbe Vorzeichen. Da im Standardmodell $Q_W(e) < 0$ und $Q_W(p) > 0$ gilt, erwartet man somit $\delta Q_W(e) < 0$ und $\delta Q_W(p) > 0$ aufgrund von SUSY-Schleifeneffekten. Bei Nichterhaltung der R-Parität ist die für $Q_W(e)$ erwartete Verschiebung niemals positiv, während für $Q_W(p)$ sowohl positive als auch negative Verschiebungen möglich sind. Künftige Präzisionsmessungen von $Q_W(e)$ und $Q_W(p)$ bei niedrigen Energien können somit nicht nur den Wertebereich erlaubter SUSY-Parameter einschränken, sondern auch Hinweise hinsichtlich der Erhaltung/Verletzung der R-Parität geben.

2.4.4 Dunkles Z-Boson

Beim Z_d -Boson handelt es sich um ein hypothetisches, leichtes Vektor-Boson mit einer Masse $10 \text{ MeV}/c^2 \leq m_{Z_d} \leq 10 \text{ GeV}/c^2$ [41, 42, 43]. Es resultiert aus der spontanen Brechung einer neuen $U(1)_d$ -Eichsymmetrie, welche mit Dunkler Materie in Verbindung gebracht werden kann. Die durch das Z_d hervorgerufenen Effekte können nicht in einer Kontaktwechselwirkung absorbiert werden, solange $m_{Z_d}^2 c^2 \leq Q^2$ gilt. Das Z_d muss in diesem Fall als dynamischer Freiheitsgrad mit geringer Masse behandelt werden.

Die Interaktion des Z_d mit den Fermionen des Standardmodells erfolgt über kinetische Mischung zwischen Photon und Z_d sowie Z_d - Z -Massenmischung. Die Wechselwirkung wird durch die Lagrange-Dichte

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \left[\epsilon \cdot j_\mu^{\text{em}} + \frac{\epsilon_Z}{2 \cos \theta_W} \cdot J_\mu^{\text{nc}} \right] Z_d^\mu \quad (99)$$

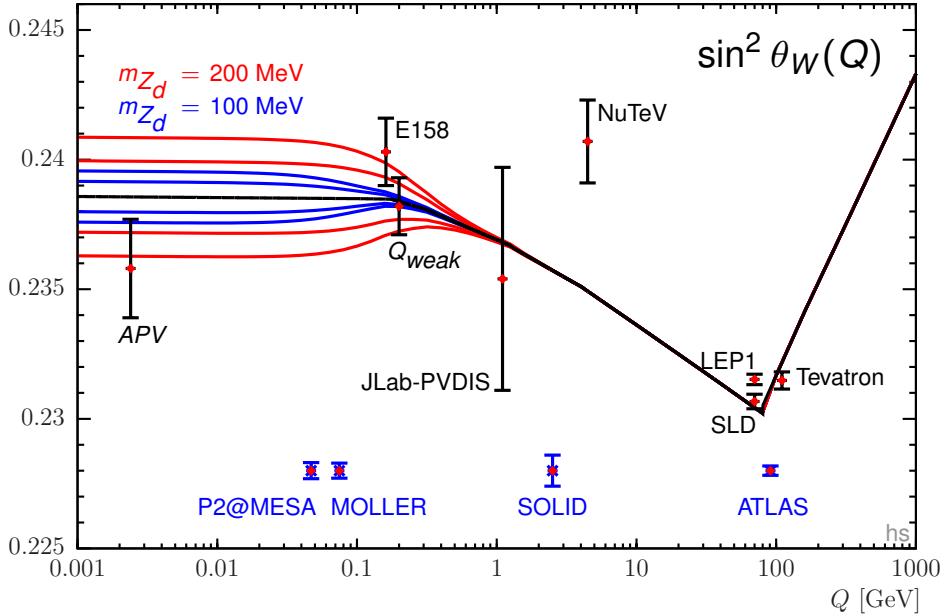


Abbildung 18: Abhängigkeit von $\sin^2(\hat{\theta}_W)$ vom negativen Viererimpulsübertrag Q . Die Abbildung wurde von H. Spiesberger (P2-Kollaboration) erstellt. Die schwarze Kurve stellt die Standardmodell-Vorhersage für den Verlauf der Energieabhängigkeit von $\sin^2(\hat{\theta}_W)$ dar. Die farbigen Bänder repräsentieren Vorhersagen für den Verlauf von $\sin^2(\hat{\theta}_W)$ in Gegenwart eines Z_d -Bosons der Masse $m_{Z_d} = 100 \text{ MeV}/c^2$ (blaues Band) bzw. $m_{Z_d} = 200 \text{ MeV}/c^2$ (rotes Band). Die Breite der Bänder ergibt sich aus den Wertebereichen für ϵ und δ , für welche die Existenz des Z_d die $g_\mu - 2$ -Diskrepanz [40] erklären würde. Da das Vorzeichen von $\epsilon \cdot \delta$ gegenwärtig unbekannt ist, spalten sich die Vorhersagen in je ein Band für $\epsilon \cdot \delta > 0$ und $\epsilon \cdot \delta < 0$ auf. Die schwarzen Datenpunkte repräsentieren bereits abgeschlossene Bestimmungen des elektroschwachen Mischungswinkels, die rot gezeichneten Punkte markieren künftige Bestimmungen von $\sin^2(\hat{\theta}_W)$. Die Positionierung der Punkte künftiger Experimente entlang der Ordinatenachse ist willkürlich gewählt, die Fehlerbalken entsprechen den erwarteten Unsicherheiten bei der Bestimmung von $\sin^2(\hat{\theta}_W)(Q)$.

beschrieben. Hierin ist j^{em} der elektromagnetische Strom und J^{nc} der neutrale Strom der schwachen Wechselwirkung. Der Parameter ϵ legt den Grad der kinetischen Mischung zwischen Photon und Z_d fest, sein Wertebereich wurde auf $\epsilon \lesssim 10^{-3}$ eingegrenzt [44, 45, 46]. Ferner gilt

$$\epsilon_Z = \frac{m_{Z_d}}{m_Z} \delta, \quad (100)$$

wo δ ein modellabhängiger Parameter ist, welcher die Massenmischung von Z und Z_d charakterisiert. Es muss $0 \leq \delta^2 < 1$ gewählt werden, um auszuschließen, dass das Z_d eine unendliche Reichweite besitzt oder tachyonisch ist.

Der Effekt der aus (99) resultierenden Wechselwirkungen auf die im Rahmen von Experimenten zur Paritätsverletzung auftretenden Amplituden kann durch die Ersetzungen

$$\begin{aligned} \sqrt{2}G_F &\rightarrow \sqrt{2}G_F \left(1 + \delta^2 \frac{m_{Z_d}^2 c^2}{Q^2 + m_{Z_d}^2 c^2} \right), \\ \sin^2(\hat{\theta}_W) &\rightarrow \sin^2(\hat{\theta}_W) \left(1 - \epsilon \delta \frac{m_Z}{m_{Z_d}} \frac{\cos(\hat{\theta}_W)}{\sin(\hat{\theta}_W)} \frac{m_{Z_d}^2 c^2}{Q^2 + m_{Z_d}^2 c^2} \right) \end{aligned} \quad (101)$$

berücksichtigt werden. Man erkennt an Gleichung (101), dass die Energieabhängigkeit von

$\sin^2(\hat{\theta}_W)$ im Falle der Existenz eines dunklen Z_d -Bosons gegenüber der Standardmodell-Vorhersage modifiziert wird. Der Effekt hängt vom Vorzeichen von $\epsilon \cdot \delta$, der Masse des Z_d und Q^2 ab. Aufgrund des Faktors $(m_{Z_d}^2 c^2)/(Q^2 + m_{Z_d}^2 c^2)$ erwartet man insbesondere bei niedrigen Q^2 -Werten Abweichungen von der Standardmodell-Vorhersage für den Verlauf der Energieabhängigkeit. Abbildung 18 zeigt Beispiele für mögliche Verläufe von $\sin^2(\hat{\theta}_W)$ in Gegenwart eines Z_d . Man erkennt, dass der Verlauf von $\sin^2(\hat{\theta}_W)$ für $100 \text{ MeV}/c^2 \leq m_{Z_d} \leq 200 \text{ MeV}/c^2$ signifikante Abweichungen von dem im Standardmodell vorhergesagten Verlauf bei niedrigen Q^2 -Werten aufweist. Künftige, hochpräzise Bestimmungen des Weinbergwinkels bei niedrigem Q^2 sind sensitiv auf mögliche, durch das Z_d induzierten Abweichungen und werden einen wesentlichen Beitrag zur Validierung der Z_d -Boson-Hypothese leisten.

3 Ausgewählte Experimente zur Messung des neutralen Stroms der schwachen Wechselwirkung

Dieses Kapitel widmet sich einer kurzen Beschreibung ausgewählter Experimente, welche auf der Messung des neutralen Stroms der schwachen Wechselwirkung beruhen.

Es werden zunächst Experimente beleuchtet, welche eine Bestimmung von $\sin^2(\theta_W)$ ermöglicht haben. Dabei werden sowohl Hochenergie-Experimente an Kollidern betrachtet als auch Experimente, die bei niedrigen Impulsüberträgen durchgeführt wurden. Die unterschiedlichen experimentellen Methoden werden beleuchtet. Abbildung 9 zeigt die Resultate bereits durchgeföhrter Experimente sowie Projektionen der erwarteten Unsicherheiten künftiger experimenteller Bestimmungen des Weinbergwinkels zusammen mit der Standardmodell-Vorhersage für dessen Skalenabhängigkeit.

Des Weiteren wird in diesem Kapitel ein Überblick über Experimente zur paritätsverletzenden Elektronenstreuung gegeben. Die Experimente werden gemäß ihrer Zielstellung klassifiziert. Ausgewählte Projekte werden vorgestellt.

3.1 Elektron-Positron-Kollisionen

Die beiden bislang präzisesten experimentellen Bestimmungen des elektroschwachen Mischungswinkels wurden an Elektron-Positron-Kollidern mit hohen Schwerpunktsenergien $E_S \sim m_Z c^2$ durchgeführt.

Am „Large Electron-Positron Collider“ (LEP1) am „Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire“ (CERN) wurden unpolarisierte Elektronen mit unpolarisierten Positronen zur Kollision gebracht [47]. Abbildung 19 zeigt ein Diagramm zur Veranschaulichung des physikalischen Prozesses. Da die rechts- und linkshändigen Kopplungen des Z^0 -Bosons an Fermionen nicht gleich sind, erwartet man für die Eichbosonen eine effektive Polarisation entlang der Strahlachse, selbst dann, wenn die sie erzeugenden Elektronen und Positronen unpolarisiert sind. Die Verletzung der Parität durch die schwache Wechselwirkung impliziert, dass die Winkelverteilung der aus dem Zerfall der Z^0 -Bosonen entstehenden Fermionen eine Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie aufweist.

Die Schwerpunktsenergie zur Durchführung des Experiments wurde in der Nähe der Z^0 -

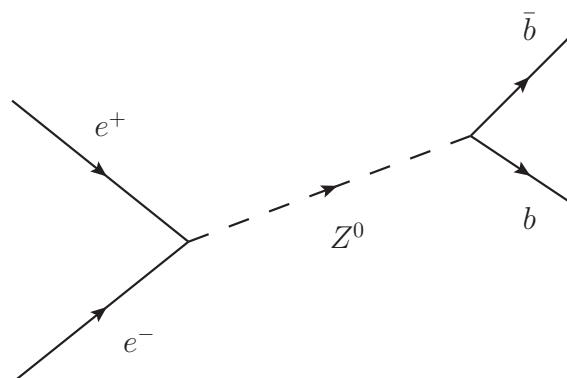


Abbildung 19: Zur Veranschaulichung des Prozesses $e^+e^- \rightarrow b\bar{b}$.

Resonanz gewählt. Gemessen wurde die Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie

$$A^{\text{FB}}(b\bar{b}) \equiv \frac{N_F - N_B}{N_F + N_B} \quad (102)$$

im Prozess $e^+e^- \rightarrow b\bar{b}$. In (102) bezeichnet N_F die Anzahl der Fermionen, welche nach der e^+e^- -Kollision in die durch die Richtung des Elektronenstrahls definierte Hemisphäre mit Polarwinkeln $\theta < 90^\circ$ erzeugt wurden. N_B ist entsprechend die Anzahl der mit Winkeln $\theta \geq 90^\circ$ generierten Fermionen. Aus dieser Messung wurde der elektroschwache Mischungswinkel zu

$$\sin^2(\hat{\theta}_W)(\mu = m_Z c) = 0,231\,93(29) \quad (103)$$

bestimmt [48].

Am „Stanford Linear Collider“ (SLC) wurden longitudinal polarisierte Elektronen mit unpolarisierten Positronen zu Kollision gebracht [47]. Auch hier wurden Schwerpunktsenergien nahe der Z^0 -Resonanz gewählt. Als Observable diente die Links-Rechts-Asymmetrie

$$A^{\text{LR}} \equiv \frac{1}{P_e} \frac{N_L - N_R}{N_L + N_R}, \quad (104)$$

wo $N_{L,R}$ die Anzahl der Z^0 -Bosonen ist, welche für links- bzw. rechtshändige Elektronen erzeugt wurden. P_e bezeichnet den Erwartungswert der mit der Luminosität gewichteten Polarisation des Elektronenstrahls. Der elektroschwache Mischungswinkel wurde im Rahmen dieser Messung zu

$$\sin^2(\hat{\theta}_W)(\mu = m_Z c) = 0,230\,70(26) \quad (105)$$

bestimmt [49].

Die Resultate der LEP1-Messung und der SLC-Messung weichen um 3,2 Standardabweichungen voneinander ab. Eine durch systematische Fehler bedingte Ursache für diese Abweichung konnte bislang nicht festgestellt werden.

Der Erwartungswert $\langle \hat{s}_Z^2 \rangle$ aller am Z -Pol durchgeführten Bestimmungen des elektroschwachen Mischungswinkels beträgt nach [50]:

$$\langle \hat{s}_Z^2 \rangle = 0,231\,25(16). \quad (106)$$

3.2 Paritätsverletzung im Caesium-Atom

Die Messung der Paritätsverletzung durch die schwache Wechselwirkung zwischen Hüllenelektronen und Nukleonen von Atomen stellt eine Methode dar, um den elektroschwachen Mischungswinkel bei sehr niedrigen Viererimpulsüberträgen zu bestimmen. Im Jahr 1997 wurde die schwache Ladung $Q_W(^{137}\text{Cs})$ des ^{137}Cs -Kerns bei $Q \approx 2,4 \text{ MeV}/c$ gemessen [51]. Hierzu wurde ein Stark-Interferenz-Schema zur Bestimmung der E1-Übergangsraten zwischen den 6S- und 7S-Zuständen verwendet. Diese Übergänge sind aufgrund der Paritäts-Auswahlregel streng verboten. Die Wahrscheinlichkeit für einen direkten Übergang zwischen diesen Zuständen ist sehr klein, die Übergangsrate

$$R^{\text{PNC}} = |A^{\text{PNC}}|^2, \quad (107)$$

wo A^{PNC} die Amplitude des paritätsverletzenden Übergangs darstellt, ist um den Faktor 10^{-22} kleiner als die Rate eines typischen erlaubten elektrischen Dipolübergangs. Daher ist

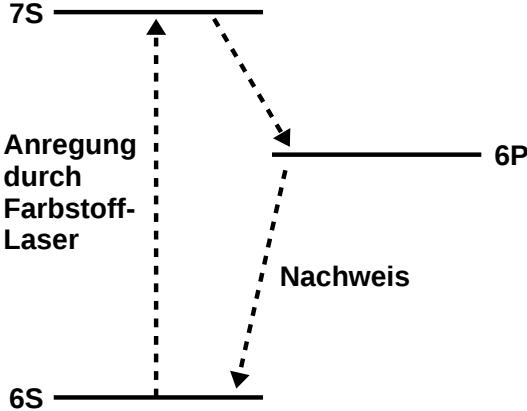


Abbildung 20: Vereinfachte Darstellung von Übergängen zwischen den Energieniveaus von Caesium, welche für das APV-Experiment von Relevanz sind.

eine direkte Messung von R^{PNC} nicht zielführend. Die Bestimmung von $Q_W(^{137}\text{Cs})$ erfolgte daher mittels der „Stark-Interferenz-Methode“ [52]. Hierbei wird die Übergangsrate R , welche sich aus der Interferenz von A^{PNC} und der Amplitude A^E eines durch die Paritäts-Auswahlregel erlaubten elektromagnetischen Übergangs ergibt, gemessen. Für diese gilt

$$R \equiv |A^E + A^{\text{PNC}}|^2 = (A^E)^2 \pm 2A^E A^{\text{PNC}} + (A^{\text{PNC}})^2. \quad (108)$$

Der Term $2A^E A^{\text{PNC}}$ ist linear in A^E und daher experimentell zugänglich. Die Observable im Experiment ist die relative Änderung der Übergangsrate $\Delta R/R$ bei Änderung der Parität.

Im Experiment wurde A^{PNC} mit der durch ein elektrisches Feld induzierten E1-Amplitude des Übergangs $6S \rightarrow 6P$ zur Interferenz gebracht. Der Übergang $6S \rightarrow 7S$ wurde mittels eines Farbstofflasers angeregt. Der $7S$ -Zustand zerfällt in den $6P$ -Zustand. Es wurde die Übergangsrate für $6P \rightarrow 6S$ gemessen. Abbildung 20 zeigt ein stark vereinfachtes Niveauschema zur Veranschaulichung der Übergänge zwischen diesen Energieniveaus. Zur Interpretation der Messdaten ist die Berücksichtigung der atomaren Struktur von ^{137}Cs notwendig. Unter Berücksichtigung entsprechender Korrekturen [53] erhält man

$$Q_W^{\text{APV}}(^{137}\text{Cs}) = -72,58(43), \quad (109)$$

was

$$\sin^2(\hat{\theta}_W)(\mu = m_Z c) = 0,2283(20) \quad (110)$$

entspricht. Die Standardmodell-Vorhersage für $Q_W(^{137}\text{Cs})$ beträgt

$$Q_W^{\text{SM}}(^{137}\text{Cs}) = -73,24(5). \quad (111)$$

Der Unterschied zwischen $Q_W^{\text{APV}}(^{137}\text{Cs})$ und $Q_W^{\text{SM}}(^{137}\text{Cs})$ beträgt 1,5 Standardabweichungen. Trotz der vergleichsweise großen Unsicherheit gestattet dieses Resultat die Einschränkung möglicher neuer Lepton-Quark-Wechselwirkungen auf der TeV-Skala und komplementiert die aus Hochenergie-Experimenten an Kollidern stammenden Resultate [52].

3.3 Neutrino-Nukleus-Streuung

Am Fermilab wurde das NuTeV-Experiment durchgeführt [54]. Das Experiment ermöglichte eine Bestimmung von $\sin^2(\theta_W)$ für $Q = 5 \text{ GeV}/c$ durch eine Messung des geladenen und

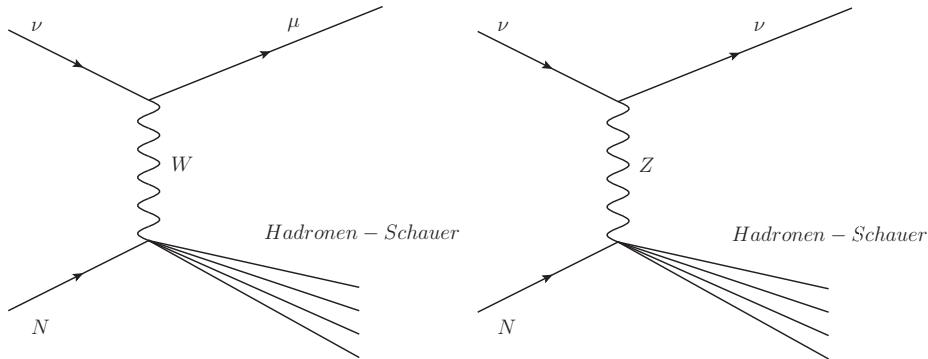


Abbildung 21: Diagramme der Neutrino-Nukleus-Reaktionen, welche in NuTeV zur Bestimmung von $\sin^2(\theta_W)$ ausgenutzt wurden. Links: Wechselwirkung durch den geladenen Strom der schwachen Wechselwirkung. Im Stahl-Target entstanden Myonen sowie Hadron-Schauer. Die Impulse der Myonen wurden im Toroid-Spektrometer bestimmt, die Hadronen-Schauer wurden mit den im Target verbauten Szintillatoren und Driftkammern analysiert. Rechts: Wechselwirkung durch den neutralen Strom der schwachen Wechselwirkung. Hier entstand nur ein Hadronen-Schauer im Stahl-Target, es kann kein Myon im Toroid-Spektrometer nachgewiesen werden.

neutralen Stroms der schwachen Wechselwirkung in der Neutrino-Nukleus-Streuung.

Zur Durchführung des Experiments wurde am Tevatron ein Strahl von Neutrinos bzw. Antineutrinos erzeugt, indem Protonen der Energie $800 \text{ GeV}/c^2$ mit einem BeO-Target zur Wechselwirkung gebracht wurden. Die Neutrinos durchquerten anschließend ein 18 m langes und 690 t schweres Stahl-Target, welches mit Szintillatoren und Driftkammern durchsetzt war. An das Target schloss sich ein Toroid-Spektrometer zur Bestimmung der Impulse von Myonen an. Abbildung 21 zeigt Diagramme der für die Bestimmung des elektroschwachen Mischungswinkels relevanten Prozesse im Stahl-Target.

Die zur Bestimmung von $\sin^2(\theta_W)$ verwendete Observable ist die Paschos-Wolfenstein Relation

$$R^- = \frac{\sigma_{\text{NC}}^\nu - \sigma_{\text{NC}}^{\bar{\nu}}}{\sigma_{\text{CC}}^\nu - \sigma_{\text{CC}}^{\bar{\nu}}} = \rho^2 \left(\frac{1}{2} - \sin^2(\theta_W) \right), \quad (112)$$

wo $\sigma_{\text{NC, CC}}^{\nu, \bar{\nu}}$ der Wirkungsquerschnitt für die Neutrino- (ν) bzw. Antineutrino- ($\bar{\nu}$) Streuung am Nukleon unter Austausch eines W - (CC) bzw. Z - (NC) Bosons ist.

Als Wert für den elektroschwachen Mischungswinkel im $\overline{\text{MS}}$ -Renormierungsschema an der Stelle $\mu = m_Z c$ ergab sich

$$\sin^2(\hat{\theta}_W)(\mu = m_Z c) = 0,2329(13), \quad (113)$$

was einer Abweichung von 3 Standardabweichungen vom Standardmodell-Erwartungswert entspricht. Es existieren zahlreiche Versuche, dieses Resultat im Rahmen des Standardmodells [55, 56, 57, 58] sowie im Kontext Neuer Physik [59] zu erklären.

3.4 Komplementäre Experimente zur paritätsverletzenden Elektronenstreuung

Die paritätsverletzende Elektronenstreuung (PVES) stellt eine wohletablierte experimentelle Methode dar [60], [61]. Sie beruht auf dem Beschuss eines Targets mit longitudinal polarisierten Elektronen, deren Helizität periodisch wechselt, um die Parität im Streuprozess umzukehren. Abbildung 22 gibt einen Überblick über abgeschlossene sowie zukünftige Experimente, welche sich diese Methode zunutze gemacht haben bzw. machen werden.

Als Pionierexperiment zur paritätsverletzenden Elektronenstreuung wird E122 angesehen [62]. Es wurde im Jahr 1978 durchgeführt und diente der Bestimmung der paritätsverletzenden Asymmetrie in der tiefinelastischen Streuung von Elektronen an Deuterium. Das Experiment war richtungsweisend auf dem Weg hin zur Etablierung der heutigen Theorie der schwachen Wechselwirkung und lieferte eine gute Übereinstimmung mit den von Weinberg und Salam getroffenen Vorhersagen.

Der Erfolg dieses Experiments basierte auf technischen Neuerungen, welche bis heute in diesem Forschungsfeld Anwendung finden. So wurde etwa eine auf Photoemission aus GaAs basierende Quelle polarisierter Elektronen eingesetzt, um einen longitudinal polarisierten Elek-

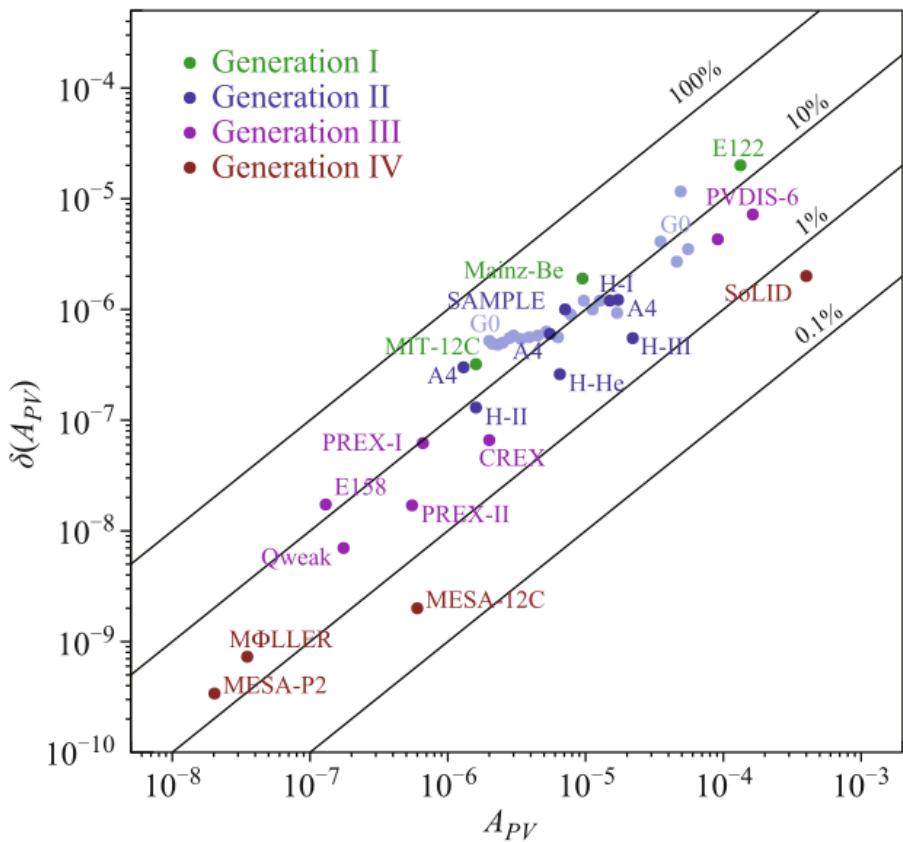


Abbildung 22: Überblick über Experimente zur paritätsverletzenden Elektronenstreuung. Die Abbildung wurde [61] entnommen. Aufgetragen ist die Unsicherheit δA_{PV} der gemessenen paritätsverletzenden Asymmetrie gegen den Betrag der Asymmetrie A_{PV} . Die Datenpunkte gehören zu Experimenten, die bereits durchgeführt wurden bzw. in Planung sind. Die Experimente werden in vier Generationen eingeteilt. Die zugehörige Diskussion findet sich im Text. Die Diagonalen grenzen Gebiete unterschiedlicher relativer Unsicherheiten in A_{PV} gegeneinander ab.

tronenstrahl mit umschaltbarer Helizität zu generieren. Ferner wurden Strahlmonitore entwickelt, um die Strahleigenschaften, insbesondere bei der Helizitätsumschaltung, überwachen zu können. Die in E122 gemessene Asymmetrie besitzt die Größenordnung $\mathcal{O}(10^{-4})$. In Folge wurden zwei weitere Experimente in Mainz (Mainz-Be, [63]) und am Massachusetts Institute of Technology (MIT-12C, [64]) durchgeführt, welche zusammen mit E122 als die Pionierexperimente der ersten Generation betrachtet werden.

Die zweite Generation der PVES-Experimente war der Bestimmung des Beitrags der Strange-See-Quarks zur Struktur des Nukleons gewidmet. Motiviert wurden diese Experimente durch die sogenannte „Spin-Krise“ [65], [66]; Messungen der Spin-Strukturfunktionen des Protons hatten darauf hingedeutet, dass der Spin des Protons sich nicht einfach aus den Spins von Valenz-Quarks ergibt. Es wurden vier experimentelle Programme an drei Forschungseinrichtungen ins Leben gerufen: SAMPLE [67, 68, 69] wurde am MIT-Bates-Labor durchgeführt, HAPPEX [70, 71, 72] und G0 [73, 74] am Jefferson National Laboratory (Jefferson Lab) und das A4-Experiment [75, 76, 77] am Mainzer Mikrotron (MAMI). Die in diesen Experimenten gemessenen Asymmetrien sind von der Größenordnung $10^{-5} – 10^{-6}$.

Die in diesen Experimenten gewonnenen Erfahrungen und Resultate bildeten die Grundlage für die Experimente der dritten und vierten Generation, welche in Abbildung 22 aufgeführt sind. Diese Experimente wurden dazu konzipiert, die Vorhersagen des Standardmodells durch die präzise Bestimmung zentraler Theorieparameter zu testen. Im Folgenden wird ein kurzer Überblick über SLAC-E158, QWeak, MOLLER und SoLID gegeben.

3.4.1 SLAC-E158

Im Rahmen von SLAC-E158 wurden longitudinal polarisierte Elektronen mit einer Energie von $E_i \approx 45 \text{ GeV}$ auf ein 1,5 m langes Wasserstoff-Target geschossen und die paritätsverletzende Asymmetrie in der elastischen Elektron-Elektron-Streuung bei $Q^2 = 0,026 \text{ (GeV/c)}^2$ gemessen [78]. Da es sich bei der Møller-Streuung um einen rein leptonischen Prozess handelt, sind hadronische Beiträge zur Streuamplitude klein, was eine hohe Genauigkeit bei der Berechnung von Strahlungskorrekturen und der Extraktion von $\sin^2(\theta_W)$ aus den Messdaten ermöglicht. Das Experiment lieferte

$$Q_W(e) = -0,0369(52) \quad (114)$$

als Resultat für die schwache Ladung des Elektrons im statischen Grenzfall $(E_i, Q^2) \rightarrow 0$, was

$$\sin^2(\hat{\theta}_W)(\mu = m_Z c) = 0,2329(13) \quad (115)$$

für den Wert von $\sin^2(\theta_W)$ am Z^0 -Pol unter Berücksichtigung von Strahlungskorrekturen entspricht. Das E158-Experiment lieferte die bis heute präziseste Bestimmung des elektroschwachen Mischungswinkels bei niedrigem Q^2 , welche im Rahmen ihrer Unsicherheit mit der Vorhersage des Standardmodells der Elementarteilchenphysik übereinstimmt.

3.4.2 QWeak

Das Ziel des QWeak-Experiments war die weltweit erste, präzise Bestimmung der schwachen Ladung des Protons $Q_W(p)$ bei $Q^2 \ll m_Z^2 c^2$ durch eine Messung der paritätsverletzenden Asymmetrie A_{ep}^{PV} der elastischen Elektron-Proton-Streuung [79]. Das Experiment wurde im Jahr 2001 vorgeschlagen und im Zeitraum von 2006 bis 2009 am Jefferson Lab in Newport

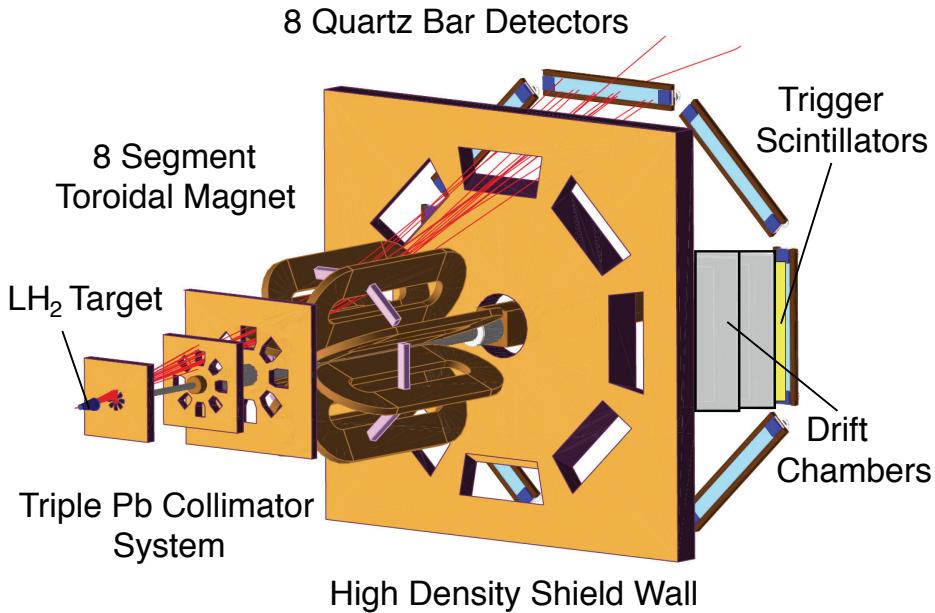


Abbildung 23: Schematische Darstellung des Aufbaus des QWeak-Experiments. Die Abbildung wurde [80] entnommen. Die von links ins Bild einfallenden Strahlelektronen werden im ℓH_2 -Target elastisch gestreut, passieren drei aus Pb bestehende Kollimatoren, werden anschließend in einem toroidalen Magnetfeld abgelenkt, passieren eine Schild-Wand und werden schließlich in einem aus acht Modulen bestehenden Cherenkov-Detektor nachgewiesen. Im Bild sind zusätzlich Driftkammern sowie ein Trigger-Szintillator zu erkennen, welche zur Bestimmung des Mittelwerts von Q^2 bei niedrigem Strahlstrom eingesetzt wurden.

News, USA, aufgebaut. Die Datennahme wurde 2012 abgeschlossen.

Abbildung 23 zeigt ein Schema des Experimentieraufbaus. Zur Durchführung des Experiments wurde an der „Continuous Electron Beam Accelerator Facility“ (CEBAF) ein Strahl longitudinal polarisierter Elektronen erzeugt und auf ein in Strahlrichtung 35 cm langes ℓH_2 -Target gerichtet. Der Strahlstrom betrug zwischen $150 \mu\text{A}$ und $180 \mu\text{A}$, die Strahlenergie war $E_{\text{beam}} = 1,165 \text{ GeV}$. Die mittlere Strahlpolarisation betrug $P \approx 87\%$. Der Helizitätszustand der longitudinal polarisierten Strahlelektronen wurde mit einer Frequenz von 960 Hz umgeschaltet. Die Experimentieranordnung wurde darauf ausgelegt, Strahlelektronen, welche im Target elastisch an Protonen unter Winkeln $\theta_f \in [6^\circ, 10^\circ]$ gestreut wurden, zur Messung von $A_{\text{ep}}^{\text{PV}}$ nachzuweisen. Diese Elektronen passierten nach der Streuung im Target eine Anordnung von drei Kollimatoren und wurden anschließend im Magnetfeld eines Toroiden abgelenkt, um sie von geladenen Teilchen aus Untergrund-Prozessen zu separieren. Anschließend passierten die Elektronen eine Schildwand und wurden in einem Cherenkov-Detektor registriert. Der Cherenkov-Detektor bestand aus acht Modulen, welche symmetrisch um die Strahlachse angeordnet waren. Als aktives Medium der Detektormodule diente amorphes SiO_2 . Bei nominellem Strahlstrom wurde eine integrierende Messung zur Bestimmung von $A_{\text{ep}}^{\text{PV}}$ ausgeführt. Bei niedrigem Strahlstrom wurden die Flugbahnen der gestreuten Teilchen mithilfe von Driftkammern rekonstruiert, wobei Szintillatoren als Trigger zum Nachweis einzelner Teilchen im Cherenkov-Detektor dienten. Dies erlaubte die Bestimmung der Q^2 -Verteilung derjenigen Elektronen, welche zum Signal des Cherenkov-Detektors beitrugen und ermöglichte somit die experimentelle Bestimmung des Impulsübertrags, welcher zur Extraktion von $Q_{\text{W}}(\text{p})$ und $\sin^2(\theta_{\text{W}})$ aus den bei nominellem Strahlstrom gewonnenen Daten verwendet wurde.

Die Resultate des QWeak-Experiments wurden in [81] veröffentlicht. Im Experiment wurde eine Asymmetrie von

$$A_{\text{ep}}^{\text{PV}} = (-226,5 \pm 7,3(\text{stat.}) \pm 5,8(\text{syst.})) \text{ ppb} \quad (116)$$

gemessen. Hieraus ergibt sich für die schwache Ladung des Protons:

$$Q_W(p) = 0,0719 \pm 0,0045, \quad (117)$$

was einer relativen Unsicherheit von

$$\frac{\Delta Q_W(p)}{Q_W(p)} \approx 6,3\% \quad (118)$$

entspricht. Der experimentell bestimmte Wert von $Q_W(p)$ stimmt im Rahmen der Unsicherheit mit der Standardmodell-Vorhersage überein.

Gegenwärtig befinden sich PVES-Experimente der vierten Generation in Vorbereitung. Diese Gruppe wird aus dem MOLLER-Experiment, dem SoLID-Experiment und dem P2-Experiment gebildet. Diese Experimente werden sehr hohe Präzisionen bei der Bestimmung der jeweiligen paritätsverletzenden Asymmetrie erreichen und somit zusammen mit den an Kollidern gewonnenen Daten einen stringenten Test der Standardmodell-Vorhersage für den Verlauf von $\sin^2(\theta_W)$ im Bereich $\mu \ll m_Z c^2$ ermöglichen. Das MOLLER-Experiment und das SoLID-Experiment werden im Folgenden kurz besprochen.

3.4.3 MOLLER

Die MOLLER-Kollaboration plant eine hochpräzise Bestimmung der schwachen Ladung des Elektrons $Q_W(e)$ am Jefferson Lab mit einer relativen Unsicherheit von $\Delta Q_W(e)/Q_W(e) = 2,4\%$ [82]. Dieser Wert entspricht einer um den Faktor Fünf reduzierten Unsicherheit bei der Bestimmung von $Q_W(e)$ im Vergleich zum Resultat des E158-Experiments. Hierzu soll die paritätsverletzende Asymmetrie $A_{\text{ee}}^{\text{PV}}$ im Møller-Streuprozess mit einem Erwartungswert von $\langle A_{\text{ee}}^{\text{PV}} \rangle \approx 33 \text{ ppb}$ und einer statistischen Unsicherheit von $\Delta A_{\text{ee}}^{\text{PV}} \approx 0,7 \text{ ppb}$ bestimmt werden. Dies entspricht einer relativen Unsicherheit von $\Delta \sin^2(\theta_W)/\sin^2(\theta_W) = 0,1\%$ bei der Bestimmung des elektroschwachen Mischungswinkels.

Abbildung 24 zeigt eine Zeichnung der vorgesehenen Experimentieranordnung. Es ist geplant, einen longitudinal polarisierten Elektronenstrahl der Energie $E_{\text{beam}} = 11 \text{ GeV}$ mit einem in Strahlrichtung 1,5 m langen ℓH_2 -Target zur Wechselwirkung zu bringen. Der Strahlstrom soll $75 \mu\text{A}$ betragen, und es wird eine Strahlpolarisation von $P = 80\%$ mit einer relativen Unsicherheit von $\Delta P/P = 0,4\%$ angestrebt. Ein Kollimatorsystem wird alle Elektronen im Endzustand des Møller-Streuprozesses akzeptieren, für deren Streuwinkel im Schwerpunktssystem $60^\circ \leq \theta_f^{\text{CM}} \leq 120^\circ$ gilt. Dies entspricht einer Akzeptanz von $5 \text{ mrad} \leq \theta_f \leq 17 \text{ mrad}$ für den Streuwinkel im Laborsystem. Die Elektronen werden mithilfe zweier Toroid-Spektrometer von Elektronen im Endzustand der elastischen und inelastischen Elektron-Proton-Streuung separiert werden. Es sind jeweils sieben Spulen für die Toroiden vorgesehen. Obwohl die Toroiden etwa die Hälfte des Azimuts abdecken werden, wird durch die Topologie des Møller-Streuprozesses zusammen mit der Wahl einer ungeraden Anzahl an Toroid-Spulen der Nachweis nahezu sämtlicher Møller-Streuereignisse ermöglicht werden; zur Bestimmung von $A_{\text{ee}}^{\text{PV}}$ reicht es aus, eins der beiden Elektronen im Endzustand des Streuprozesses nachzuweisen. Durch die Magnetfelder der Toroid-Spektrometer werden die gestreuten Elektronen auf ein

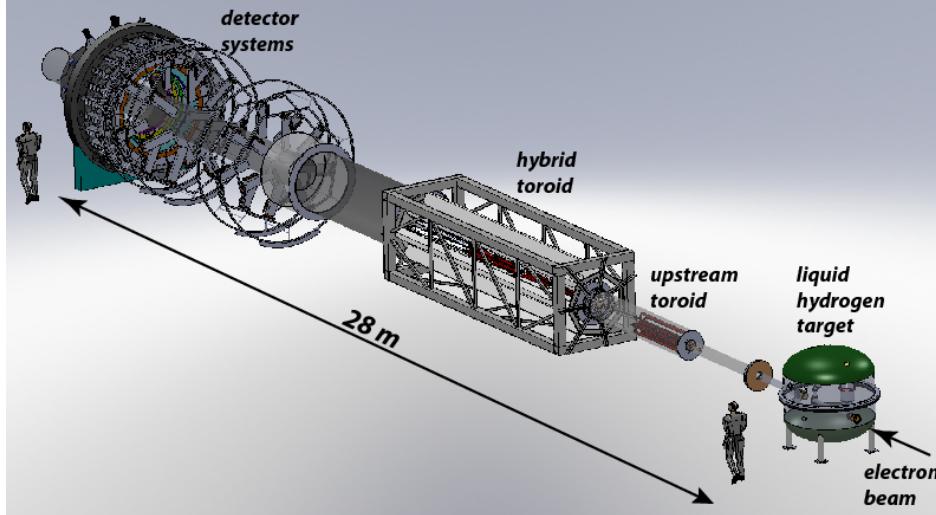


Abbildung 24: Geplanter Aufbau des Møller-Experiments. Die Abbildung wurde [82] entnommen.

Detektorsystem fokussiert werden, welches sich in Strahlrichtung etwa 28 m vom Target entfernt befinden wird. Das geplante Detektorsystem deckt den gesamten Azimut ab und wird in der Lage sein, Elektronen im Endzustand des Møller-Streuprozesses sowie der elastischen und inelastischen Elektron-Proton-Streuung nachzuweisen. Es wird eine simultane Bestimmung der paritätsverletzenden Asymmetrien der drei zuvor genannten Streuprozesse im Rahmen einer integrierenden Messung ermöglichen. Hierzu ist eine Segmentierung der Detektorringe in azimutaler Richtung als auch senkrecht zur Strahlachse vorgesehen. Der Detektor zur Bestimmung der paritätsverletzenden Asymmetrien wird aus ca. 220 Modulen bestehen, es wird der Cherenkov-Effekt zum Teilchennachweis ausgenutzt werden. Als aktives Medium ist amorphenes SiO_2 vorgesehen. Das im aktiven Medium erzeugte Cherenkov-Licht wird durch einen Luft-Lichtleiter zu einem Photomultiplier geleitet werden, wo es in ein elektrisches Signal umgesetzt werden wird. Prototypen der Detektor-Module zur Asymmetriemessung wurden im Rahmen von Tests an MAMI in Mainz in Zusammenarbeit mit der P2-Kollaboration erfolgreich erprobt. Neben den Detektoren zur Asymmetriebestimmung sind Detektoren zur Luminositätsüberwachung sowie zur Bestimmung hadronischer Beiträge zu den zu messenden Raten und Asymmetrien in Planung befindlich. Ähnlich wie beim QWeak-Experiment wird es auch im MOLLER-Experiment notwendig sein, den mittleren Viererimpulsübertrag $\langle Q^2 \rangle$ bei niedrigen Strahlströmen zu bestimmen, um eine Extraktion von $Q_W(e)$ und $\sin^2(\theta_W)$ aus den Messdaten zu ermöglichen. Zu diesem Zweck ist der regelmäßige Einsatz von Gas-Elektron-Multipliern (GEMs) geplant.

3.4.4 SoLID

Anfang 2010 wurde am Jefferson Lab der Antrag zur Durchführung des SoLID-Experiments angenommen [83]. Ziel dieses Experiments ist die Bestimmung neuer Linearkombinationen von Vektor- und Axialvektor-Kopplungen der Quarks mit hoher Präzision im Rahmen der paritätsverletzenden tiefinelastischen Streuung (PVDIS) von Elektronen an ${}^2\text{H}$. Die geplante Messung würde in einer Bestimmung des elektroschwachen Mischungswinkels mit einer Unsicherheit von $\Delta \sin^2(\hat{\theta}_W) = 6 \cdot 10^{-4}$ bei $\langle Q^2 \rangle \sim 5 \text{ (GeV/c)}^2$ münden und eine Sensitivität gegenüber möglichen neuen Lepton-Quark-Interaktionen auf der TeV-Skala besitzen. Die angestrebte Präzision bei der Bestimmung der paritätsverletzenden Asymmetrie der tiefinelastischen Streuung von Elektronen an flüssigem Deuterium liegt im Bereich von 0,5 %

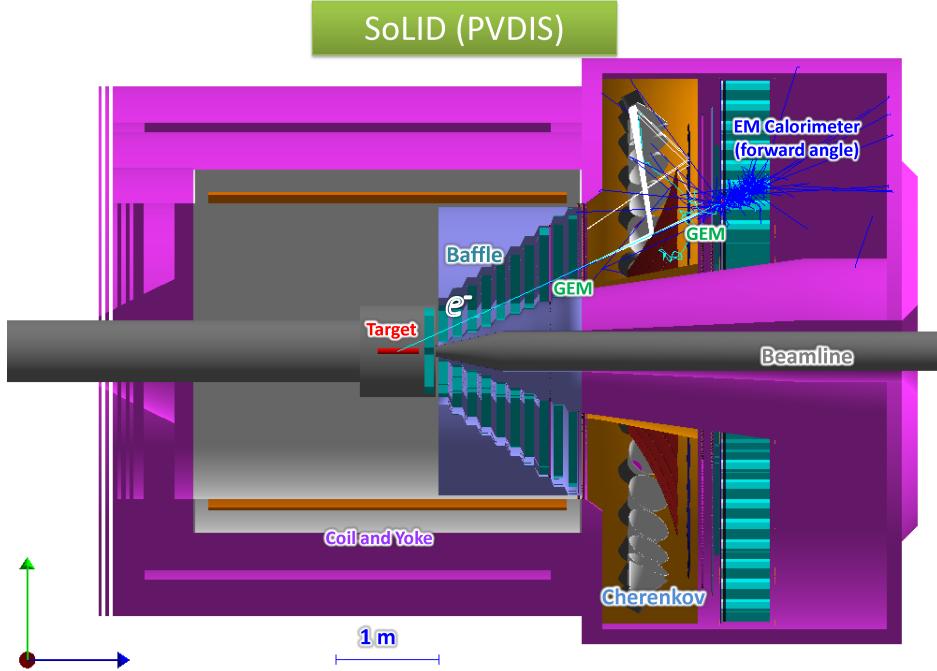


Abbildung 25: Geplanter Aufbau des SoLID-Experiments, mit freundlicher Genehmigung der SoLID-Kollaboration, [84]. Eine Diskussion der dargestellten Komponenten findet sich im Text.

bis 1 %.

Abbildung 25 zeigt eine Darstellung des geplanten Aufbaus des SoLID-Experiments. Es ist ein longitudinal polarisierter Elektronenstrahl mit $P \approx 85\% \pm 0,5\%$ und $E_{\text{beam}} \in \{6,6 \text{ GeV}, 11 \text{ GeV}\}$ mit einem Strahlstrom von $I_{\text{beam}} = 50 \mu\text{A}$ vorgesehen. Dieser wird auf ein in Strahlrichtung 40 cm langes ℓD -Target gerichtet werden. Das Target wird sich im Inneren eines großen Solenoiden befinden, welcher im zentralen Bereich ein Magnetfeld der Stärke 1,5 T parallel oder antiparallel zur Strahlachse generieren wird. Der Einsatz eines solchen Solenoiden erlaubt die Verwendung eines langen Targets und gestattet den Nachweis von Elektronen, welche unter großen Laborstreuwinkeln $\theta_f \sim 30^\circ$ gestreut werden. Ferner ermöglicht ein derartiges Spektrometer die Separation niederenergetischer, geladener Teilchen von den nachzuweisenden tiefinelastisch gestreuten Elektronen und erlaubt die Abschirmung der vorgesehenen Detektoren gegen aus dem Target stammende Photonen. Zur Abschirmung der Detektoren und zur Selektion der Elektronen im erwünschten kinematischen Bereich werden mehrere Abschirmungs-Ebenen (Baffle) zum Einsatz kommen, welche mit Schlitzten versehen sein werden, um den Elektronen, welche sich im Magnetfeld auf einer Spiralbahn bewegen, das Durchkommen zu ermöglichen. Das konzipierte Detektorsystem ist darauf ausgelegt einzelne Teilchen nachzuweisen. Die Trajektorien im Target gestreuter Elektronen werden mittels GEMs rekonstruiert, aufgrund der hohen erwarteten Pionenproduktionsrate sind Gas-Cherenkov-Detektoren zur Teilchenidentifikation vorgesehen. Ein elektromagnetisches Kalorimeter wird als Trigger zum Nachweis der Elektronen eingesetzt werden.

Das SoLID-Experiment könnte unter anderem wertvolle Hinweise auf eine Verletzung der Ladungssymmetrie in Parton-Verteilungen sowie Quark-Quark-Korrelationen bei mittlerem Q^2 , welche zur Abkehr vom Parton-Modell führen könnten, liefern. Falls SUSY am LHC

beobachtet wird, könnte SoLID auf eine mögliche Erhaltung bzw. Verletzung der R -Parität hindeuten.

Das P2-Experiment, welches an der im Aufbau befindlichen MESA-Forschungseinrichtung in Mainz durchgeführt werden wird, hat die hochpräzise Bestimmung der schwachen Ladung des Protons bei niedrigem Q^2 zum Ziel. Das nachfolgende Kapitel ist der Beschreibung des neuen Elektronenbeschleunigers MESA und des zur Durchführung von P2 vorgesehenen Messaufbaus gewidmet.

4 Das P2-Experiment an MESA

Seit 2012 werden die Durchführung des P2-Experiments und der Bau des „Mainz Energy recovering Superconducting Accelerator“ (MESA) vorbereitet. Diese Projekte werden im Rahmen des Exzellenzclusters „Precision Physics, Fundamental Interactions and Structure of Matter“ (PRISMA) und des Sonderforschungsbereichs 1044 (SFB1044) gefördert. Mit MESA wird ein neuer, supraleitender, rezirkulierender Dauerstrich-Elektronen-Linearbeschleuniger errichtet werden. Zum Betrieb von MESA sind zwei Modi vorgesehen, um die Elektronenstrahlen für das MAGIX- [85] und das P2-Experiment bereitzustellen. Bei P2 handelt es sich um ein Experiment der vierten Generation zur paritätsverletzenden Elektronenstreuung, vgl. Abbildung 22. Ziel des Experiments ist die hochpräzise Bestimmung der schwachen Ladung des Protons $Q_W(p)$ mittels paritätsverletzender Elektron-Proton-Streuung bei niedrigen Viererimpulsüberträgen.

Dieses Kapitel ist einer Beschreibung von MESA und des P2-Experiments gewidmet. Zunächst wird das experimentelle Prinzip zur Bestimmung der schwachen Ladung des Protons diskutiert. Anschließend werden Anforderungen an einen geeigneten Messaufbau zur Durchführung des Experiments formuliert. Hieran schließt sich ein Überblick über die Konzepte zur Realisierung von MESA und P2 an.

4.1 Grundprinzip zur Bestimmung der schwachen Ladung des Protons

Um eine präzise Bestimmung von $Q_W(p)$ im Rahmen des P2-Experiments zu ermöglichen, ist eine präzise Messung der paritätsverletzenden Asymmetrie A_{ep}^{PV} der elastischen Elektron-Proton-Streuung vorgesehen. Eine Diskussion der Asymmetrie findet sich in Abschnitt 2.2.4. Die nachfolgende Diskussion zum Prinzip der Asymmetriemessung beschränkt sich auf den Prozess der elastischen Streuung von Elektronen an einem langen Proton-Target.

Das Prinzip zur experimentellen Bestimmung von A_{ep}^{PV} ist in Abbildung 26 veranschaulicht. Es wird ein Strahl longitudinal polarisierter Elektronen mit Helizität $h = +1$ oder $h = -1$ mit einem im Laborsystem ruhenden, unpolarisierten Proton-Target zur Wechselwirkung gebracht. Die Strahlenergien für die beiden Helizitätszustände seien E_{beam}^\pm , die Strahlströme seien I_{beam}^\pm . Die Strahlrichtung entspreche der z -Richtung. Die im Target elastisch an Protonen unter Winkeln $\theta_f \in [\theta_{min}^\pm, \theta_{max}^\pm]$ gestreuten Elektronen werden mithilfe eines Detektors nachgewiesen. Im Folgenden wird angenommen, dass der Detektor den gesamten Azimutwinkel abdeckt.

Die Summe aller Strahlelektronen mit $h = \pm 1$, welche im Detektor nachgewiesen werden, führt zu Detektor-Signalen S^\pm , für welche

$$S^\pm = \Phi^\pm \cdot \rho^\pm \cdot L \cdot \langle \sigma_{ep}^\pm \rangle_L \cdot \epsilon^\pm \cdot T^\pm \quad (119)$$

gilt. Hierin ist $\Phi^\pm \equiv I_{beam}^\pm / e$ der Fluss der Strahlelektronen, e die Elementarladung, ρ^\pm die Volumendichte der Protonen im Targetmaterial in der Einheit m^{-3} , L die Länge des Targets in Strahlrichtung, ϵ^\pm ein Faktor, welcher das Antwortverhalten und die Nachweiseffizienz des Detektors berücksichtigt, T^\pm die Messdauer und

$$L \cdot \langle \sigma_{ep}^\pm \rangle_L = \int_0^L dz \int_0^{2\pi} d\phi_f \int_{\theta_{min}^\pm}^{\theta_{max}^\pm} d\theta_f \left[\sin(\theta_f) \cdot \left(\frac{d\sigma_{ep}^\pm}{d\Omega} \right) (E_i^\pm(z), \theta_f) \right] \quad (120)$$

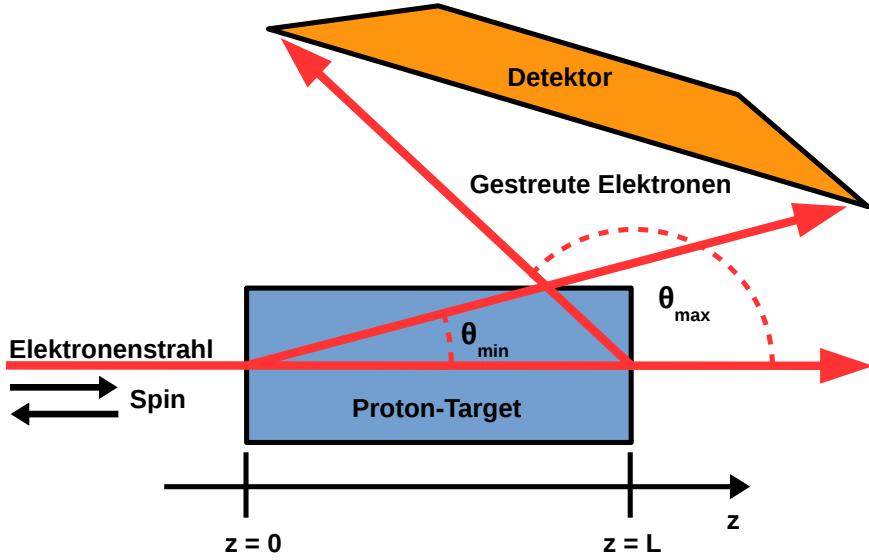


Abbildung 26: Elastische Elektron-Proton-Streuung an einem langen Target: Ein longitudinal polarisierter Elektronenstrahl wird mit einem unpolarisierten Proton-Target, welches in Strahlrichtung die Länge L besitzt, zur Wechselwirkung gebracht. Die Strahlelektronen besitzen die Strahlenergie E_{beam} und befinden sich entweder im Helizitätszustand $h = +1$ oder $h = -1$. Die unter Winkeln $\theta_f \in [\theta_{\min}, \theta_{\max}]$ an den Protonen elastisch gestreuten Elektronen werden in einem Detektor nachgewiesen.

das Integral des differentiellen Wirkungsquerschnitts der elastischen Elektron-Proton-Streuung über die Ausdehnung des Targets entlang der z -Achse sowie das vom Detektor akzeptierte Raumwinkelelement. In (120) ist $E_i^\pm(z)$ die Energie der Elektronen im Anfangszustand des Streuprozesses an der Stelle z im Target. E_i^\pm nimmt mit wachsendem z ab, da die Elektronen beim Durchqueren des Targets Kollisions- und Strahlungsverluste erfahren. Die Winkel θ_{\min}^\pm und θ_{\max}^\pm hängen bei vorgegebener Position und Geometrie des Detektors im Allgemeinen von den Koordinaten des Orts ab, an dem ein Streuereignis im Target stattfindet. Im weiteren Verlauf dieser Arbeit und zum Design des Messaufbaus werden sie jedoch bis auf Weiteres als Konstanten betrachtet. Die Idee dabei ist, $\theta_{\min, \max}^\pm$ bei festgelegten experimentellen Rahmenbedingungen so zu wählen, dass $Q_W(p)$ mit minimaler Unsicherheit bestimmt werden kann. Für diese Wahl von $\theta_{\min, \max}^\pm$ wird dann ein Messaufbau so konzipiert, dass die Detektorakzeptanz in θ_f über die volle Targetlänge hinweg dem Intervall $[\theta_{\min}^\pm, \theta_{\max}^\pm]$ entspricht. Die Annahme, dass $d\sigma_{\text{ep}}^\pm$ durch E_i^\pm und θ_f festgelegt ist, bedeutet QED-Korrekturen zum Streuprozess, welche in Abschnitt 2.3.3 beschrieben werden, zu vernachlässigen. Für den differentiellen Wirkungsquerschnitt schreibt man

$$\left(\frac{d\sigma_{\text{ep}}^\pm}{d\Omega} \right) \equiv (1 \pm P \cdot A_{\text{ep}}^{\text{PV}}) \cdot \left(\frac{d\sigma_{\text{ep}}}{d\Omega} \right), \quad (121)$$

wo P die Strahlpolarisation ist und $d\sigma_{\text{ep}}$ den polarisationsunabhängigen Anteil des differentiellen Wirkungsquerschnitts der elastischen Elektron-Proton-Streuung darstellt, welcher durch die Rosenbluth-Formel (51) gegeben ist.

Aus den Detektorsignalen für die beiden Helizitätszustände kann man den Erwartungswert

der Rohasymmetrie

$$\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}} \equiv \frac{S^+ - S^-}{S^+ + S^-} \quad (122)$$

bestimmen. Man bezeichnet $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}}$ als Rohasymmetrie, weil sämtliche systematischen Effekte in ihr enthalten sind. Die eckigen Klammern deuten an, dass es sich um einen Erwartungswert handelt. Die Bezeichnung „sig“ deutet an, dass lediglich der „Signalprozess“ der elastischen Elektron-Proton-Streuung bei der Berechnung von $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}}$ berücksichtigt wird. Der Vorteil einer Messung von $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}}$ gegenüber einer Bestimmung des differentiellen Wirkungsquerschnitts aus einer direkten Messung der Streurate liegt darin begründet, dass bei einer Asymmetriemessung eine präzise Messung des Absolutwerts der Luminosität

$$\mathcal{L}^\pm \equiv \Phi^\pm \cdot \rho^\pm \cdot L \quad (123)$$

nicht notwendig ist: Alle vom Helizitätszustand unabhängigen Faktoren, die zu S^+ und S^- beitragen, kürzen sich aus (122) heraus. Unter der Voraussetzung, dass helizitätskorrelierte Schwankungen der Strahlparameter hinreichend klein sind, ist es ausreichend, die relativen Änderungen der Strahlparameter zu verfolgen, was die Durchführung des Experiments erheblich vereinfacht.

Im Folgenden wird der Zusammenhang zwischen $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}}$ und $A_{\text{ep}}^{\text{PV}}$ hergestellt und auf den Einfluss helizitätskorrelierter Schwankungen der Strahleigenschaften eingegangen. Es sei

$$\eta^\pm \in \{\Phi^\pm, \rho^\pm, \epsilon^\pm, T^\pm\} \quad (124)$$

und

$$\eta^\pm \equiv \eta \pm \delta\eta. \quad (125)$$

Mit den Definitionen

$$C^\pm \equiv \Phi^\pm \cdot \rho^\pm \cdot L \cdot \epsilon^\pm \cdot T^\pm, \quad (126)$$

und

$$C^\pm \equiv C \pm \delta C, \quad (127)$$

wo $C = \Phi \cdot \rho \cdot L \cdot \epsilon \cdot T$, lässt sich (122) wie folgt schreiben:

$$\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}} = \frac{C [\langle \sigma_{\text{ep}}^+ \rangle_L - \langle \sigma_{\text{ep}}^- \rangle_L] + \delta C [\langle \sigma_{\text{ep}}^+ \rangle_L + \langle \sigma_{\text{ep}}^- \rangle_L]}{C [\langle \sigma_{\text{ep}}^+ \rangle_L + \langle \sigma_{\text{ep}}^- \rangle_L] + \delta C [\langle \sigma_{\text{ep}}^+ \rangle_L - \langle \sigma_{\text{ep}}^- \rangle_L]}. \quad (128)$$

Es wird angenommen, dass helizitätskorrelierte Schwankungen in den η klein sind, so dass $|\delta C [\langle \sigma_{\text{ep}}^+ \rangle_L - \langle \sigma_{\text{ep}}^- \rangle_L]| \ll 1$. Dann kann man (128) in eine Taylorreihe nach $\delta C [\langle \sigma_{\text{ep}}^+ \rangle_L - \langle \sigma_{\text{ep}}^- \rangle_L]$ um die Stelle $\delta C [\langle \sigma_{\text{ep}}^+ \rangle_L - \langle \sigma_{\text{ep}}^- \rangle_L] = 0$ entwickeln. Man findet:

$$\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}} = \frac{\langle \sigma_{\text{ep}}^+ \rangle_L - \langle \sigma_{\text{ep}}^- \rangle_L}{\langle \sigma_{\text{ep}}^+ \rangle_L + \langle \sigma_{\text{ep}}^- \rangle_L} + \frac{\delta C}{C} + \mathcal{O}(\delta C [\langle \sigma_{\text{ep}}^+ \rangle_L - \langle \sigma_{\text{ep}}^- \rangle_L]). \quad (129)$$

$\langle \sigma_{\text{ep}}^\pm \rangle_L$ kann als Funktion der Strahlenergie E_{beam}^\pm und der Grenzen des vom Detektor abgedeckten Streuwinkelintervalls θ_{min}^\pm und θ_{max}^\pm aufgefasst werden:

$$\langle \sigma_{\text{ep}}^\pm \rangle_L = \langle \sigma_{\text{ep}}^\pm \rangle_L (E_{\text{beam}}^\pm, \theta_{\text{min}}^\pm, \theta_{\text{max}}^\pm). \quad (130)$$

Aufgrund helizitätskorrelierter Schwankungen der Strahleigenschaften unterscheiden sich die Werte von E_{beam}^\pm , θ_{min}^\pm und θ_{max}^\pm für $h = +1$ und $h = -1$ im Allgemeinen voneinander. Mit

$$x_1^\pm \equiv E_{\text{beam}}^\pm, \quad (131)$$

$$x_2^\pm \equiv \theta_{\text{min}}^\pm, \quad (132)$$

$$x_3^\pm \equiv \theta_{\text{max}}^\pm \quad (133)$$

und

$$x_i^\pm = x_i \pm \delta x_i, \quad i = 1, 2, 3, \quad (134)$$

sowie der Voraussetzung, dass $\delta x_i \ll x_i$, lässt sich $\langle \sigma_{\text{ep}}^\pm \rangle_L$ in eine Taylorreihe nach den x_i^\pm um die Stelle $\delta x_i = 0$ entwickeln:

$$\langle \sigma_{\text{ep}}^\pm \rangle_L = \langle \sigma_{\text{ep}}^\pm \rangle_L(x_1, x_2, x_3) \pm \sum_{i=1}^3 \left[\frac{\partial \langle \sigma_{\text{ep}}^\pm \rangle_L}{\partial x_i} \cdot \delta x_i \right] + \mathcal{O}(\delta x_i^2). \quad (135)$$

Setzt man (135) in (129) ein und führt unter der Annahme, dass

$$\frac{(\partial \langle \sigma_{\text{ep}}^+ \rangle_L / \partial x_i) - (\partial \langle \sigma_{\text{ep}}^- \rangle_L / \partial x_i)}{(\partial \langle \sigma_{\text{ep}}^+ \rangle_L / \partial x_i) + (\partial \langle \sigma_{\text{ep}}^- \rangle_L / \partial x_i)} \ll 1 \quad (136)$$

eine weitere Taylorentwicklung durch, so findet man unter Vernachlässigung von Termen höherer Ordnung der bisher durchgeführten Reihenentwicklungen, dass

$$\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}} \approx \frac{\langle \sigma_{\text{ep}}^+ \rangle_L(x_i) - \langle \sigma_{\text{ep}}^- \rangle_L(x_i)}{\langle \sigma_{\text{ep}}^+ \rangle_L(x_i) + \langle \sigma_{\text{ep}}^- \rangle_L(x_i)} + \frac{\delta C}{C} + \frac{\sum_{i=1}^3 \left[\frac{\partial \langle \sigma_{\text{ep}}^+ \rangle_L}{\partial x_i} + \frac{\partial \langle \sigma_{\text{ep}}^- \rangle_L}{\partial x_i} \right] \delta x_i}{\langle \sigma_{\text{ep}}^+ \rangle_L(x_i) + \langle \sigma_{\text{ep}}^- \rangle_L(x_i)}. \quad (137)$$

Durch Einsetzen von (120) und (121) in (137) kann man $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}}$ als

$$\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}} = P \cdot \langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{sig}} + A^{\text{false}} \quad (138)$$

schreiben. Hierbei wurde angenommen, dass die Erwartungswerte der Strahlpolarisation für die beiden Helizitätszustände sich nicht signifikant voneinander unterscheiden und somit $P^+ \approx P^- \equiv P$ ist. In (138) ist

$$\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{sig}} \equiv \frac{\int_0^L dz \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} d\theta_f \left[\sin(\theta_f) \cdot \left(\frac{d\sigma_{\text{ep}}}{d\Omega} \right) (E_i(z), \theta_f) \cdot A_{\text{ep}}^{\text{PV}} (E_i(z), \theta_f) \right]}{\int_0^L dz \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} d\theta_f \left[\sin(\theta_f) \cdot \left(\frac{d\sigma_{\text{ep}}}{d\Omega} \right) (E_i(z), \theta_f) \right]} \quad (139)$$

der Erwartungswert von $A_{\text{ep}}^{\text{PV}}$ bei Mittelung über die Targetlänge L und das vom Detektor abgedeckte Streuwinkel-Intervall $\delta\theta_f \equiv [\theta_{\min}, \theta_{\max}]$. Für den Term A^{false} in (138) gilt

$$A^{\text{false}} \approx \frac{\delta C}{C} + \frac{\sum_{i=1}^3 \left[\frac{\partial \langle \sigma_{\text{ep}}^+ \rangle_L}{\partial x_i} + \frac{\partial \langle \sigma_{\text{ep}}^- \rangle_L}{\partial x_i} \right] \delta x_i}{\langle \sigma_{\text{ep}}^+ \rangle_L(x_i) + \langle \sigma_{\text{ep}}^- \rangle_L(x_i)}, \quad (140)$$

wobei Terme höherer Ordnung in δC und δx_i vernachlässigt wurden. Dieser Beitrag zu $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}}$ wird durch helizitätskorrelierte Schwankungen von Strahllage, Strahlenergie, Strahlstrom, der Dichte der Protonen im Targetmaterial, des Antwortverhaltens und der Effizienz des Detektors sowie der Messzeit bedingt, weshalb man A^{false} häufig als „falsche“ oder „apparative“ Asymmetrie bezeichnet.

In Abschnitt 2.2.4 wurde angeführt, dass $A_{\text{ep}}^{\text{PV}}$ bei kleinen Viererimpulsüberträgen und Strahlenergien im Wesentlichen durch die schwache Ladung des Protons gegeben ist (vgl. Abbildung 7). Nach Gleichung (138) bietet eine präzise Messung von $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}}$ bei niedriger Strahlenergie und kleinem Viererimpulsübertrag eine Möglichkeit zur akkurate und präzisen Bestimmung

von $Q_w(p)$. Gleichung (138) impliziert, dass zur akkurate und präzisen Bestimmung von $Q_w(p)$ eine präzise und akkurate Bestimmung der Strahlpolarisation notwendig ist und dass helizitätskorrelierte Schwankungen der Strahlparameter zu minimieren sind.

Im Folgenden Abschnitt werden die sich aus den soeben angestellten Überlegungen ergebenen, grundlegenden Anforderungen an einen geeigneten Messaufbau zur Durchführung der Asymmetriemessung im Rahmen des P2-Experiments formuliert.

4.2 Konzeptionelle Anforderungen an den Messaufbau des Experiments

Um eine möglichst präzise Bestimmung der schwachen Ladung des Protons im P2-Experiment zu gewährleisten, müssen statistische und systematische Unsicherheiten bei der Bestimmung von $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}}$ minimiert werden. Ausgehend von Gleichung (138) kann man der Poisson-Statistik folgend zeigen, dass für die statistische Unsicherheit $\Delta_{\text{stat}} \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}}$ von $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}}$ näherungsweise

$$\Delta_{\text{stat}} \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}} \approx \frac{1}{\sqrt{N}} \quad (141)$$

gilt, wobei $N \approx 2 \cdot N^{\pm}$ die Gesamtzahl der nachgewiesenen elastischen Streuereignisse ist, und N^{\pm} die Anzahl der nachgewiesenen elastischen Streuereignisse für $h = \pm 1$ darstellt. Man erwartet im P2-Experiment einen Wert für $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}}$ der Größenordnung $\mathcal{O}(10^{-8})$. Um eine statistische Unsicherheit der Größenordnung $\mathcal{O}(10^{-9})$ zu erreichen, sind nach Gleichung (141) $N \sim 10^{18}$ elastische Streuereignisse innerhalb der anvisierten Messzeit von $T = 10^4$ h nachzuweisen.

Dieser Umstand motiviert einen hohen Strahlstrom von $I_{\text{beam}} = 150 \mu\text{A}$ sowie den Einsatz eines langen Flüssigwasserstoff-Targets der Länge $L = 600$ mm. Die Designluminosität $\mathcal{L}_{\mathcal{D}}$ des P2-Experiments beträgt

$$\mathcal{L}_{\mathcal{D}} \equiv I_{\text{beam}} / e \cdot \rho \cdot L = 2,38 \cdot 10^{39} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}. \quad (142)$$

Aufgrund der hohen Luminosität erwartet man eine hohe Rate elastischer Streuereignisse im Target. Die im Experiment nachzuweisende Gesamtrate der elastisch an Protonen gestreuten Elektronen ist von der Größenordnung $\mathcal{O}(10^{11} \text{ s}^{-1})$. Der Nachweis einzelner Teilchen würde in diesem Fall eine räumliche Segmentierung des Detektors in $\mathcal{O}(10^4)$ voneinander unabhängige Module notwendig machen. Mit der im P2-Experiment angedachten Segmentierung des Detektors in 82 Module können die Signalpulse, die von Detektortreffern einzelner Teilchen verursacht werden, zeitlich nicht aufgelöst werden, da sie mit so geringem Zeitunterschied aufeinander folgen, dass man nicht zwischen ihnen unterscheiden kann, und lediglich ein Strompegel messbar ist. Im Zusammenhang mit der Messung dieses Strompegels wird im Folgenden der Begriff der „integrierenden Messung“ der Asymmetrie verwendet. Das Zeintervall zur Messung des Strompegels ist kürzer zu wählen als die Zeit, für welche der Helizitätszustand der Strahlelektronen konstant ist und muss mit der Umschaltung der Helizität der Strahlelektronen synchronisiert werden.

Aus den hohen erwarteten Ereignisraten ergibt sich die Forderung nach einem schnellen Antwortverhalten des einzusetzenden Detektors. Der Detektor sollte darüber hinaus eine möglichst rauscharme Messung des Signals ermöglichen sowie eine geringe Sensitivität gegenüber Untergrundprozessen aufweisen. Darüber hinaus muss der Detektor eine hohe

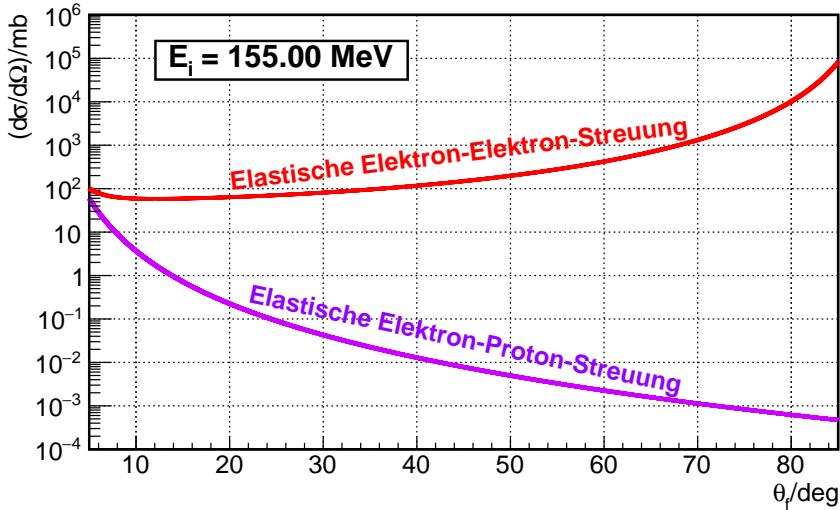


Abbildung 27: Verlauf der differentiellen Wirkungsquerschnitte der elastischen Elektron-Elektron- und der elastischen Elektron-Proton-Streuung als Funktionen des Elektron-Streuwinkels θ_f für $E_i = 155 \text{ MeV}$.

Beständigkeit gegen Stahlenschäden besitzen. Die P2-Kollaboration plant daher den Einsatz eines Cherenkov-Detektors zur integrierenden Messung der Asymmetrie. Cherenkov-Detektoren zeichnen sich durch ein schnelles Antwortverhalten aus und können aus Materialien hergestellt werden, die eine hohe Strahlenbeständigkeit aufweisen. Sie sind nicht sensitiv gegenüber ungeladenen Teilchen wie etwa Photonen, da nur geladene Teilchen im Cherenkov-Medium zur Erzeugung von Cherenkov-Photonen beitragen.

Da der differentielle Wirkungsquerschnitt der elastischen Elektron-Proton-Streuung, der durch Gleichung (51) gegeben ist, nicht von ϕ_f abhängt, ist es sinnvoll, den Messaufbau azimuthalsymmetrisch zu konzipieren und eine möglichst große Detektor-Akzeptanz im Azimutwinkel anzustreben, um die Zeitdauer zum Erreichen der notwendigen Statistik bei der Asymmetriemessung zu minimieren.

Bei einer integrierenden Messung ist keine Unterscheidung zwischen den Detektorsignalen, welche von den nachzuweisenden Elektronen aus elastischer Elektron-Proton-Streuung stammen und den Detektorsignalen, welche von Teilchen aus Untergrundprozessen erzeugt werden, möglich. Der Messaufbau muss daher auf eine Minimierung von Untergrundbeiträgen zum Detektorsignal ausgelegt sein.

Bei der Wechselwirkung der Strahlelektronen mit dem ℓH_2 -Target bilden aus dem Møller-Streuprozess stammende Elektronen sowie Bremsstrahlungs-Photonen den Hauptteil des Untergrunds. Man erwartet im P2-Experiment eine deutlich höhere Rate für die elastische Elektron-Elektron-Streuung als für die elastische Elektron-Proton-Streuung im Streuwinkel-Intervall $\theta_f \in [6^\circ, 90^\circ]$, was man aus den Verläufen der differentiellen Wirkungsquerschnitte schließen kann, die in Abbildung 27 dargestellt sind.

Es gilt, die Elektronen aus diesen beiden Streuprozessen räumlich zu separieren. Dies kann mithilfe eines Magnetfelds erfolgen, da die Energien der Elektronen in den Endzuständen der beiden Streuprozesse bereits für kleine Streuwinkel θ_f stark voneinander abweichen, wie man Abbildung 28 entnehmen kann. Das Magnetfeld muss darüber hinaus die im Experiment nachzuweisenden Elektronen auf den Cherenkov-Detektor fokussieren und die Bahnkurven dabei so krümmen, dass der Detektor gegen aus dem Target stammende Bremsstrahlung

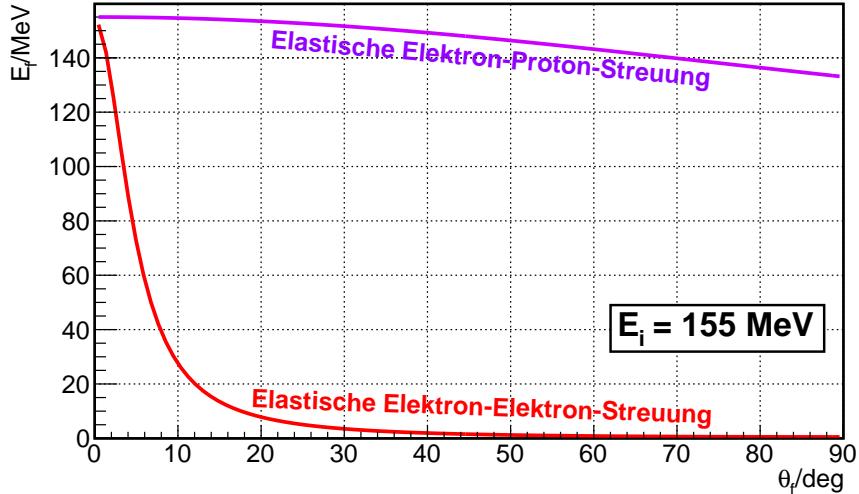


Abbildung 28: Elektron-Energie E_f im Endzustand des Möller-Streuprozesses und der elastischen Elektron-Proton-Streuung als Funktionen des Elektron-Streuwinkels θ_f für den Fall $E_i = 155$ MeV. Der Unterschied im Verlauf der Endzustandsenergien ist auf die stark verschiedenen Ruhemassen von Elektron und Proton zurückzuführen.

abgeschirmt werden kann.

Da der Messaufbau azimutalsymmetrisch sein soll, kommen solenoidale und toroidale Magnetfelder in Frage. Aufgrund der geometrischen Anordnung der Feldspulen eines Toroiden, wie er beispielsweise beim QWeak-Experiment eingesetzt wurde, deckt ein solcher Magnet einen beachtlichen Teil ($\sim 50\%$) des Azimutwinkels ab. Ein Solenoid von hinreichender Größe hingegen gestattet die Ausnutzung des gesamten Azimutwinkels zum Teilchennachweis. Der Einsatz eines Toroiden würde somit gegenüber dem Einsatz eines Solenoiden zu einer näherungsweisen Verdopplung der Zeitdauer führen, die zur Durchführung der Datennahme benötigt wird. Die P2-Kollaboration hat sich daher zur Konzipierung eines Messaufbaus mit einem Solenoid-Spektrometer entschieden. Beim Einsatz eines Solenoiden ist zu beachten, dass ein zur Strahlachse paralleles Magnetfeld zu einer Polarisation des ℓH_2 -Targets führen kann. Eine Polarisation des Targets bedingt einen zusätzlichen Beitrag zur im Experiment gemessenen Asymmetrie, den es bei der Bestimmung von $Q_W(p)$ zu berücksichtigen gilt. Auf diesen Effekt wird in Abschnitt 4.3.2 eingegangen.

Um $Q_W(p)$ aus einer integrierenden Messung der Asymmetrie extrahieren zu können, benötigt man detaillierte Kenntnis über die Zusammensetzung des Detektorsignals. Insbesondere ist die Kenntnis der Q^2 -Verteilung der elastischen Elektron-Proton-Streuereignisse, welche zum Messwert der Asymmetrie beitragen, vonnöten. Zur Bestimmung dieser Verteilung ist die Installation eines Systems von Spurdetektoren vorgesehen, welches die Rekonstruktion der Trajektorien einzelner Elektronen im Magnetfeld bei reduziertem Strahlstrom gestattet. Die Spurdetektoren müssen bei reduziertem Stahlstrom in Koinzidenz mit dem zur Asymmetriemessung vorgesehenen Cherenkov-Detektor betrieben werden, um beim Nachweis einzelner Ereignisse das rekonstruierte Q^2 mit dem Beitrag des Ereignisses zur gemessenen Asymmetrie verknüpfen zu können.

Um eine akkurate Bestimmung von $Q_W(p)$ zu ermöglichen, müssen systematische Unsicherheiten bei der Asymmetriemessung minimiert werden. Hierzu ist eine akkurate und präzise Bestimmung der Strahlpolarisation vonnöten. Ein schnelles Umschalten zwischen den Heli-

zitätszuständen $h = +1$ und $h = -1$ mit einer Frequenz im Bereich von 1 kHz bis 2 kHz wird dafür sorgen, dass sich langsame Veränderungen der Experimentierbedingungen nicht nachteilig auf die Asymmetriemessung auswirken. Ferner ist eine kontinuierliche Überwachung der Strahleigenschaften (Strahlstrom, -Energie und -Lage) vorgesehen. Mit der Umschaltung der Helizität der Strahlelektronen korrelierte Schwankungen der Strahleigenschaften werden durch Stabilisierungssysteme minimiert werden. Auf weitere, ausgewählte Quellen systematischer Unsicherheiten wird im nachfolgenden Abschnitt eingegangen.

Nicht zuletzt muss der Messaufbau die Platzvorgaben innerhalb der MESA-Forschungseinrichtung respektieren. Die Konzepte zur Realisierung von MESA und P2 werden in den Abschnitten 4.4 und 4.7 vorgestellt.

4.3 Ausgewählte systematische Effekte bei der Bestimmung der schwachen Ladung des Protons

Im Folgenden wird auf ausgewählte systematische Effekte bei der Bestimmung der schwachen Ladung des Protons durch eine Messung der paritätsverletzenden Asymmetrie der elastischen Elektron-Proton-Streuung im P2-Experiment eingegangen. Es wird der Asymmetriebeitrag diskutiert, der sich aus der Streuung der Strahlelektronen in den Aluminium-Fenstern des Flüssigwasserstoff-Targets ergibt, über die der Strahl in das Target eindringt und es wieder verlässt. Anschließend wird der Asymmetriebeitrag betrachtet, der sich aus der Polarisation des ℓH_2 -Targets im Magnetfeld eines Solenoiden ergibt. Abschließend wird auf den Asymmetriebeitrag eingegangen, der aus einer Fehlstellung der Spins der Strahlelektronen resultiert.

4.3.1 Streuung der Strahlelektronen an den Targetfenstern

Das Flüssigwasserstoff-Target des P2-Experiments wird voraussichtlich dünne Fenster aus Aluminium besitzen, über die der Elektronenstrahl in die Targetzelle eindringt und sie wieder verlässt. Die Streuung der longitudinal polarisierten Strahlelektronen an Aluminium ist mit einer die Parität verletzenden Asymmetrie $A_{\text{eAl}}^{\text{PV}}$ versehen, deren Beitrag zur im Experiment messbaren Asymmetrie $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}}$ im Folgenden diskutiert wird.

Man kann den Asymmetriebeitrag der e-Al-Streuung zu $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}}$ formal berücksichtigen, indem man Gleichung (138) wie folgt modifiziert:

$$\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}} = P \cdot [(1 - f) \cdot \langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{sig}} + f \cdot \langle A_{\text{eAl}}^{\text{PV}} \rangle] + A^{\text{false}}. \quad (143)$$

Hierin ist f ein Ausdünnungsfaktor, der durch

$$f \equiv \frac{Y_{\text{eAl}}}{Y_{\text{ep}} + Y_{\text{eAl}}} \quad (144)$$

gegeben ist, wobei Y_{ep} die bei der Asymmetriemessung erreichte Ausbeute an elastischen e-p-Streuereignissen und Y_{eAl} die Ausbeute an e-Al-Streuereignissen ist. $\langle A_{\text{eAl}}^{\text{PV}} \rangle$ stellt den Erwartungswert der paritätsverletzenden Asymmetrie der e-Al-Streuung im Experiment dar.

Es wird notwendig sein, sowohl f als auch $\langle A_{\text{eAl}}^{\text{PV}} \rangle$ im Rahmen des P2-Experiments durch Messungen zu bestimmen, da eine verlässliche Berechnung von $A_{\text{eAl}}^{\text{PV}}$ aufgrund der Beiträge von elastischer und quasielastischer e-Al-Streuung schwierig ist. Eine Abschätzung des Effekts der e-Al-Streuung wurde von S. Baunack (P2-Kollaboration) vorgenommen, sie findet sich in [26] und wird hier kurz wiedergegeben. Die Abschätzung von $\langle A_{\text{eAl}}^{\text{PV}} \rangle$ und f erfolgt

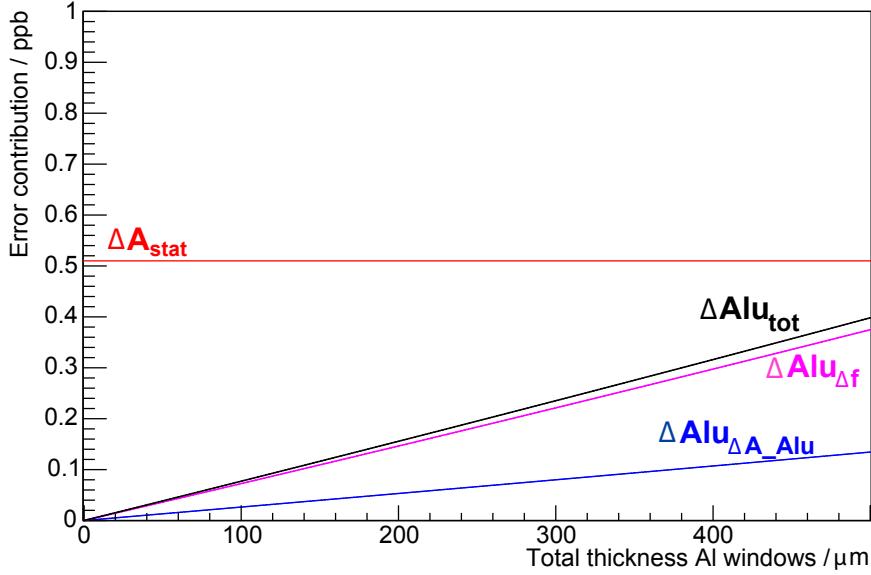


Abbildung 29: Fehlerbeiträge aus der Streuung von Strahlelektronen an den Al-Fenstern des Targets in Abhängigkeit von der Gesamtdicke der Targetfenster. Die Abbildung wurde von S. Baunack (P2-Kollaboration) erstellt und [26] entnommen. Es wurde $\Delta\langle A_{eAl}^{PV} \rangle = 6 \text{ ppb}$ und $\Delta f/f = 0,05$ angenommen. In Blau ist der zu $\Delta\langle A_{eAl}^{PV} \rangle$ proportionale Beitrag zu $\Delta\langle A_{ep}^{PV} \rangle_{\text{sig}}$ in Gleichung (145) dargestellt. In Pink ist der zu Δf proportionale Beitrag zu $\Delta\langle A_{ep}^{PV} \rangle_{\text{ep}}$ gezeigt. Die schwarz dargestellte Linie ergibt sich durch quadratisches Addieren dieser beiden Beiträge. Die lineare Abhängigkeit von der Gesamtdicke d der Targetfenster entsteht durch Multiplikation von f mit dem Faktor d/d_0 , wo $d_0 = 250 \mu\text{m}$. Zum Vergleich ist ein Referenzwert für die statistische Unsicherheit $\Delta_{\text{stat}}\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}}$ der Rohasymmetrie in Rot eingezeichnet.

auf Grundlage der im A4-Experiment [86] und im QWeak-Experiment [87] durchgeföhrten Messungen. Im A4-Experiment wurde der gleiche zentrale Elektron-Streuwinkel $\bar{\theta}_f = 35^\circ$ verwendet, allerdings waren die Strahlenergien mit 570 MeV und 854 MeV deutlich höher als die im P2-Experiment vorgesehene Energie von 155 MeV. Skaliert man die Messergebnisse von A4 auf eine Targetlänge von $L = 600 \text{ mm}$, so findet man für eine Gesamtdicke der Al-Fenster in Strahlrichtung von $d_0 = 250 \mu\text{m}$, dass $f = 0,010$. Die P2-Kollaboration plant den Ausdünnungsfaktor f mit einer relativen Gesamtunsicherheit von $\Delta f/f \leq 5\%$ zu bestimmen. Dies kann durch eine Messung mit leerer Targetzelle erreicht werden. Die von der QWeak-Kollaboration durchgeföhrten Messungen implizieren, dass der Betrag von $\langle A_{eAl}^{PV} \rangle$ um etwa eine Größenordnung größer ist als der Betrag von $\langle A_{ep}^{PV} \rangle_{\text{sig}}$, so dass im Folgenden $\langle A_{eAl}^{PV} \rangle = 400 \text{ ppb}$ angenommen wird. Die P2-Kollaboration sieht eine Messung von $\langle A_{eAl}^{PV} \rangle$ mit einem 3 mm dicken Al-Target über einen Zeitraum von $T = 500 \text{ h}$ zur Messung der Asymmetrie der e-Al-Streuung vor. Die im Rahmen einer solchen Messung erwartete statistische Unsicherheit von $\langle A_{eAl}^{PV} \rangle$ beträgt $\Delta_{\text{stat}}\langle A_{eAl}^{PV} \rangle = 6 \text{ ppb}$.

Mithilfe dieser Zahlen kann der Beitrag der e-Al-Streuung an den Targetfenstern zur Asymmetriemessung abgeschätzt werden. Vernachlässigt man Strahlpolarisation, andere Untergrundbeiträge zum Detektorsignal sowie apparative Asymmetriebeiträge, so erhält man für die Unsicherheit von $\langle A_{eAl}^{PV} \rangle_{\text{sig}}$ durch eine Fehlerfortpflanzung nach Gauß folgenden Ausdruck:

$$\Delta\langle A_{ep}^{PV} \rangle_{\text{sig}} \approx \sqrt{\left(\frac{\Delta\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}}}{1-f}\right)^2 + \left(\frac{f\Delta\langle A_{eAl}^{PV} \rangle}{1-f}\right)^2 + \left(\frac{\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}} - \langle A_{eAl}^{PV} \rangle}{(1-f)^2}\Delta f\right)^2}. \quad (145)$$

Abbildung 29 zeigt den Verlauf der Beiträge zu (145) in Abhängigkeit von der Gesamtdicke

der Targetfenster in Richtung des Elektronenstrahls. Man kann der Abbildung entnehmen, dass der Gesamtbeitrag der e-Al-Streuung zur Unsicherheit der Asymmetrie für hinreichend dünne Fenster ($d \sim 300 \mu\text{m}$) etwa halb so groß ist wie die erwartete statistische Unsicherheit der paritätsverletzenden Asymmetrie der elastischen e-p-Streuung. Beim Design des Targets ist es für das Experiment von Vorteil, in Strahlrichtung möglichst dünne Fenster für den Strahlein- bzw. -austritt vorzusehen.

4.3.2 Polarisation des Targets im Magnetfeld des Solenoiden

Das ℓH_2 -Target des P2-Experiments wird sich im Inneren eines Solenoidmagneten befinden und dessen Magnetfeld ausgesetzt sein. Das Magnetfeld führt zu einer Teipolarisation des ℓH_2 , was wiederum zu einem zusätzlichen Beitrag bei der Asymmetriemessung führt. Im Folgenden wird die Targetpolarisation im Magnetfeld bestimmt und der resultierende Asymmetriebeitrag berechnet.

4.3.2.1 Ortho- und Para-Wasserstoff. Man unterscheidet zwischen Ortho- und Para-Wasserstoff. Um den Unterschied zwischen diesen Wasserstoff-Zuständen verstehen zu können, betrachten wir zunächst den Aufbau des Wasserstoffmoleküls. Es besteht aus zwei Elektronen und zwei Protonen. Die Elektronen werden im weiteren Verlauf nicht betrachtet, der Fokus der Diskussion liegt auf dem Molekülkern, der von den beiden Protonen gebildet wird. Da es sich bei Protonen um Fermionen handelt, muss die Gesamtwellenfunktion ψ_{ges} des H_2 -Molekülkerns dem Pauli-Prinzip entsprechend antisymmetrisch gegenüber Vertauschung der beiden Protonen sein. ψ_{ges} lässt sich als Produkt von drei Wellenfunktionen schreiben, so dass

$$\psi_{\text{ges}} \equiv \psi_{\text{vib}} \cdot \psi_{\text{rot}} \cdot \psi_{\text{spin}}. \quad (146)$$

Hierin beschreibt ψ_{vib} den Vibrationszustand, ψ_{rot} den Rotationszustand und ψ_{spin} den Gesamtspin-Zustand des Molekülkerns. Aufgrund der linearen zweiatomigen Struktur des Wasserstoffmoleküls und des Fehlens eines Partikelaustauschs zwischen den Kernen ist ψ_{vib} stets symmetrisch [88] gegenüber Vertauschung der Protonen. Da Protonen Teilchen mit Spinquantenzahl $1/2$ sind, ergeben sich nach Drehimpulsaddition vier mögliche Spinkonfigurationen, die durch ψ_{spin} repräsentiert werden: Für den Gesamtspin $I = 1$ ergibt sich ein Triplet mit den Magnetquantenzahlen $M = -1, 0, +1$, und $I = 0$ charakterisiert einen Singulett-Zustand mit $M = 0$. Die Triplet-Zustände sind symmetrisch unter Vertauschung der Kernspins. Man spricht beim Vorliegen dieser Zustände von Para-Wasserstoff (pH_2). Der Singulett-Zustand ist antisymmetrisch, und man bezeichnet H_2 in diesem Zustand als Ortho-Wasserstoff (oH_2). Da die Spinwellenfunktionen von oH_2 und pH_2 gegensätzliche Symmetrien aufweisen, und ψ_{vib} stets symmetrisch ist, müssen die Rotationswellenfunktionen ψ_{rot} von Ortho- und Para-Wasserstoff ebenfalls entgegengesetzt symmetrisch sein. Damit ψ_{ges} antisymmetrisch ist, muss die Rotationswellenfunktion von oH_2 antisymmetrisch sein und die zugehörigen Energieeigenzustände werden durch ungerade Rotationsquantenzahlen $J = 2n - 1$, $n \in \mathbb{N}$ charakterisiert. Analog hierzu muss die Rotationswellenfunktion von pH_2 symmetrisch sein, die zugehörigen Energiezustände werden durch geradzahlige Quantenzahlen $J = 2(n - 1)$, $n \in \mathbb{N}$ beschrieben. Dabei gilt, dass ein Zustand geringerer Energie stets einem niedrigeren Wert von J entspricht. Da die Energieaufspaltung der Kernspinzustände gegenüber den Energien der Rotationszustände vernachlässigbar klein ist, stellt pH_2 die energetisch günstigere und oH_2 die energiereichere Form von H_2 dar.

Im Allgemeinen ist Wasserstoff ein Gemisch aus Ortho- und Para-Wasserstoff. Die Verteilung von oH_2 und pH_2 im thermodynamischen Gleichgewicht genügt der Boltzmann-Statistik. Für

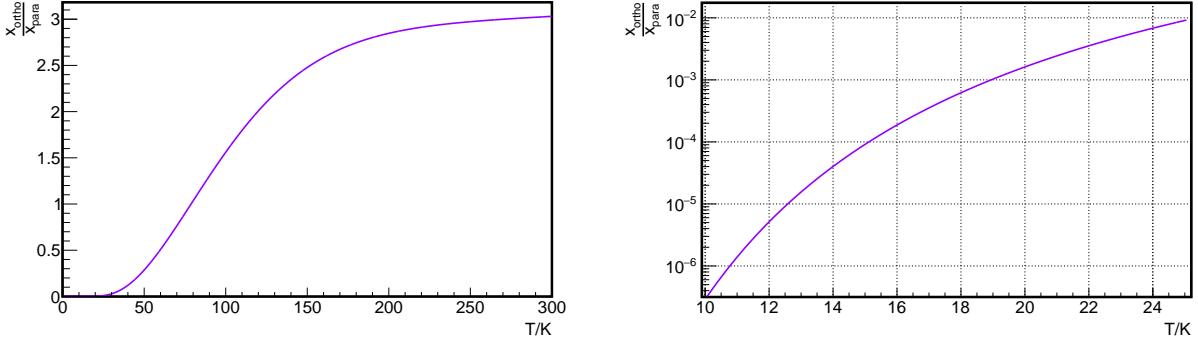


Abbildung 30: Temperaturabhängigkeit des Stoffmengenverhältnisses $x_{\text{ortho}}/x_{\text{para}}$ von Ortho- zu Para-Wasserstoff im thermodynamischen Gleichgewicht. Im linken Bild ist der Temperaturverlauf im Intervall $T \in [0 \text{ K}, 300 \text{ K}]$ gezeigt. Das Stoffmengenverhältnis konvergiert für hohe Temperaturen gegen einen Wert von $3/1$, im Grenzfall $T \rightarrow 0 \text{ K}$ konvergiert das Verhältnis gegen 0 . Im rechten Bild ist der Verlauf für das Intervall $T \in [10 \text{ K}, 25 \text{ K}]$ dargestellt, welches für das P2-Experiment von Interesse ist.

das Verhältnis der Stoffmengenanteile x_{ortho} und x_{para} von Ortho- und Para-Wasserstoff gilt nach [89]:

$$\frac{x_{\text{ortho}}}{x_{\text{para}}} = 3 \cdot \frac{\sum_{j=1,3,\dots} (2j+1) \cdot e^{\frac{-j(j+1)\Theta}{kT}}}{\sum_{j=0,2,\dots} (2j+1) \cdot e^{\frac{-j(j+1)\Theta}{kT}}} \approx 3 \cdot \frac{3 \cdot e^{-2 \cdot \frac{\Theta}{kT}} + 7 \cdot e^{-12 \cdot \frac{\Theta}{kT}}}{1 + 5 \cdot e^{-6 \cdot \frac{\Theta}{kT}}}, \quad (147)$$

wo $\Theta \equiv \frac{h^2}{8\pi^2\Gamma}$ die Rotationskonstante des Wasserstoffmoleküls mit dem Planck'schen Wirkungsquantum $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$, der Boltzmann-Konstanten $k = 1,3806 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$, der Temperatur T und dem Trägheitsmoment $\Gamma = 4,67 \cdot 10^{-48} \text{ kgm}^2$ ist. Die Temperaturabhängigkeit des Stoffmengenverhältnisses ist in Abbildung 30 dargestellt. Bei Temperaturen oberhalb von 250 K besteht Wasserstoff im Wesentlichen aus drei Teilen Ortho- und einem Teil Para-Wasserstoff. Bei niedrigeren Temperaturen verschiebt sich das Verhältnis in Richtung des energetisch günstigeren Para-Wasserstoffs, im Grenzfall $T \rightarrow 0 \text{ K}$ liegt 100% Para-Wasserstoff vor.

Da Flüssigwasserstoff-Targets bei Normaldruck im Temperaturintervall $T \in [14 \text{ K}, 20 \text{ K}]$ betrieben werden, werden im weiteren Verlauf die Grenztemperaturen dieses Intervalls $T = 14 \text{ K}$ und $T = 20 \text{ K}$ betrachtet. Für das Stoffmengenverhältnis findet man:

$$\begin{aligned} \frac{x_{\text{ortho}}}{x_{\text{para}}}(T = 14 \text{ K}) &= 4 \cdot 10^{-5}, \\ \frac{x_{\text{ortho}}}{x_{\text{para}}}(T = 20 \text{ K}) &= 1,62 \cdot 10^{-3}. \end{aligned} \quad (148)$$

Dies entspricht den folgenden Anteilen

$$X = \frac{x_{\text{ortho}}/x_{\text{para}}}{x_{\text{ortho}}/x_{\text{para}} + 1} \quad (149)$$

von Ortho-Wasserstoff an der gesamten Stoffmenge:

$$\begin{aligned} X(T = 14 \text{ K}) &= 4 \cdot 10^{-5}, \\ X(T = 20 \text{ K}) &= 1,62 \cdot 10^{-3}. \end{aligned} \quad (150)$$

Liegt kein thermodynamischer Gleichgewichtszustand vor, stellt sich dieser in reinem Wasserstoff im Laufe der Zeit durch den Prozess der Selbstumwandlung von Ortho- in Para-Wasserstoff ein. Die Halbwertszeiten für diesen Umwandlungsprozess hängen stark von der Temperatur, dem Druck ρ und der Anfangszusammensetzung des Wasserstoffs ab. Eine umfassende Abhandlung dieser Thematik findet sich in [90]. Für $T = 20\text{ K}$, $\rho = 1\text{ bar}$ und pH_2 -Anfangskonzentrationen zwischen 95 % und 98 % werden hier Halbwertszeiten zwischen 70 und 200 Tagen angeführt. Eine Verkürzung der Halbwertszeiten kann durch den Einsatz von Katalysatormaterialien erreicht werden. Hierbei wurde in den letzten Jahren hauptsächlich Eisen(III)-Oxid (Fe_2O_3) als Katalysatormaterial zur Umwandlung von Ortho- zu Para-Wasserstoff in Wasserstoffverflüssigern eingesetzt. Bei Verwendung von Eisen(III)-Oxid kann in guter Näherung davon ausgegangen werden, dass sich das thermodynamische Gleichgewicht unmittelbar einstellt.

4.3.2.2 Polarisationsgrad von H_2 im Magnetfeld. Für die Berechnung des Polarisationsgrads von Flüssigwasserstoff im Magnetfeld des Solenoiden wird im Folgenden thermodynamisches Gleichgewicht angenommen. Für die Besetzungszahl $N(M)$ der Energieniveaus des Kernspin-Systems gilt dann gemäß der Boltzmann-Statistik

$$N(M) \sim e^{-\frac{E(M)}{kT}}. \quad (151)$$

Für die zugehörigen Energie-Eigenwerte $E(M)$ gilt:

$$E(M) = -g \cdot \mu_N \cdot M \cdot B, \quad (152)$$

wo $g = 5,5858$ den g-Faktor des Protons, $\mu_N = 3,152\,452 \cdot 10^{-14}\text{ MeV/T}$ das Kernmagneton und B die magnetische Flussdichte ist. Unter Verwendung der Feldkarte des FOPI-Solenoiden (s. Abschnitt 4.7.2) findet man für eine Positionierung des Targets im Intervall $z \in [-1000\text{ mm}, -400\text{ mm}]$ einen Erwartungswert von

$$B = \frac{\int_0^L dz \{z \cdot B_z\}}{\int_0^L dz \{z\}} = 0,56\text{ T} \quad (153)$$

bei Mittelung über die Targetlänge $L = 600\text{ mm}$ entlang der Strahlachse.

Von den beiden im vorangehenden Abschnitt vorgestellten Wasserstoff-Formen ist lediglich Ortho-Wasserstoff polarisierbar. Daher gilt für den temperaturabhängigen Polarisationsgrad $P_{\text{H}_2}(T)$ von Flüssigwasserstoff

$$P_{\text{H}_2}(T) = X(T) \cdot \frac{N(M = 1) - N(M = -1)}{N(M = 1) + N(M = 0) + N(M = -1)}. \quad (154)$$

Man findet:

$$\begin{aligned} P_{\text{H}_2}(T = 14\text{ K}) &= 2,19 \cdot 10^{-9}, \\ P_{\text{H}_2}(T = 20\text{ K}) &= 6,10 \cdot 10^{-8} \end{aligned} \quad (155)$$

4.3.2.3 Berechnung des Asymmetriebeitrags. Der differentielle Wirkungsquerschnitt für die Streuung longitudinal polarisierter Elektronen an polarisiertem Wasserstoff ist durch die Super-Rosenbluth-Formel

$$\frac{d\sigma_{\text{sr}}}{d\Omega} = \frac{d\sigma_{\text{ep}}}{d\Omega} \cdot \left(1 + a_{zz'} P_z^e P_{z'}^N (G_M^{\text{p},\gamma})^2 + a_{zx'} P_z^e P_{x'}^N G_E^{\text{p},\gamma} G_M^{\text{p},\gamma} \right) \quad (156)$$

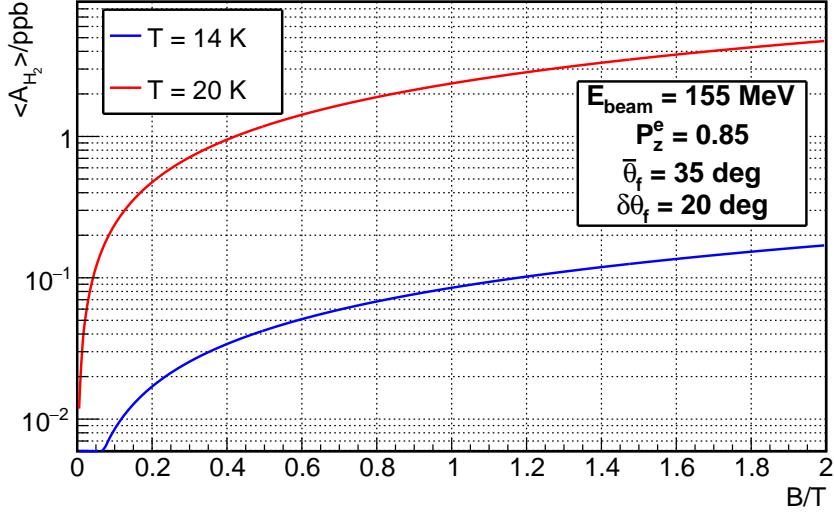


Abbildung 31: Verlauf von $\langle A_{H_2} \rangle$ in Abhängigkeit von B für $E_{\text{beam}} = 155 \text{ MeV}$, $P = |P_z^e| = 85\%$ und $\theta_f \in [25^\circ, 45^\circ]$.

gegeben [91]. Hierin ist P_z^e die longitudinale Polarisation der Strahlelektronen,

$$P_{z'}^N = P_{H_2} \cdot \cos(\theta_{\text{virt},\gamma}), \quad (157)$$

$$P_{x'}^N = P_{H_2} \cdot \sin(\theta_{\text{virt},\gamma}) \quad (158)$$

sind die Polarisationskomponenten des gestreuten Nukleons mit dem Winkel $\theta_{\text{virt},\gamma}$, unter dem das virtuelle Photon im Rahmen der Beschreibung der elektromagnetischen Wechselwirkung zwischen Elektron und Nukleon relativ zur Einfallsrichtung des Elektrons emittiert wird. Bei $a_{zz'}$ und $a_{zx'}$ handelt es sich um kinematische Faktoren, für die gilt:

$$a_{zz'} = \frac{2\tau\sqrt{\tan^2(\theta_f/2) + \frac{1}{1+\tau}}}{F^2} \cdot \tan^2(\theta_f/2), \quad (159)$$

$$a_{zx'} = \frac{2\sqrt{\tau(\tau+1)}}{F^2(\tau+1)} \cdot \tan^2(\theta_f/2), \quad (160)$$

wobei

$$F^2 \equiv \frac{(G_E^{p\gamma})^2 + \tau(G_M^{p\gamma})^2}{1 + \tau} + 2\tau(G_M^{p\gamma})^2 \tan^2(\theta_f/2) \quad (161)$$

gesetzt wurde. Für die Asymmetrie im Streuprozess gilt allgemein

$$P_z^e \cdot A_{H_2} \equiv \frac{d\sigma_{\text{sr}}^+ - d\sigma_{\text{sr}}^-}{d\sigma_{\text{sr}}^+ + d\sigma_{\text{sr}}^-}, \quad (162)$$

worin $d\sigma_{\text{sr}}^\pm$ die Super-Rosenbluth-Formel im Falle positiver bzw. negativer Helizität der Stahlelektronen bezeichnet. Setzt man Gleichung (156) in (162) ein, so findet man:

$$A_{H_2} = P_{H_2} \left[a_{zz'} (G_M^{p\gamma})^2 \cos(\theta_{\text{virt},\gamma}) + a_{zx'} G_E^{p\gamma} G_M^{p\gamma} \sin(\theta_{\text{virt},\gamma}) \right]. \quad (163)$$

Im P2-Experiment ist die Messung der elastischen Elektron-Proton-Streuung bei einer Strahlenergie von $E_{\text{beam}} = 155 \text{ MeV}$, einer Strahlpolarisation von $P = |P_z^e| = 85\%$ unter Elektron-Streuwinkeln $\theta_f \in \delta\theta_f = [25^\circ, 45^\circ]$ vorgesehen. Der Erwartungswert der Asymmetrie bei Mittelung über das Streuwinkelintervall $\delta\theta_f$ ist durch

$$\langle A_{H_2} \rangle = \frac{\int_{\delta\theta_f} d\cos(\theta_f) \left[\frac{d\sigma_{\text{ep}}}{d\Omega} \cdot A_{H_2} \right]}{\int_{\delta\theta_f} d\cos(\theta_f) \left[\frac{d\sigma_{\text{ep}}}{d\Omega} \right]} \quad (164)$$

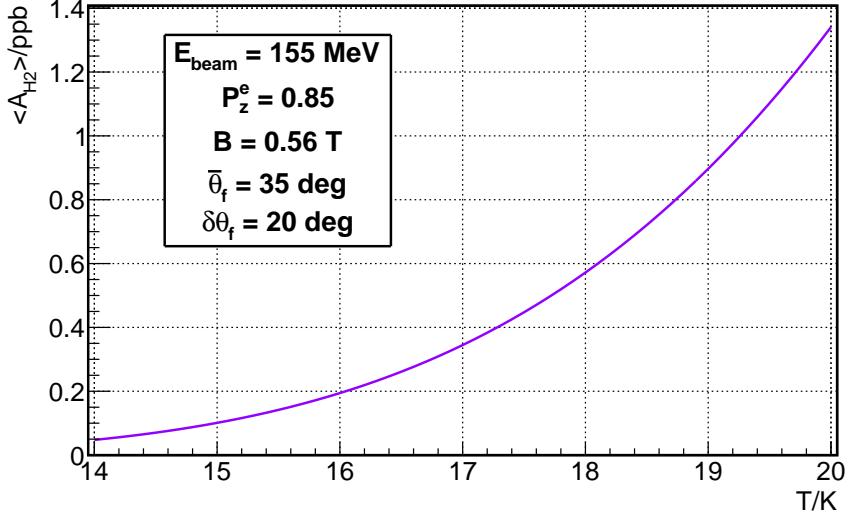


Abbildung 32: Verlauf von $\langle A_{H_2} \rangle$ in Abhängigkeit von T für $E_{\text{beam}} = 155 \text{ MeV}$, $P_z^e = 85 \%$, $B = 0,56 \text{ T}$ und $\theta_f \in [25^\circ, 45^\circ]$.

gegeben, wobei die Rosenbluth-Formel (51) als Gewichtungsfaktor bei der Mittelung dient. Abbildung 31 zeigt den Verlauf von $\langle A_{H_2} \rangle$ in Abhängigkeit von B für die im P2-Experiment vorgesehenen Parameter-Werte. Für die mittlere Magnetfeldstärke von $B = 0,56 \text{ T}$ erwartet man folgende Asymmetrie-Werte:

$$\langle A_{H_2} \rangle(T = 14 \text{ K}) = 0,05 \text{ ppb}, \quad (165)$$

$$\langle A_{H_2} \rangle(T = 20 \text{ K}) = 1,34 \text{ ppb}. \quad (166)$$

Abbildung 32 zeigt den Verlauf von $\langle A_{H_2} \rangle$ in Abhängigkeit von der Temperatur. Um den aus der Targetpolarisation resultierenden Asymmetriebeitrag möglichst gering zu halten, ist es von Vorteil, wenn die Temperatur des ℓH_2 so niedrig wie möglich ist. Ferner ist eine kontinuierliche Überwachung der Targettemperatur während der Durchführung des Experiments anzuraten, um die Interpretierbarkeit der Messdaten sicherzustellen. Nimmt man an, dass das Target bei einer Temperatur von 15 K betrieben wird und die Targettemperatur während der Durchführung des Experiments auf $\pm 0,1 \text{ K}$ genau konstant gehalten werden kann, so kann man die Unsicherheit von $\langle A_{H_2} \rangle$ wie folgt abschätzen:

$$\Delta \langle A_{H_2} \rangle(15 \text{ K}) = \frac{1}{2} \cdot [\langle A_{H_2} \rangle(15,1 \text{ K}) - \langle A_{H_2} \rangle(14,9 \text{ K})] \approx 0,01 \text{ ppb}. \quad (167)$$

Die Polarisation des Flüssigwasserstoff-Targets im Magnetfeld führt somit zu einem geringen systematischen Beitrag bei der Bestimmung von $\sin^2(\theta_W)$ aus der gemessenen Asymmetrie, der berücksichtigt werden kann, indem man Gleichung (143) wie folgt modifiziert:

$$\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}} = P \cdot [(1 - f) \cdot \{\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{sig}} + \langle A_{H_2} \rangle\} + f \cdot \langle A_{\text{eAl}}^{\text{PV}} \rangle] + A^{\text{false}}. \quad (168)$$

4.3.3 Fehlstellung des Spins

In der bisherigen Diskussion wurde stets angenommen, dass die Spins der Strahlelektronen exakt parallel bzw. antiparallel zur Impulsrichtung der Elektronen ausgerichtet sind. Ist dies nicht der Fall, so erhält man einen Beitrag zur experimentell gemessenen Asymmetrie, der

im Folgenden diskutiert wird.

In der elastischen Elektron-Proton-Streuung führt die Interferenz von Ein- und Zwei-Photonen-Austausch zur Normalspin-Asymmetrie A_{ep}^\perp im Wirkungsquerschnitt. Der Zwei-Photonen-Austausch ist in Abbildung 10 dargestellt.

Die Streuamplitude \mathcal{M} der elastischen Elektron-Proton-Streuung unter Einbeziehung des Zwei-Photonen-Austauschs kann nicht einfach im Rahmen der Quantenelektrodynamik berechnet werden, da der intermediäre Zustand des Protons eine hadronische Struktur aufweist. Allgemein kann man die Streuamplitude als Summe eines helizitätserhaltenden und eines helizitätsumkehrenden Beitrags schreiben:

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}_{\text{flip}} + \mathcal{M}_{\text{non-flip}}, \quad (169)$$

wobei \mathcal{M} durch sechs komplexe Funktionen $\hat{G}_M, \hat{F}_2, \hat{F}_3, \hat{F}_4, \hat{F}_5, \hat{F}_6$ parametrisiert wird. Für den helizitätsumkehrenden Beitrag $\mathcal{M}_{\text{flip}}$ gilt [92]:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\text{flip}} = & \frac{m_e e^2}{m_p Q^2} [\bar{u}(k_f) u(k_i) \bar{u}(p_f) \left[\hat{F}_4 + \hat{F}_5 \frac{\gamma K}{m_p} \right] u(p_i) \\ & + \hat{F}_6 \bar{u}(k_f) \gamma_5 u(k_i) \bar{u}(p_f) \gamma_5 u(p_i)]. \end{aligned} \quad (170)$$

Hierin sind k_i (p_i) und k_f (p_f) die Viererimpulse des Elektrons (Protons) im Anfangs- bzw. Endzustand des Prozesses. Das Elektron (Proton) wird durch den Spinor $u(k_{i,f})$ ($u(p_{i,f})$) repräsentiert. Ferner ist $K \equiv \frac{1}{2}(k_i + k_f)$. Der helizitätserhaltende Beitrag $\mathcal{M}_{\text{non-flip}}$ schließt den Zwei-Photonen-Austausch ein und schreibt sich

$$\mathcal{M}_{\text{non-flip}} = \frac{e^2}{Q^2} \bar{u}(k_f) \gamma_\mu u(k_i) \bar{u}(p_f) \left[\hat{G}_M \gamma_\mu - \hat{F}_2 \frac{P^\mu}{m_p} + \hat{F}_3 \frac{\gamma K P^\mu}{m_p^2} \right] u(p_i), \quad (171)$$

wo $P \equiv (p_i + p_f)/2$. Eine Bestimmung des Realteils der Zwei-Photonen-Austauschamplitude ist durch einen Vergleich von Elektron-Proton- und Elektron-Positron-Streuung prinzipiell möglich.

Die Normalspin-Asymmetrie ist durch den Wirkungsquerschnitt mit Spin \vec{s} parallel (σ^R) bzw. antiparallel (σ^L) zu dem Einheitsvektor $\vec{n} \equiv \vec{k}_i \times \vec{k}_f / \|\vec{k}_i \times \vec{k}_f\|$ definiert, wobei \vec{k}_i, f den Dreierimpuls des Elektrons im Anfangs- bzw. Endzustand des Streuprozesses bezeichnet:

$$A_{\text{ep}}^\perp \equiv \frac{\sigma^R - \sigma^L}{\sigma^R + \sigma^L} \sim \vec{s} \bullet \vec{n}. \quad (172)$$

Da bei geeigneter Wahl des verwendeten Koordinatensystems

$$\vec{s} \bullet \frac{\vec{k}_i \times \vec{k}_f}{\|\vec{k}_i \times \vec{k}_f\|} \sim \sin(\phi_f) \quad (173)$$

gilt, kann man schließen, dass die Normalspin-Asymmetrie von Azimutwinkel ϕ_f abhängig ist; die Asymmetrie verschwindet, wenn \vec{k}_i, \vec{k}_f und \vec{s} in einer Ebene liegen, und sie wird extremal, wenn \vec{s} senkrecht auf der durch \vec{k}_i und \vec{k}_f aufgespannten Streuebene steht. Nach [92] gilt:

$$\begin{aligned} A_{\text{ep}}^\perp = & \frac{2m_e}{Q} \sqrt{2\epsilon(1-\epsilon)} \sqrt{1 + \frac{1}{\tau}} \left((G_M^{p,\gamma})^2 + \frac{\epsilon}{\tau} (G_E^{p,\gamma})^2 \right)^{-1} \\ & \times \left[-\tau G_M^{p,\gamma} \text{Im} \left(\hat{F}_3 + \frac{1}{1+\tau} \frac{\nu}{m_p^2} \hat{F}_5 \right) \right. \\ & \left. - G_E^{p,\gamma} \text{Im} \left(\hat{F}_4 + -\frac{1}{1+\tau} \frac{\nu}{m_p^2} \hat{F}_5 \right) \right], \end{aligned} \quad (174)$$

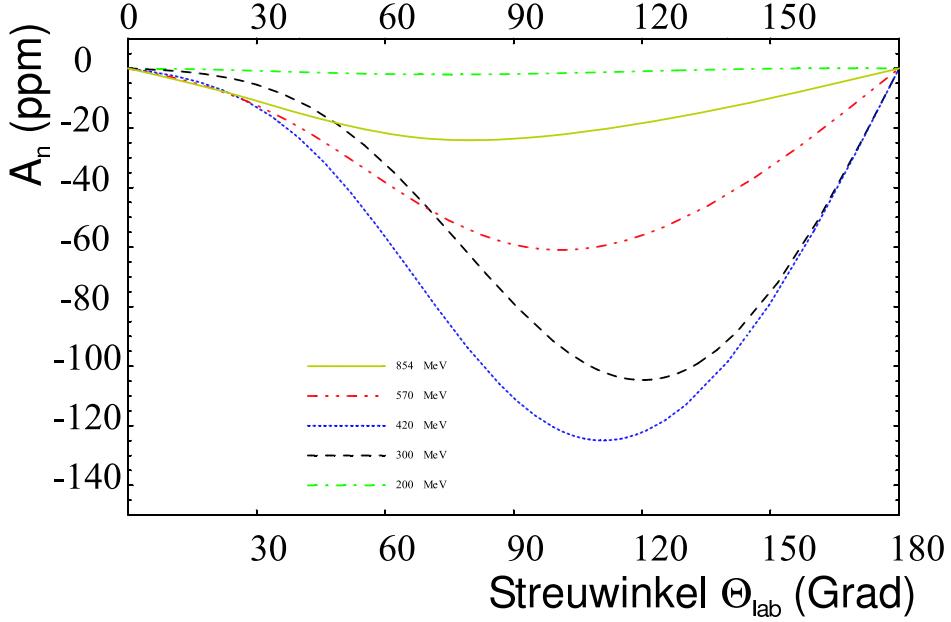


Abbildung 33: Vorhersage für den Verlauf der Normalspin-Asymmetrie in Abhängigkeit vom Elektron-Streuwinkel θ_f aus [92]. Die dargestellten Verläufe gehören zu unterschiedlichen Energien E_i des Elektrons im Anfangszustand des Streuprozesses.

wobei ν den Energieübertrag auf das Proton bezeichnet. Im Fall der Born'schen Näherung gilt $\hat{F}_{3,4,5,6} = 0$, so dass $A_{ep}^\perp = 0$ ist. Eine experimentelle Bestimmung der Imaginärteile von $\hat{F}_{3,4,5}$ ist unter Zuhilfenahme von Modellrechnungen möglich [92].

Abbildung 33 zeigt Vorhersagen für die Abhängigkeit von A_{ep}^\perp vom Elektron-Streuwinkel θ_f für verschiedene Energien. Für $E_i = 200$ MeV ist $A_{ep}^\perp = 1,01$ ppm bei $\theta_f = 35^\circ$. Im Folgenden wird angenommen, dass die Normalspin-Asymmetrie für niedrige Energien $E_i \sim 200$ MeV linear mit E_i skaliert, und es wird eine Abschätzung des Beitrags der Normalspin-Asymmetrie zur im Experiment messbaren Asymmetrie vorgenommen.

Führt man den Spinwinkel Φ_{spin} ein, so dass $\vec{k}_i \bullet \vec{s} \equiv \|\vec{k}_i\| \cdot \|\vec{s}\| \cdot \cos(\Phi_{\text{spin}})$, kann der Beitrag der Normalspin-Asymmetrie zu A^{exp} berücksichtigt werden, indem man Gleichung (143) wie folgt modifiziert:

$$\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}} = P \cdot \{ \sin(\Phi_{\text{spin}}) \cdot \langle A_{ep}^\perp \rangle + \cos(\Phi_{\text{spin}}) \cdot [(1-f) \cdot \langle A_{ep}^{\text{PV}} \rangle_{\text{sig}} + f \cdot \langle A_{eAl}^{\text{PV}} \rangle] \} + A^{\text{false}}. \quad (175)$$

Bei der Bestimmung von $\langle A_{ep}^\perp \rangle$, welche durch Mittelung von A_{ep}^\perp über die Targetlänge und das vom Detektor akzeptierte Raumwinkelement erfolgt, ist die sinusförmige Abhängigkeit von A_{ep}^\perp vom Azimutwinkel ϕ_f zu beachten. Diese führt bei einem ideal azimutalsymmetrischen Messaufbau dazu, dass $\langle A_{ep}^\perp \rangle$ verschwindet, wenn man das über den Azimut integrierte Signal eines Ringdetektors betrachtet. Der Cherenkov-Ringdetektor des P2-Experiments wird aus $n_{\text{mod}} = 82$ baugleichen Detektormodulen aufgebaut sein. Daher wird angenommen, dass die Normalspin-Asymmetrie bei Mittelung über den Azimut näherungsweise um den Faktor $2\pi/82$ verkleinert wird. Ferner ist die Verwendung eines langen Targets mit $L = 600$ mm vorgesehen, welches einem solenoidalen Magnetfeld ausgesetzt ist, das eine mittlere Feldstärke von $B = 0,56$ T entlang der Ausdehnung des Targets in Strahlrichtung besitzt. Ist $\Phi_{\text{spin}} \neq 0$, so präzidiert der Spin um die Strahlachse, während sich die Strahlelektronen durch das

ℓH_2 -Target bewegen. Für hochrelativistische Elektronen ($v \approx c$) erwartet man

$$n_L \approx \frac{e \cdot B \cdot L}{2\pi \cdot m_e \cdot c} \approx 31,3 \quad (176)$$

vollständige Drehungen des Spins um die z -Achse aufgrund der Larmorpräzession im Magnetfeld. Da $A_{\text{ep}}^\perp \sim \sin(\phi_f)$, kann man die Reduktion des Beitrags der Normalspin-Asymmetrie aufgrund der Larmorpräzession des Elektron-Spins grob abschätzen, indem man A_{ep}^\perp mit dem Faktor

$$\rho_L \equiv \frac{1}{2\pi n_L} \int_0^{2\pi n_L} d\phi_f \{\sin(\phi_f)\} \approx 6,7 \cdot 10^{-4} \quad (177)$$

multipliziert. Insgesamt erwartet man somit bei einer Strahlenergie $E_{\text{beam}} = 155 \text{ MeV}$

$$\langle A_{\text{ep}}^\perp \rangle \sim \frac{E_{\text{beam}}}{200 \text{ MeV}} \cdot A_{\text{ep}}^\perp(E_i = 200 \text{ MeV}, \theta_f = 35^\circ) \cdot \frac{2\pi}{n_{\text{mod}}} \cdot \rho_L \sim 4 \cdot 10^{-11} \quad (178)$$

für den Erwartungswert der Normalspin-Asymmetrie der elastischen Elektron-Proton-Streuung. Die P2-Kollaboration geht davon aus, dass an MESA Spinwinkel $\Phi_{\text{spin}} \leq 3^\circ$ möglich sein werden, was den Beitrag der Normalspin-Asymmetrie zu $\langle A_{\text{ep}}^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}}$ um einen Faktor $\sin(\Phi_{\text{spin}}) \approx 0,05$ reduziert. Da im P2-Experiment $\mathcal{O}(\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{sig}}) = 10^{-8}$ erwartet wird, ist der Effekt der Spinfehlstellung vernachlässigbar klein.

4.4 Der neue Teilchenbeschleuniger MESA

Der „Mainz Energy recovering Superconducting Accelerator“ MESA wurde als supraleitender, rezirkulierender Dauerstrich-Elektronenbeschleuniger konzipiert. Abbildung 34 gibt einen Überblick über die geplante Forschungseinrichtung und stellt Komponenten des Beschleunigers heraus, welche zur Durchführung des P2-Experiments von besonderer Relevanz sind.

Für MESA sind zwei Betriebsarten vorgesehen. Im sogenannten „Energy Recovery Mode“ (ERL-Modus) wird ein unpolarisierter Strahl mit einem Strom von $I_{\text{beam}} = 1 \text{ mA}$ und einer Energie von $E_{\text{beam}} = 105 \text{ MeV}$ generiert und durch das pseudo-interne Gas-Target des MAGIX-Experiments geführt werden. Da der Strahl aufgrund der geringen Dichte des Gastargets nur geringfügig beeinflusst wird, kann der Elektronenstrahl nach der Passage des Targets in den Kavitäten des Beschleunigers zur Rückgewinnung der Strahlenergie abgebremst werden. Die Rückführung des Strahls in die Kavitäten muss dabei so erfolgen, dass die Elektronen auf die negative Halbwelle der zur Beschleunigung verwendeten Hochfrequenz treffen, abgebremst werden und ihre Energie in das Hochfrequenz-Feld rückgeführt wird. Anschließend wird der Strahl mit einer verbleibenden Energie von 5 MeV in einen Strahlfänger geführt und dort gestoppt. Man erwartet trotz des hohen Strahlstroms keine starke Aktivierung des Strahlfängers aufgrund der niedrigen Restenergie der Elektronen. Die Verbindung von Mehrfach-Rezirkulation und der Möglichkeit zur Energie-Rückgewinnung stellt eine herausragende Eigenschaft von MESA dar. Sie ermöglicht die wirtschaftlich effiziente Erzeugung hoher Strahlströme über einen langen Zeitraum hinweg.

Bei der zweiten für MESA vorgesehenen Betriebsart handelt es sich um den „External Beam Mode“ (EBM): Ein Strahl longitudinal polarisierter Elektronen mit Polarisationsgrad $P \approx 0,85 \%$ wird mittels einer Quelle polarisierter Elektronen erzeugt und dann in den „MESA Low-energy Beam Apparatus“ (MELBA) eingespeist. Hier werden die Spins der Elektronen mithilfe von Wienfiltern manipuliert, um eine möglichst exakte Ausrichtung der Spins

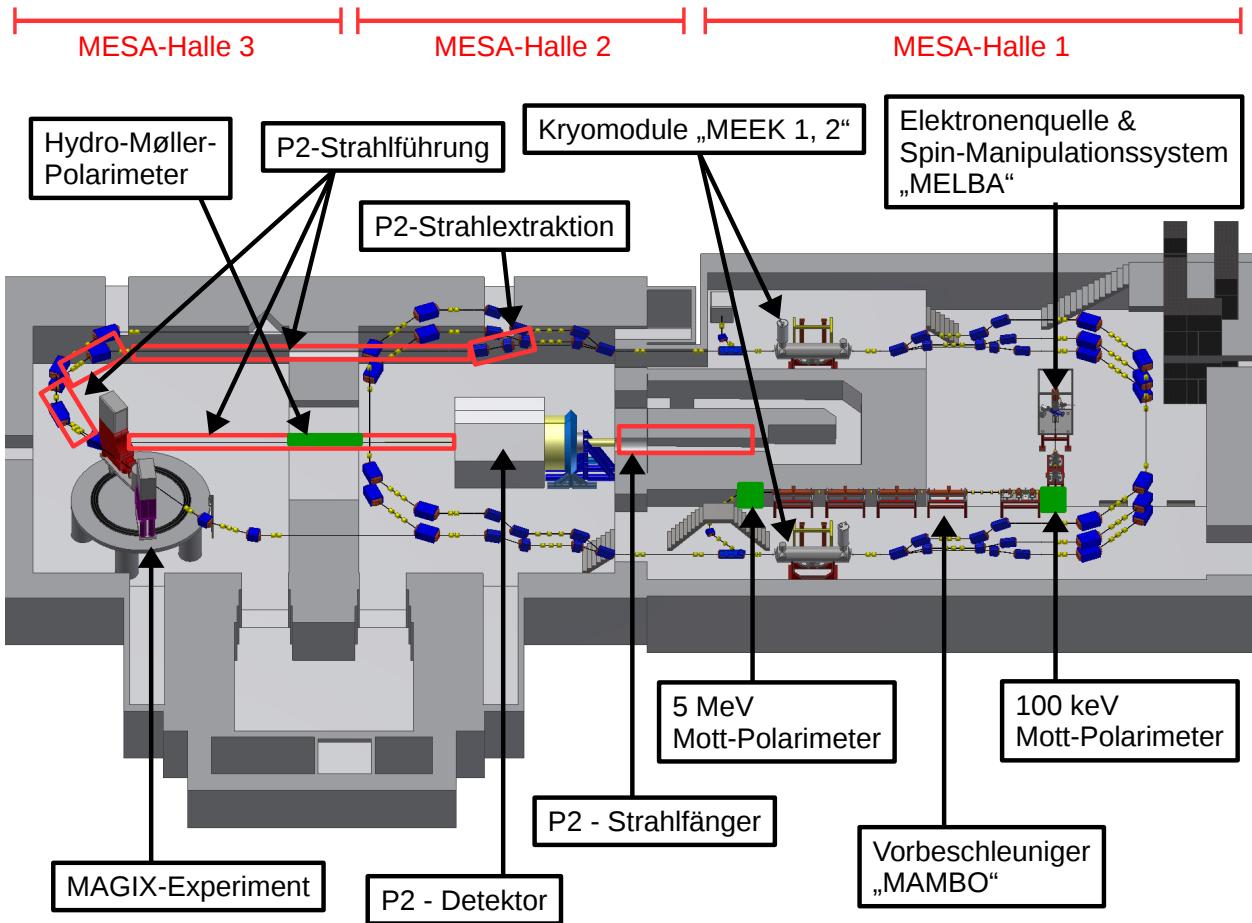


Abbildung 34: Darstellung der geplanten MESA-Forschungseinrichtung, mit freundlicher Genehmigung von K. Aulenbacher und D. Simon. Eine Beschreibung der bezeichneten Komponenten findet sich im Text.

entlang der Impulsrichtung der Elektronen zu erreichen. Anschließend wird der Strahl mittels eines α -Magneten in das Strahl-Bündelungs- und Kollimierungs-System geführt, wo er zur Einspeisung in den Vorbeschleuniger „MilliAMPere BOoster“ (MAMBO) aufbereitet wird. Strahlabwärts des α -Magneten ist Platz für die Installation eines Doppelstreu-Mott-Polarimeters reserviert. Das Polarimeter operiert bei einer Energie von 100 keV und kann nach Abschaltung des α -Magneten genutzt werden. Nachdem der Stahl in MAMBO auf eine Energie von $E_{beam} = 5$ MeV beschleunigt wurde, wird er entweder in den Hauptbeschleuniger oder zur Polarisationsbestimmung in ein bei einer Energie von 5 MeV operierendes Mott-Polarimeter eingespeist. Die Polarisationsmessung mit den beiden Mott-Polarimetern kann nur bei transversaler Spinpolarisation erfolgen. Im Hauptteil des Beschleunigers werden die Elektronen in zwei Kryomodulen auf die zur Durchführung des P2-Experiments vorgesehene Strahlenergie von $E_{beam} = 155$ MeV beschleunigt. Beim Passieren jedes Kryomoduls wird die Energie der Elektronen um 25 MeV erhöht, so dass insgesamt drei Umläufe benötigt werden, um die angedachte Strahlenergie zu erreichen. Anschließend wird der Stahl mittels einer Magnetschikane aus dem Beschleuniger extrahiert und in die P2-Strahlführung eingespeist. Die P2-Strahlführung wird zur Strahl-Diagnostik und -Stabilisierung genutzt. Der letzte 180°-Umlenkbogen, welchen die Elektronen passieren, bevor sie den Messaufbau des P2-Experiments erreichen, kann verwendet werden, um aus der longitudinalen Dispersion der Strahlelektronen die Strahlenergie zu messen. Hierauf kann die Stabilisierung der Strahlenergie aufbauen. Ferner ist vorgesehen, den geradlinigen Streckenabschnitt direkt vor dem

Messaufbau zum Zweck der Strahlagestabilisierung zu instrumentieren. In diesem Streckenabschnitt ist auch die Installation eines Hydro-Møller-Polarimeters vorgesehen, welches eine Polarisationsbestimmung gestattet, die simultan zur Asymmetriemessung mit dem Messaufbau des P2-Experiments erfolgen kann.

Im Folgenden werden die Konzepte ausgewählter Komponenten von MESA näher beleuchtet.

4.4.1 Quelle polarisierter Elektronen

Das Design der für MESA vorgesehenen Quelle polarisierter Elektronen basiert auf dem der am „MAinzer MIkrotron“ (MAMI) verwendeten Quelle [93, 94, 95]. Das Design wurde für den Einsatz an MESA angepasst und weiterentwickelt [96, 97].

Das Funktionsprinzip der Quelle polarisierter Elektronen basiert auf der Photoemission aus Galliumarsenid. Hierzu wird zirkular polarisiertes Laserlicht erzeugt und auf eine Photokathode gerichtet. Durch den Photoeffekt werden Elektronen aus dem Material herausgelöst und anschließend mittels einer Hochspannung beschleunigt. Das Funktionsprinzip wird im Folgenden kurz erläutert. Eine umfassende Beschreibung der physikalischen und technischen Aspekte der an MAMI verwendeten Quelle findet sich in [98].

Abbildung 35 zeigt ein Schema zur Veranschaulichung des Funktionsprinzips der Quelle polarisierter Elektronen. Mithilfe eines Lasers wird Licht der Wellenlänge 800 nm erzeugt, welches sich im Vakuum entlang der z -Achse des in Abbildung 35 dargestellten Koordinatensystems ausbreitet. Die Frequenz der Laserpulse wird mit der zur Beschleunigung der Elektronen verwendeten Hochfrequenz von 1,3 GHz synchronisiert. Das Licht wird nach seiner Erzeugung mittels eines Polarisationsfilters linear polarisiert.

Das linear polarisierte Licht trifft anschließend auf eine Pockelszelle. Die Pockelszelle ist ein doppelbrechendes optisches Gerät, das wie eine Wellenplatte wirkt, deren Phasenverschiebung durch Variation des an ihr anliegenden longitudinalen elektrischen Feldes verändert werden kann. Das elektrische Feld kann elektronisch mit der zur Helizitätsumschaltung vorgesehenen Frequenz umgeschaltet werden, so dass die Phasenverschiebung des Lichts beim Passieren der Pockelszelle zwischen $+\lambda/4$ und $-\lambda/4$ umgeschaltet wird. Das in die Pockelszelle eintretende, linear polarisierte Licht wird somit in zirkular polarisiertes Licht der Helizität $h = +1$ oder $h = -1$ umgewandelt. Da die Pockelszelle nicht perfekt justiert werden kann, besitzt das Licht nach dem Durchqueren der Pockelszelle noch eine kleine lineare Polarisationskomponente.

An der Oberfläche der Photokathode kann das zirkular polarisierte Licht durch den Photoeffekt Elektronen auslösen. Um einen polarisierten Elektronenstrahl zu erhalten, muss bei der Photoemission die Polarisierung der Photonen auf die Elektronen übertragen werden. Dies ist bei Kristallgittern mit reduzierter Symmetrie möglich, wobei typischerweise Kristalle mit einer Vorzugsrichtung verwendet werden. In derartigen Kristallen existieren durch die anisotrope Gitterstruktur bedingte Aufspaltungen der Valenzniveaus, welche zur Selektion von Übergängen führen, die eine Spinpolarisation der ausgelösten Elektronen zur Folge haben. Abbildung 36 zeigt die vereinfachte Darstellung eines entsprechenden Niveauschemas. Der Photoemissionsübergang befindet sich zwischen einem P-Zustand des Valenzbandes und einem S-Zustand des Leitungsbandes. Übergänge aus den $P_{1/2}$ -Zuständen in die S-Zustände sind aufgrund der Niveaupolalisierung durch die Spin-Bahn-Kopplung und die scharf definierte Energie E_γ der Photonen nicht möglich. Abbildung 36 zeigt erlaubte Übergänge im Fall des

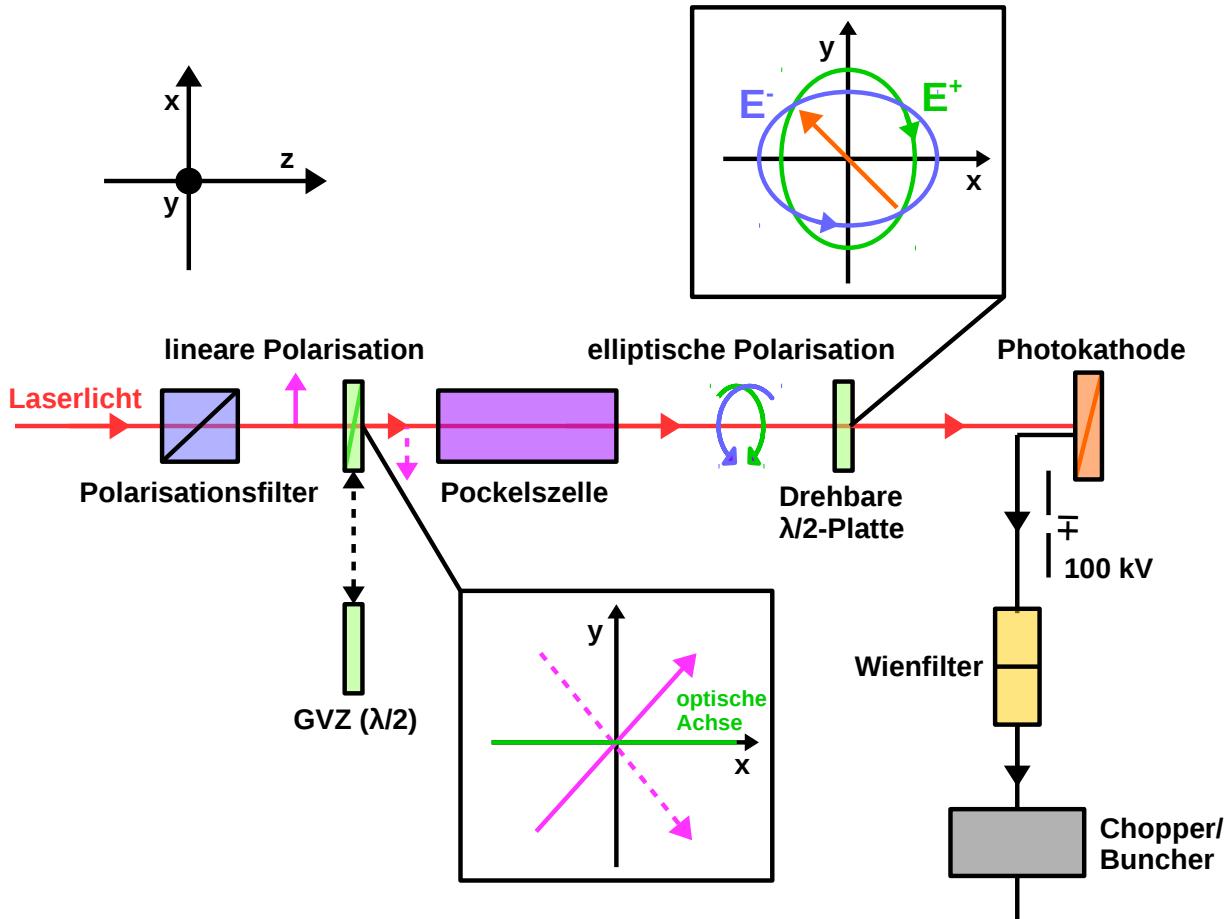


Abbildung 35: Schema des Aufbaus der für MESA vorgesehenen Quelle polarisierter Elektronen. Die Erläuterung des Funktionsprinzips findet sich im Text.

Einfalls rechtshändiger Photonen ($h = +1$). Es gilt die Auswahlregel $\Delta M_j = +1$. Durch die Anisotropie der Kristallgitter wird die Entartung der $P_{3/2}$ -Zustände aufgehoben; durch die resultierende Energieaufspaltung ΔE wird der Übergang $P_{3/2}, M_j = -3/2 \rightarrow S_{1/2}, M_j = -1/2$ selektiert, wodurch der Spin der Elektronen im Leitungsband festgelegt wird, so dass das ausgelöste Elektronen-Ensemble in hohem Maße polarisiert ist. Die aus der Kristallstruktur ausgelösten Elektronen werden mittels einer Hochspannung von 100 kV extrahiert und beschleunigt.

Zur Minimierung systematischer Unsicherheiten bei der Asymmetriemessung befinden sich zwei $\lambda/2$ -Platten an der Quelle. Die erste Platte befindet sich zwischen dem Polarisationsfilter und der Pockelszelle und kann optional in den Strahlengang des Laserlichts eingebracht werden. Sie kehrt die Helizität des aus der Pockelszelle austretenden Lichts um. Man bezeichnet diese $\lambda/2$ -Platte als Generalvorzeichenwechsler (GVZ), sie gestattet eine Überprüfung auf systematische Fehler bei der Asymmetriemessung, da sich im Idealfall bei Verwendung des Generalvorzeichenwechslers das Vorzeichen der gemessenen Asymmetrie ändert, der Betrag jedoch gleich bleibt. Die zweite $\lambda/2$ -Platte befindet sich zwischen der Pockelszelle und der Photokathode. Ihr Verwendungszweck ist die Minimierung der Strahlstromasymmetrie, welche sich aus unterschiedlichen Strahlintensitäten für die beiden Helizitätszustände ergibt. Die Strahlstromasymmetrie kann etwa dadurch entstehen, dass die Quantenausbeute an der Photokathode für die beiden Helizitätszustände systematisch verschieden ist. Dies wird hauptsächlich durch den geringen linearen Anteil der Polarisation der Photonen nach

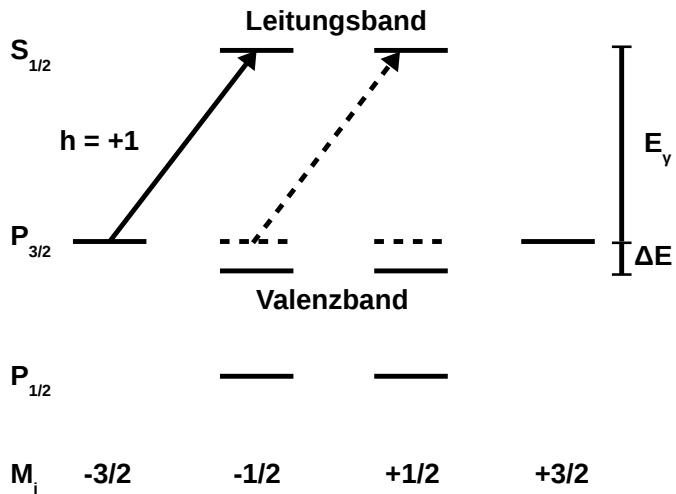


Abbildung 36: Vereinfachte Darstellung des Niveauschemas einer anisotropen Kristallanordnung („Strained-Layer“ oder „Super-Lattice“). Durch die Anisotropie der Gitterstruktur wird die Entartung der $P_{3/2}$ -Niveaus aufgehoben. Die Energieaufspaltung zwischen den Niveaus mit $M_j = \pm 1/2$ und $M_j = \pm 3/2$ beträgt ΔE . Mit rechtshändigen, zirkular polarisierten Photonen der Energie E_γ ist im gezeigten Bild nur der Übergang von $P_{3/2}, M_j = -3/2 \rightarrow S_{1/2}, M_j = -1/2$ möglich, was eine Polarisation der ausgelösten Elektronen zur Folge hat.

dem Passieren der Pockelszelle bedingt. Ferner können sowohl das Vakuumfenster als auch die Photokathode doppelbrechend wirken und somit den Polarisationszustand der Photonen verändern. Mittels der $\lambda/2$ -Platte kann die verbliebene Linearkomponente der Photonpolarisation minimiert werden. Die Platte wird um die Ausbreitungsrichtung des Laserlichts drehbar in den Strahlengang verbaut. Durch Drehen der Platte drehen sich die Ellipsen, welche die elektrischen Feldvektoren \vec{E}^\pm des Lichts in der x - y -Ebene beschreiben. Wird die Platte so gedreht, dass die Polarisationsrichtung der Photokathode, wie in Abbildung 35 dargestellt, in Richtung des Schnittpunktes dieser Ellipsen zeigt, so wird die helizitätskorrelierte Asymmetrie in der Intensität des Strahlstroms minimiert. Bestimmt man im Experiment die Strahlstromasymmetrie in Abhängigkeit von der Ausrichtung der $\lambda/2$ -Platte, so kann man diejenige Ausrichtung der $\lambda/2$ -Platte wählen, für welche helizitätskorrelierte Schwankungen des Strahlstroms minimal sind.

4.4.2 Wienfilter-System

Aufgrund der Präzession, welche die Elektron-Spins durch die Wechselwirkung mit elektromagnetischen Feldern beim Durchqueren des Beschleunigers erfahren, benötigt man ein System zur Spinmanipulation, um die Spins im P2-Experiment longitudinal auszurichten. Um die Ausrichtung des Elektron-Spins manipulieren und optimieren zu können, ist der Einsatz von Wien-Filtern vorgesehen. Ein Wien-Filter gestattet die Manipulation der Richtung des Spins relativ zur Impulsrichtung in einer vorgegebenen Ebene. Abbildung 37 zeigt ein Schema für den Aufbau eines Wien-Filters. Der zentrale Bestandteil eines Wien-Filters ist eine Kavität, in welcher ein elektrisches und ein hierzu senkrecht magnetisches Feld erzeugt wird. Beide Felder stehen senkrecht zur Flugrichtung der Elektronen, die den Wien-Filter passieren. Die Stärken der beiden Felder sind so gewählt, dass die Lorentz-Kraft und die elektrostatische Kraft sich aufheben. Die Elektronen erfahren somit keine Ablenkung von ihrer Flugbahn. Der Spin der Elektronen erfährt aufgrund der Thomas-Präzession in

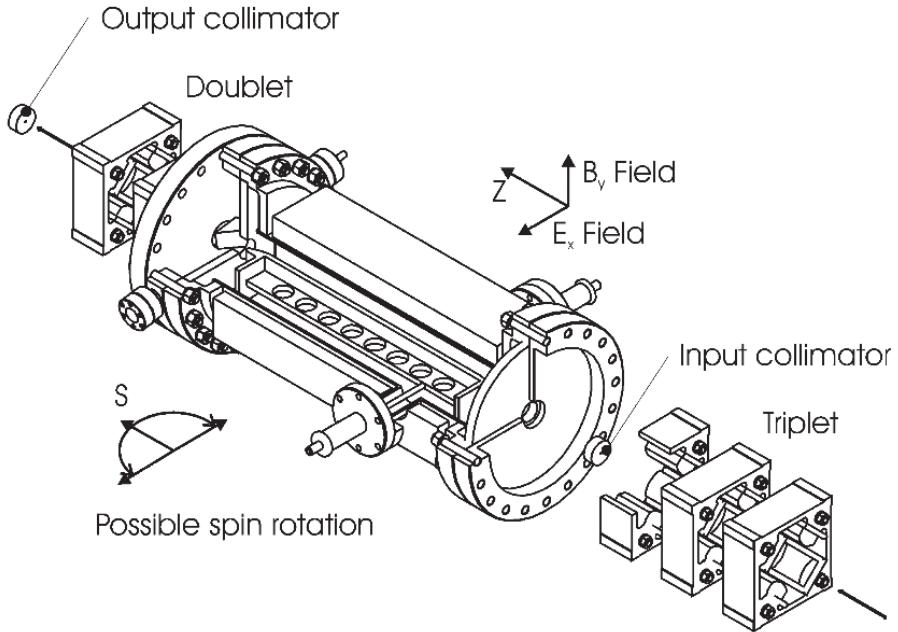


Abbildung 37: Schema für den Aufbau eines Wien-Filters. Die Abbildung wurde [98] entnommen. Weitere Erläuterungen finden sich im Text.

den Feldern eine Richtungsänderung relativ zur Impulsrichtung der Elektronen. Die Richtungsänderung des Spins kann durch die Wahl der Feldstärken von -90° bis 90° variiert werden. Die Quadrupol-Magnete vor bzw. hinter dem Wien-Filter dienen der Fokussierung des Elektronenstrahls. Da die zur Spinmanipulation benötigte Flugstrecke der Elektronen linear mit deren Energie wächst, ist der Einsatz von Wien-Filtern vor dem Einspeisen der Elektronen in den Injektor sinnvoll.

Die im P2-Experiment benötigte Spindrehung kann durch den Einsatz von Wienfiltern erreicht werden, welche dem Design der an MAMI eingesetzten Wienfilter entsprechen [99]. Es ist ein System bestehend aus zwei Wienfiltern und einem Solenoiden vorgesehen, welches dem an der Thomas Jefferson National Accelerator Facility verwendeten System nachempfunden ist [100]. Hierbei werden die Spins der Elektronen zunächst mittels eines Wienfilters um einen konstanten Winkel von 90° aus der Beschleunigerebene herausgedreht. Mithilfe eines in Flugrichtung der Elektronen longitudinalen Magnetfeldes, welches von einem Solenoiden erzeugt wird, werden die Spins anschließend in die Beschleunigerebene gedreht, so dass sie transversal zur Impulsrichtung der Elektronen stehen. Mittels des zweiten Wienfilters werden die Spins hiernach longitudinal ausgerichtet, wobei Effekte der Spinpräzession kompensiert werden. Durch Umkehren der Richtung des Magnetfeldes kann eine Umkehr der Helizität erreicht werden, die unabhängig von der optischen Helizitätsumkehr an der Quelle polarisierter Elektronen ist und somit eine weitere Möglichkeit zur systematischen Überprüfung der Strahleigenschaften darstellt. Werden die Spins nicht mithilfe des zweiten Wienfilters parallel zur Impulsrichtung gedreht, so kann eine Messung der Strahlpolarisation mit den Mott-Polarimetern erfolgen, welche nur bei transveraler Spinstellung möglich ist.

4.4.3 Chopper-System

Als „Chopper“ bezeichnet man ein Bauteil des Vorbeschleuniger-Systems eines Teilchenbeschleunigers, welches der longitudinalen Anpassung des Teilchenstrahls vor der Beschleuni-

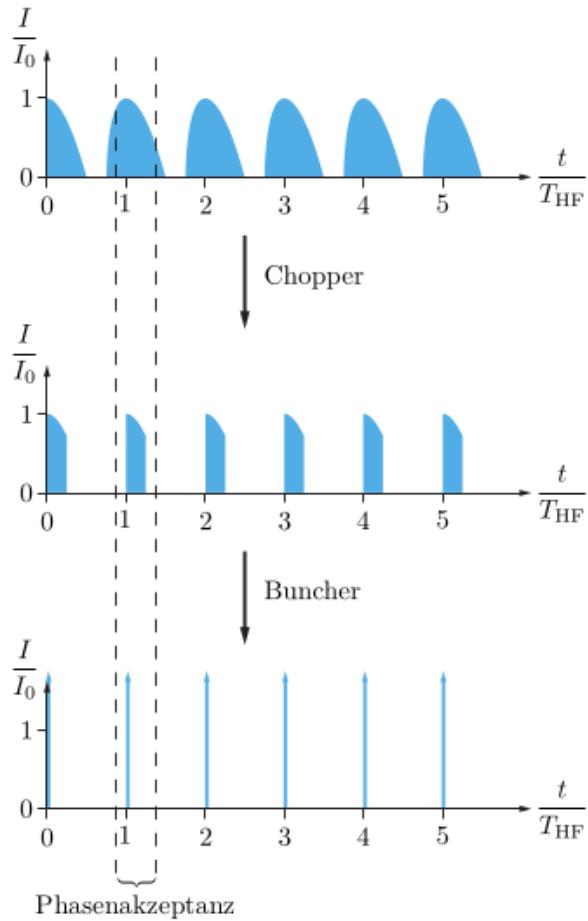


Abbildung 38: Zur Veranschaulichung der Wirkungsweise des Chopper-Buncher-Systems. Die Abbildung wurde [101] entnommen. Schematisch dargestellt ist der erwartete Verlauf der relativen Intensitäten I/I_0 des Elektronenflusses als Funktion der auf die Umlaufdauer der Hochfrequenz T_{HF} normierten Zeit t . Der obere Graph zeigt den erwarteten Intensitätsverlauf des Elektronenstrahls vor Eintritt in den Chopper. Das mittlere Bild zeigt die Gestalt des erwarteten Intensitätsverlaufs nach Passieren des Choppers. Das untere Bild ist eine Darstellung des erwarteten Verlaufs, nachdem die Elektronen-Pakete den Buncher passiert haben. Ebenfalls eingezeichnet ist das zur Beschleunigung der Elektronen geeignete Phasenintervall.

gung im Hauptteil der Anlage dient. In einem Elektronenbeschleuniger erfolgt die Beschleunigung in Hohlräumresonatoren mittels eines zeitlich mit der Hochfrequenz f_{HF} oszillierenden elektrischen Feldes, welches entlang der Flugbahn der Elektronen parallel bzw. antiparallel zu deren Impulsrichtung ausgerichtet ist, vgl. Abschnitt 4.4.6. Es existiert ein Phasenintervall um eine Sollphase ϕ_{sol} , welches sich zur Beschleunigung der Elektronen eignet. Die Aufgabe eines Choppers ist die Selektion derjenigen Elektronen, deren Phase mit dem zur Beschleunigung geeigneten Phasenintervall verträglich ist.

Der Laser der Quelle polarisierter Elektronen liefert Pulse, welche zeitlich mit der Hochfrequenz zur Beschleunigung der Elektronen synchronisiert sind. Daher werden aus der Photokathode Elektronen-Pakete emittiert. Das longitudinale und transversale Profil der Elektronen-Pakete hängt von der Form des Laserpulses sowie der charakteristischen Pulsantwort des Kathodenmaterials ab. Elektronen aus den unteren Schichten des Kathodenmaterials erreichen die Oberfläche mit zeitlicher Verzögerung gegenüber den Elektronen aus den oberen

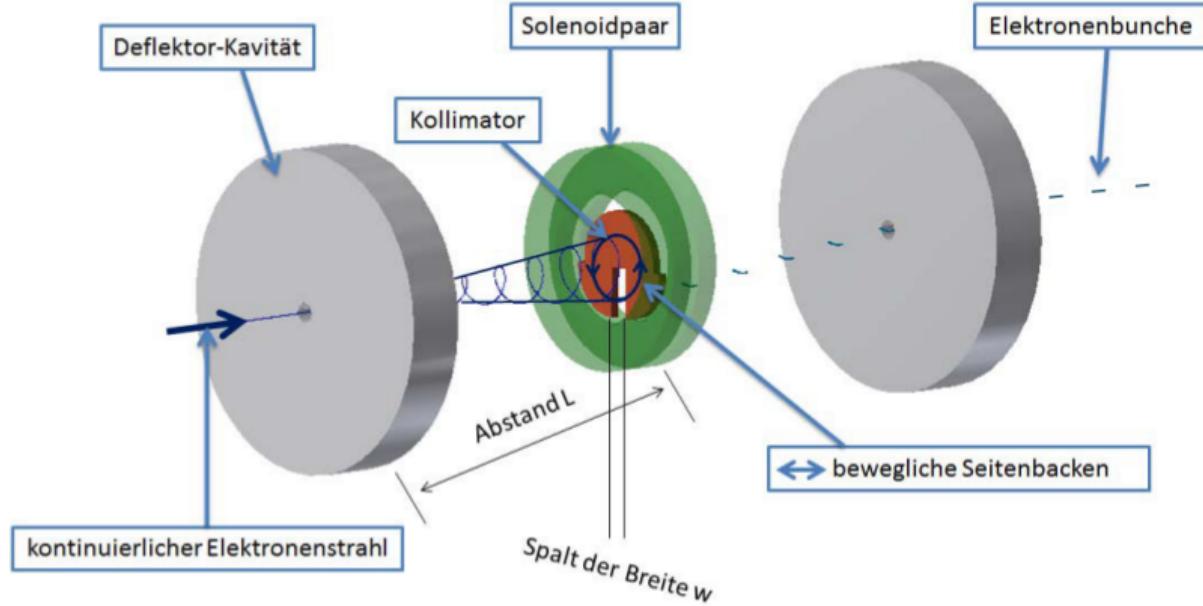


Abbildung 39: Schematische Darstellung des für MESA vorgesehenen Choppers aus [102]. Die Erläuterung findet sich im Text.

Schichten. Hierdurch vergrößert sich das longitudinale Profil der Elektronen-Pakete, es entsteht eine große Phasenablage gegenüber ϕ_{soll} , welche mithilfe des Choppers limitiert wird. Abbildung 38 veranschaulicht die Wirkungsweise eines Choppers auf Elektronen-Pakete.

Der für MESA vorgesehene Chopper basiert auf dem an MAMI verwendeten Design [102]. Das System besteht aus zwei Chopper-Resonatoren sowie einem Kollimator. Abbildung 39 zeigt eine schematische Darstellung. Der erste Resonator lenkt den Strahl mit der Frequenz f_{HF} zeitlich periodisch ab, so dass die Trajektorien im Anschluß auf der Oberfläche eines Kegels liegen. Jeder Phase der Hochfrequenz kann somit ein Winkel zugeordnet werden. Der Kollimatorspalt wird so gewählt, dass nur die Elektronen mit einer zur Beschleunigung geeigneten Phase den Kollimator passieren können. Der zweite Resonator kompensiert die Transversalimpulse der Elektronen, das Solenoid-Paar bildet die Elektronen zwischen den beiden Resonatoren ab.

4.4.4 Buncher-System

Die Aufgabe des Buncher-Systems ist die Fokussierung der aus dem Chopper austretenden Elektronen-Pakete in longitudinaler Richtung. Abbildung 40 dient der Veranschaulichung des Funktionsprinzips. Als „Buncher“ bezeichnet man einen Hochfrequenz-Resonator, in dem eine TM_{010} -Mode schwingt. Die Elektronen eines Pakets, welches den Chopper verlassen hat und in den Buncher eintritt, erfahren im Hochfrequenz-Resonator eine phasenabhängige Geschwindigkeitsmodulation. Diese ist so gewählt, dass die Elektronen des Pakets, welche den Buncher zuerst erreichen, abgebremst werden. Die Elektronen im Zentrum des Pakets erfahren keine Änderung der Geschwindigkeit, und diejenigen Elektronen des Pakets, welche den Buncher zuletzt erreichen, erfahren im Resonator eine Beschleunigung. Nachdem das Elektronen-Paket den Buncher passiert hat, durchläuft es eine Driftstrecke L_f . Aufgrund der Geschwindigkeitsmodulation verringert sich die longitudinale Ausdehnung des Elektronen-Pakets, während es die Driftstrecke durchläuft, bis es schließlich im Fokus des Bunchers

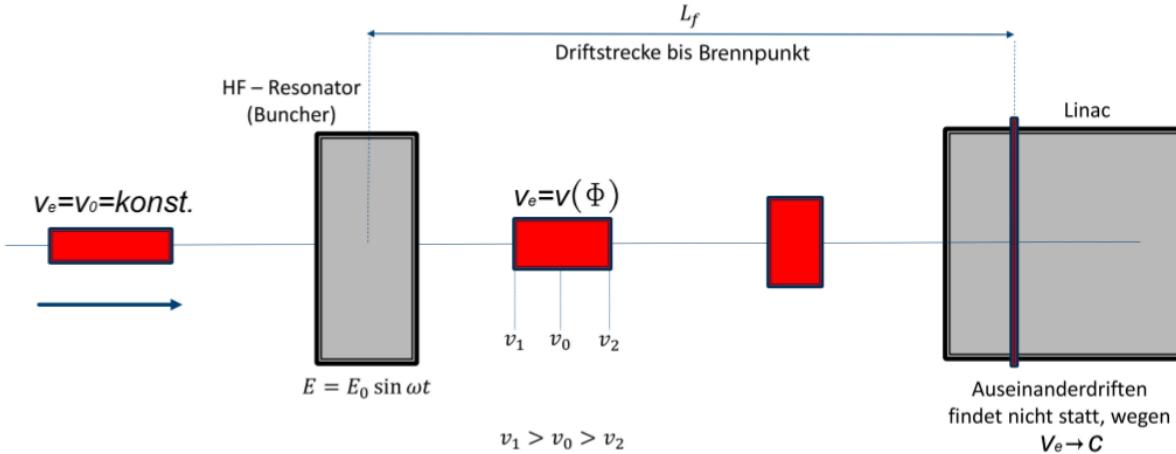


Abbildung 40: Zur Veranschaulichung der Funktionsweise eines Bunchers. Die Abbildung wurde [103] entnommen. Weitere Erläuterungen finden sich im Text.

seine minimale Ausdehnung erreicht. Die Position des Fokus befindet sich in der Beschleunigersektion. Das longitudinal fokussierte Elektronen-Paket wird anschließend auf nahezu Lichtgeschwindigkeit beschleunigt, so dass sich sämtliche Elektronen des Pakets im weiteren Verlauf mit näherungsweise gleicher Geschwindigkeit bewegen, was einer räumlichen Dispersion des Elektronenpakets entgegenwirkt.

Da der Phaseneinfangsbereich bei Verwendung eines einzelnen Bunchers relativ gering ist, wird für MESA ein System bestehend aus mehreren Hochfrequenz-Resonatoren entwickelt [103], so dass die Elektronen-Pakete mit hoher Ausbeute in die Injektor-Sektion eingebracht werden können.

4.4.5 Injektor

Der Zweck der Injektor-Sektion ist es, die Elektronen auf näherungsweise Lichtgeschwindigkeit zu beschleunigen, damit sie im Hauptbeschleuniger weiter beschleunigt werden können. Für MESA wird der Injektor „MilliAMPere BOoster“ (MAMBO) entwickelt [104], [105]. Das Design von MAMBO basiert auf dem des MAMI-Injektors ILAC [106]. Es handelt sich um einen normalleitenden Linearbeschleuniger, in welchem Elektronen der Anfangsenergie 100 keV beschleunigt werden, so dass ihre Energie beim Verlassen des Injektors 5 MeV beträgt. Der Linearbeschleuniger wird aus vier normalleitenden Hochfrequenz-Sektionen bestehen, die bei Raumtemperatur betrieben werden. Die Frequenz der Mikrowelle zur Erzeugung der elektrischen Felder innerhalb der Resonatoren beträgt - wie im Hauptbeschleuniger - 1,3 GHz. In der ersten Sektion werden die Elektronen von einer Geschwindigkeit $\beta_0 = v/c = 0,55$ auf $\beta_1 = 0,96$ beschleunigt. Die erste Sektion besitzt aufgrund der niedrigen Eintrittsgeschwindigkeit der Elektronen eine sogenannte „graded- β “-Struktur, was bedeutet, dass die Länge der Resonatoren in Flugrichtung der Elektronen zunimmt. Für die übrigen Strukturen ist kein β -Profil vorgesehen, alle weiteren Resonatoren derselben Stufe besitzen die gleiche Länge. Es sind $\beta_2 = 0,98$ und $\beta_{3,4} \approx 1$ vorgesehen.

4.4.6 Rezirkulierender Linearbeschleuniger

Nachdem die Elektronen den Injektor mit einer Energie von 5 MeV verlassen haben, werden sie im Hauptteil der Anlage auf die für MAGIX bzw. P2 vorgesehene Energie von 105 MeV

bzw. 155 MeV beschleunigt und anschließend zum Target des jeweiligen Experiments geleitet. Der Hauptbeschleuniger ist als Linearbeschleuniger konzipiert, welcher von den Elektronen in bis zu drei Rezirkulationen mehrfach durchlaufen wird. Das Herzstück der Anlage bilden zwei supraleitende Hochfrequenz-Module (SRF-Module), in welchen die Elektronen beschleunigt bzw. im ERL-Modus abgebremst werden. Das Design der SRF-Module sieht zwei neunzellige, TESLA/XFEL-ähnliche Kavitäten vor, welche in ein Rossendorf-artiges Kryomodul eingebettet sind [107]. Jede der Kavitäten besitzt einen Energiehub von 12,5 MeV, so dass die Elektronen pro Umlauf im Hauptbeschleuniger einen Energiezuwachs von 50 MeV erfahren können. Der Einsatz supraleitender SRF-Module ermöglicht aufgrund der hohen möglichen Feldstärken zur Teilchenbeschleunigung ein kompaktes Design des Beschleunigers, wie in Abbildung 34 dargestellt. Die Umlenkbögen der Strahlführung im Hauptteil des Beschleunigers sind teils übereinander angeordnet. Das gegenwärtige Design der Strahlführung sieht den Einsatz von 60 Dipolmagneten zur Richtungsänderung der Strahlelektronen sowie über 100 Quadrupolmagneten, welche der Strahlfokussierung dienen, vor. Im ERL-Moduls gestatten die supraleitenden SRF-Module darüber hinaus den energieeffizienten Betrieb von MESA, indem die Energie der Elektronen beim Abbremsvorgang in den Kavitäten in das Feld der SRF-Module rückgeführt wird.

4.5 Strahlmonitore und Strahlstabilisierung

Die Überwachung und Stabilisierung der Eigenschaften des von MESA generierten Elektronenstrahls sind zur Durchführung des P2-Experiments unerlässlich. Mit der Helizitätsumschaltung korrelierte Schwankungen der Strahleigenschaften führen zu einer systematischen Verschiebung des Erwartungswerts der im Experiment gemessenen Asymmetrie. Mit der Polarisationsumschaltung unkorrelierte Abweichungen von den Sollwerten der Strahlparameter führen zu einer Verbreiterung der gemessenen Asymmetrieverteilung. Es ist daher notwendig, Strahlstrom, -lage und -energie zu überwachen und helizitätskorrelierte Unterschiede in diesen Parametern zu minimieren. Hierzu sind eine Reihe von Monitor-Systemen vorgesehen, welche im Folgenden kurz beschrieben werden.

4.5.1 Strahlstrom und Strahllage

Zur Überwachung von Strahlstrom und Strahllage werden aller Voraussicht nach Phasenintensitätsmonitore zum Einsatz kommen. Bei einem Phasenintensitätsmonitor handelt es sich um eine Hochfrequenz-Resonanz-Kavität. Eine solche Kavität ist ein Hohlraum, dessen Wände aus einem elektrisch gut leitenden Material bestehen. Passieren Strahlelektronen die Kavität, so erregen deren elektromagnetische Felder Hochfrequenzwellen im Resonator, welche nach Einschwingvorgängen einen stationären Zustand erreichen. Mit einer in den Resonator eingelassenen Antenne oder Koppelschleife kann die im Resonator angeregte Schwingung in ein elektrisches Signal überführt werden.

Eine Möglichkeit zur Überwachung und Regelung des Strahlstroms stellt die Platzierung eines TM_{010} -Resonators zwischen der Quelle polarisierter Elektronen und dem Injektor dar. Mittels des Resonators wird der Strahlstrom gemessen und mit einem Sollwert verglichen. Eine Abweichung vom Sollwert führt zu einem Regelsignal, welches in der Anpassung der Intensität des Lasers in der Quelle polarisierter Elektronen resultiert.

Die Strahllage kann mithilfe von XYMOs (XY-Monitoren) überwacht und stabilisiert werden. Ein XYMO besteht aus zwei Kavitäten, eine zur Messung der Strahlablage in x -Richtung

und eine für die y -Richtung. In den Kavitäten wird die TM_{110} -Mode des elektromagnetischen Felds angeregt, deren elektrisches Feld entlang der Resonatorachse Null ist, so dass bei mittigem Durchgang der Elektronen kein Signal abgegriffen werden kann. Das elektrische Feld steigt mit wachsender Entfernung von der Strahlachse näherungsweise linear an, entsprechend wächst auch die Amplitude des vom XYMO gelieferten Signals. Abweichungen der Lage des Strahls von den Sollwerten können mithilfe von schnellen Steuermagneten (Wedlern) korrigiert werden.

4.5.2 Strahlenergie

Die Energie des Elektronenstrahls kann über den Laufzeitunterschied von Elektronen verschiedener Energie beim Durchgang durch einen Umlenkmagneten mit Hilfe zweier Hochfrequenz-Resonanz-Kavitäten vor und nach dem Magneten bestimmt werden. Unterschiedliche Energien der Strahlelektronen führen zu unterschiedlichen Trajektorien durch das Magnetfeld. Ein möglicher Ort für eine solche Messung an MESA ist der letzte Umlenkbogen vor dem Target des P2-Experiments. Eine solche Messung könnte auch dazu benutzt werden, die Strahlenergie zu stabilisieren, indem die Einschussphase in den Hauptbeschleuniger so gesteuert wird, dass die Laufzeit der Elektronen zwischen den Flugzeitmonitoren möglichst konstant gehalten wird.

4.6 Polarimetrie

Für das P2-Experiment wird eine Bestimmung der Strahlpolarisation P mit einer relativen Unsicherheit von $\Delta P/P = 0,5\%$ über die Messdauer von $T = 10^4$ h hinweg angestrebt. Es sind drei Polarimeter geplant, von denen jedes eine relative Unsicherheit von $\Delta P/P \leq 1\%$ gewährleisten soll. Es ist ein Doppelstreu-Mott-Polarimeter vorgesehen, das bei einer Strahlenergie von $E_{\text{beam}} = 100$ keV betrieben wird, ein Mott-Polarimeter, das bei $E_{\text{beam}} = 5$ MeV operiert sowie ein Hydro-Møller-Polarimeter, welches in der P2-Strahlführung vor dem ℓH_2 -Target des Experiments positioniert werden soll, wie in Abbildung 34 erkennbar. Während das Hydro-Møller-Polarimeter eine Polarisationsbestimmung parallel zur Asymmetriemessung im P2-Experiment bei den selben Strahlparametern ermöglichen wird, kann eine Polarisationsbestimmung mit den Mott-Polarimetern nur bei wesentlich geringeren Strahlenergien, transversaler Spinstellung und somit nicht parallel zur Asymmetriemessung im P2-Experiment erfolgen. Im Gegenzug gestatten Mott-Polarimeter eine schnelle Bestimmungen der Strahlpolarisation. Im Folgenden werden die Funktionsweisen der vorgesehenen Polarimetertypen beschrieben.

4.6.1 Doppelstreu-Mott-Polarimeter

Das Prinzip eines Doppelstreu-Mott-Polarimeters basiert auf der Streuung transversal polarisierter Elektronen an einem Target mit hoher Ordnungszahl Z . Die Meßgröße zur Bestimmung des Polarisationsgrades ist die Zählratenasymmetrie

$$A_{\text{LR}} \equiv \frac{I_{\text{L}} - I_{\text{R}}}{I_{\text{L}} + I_{\text{R}}} = P \cdot S_{\text{eff}}, \quad (179)$$

wo $I_{\text{L}, \text{R}}$ die Zählraten der im Target unter Winkeln $\pm\Theta$ relativ zur Einfallrichtung gestreuten Elektronen ist. P ist der Polarisationsgrad der Elektronen und S_{eff} die Analysierstärke („Sherman-Funktion“) des Targets. Der Vorteil eines Doppelstreu-Mott-Polarimeters liegt darin begründet, dass S_{eff} im Rahmen der Kalibration des Polarimeters experimentell bestimmt werden kann und somit keine Unsicherheiten seitens einer theoretischen Bestimmung

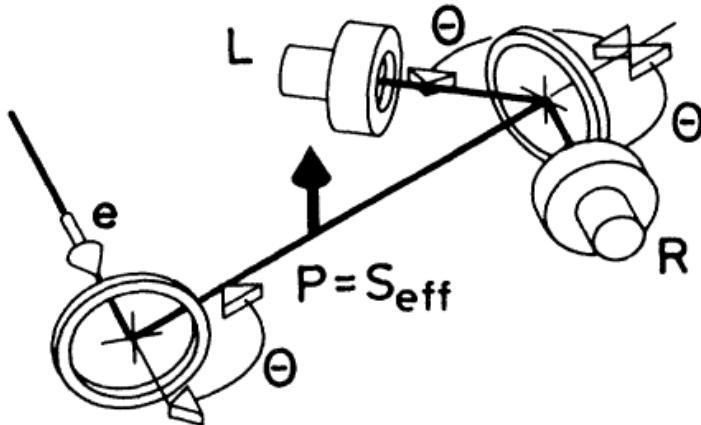


Abbildung 41: Zur Erläuterung der Bestimmung von S_{eff} bei einem Doppelstreu-Mott-Polarimeter mit identischen Target-Folien. Die Abbildung entstammt [108]. Im Bild trifft ein von oben links kommender, unpolarisierter Elektronenstrahl auf eine Target-Folie. Nach Streuung am ersten Target unter dem Winkel Θ besitzen die Elektronen die Polarisation $P = S_{\text{eff}}$, welche der effektiven Analysierstärke des ersten Targets entspricht. Die Elektronen treffen anschließend auf ein zweites Target, welches mit dem ersten identisch ist. Die hier unter den Winkeln $\pm\Theta$ gestreuten Elektronen werden in zwei symmetrisch um das zweite Target angeordneten Detektoren nachgewiesen. Im mit L (R) bezeichneten Detektor wird die Zählrate I_L (I_R) gemessen.

der Sherman-Funktion des Targets in die Bestimmung von P einfließen. Abbildung 41 veranschaulicht das Prinzip zur Bestimmung von S_{eff} bei Verwendung eines unpolarisierten Elektronenstrahls und zweier identischer Targets. In diesem Fall gilt $A_{\text{LR}} = S_{\text{eff}}^2$ [108].

Durch Verwendung eines polarisierten Elektronenstrahls und Umschalten der Polarisation lässt sich S_{eff} auch bei Verwendung zweier unterschiedlicher Targets bestimmen [109]. Die Genauigkeit, mit der S_{eff} ermittelt werden kann, ist bei einem Doppelstreu-Mott-Polarimeter durch die Genauigkeit limitiert, mit welcher der Beitrag apparativer Asymmetrien zu A_{LR} bestimmt werden kann. Ist S_{eff} hinreichend genau bekannt, so kann A_{LR} durch Streuung an einem einzelnen Target innerhalb kurzer Zeit so bestimmt werden, dass eine präzise Extraktion der Strahlpolarisation möglich ist. Das Doppelstreu-Mott-Polarimeter gestattet keine Polarisationsbestimmung parallel zur Asymmetriemessung mit dem P2-Messaufbau, da eine Messung der Strahlpolarisation nur bei transversaler Spinstellung, niedriger Strahlenergie ~ 100 keV und geringem Strahlstrom ~ 5 nA durchgeführt werden können. Abbildung 42 zeigt eine schematische Darstellung des für MESA entwickelten Doppelstreu-Mott-Polarimeters.

4.6.2 Einzelstreu-Mott-Polarimeter

Aufgrund der ähnlichen Strahlenergien kann das Design des bei 3,5 MeV an MAMI operierenden Einzelstreu-Mott-Polarimeters [110] mit kleinen Modifikationen zur Polarisationsbestimmung an MESA übernommen werden. Abbildung 43 zeigt ein Schema des Aufbaus des sich an MAMI im Einsatz befindlichen Polarimeters. Die Messgröße zur Polarisationsbestimmung ist die Zählraten-Asymmetrie in der Rückwärtswinkel-Streuung transversal polarisierter Elektronen an einem dünnen Au-Target, welche als

$$A_{\text{eAu}}^{\text{LR}} \equiv \frac{R^{\uparrow} - R^{\downarrow}}{R^{\uparrow} + R^{\downarrow}} \quad (180)$$

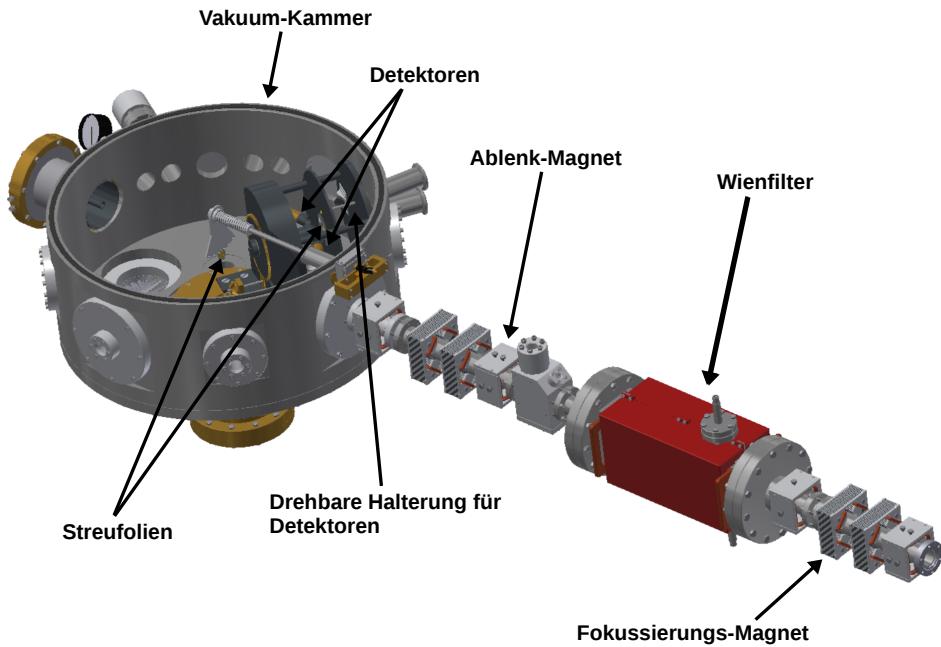


Abbildung 42: Technische Zeichnung des für MESA entwickelten Doppelstreu-Mott-Polarimeters, mit freundlicher Genehmigung von M. Molitor (B2-Kollaboration, Mainz). Das Polarimeter ist zur Installation in Richtung des Elektronenstrahls hinter dem Wienfilter-System vorgesehen. Die Detektoren des Polarimeters werden auf einer um die erste Streufolie rotierbaren Vorrichtung platziert. Dies gestattet es den Streuwinkel Θ einzustellen und sowohl die Kalibration als auch die Polarisationsmessung durchzuführen.

geschrieben werden kann. Dabei ist $R^{\uparrow\downarrow}$ die Nachweisrate der unter Rückwärtswinkeln an der Goldfolie gestreuten Elektronen für die beiden Spinstellungen senkrecht zur Streuebene. Für die transversale Polarisation P der einfallenden Elektronen gilt:

$$P = \frac{A_0}{S_0}, \quad (181)$$

worin S_0 die Analysierstärke („Sherman-Funktion“) des Streuprozesses ist und A_0 die Asymmetrie im Streuprozess an einem Target mit differenzieller Dicke in Richtung des Elektronenstrahls darstellt. S_0 muss berechnet werden. A_0 kann bestimmt werden, indem Kalibrationsmessungen von A_{eAu}^{LR} mit Targets unterschiedlicher Dicke ausgeführt werden und die Resultate zu verschwindender Targetdicke hin extrapoliert werden.

Ein Vorteil des Einzelstreu-Mott-Polarimeters liegt darin begründet, dass es für ein großes Intervall von Strahlströmen zwischen $I_{beam} \approx 6 \text{ nA}$ und $I_{beam} = 50 \mu\text{A}$ präzise Polarisationsmessungen gestattet. Messungen mit dem Einzelstreu-Mott-Polarimeter können sowohl bei Strahlströmen durchgeführt werden, bei denen das Doppelstreu-Mott-Polarimeter operiert, als auch bei Strahlströmen, die sich der Größenordnung des im P2-Experiment vorgesehenen Strahlstroms von $150 \mu\text{A}$ annähern und bei denen das Hydro-Møller-Polarimeter operieren soll.

Die größten Beiträge zur Unsicherheit in Polarisationsbestimmungen mit Einzelstreu-Mott-Polarimetern stammen von Untergrundprozessen, der Unsicherheit in der Extrapolation hin zu verschwindender Targetdicke sowie der Unsicherheit bei der Bestimmung der Analy-

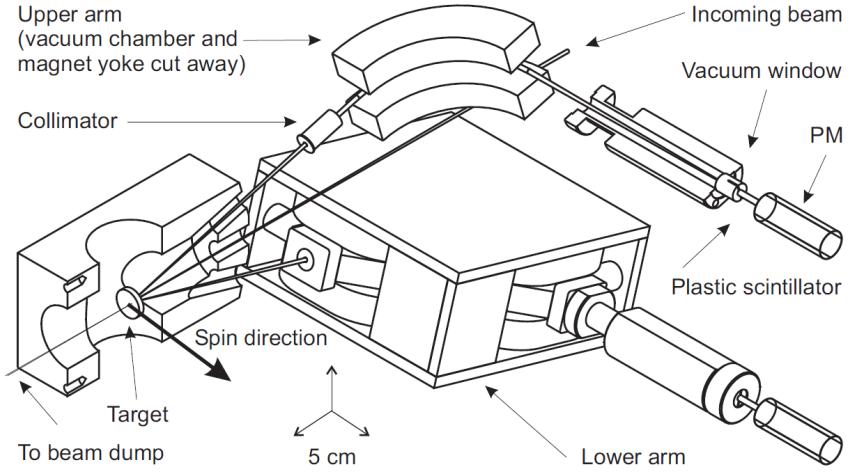


Abbildung 43: Schematische Darstellung des Einzelstreu-Mott-Polarimeters, welches an MA-MI verwendet wird. Die Abbildung wurde [110] entnommen. Der im Bild von rechts oben einfallende, transversal polarisierte Elektronenstrahl trifft auf eine dünne Goldfolie, welche als Target fungiert. Die unter Streuwinkeln $\theta = 164^\circ$ senkrecht zur Ebene, welche durch Strahl- und Spinrichtung aufgespannt wird, gestreuten Elektronen werden mithilfe von Magneten abgelenkt und in Szintillationsdetektoren nachgewiesen. Das Polarimeter zeichnet sich durch seine Kompaktheit aus.

sierstärke in der Theorie. Die Minimierung dieser Unsicherheiten zum Einsatz eines weiterentwickelten Designs an MESA ist Gegenstand der Forschung [26]. Die P2-Kollaboration geht davon aus, dass mit einem Einzelstreu-Mott-Polarimeter an MESA Polarisationsmessungen mit einer relativen Unsicherheit von $\Delta P/P < 1\%$ möglich sein werden.

4.6.3 Hydro-Møller-Polarimeter

Die Grundidee hinter dem Konzept des Hydro-Møller-Polarimeters ist, das ferromagnetische Target eines konventionellen Møller-Polarimeters durch longitudinal polarisierte Wasserstoffatome zu ersetzen [111]. Die Wasserstoffatome werden dabei in einem starken Magnetfeld \vec{B} , das von einem Solenoiden entlang der Strahlachse generiert wird, gefangen gehalten. Abbildung 44 dient der Erklärung des Funktionsprinzips eines Hydro-Møller-Polarimeters. Atomarer Wasserstoff wird auf eine Temperatur von $T = 30\text{ K}$ gekühlt und anschließend in eine aus reinem Kupfer bestehende Speicherzelle eingebracht. Die Speicherzelle befindet sich im Inneren eines Solenoiden, der im zentralen Bereich der Speicherzelle ein starkes Magnetfeld $B \approx 8\text{ T}$ erzeugt, das parallel zur Strahlachse ausgerichtet ist. Im Randfeld werden die Atome durch Kollisionen mit den Wänden der Speicherzelle auf eine Temperatur von $T = 0,3\text{ K}$ gekühlt. Rekombination und Adsorption der Wasserstoffatome an der Oberfläche der Speicherzelle können durch Aufbringen eines Films superfluiden Heliums auf die Oberfläche vermieden werden. Das Magnetfeld und die Hyperfein-Wechselwirkung spalten den Grundzustand des Wasserstoffs in vier Zustände unterschiedlicher Energie auf, wobei $|a\rangle$ und $|b\rangle$ die Zustände mit den niedrigsten Energien bezeichnen, $|c\rangle$ und $|d\rangle$ die Zustände

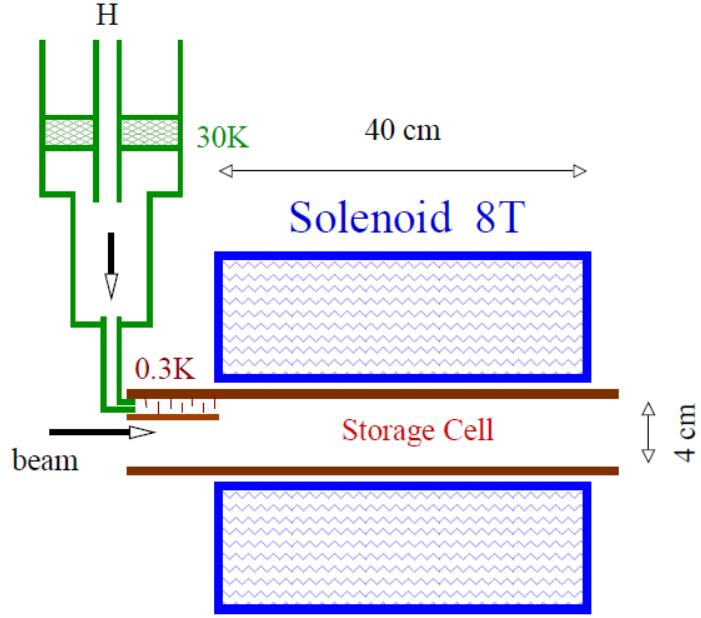


Abbildung 44: Schematische Darstellung der Wasserstoff-Speicherzelle eines Hydro-Møller-Polarimeters. Die Abbildung wurde [111] entnommen.

mit höheren Energien. Es gilt

$$\begin{aligned}
 |a\rangle &= \cos(\theta) \cdot |\downarrow\uparrow\rangle - \sin(\theta) \cdot |\uparrow\downarrow\rangle, \\
 |b\rangle &= |\downarrow\downarrow\rangle, \\
 |c\rangle &= \sin(\theta) \cdot |\downarrow\uparrow\rangle + \cos(\theta) \cdot |\uparrow\downarrow\rangle, \\
 |d\rangle &= |\uparrow\uparrow\rangle,
 \end{aligned} \tag{182}$$

wobei der erste (zweite) Pfeil die Projektion des Spins des Elektrons (Protons) auf die Richtung des Magnetfelds angibt. Bei den für T und B gewählten Werten ist $\sin(\theta) \approx 0,003$, so dass die Elektronen in den Zuständen $|a\rangle$ und $|b\rangle$ nahezu vollständig polarisiert sind. Eine Beimischung $\sim 10^{-5}$ der entgegengesetzten Polarisationsrichtung stammt von Zustand $|a\rangle$. Abbildung 45 zeigt die Energieniveaus in Abhängigkeit von der Stärke des angelegten Magnetfeldes. Aufgrund der durch den Gradienten des Magnetfeldes induzierten Kraft $-\vec{\nabla}(\vec{\mu}_H \cdot \vec{B})$ werden die Atome in den Zuständen $|a\rangle$ und $|b\rangle$ zum Zentrum der Speicherzelle gezogen, wo die Stärke des Magnetfelds maximal ist. Die Zustände $|c\rangle$ und $|d\rangle$ werden durch die aus dem Feldgradienten resultierenden Kraft aus der Speicherzelle entfernt. Es können Elektronen-Dichten von $6 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-2}$ für das Gas-Target in der Speicherzelle erreicht werden [112].

Die Strahlelektronen streuen an den polarisierten Elektronen des in der Speicherzelle gefangenen atomaren Wasserstoffs. Für den diffenziellen Wirkungsquerschnitt des Møller-Streuprozesses gilt im Schwerpunktssystem

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{CM}} = \left(\frac{d\sigma^0}{d\Omega} \right)_{\text{CM}} \cdot \left(1 + \sum_{i,j=x, y, z} a_{ij} P_i^B P_j^T \right), \tag{183}$$

wo P_i^B und P_j^T die Polarisationskomponenten von Strahl- und Target-Elektronen sind. Als Einfallsrichtung der Strahlelektronen in die Speicherzelle wurde \vec{e}_z gewählt. Die Messgröße

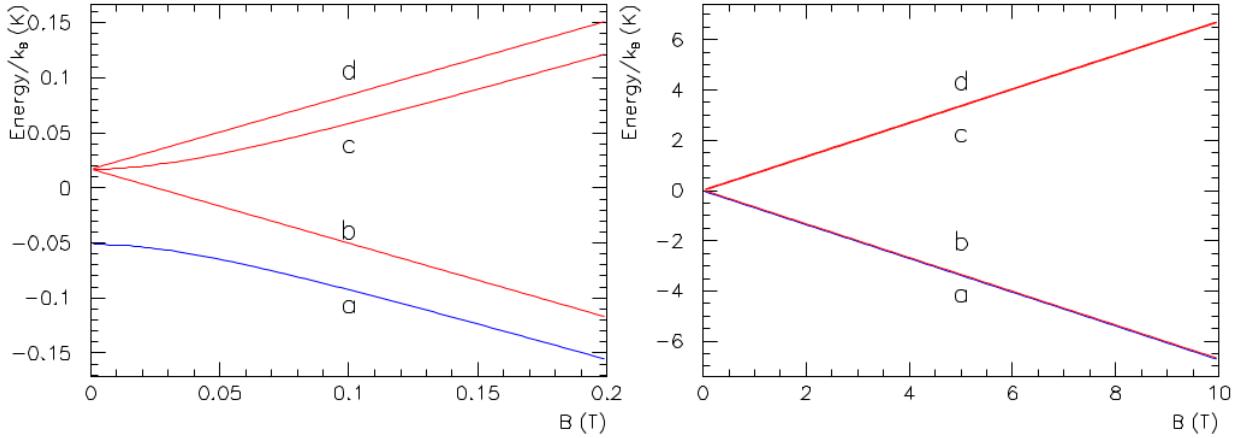


Abbildung 45: Energieniveaus $|a\rangle$, $|b\rangle$, $|c\rangle$ und $|d\rangle$ in Abhängigkeit vom angelegten Magnetfeld B . Die Abbildungen wurden [112] entnommen. Die Zustände $|a\rangle$ und $|b\rangle$ können bei hohen Feldstärken aufgrund ihrer niedrigeren Energien von den Zuständen $|c\rangle$ und $|d\rangle$ im Magnetfeld separiert werden.

zur Bestimmung von P_z^B ist die Doppelspin-Asymmetrie

$$A^{P^B, P^T} = \frac{N^{\uparrow\uparrow} - N^{\uparrow\downarrow}}{N^{\uparrow\uparrow} + N^{\uparrow\downarrow}} = a_{zz} P_z^B P_z^T, \quad (184)$$

im Møller-Streuprozess, für die im Fall $P_z^T \approx 1$

$$A^{P^B, P^T} \approx -\frac{7}{9} P_z^B \quad (185)$$

gilt, was eine Extraktion der Strahlpolarisation $P = P_z^B$ gestattet.

Die Bestimmung der Strahlpolarisation mit dem geplanten Hydro-Møller-Polarimeter soll simultan zur Messung der paritätsverletzenden Asymmetrie mit dem Messaufbau des P2-Experiments erfolgen. Die Platzierung des Polarimeters ist im letzten Abschnitt der P2-Strahlführung vorgesehen, wie in Abbildung 34 dargestellt. Aufgrund des hohen Polarisationsgrades des Gas-Targets eines Hydro-Møller-Polarimeters kann eine relative statistische Unsicherheit $\sim 0,5\%$ bei der Bestimmung der Strahlpolarisation in weniger als einer Stunde erreicht werden [26]. Ein entsprechendes Polarimeter wird gegenwärtig entwickelt.

4.7 Messaufbau des P2-Experiments

Im Folgenden wird der Messaufbau des P2-Experiments beschrieben. In Beschleunigerexperimenten zur paritätsverletzenden Elektronenstreuung besteht eine enge Verflechtung zwischen Beschleuniger und Messaufbau, da Präparation und Kontrolle der Strahleigenschaften für das Gelingen des Experiments von entscheidender Bedeutung sind. Darüber hinaus muss die Datennahme im Experiment mit dem Helizitätswechsel des Elektronenstrahls synchronisiert sein. Die Umsetzung der in den vorangegangenen Abschnitten dieses Kapitels beschriebenen Konzepte erfolgt im Hinblick auf eine erfolgreiche Durchführung des P2-Experiments. Die formale Trennung der Beschreibungen von Beschleuniger, dessen Instrumentierung und des Messaufbaus des P2-Experiments dient somit lediglich der Verbesserung der Übersicht.

Abbildung 46 gibt einen Überblick über den geplanten Messaufbau des P2-Experiments. Der von MESA erzeugte Elektronenstrahl tritt im Bild von unten links kommend in die

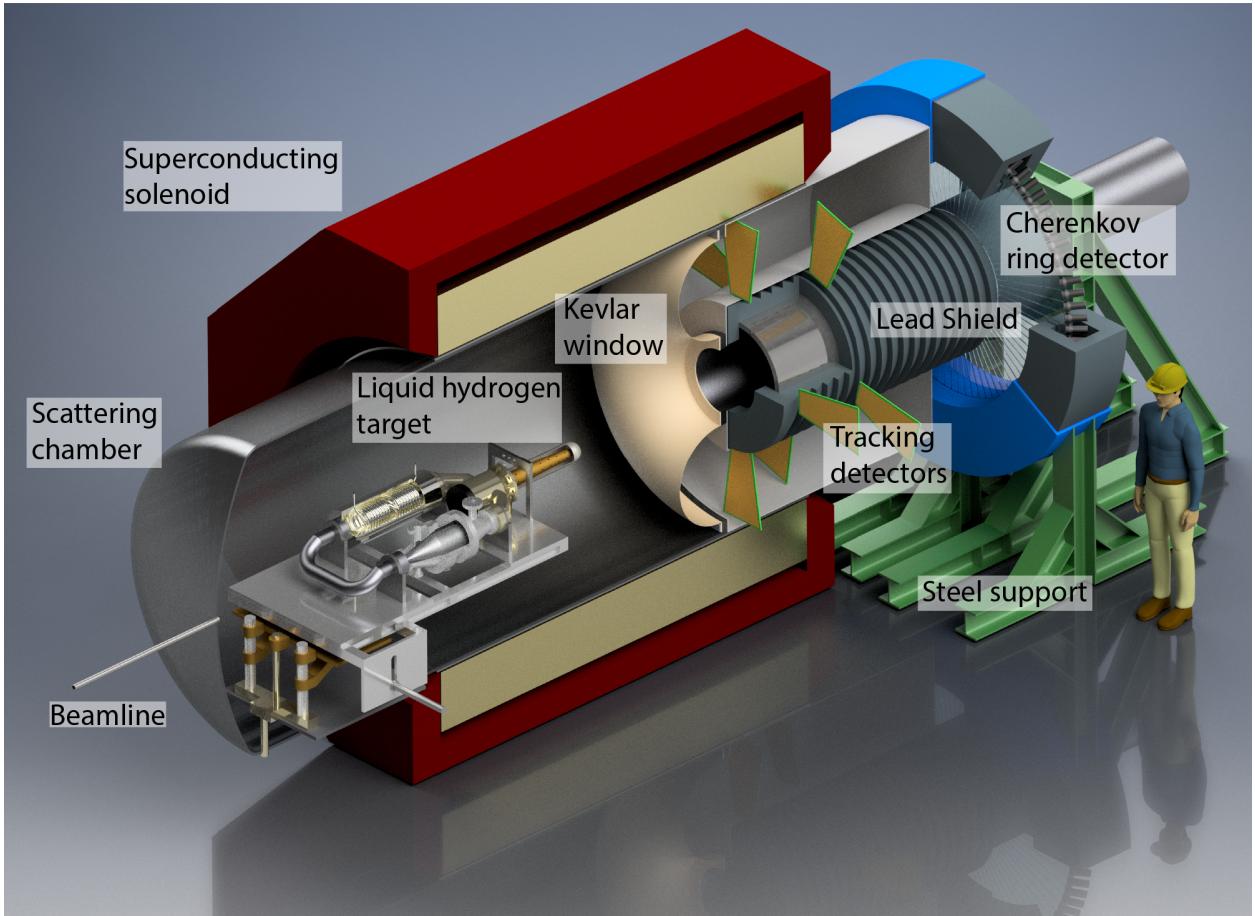


Abbildung 46: Der geplante Messaufbau des P2-Experiments. Die Abbildung wurde [26] entnommen. Erläuterungen finden sich im Text.

Streukammer ein und wechselwirkt dort mit dem 600 mm langen ℓ H₂-Target. Target und Streukammer befinden sich im Inneren eines supraleitenden Solenoiden. Das von dem Solenoiden generierte Magnetfeld verläuft im zentralen Innenbereich des Magneten parallel zur Strahlachse und besitzt eine Stärke von $B \approx 0,6$ T. Das Magnetfeld dient dazu, die im Target elastisch an Protonen gestreuten Elektronen von den Elektronen im Endzustand des Møller-Streuprozesses zu separieren. Die im Experiment nachzuweisenden, elastisch an Protonen unter Winkeln $\theta_f \in [25^\circ, 45^\circ]$ gestreuten Elektronen verlassen die Streukammer durch ein dünnes Kevlar-Fenster und treten anschließend in eine mit Helium gefüllte Kammer ein, welche die Spur-Detektoren beherbergt. Die Spur-Detektoren dienen der Rekonstruktion der Elektron-Bahnkurven bei niedrigen Strahlströmen zur Q^2 -Bestimmung. Die Elektronen werden anschließend mithilfe eines Cherenkov-Ringdetektors nachgewiesen, welcher zur Bestimmung der paritätsverletzenden Asymmetrie der elastischen Elektron-Proton-Streuung eingesetzt wird. Um den Cherenkov-Detektor gegen aus dem Target hervortretende Photonen abzuschirmen, werden Bleischilde eingesetzt. Im Folgenden wird auf die Komponenten des geplanten Messaufbaus näher eingegangen.

4.7.1 Flüssigwasserstoff-Target

Das Target, welches im P2-Experiment zum Einsatz kommen wird, wird von der Arbeitsgruppe um S. Covrig an der Thomas Jefferson National Accelerator Facility in den USA angefertigt und befindet sich gegenwärtig in der Entwicklungsphase. Das aktuelle Design basiert auf dem des Targets, welches im G0-Experiments verwendet wurde [113]. Abbildung

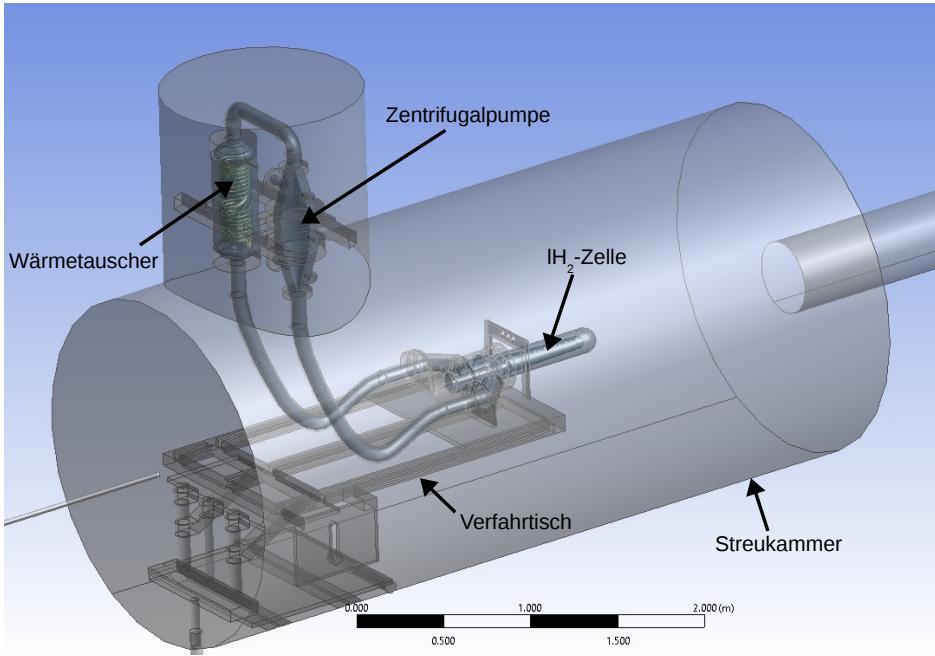


Abbildung 47: Vorläufiges Design des Flüssigwasserstoff-Targets des P2-Experiments. Dargestellt ist der in die Streukammer eingebettete ℓH_2 -Kreislauf, welcher die ℓH_2 -Zelle, einen Wärmetauscher sowie eine Zentrifugalpumpe beinhaltet. Das Design sieht vor, die ℓH_2 -Zelle auf einem Verfahrtisch zu platzieren, welcher eine präzise Ausrichtung des Targets entlang der Strahlachse gestattet. Die Abbildung wurde [26] entnommen.

47 zeigt ein mögliches Design des P2-Targets.

Die an das Target des P2-Experiments gestellten Anforderungen sind sehr hoch, da die im Experiment zu messende Asymmetrie $\mathcal{O}(10^{-8})$ sehr klein ist und mit sehr hoher Präzision bestimmt werden soll. So soll die Dichtereduktion des ℓH_2 durch den Wärmeeintrag des Elektronenstrahls nicht mehr als 2 % betragen. Ferner sollen Dichteschwankungen des Targets im Strahlbetrieb nicht mehr als 10 ppm über den Zeitraum der Helizitätsumkehr des Elektronenstrahls betragen. Dies entspricht der Forderung, dass die zu messende Asymmetrieverteilung durch Dichteschwankungen im Target um nicht mehr als 2 % verbreitert wird. Ferner soll die Hülle des Targets über die gesamte Länge von 600 mm in Strahlrichtung so dünn wie möglich sein, so dass die gestreuten Elektronen möglichst wenig Material durchqueren müssen. Bei nominellem Strahlstrom von $150 \mu\text{A}$ erwartet man eine im ℓH_2 -Target deponierte Wärmeleistung von $3,1 \text{ kW}$ [26]. Die P2-Kollaboration sieht eine Leistung von 4000 W zur Kühlung des Targets vor, um die Restwärme der Komponenten des Aufbaus zu berücksichtigen.

Im Wärmetauscher findet die Verflüssigung von gasförmigem H_2 statt. Ferner wird der ℓH_2 -Kreislauf hier gekühlt, um das Target stabil zu halten. Abbildung 48 zeigt ein Bild des aktuellen Designs des Wärmetauschers. Es sieht zwei Schichten längstberippter Kupferrohre vor, die um eine zentrale Trennwand gewickelt sind, welche die Rohre vom ℓH_2 -Kreislauf separiert. Durch die Rohre wird das zur Kühlung eingesetzte He geführt.

Es ist vorgesehen, das Target permanent zu heizen, um Dichtefluktuationen und einem Gefrieren des Flüssigwasserstoffs im Falle eines Strahlausfalls entgegenzuwirken. Zu diesem

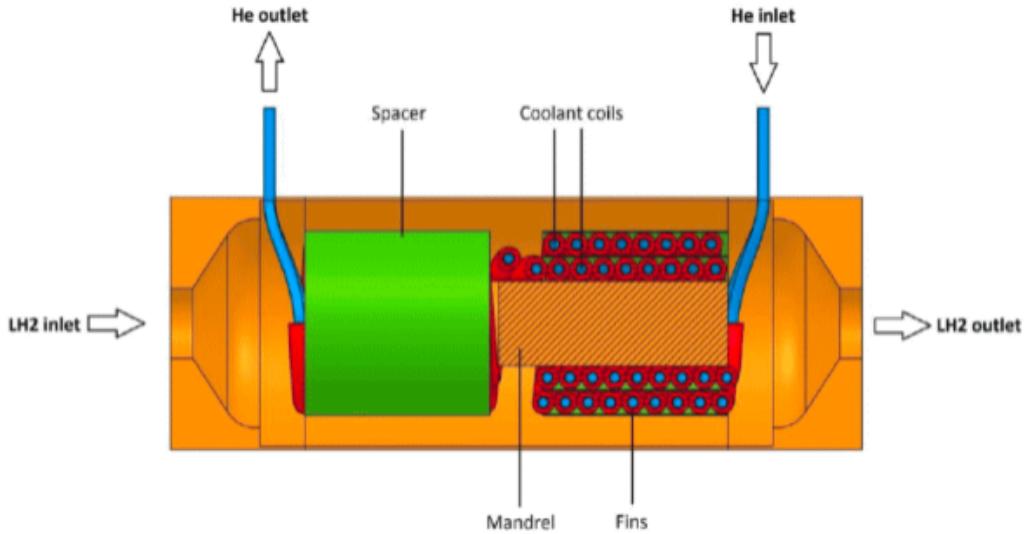


Abbildung 48: Design des Wärmetauschers, der zur Verflüssigung des Wasserstoffs und thermischen Stabilisierung des Targets dient. Die Abbildung wurde [26] entnommen.

Zweck ist ein Heizer vorgesehen, der über eine Feedback-Schleife mit Temperatursensoren verbunden ist, um die Targettemperatur unabhängig vom Strahlbetrieb konstant zu halten.

Das Design des Targets sieht den Einsatz einer Zentrifugalpumpe vor. Die Pumpe wird voraussichtlich einen Massenfluss $\leq 2 \text{ kg/s}$ an ℓH_2 bei einem Druck von 0,1 bar am Pumpkopf erzeugen. Dies entspricht einem Volumenfluss von $\leq 28 \text{ l/s}$.

Das vorläufige Design der ℓH_2 -Zelle ist in Abbildung 49 dargestellt. Die Außenwand der ℓH_2 -Zelle wird aus einer Al-Legierung bestehen. Es wird eine Wandstärke $\leq 0,25 \text{ mm}$ in dem Bereich, der von den im Experiment nachzuweisenden Elektronen passiert werden muss, angestrebt. Die Zelle wird voraussichtlich einen Durchmesser von 100 mm besitzen. Die Targetlänge $L = 600 \text{ mm}$ entlang der Strahlachse ist zwischen dem Al-Fenster, über das der Strahl in die ℓH_2 -Zelle eindringt, und dem hemisphärischen Fenster, über welches die Strahl-elektronen das Target verlassen, definiert. Die beiden Fenster sind in Abbildung 49 dargestellt. Für das Fenster, über das der Strahl in das ℓH_2 -Target eindringt, ist ein Durchmesser von 12 mm senkrecht zur Strahlrichtung sowie eine Dicke von 0,125 mm in Strahlrichtung vorgesehen. Das Design sieht einen konischen Flussteiler im Inneren der ℓH_2 -Zelle vor, der aus einer 0,0075 mm dicken Al-Folie mit Löchern besteht. Das Design sieht vor, dass das ℓH_2 über den Innenbereich des Flussteilers in die Zelle einfließt und diesen über den Außenbereich des Flussteilers wieder verlässt.

Zusätzlich zum ℓH_2 -Target sind eine Reihe Festkörper-Targets vorgesehen, welche entlang einer Leiter an der ℓH_2 -Zelle befestigt werden. Hierzu zählen Al-Targets, welche aus dem gleichen Material wie die Hülle der ℓH_2 -Zelle bestehen und an denselben Stellen entlang der Strahlachse wie die Al-Fenster der ℓH_2 -Zelle angebracht sind. Diese Targets werden das Studium der Einflüsse der Al-Fenster der ℓH_2 -Zelle auf die gemessene Asymmetrie ermöglichen. Darüber Hinaus sind Targets zur Zentrierung des Elektronenstrahls vorgesehen sowie Kohlenstoff-Targets, welche eine Messung der schwachen Ladung von ^{12}C mit dem Messaufbau des P2-Experiments ermöglichen [26].

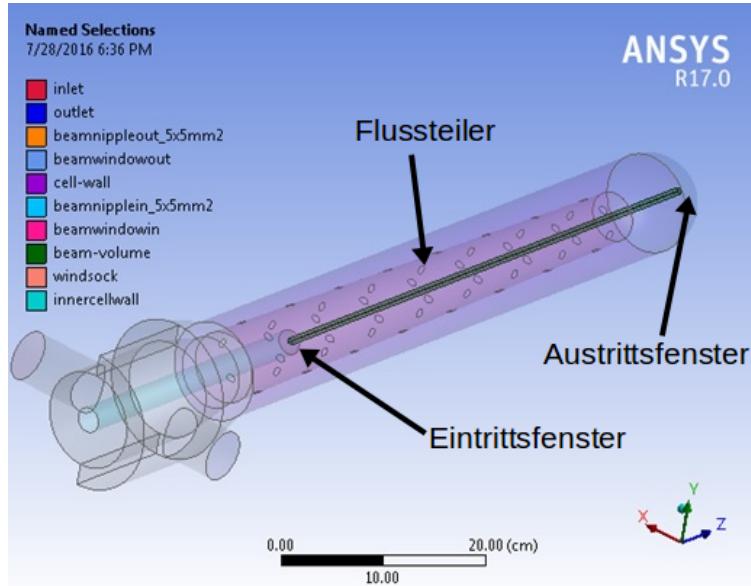


Abbildung 49: Vorläufiges Design der ℓ H₂-Zelle des P2-Experiments. Die Abbildung wurde [26] entnommen. Das Design entspricht dem der Targetzelle des G0-Experiments.

4.7.2 Supraleitender Solenoid

Der geplante Messaufbau sieht den Einsatz eines großen, supraleitenden Solenoiden zur Erzeugung eines Magnetfelds vor, s. Abbildung 46. Der Solenoid erfüllt vier Aufgaben:

- Fokussierung der nachzuweisenden Elektronen aus elastischer Elektron-Proton-Streuung auf den Cherenkov-Ringdetektor
- Separation der im Target elastisch an Protonen gestreuten Elektronen von Elektronen im Endzustand des Møller-Streuprozesses
- Separation von Elektronen im Endzustand der elastischen Elektron-Proton-Streuung von Photonen, die Bremsstrahlungsprozessen im Target entstammen
- Ermöglichung der Q^2 -Bestimmungen mittels der Spur-Detektoren. Zur hierfür notwendigen Impulsbestimmung sind gekrümmte Bahnkurven erforderlich.

Die P2-Kollaboration plant den Einsatz eines Solenoiden, dessen Eigenschaften denen des Magneten ähneln, welcher im Rahmen des FOPI-Experiments [114] verwendet wurde. Tabelle 4 listet einige Eigenschaften des FOPI-Magneten auf.

Die FOPI-Kollaboration hat der P2-Kollaboration die Magnetfeldkarte des FOPI-Solenoiden zur Durchführung vorbereitender Studien mit freundlicher Genehmigung zur Verfügung gestellt. Die Feldkarte fand insbesondere bei den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Simulationen des P2-Experiments Verwendung. Die Feldkarte ist in Abbildung 50 dargestellt.

Der FOPI-Solenoid befindet sich zum gegenwärtigen Zeitpunkt am GSI Helmholtzzentrum für Schwerionenforschung in Darmstadt, wo er nach dem Ende des FOPI-Experiments außer Betrieb genommen wurde. Eine Wiederverwendung des FOPI-Solenoiden ist aufgrund technischer Probleme nicht möglich. Die P2-Kollaboration plant die Wiederverwendung des Eisenjochs des FOPI-Solenoiden in Verbindung mit der Fertigung eines neuen Kryostaten

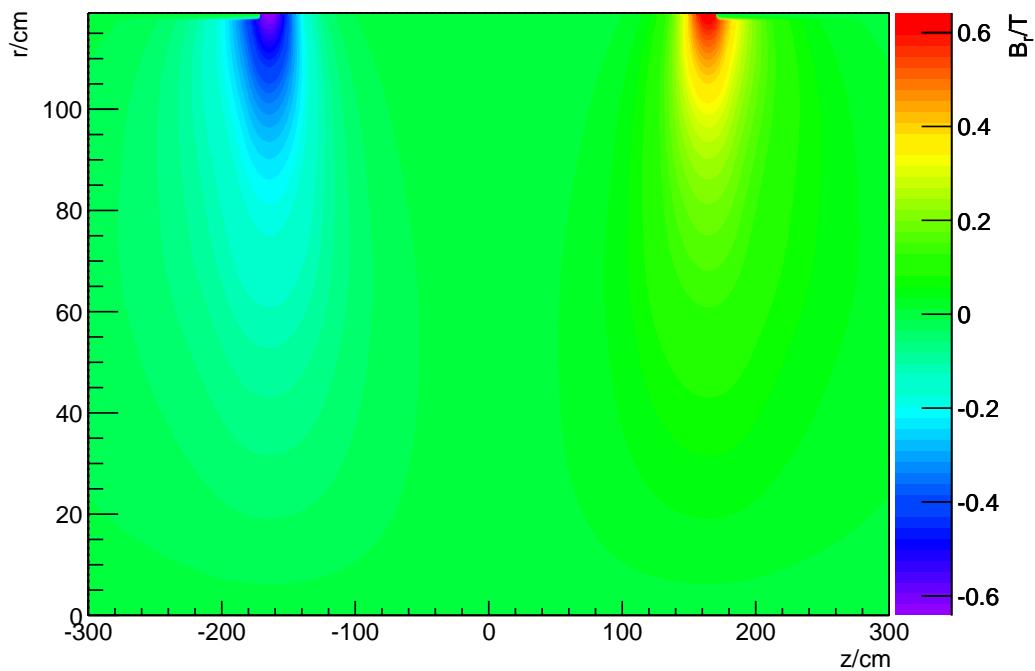
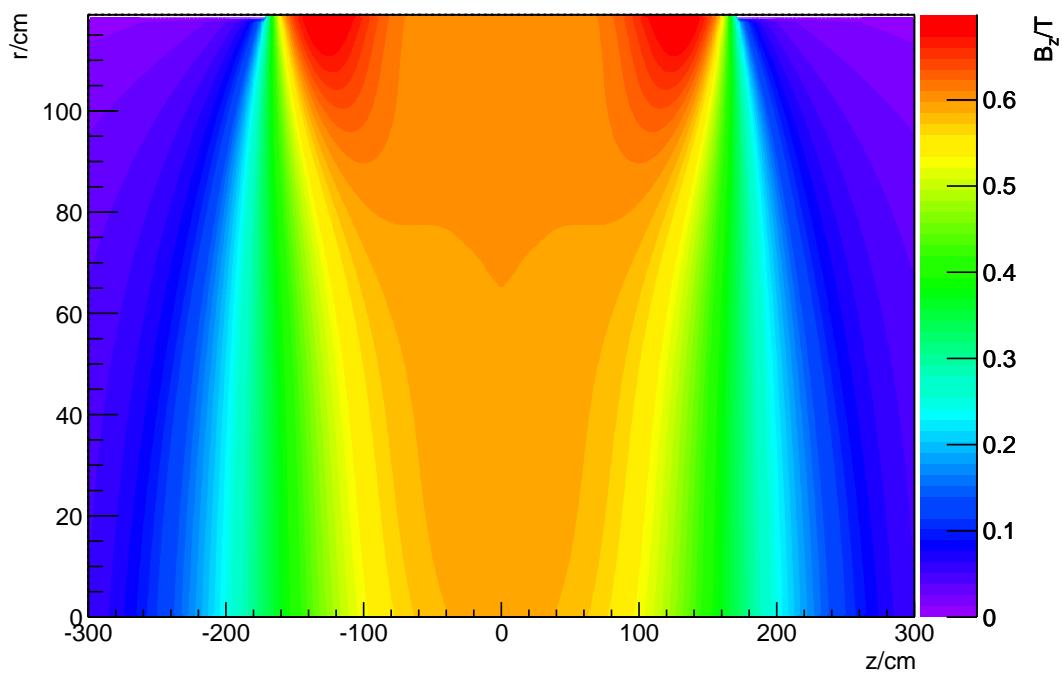


Abbildung 50: Magnetfeldkarte des FOPI-Solenoiden, mit freundlicher Genehmigung von Y. Leifels (FOPI-Kollaboration). Im oberen Bild ist die z -Komponente B_z des Magnetfelds gegen den Abstand r von der Strahlachse und die z -Koordinate aufgetragen. Der Punkt ($z = 0$ cm, $r = 0$ cm) entspricht dem idealisierten Massenschwerpunkt des Solenoiden. Im unteren Bild ist die radiale, zur Strahlrichtung senkrecht stehende Feldkomponente B_r gegen r und z aufgetragen. Die azimutale Komponente B_ϕ des Magnetfelds ist gegenüber den beiden anderen Komponenten vernachlässigbar klein und wurde daher beim Erstellen der Feldkarte durch die FOPI-Kollaboration nicht berücksigt.

Max. Feldstärke	0,6 T
Spulenstrom	725 A
Gespeicherte Energie	3,4 MJ
Supraleiter	Cu/Nb-Ti-Verbund
Kabellänge	22,5 km
Innendurchmesser	2,4 m
Gesamtlänge	3,8 m
Länge des Kryostaten	3,3 m
Gesamtgewicht	108,7 t
Gewicht Eisenjoch	100 t
Flüssig-He-Verbrauch	0,02 g/s, (0,6 l/h)
Flüssig-N-Verbrauch	3 g/s, (13 l/h)

Tabelle 4: Eigenschaften des FOPI-Solenoiden.

sowie eines neuen Suparleiters durch ein externes Unternehmen. Da im P2-Experiment ein beachtliches Maß an ionisierender Strahlung erwartet wird, ist es notwendig, den Kryostaten gegen aus dem Target hervortretende Strahlung abzuschirmen, um den Wärmeeintrag zu minimieren. Zu diesem Zweck ist ein zylinderförmiger Schild aus Blei an der Innenseite des Kryostaten vorgesehen.

4.7.3 Cherenkov-Ringdetektor

Die im Target elastisch an Protonen gestreuten Elektronen, welche im Experiment nachgewiesen werden sollen, werden durch das Magnetfeld des Solenoiden auf einen ringförmigen Cherenkov-Detektor fokussiert. Der Cherenkov-Ringdetektor dient dem Nachweis der Elektronen zur integrierenden Messung der paritätsverletzenden Asymmetrie.

Das Prinzip zum Nachweis der Elektronen basiert auf dem Cherenkov-Effekt. Dieser tritt auf, wenn sich ein elektrisch geladenes Teilchen in einem dielektrischen Medium mit einer Geschwindigkeit bewegt, die größer ist als die Phasengeschwindigkeit elektromagnetischer Wellen in diesem Medium. Das geladene Teilchen polarisiert die Atome in seiner Umgebung beim Durchqueren des Mediums kurzzeitig, so dass diese elektromagnetische Wellen aussenden. Da die Geschwindigkeit des durchfliegenden Teilchens größer ist als die Phasengeschwindigkeit des Lichts im Medium, ergibt sich eine kegelförmige Wellenfront. Abbildung 51 illustriert diesen Prozess. Für den Winkel θ_C zwischen der Impulsrichtung des geladenen Teilchens und der Ausbreitungsrichtung der Cherenkov-Photonen gilt

$$\cos(\theta_C) = \frac{1}{n\beta}, \quad (186)$$

wo n der Brechungsindex des Mediums ist, und $\beta = v/c$ die auf die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum normierte Geschwindigkeit des geladenen Teilchens bezeichnet. Für die Anzahl N der pro Wellenlängenelement $d\lambda$ und Wegelement dx entlang der Trajektorie eines Teilchens mit elektrischer Ladung q im Medium erzeugten Cherenkov-Photonen gilt

$$\frac{d^2N}{d\lambda dx} = \frac{2\pi\alpha_{em}q^2}{e^2\lambda^2} \left[1 - \frac{1}{\beta^2 n^2(\lambda)} \right] \sim \frac{1}{\lambda^2}. \quad (187)$$

Die Cherenkov-Photonen können mithilfe photosensitiver Detektoren nachgewiesen werden. Um die Ausbeute der Cherenkov-Photonen zu maximieren, ist es nach (187) von Vorteil,

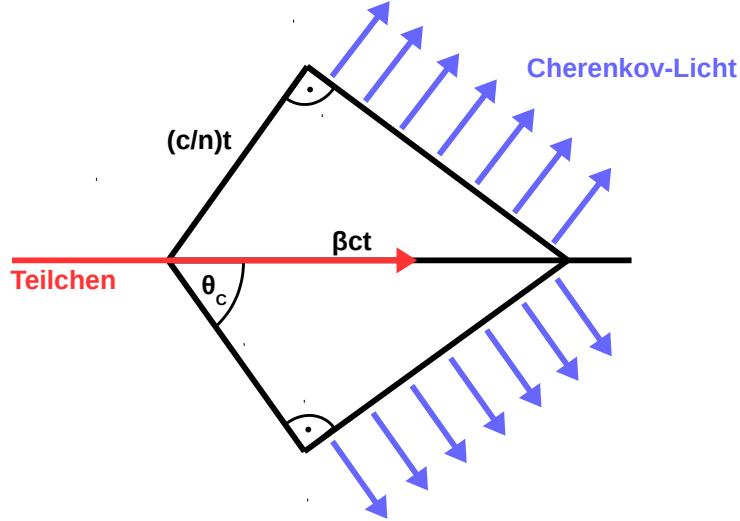


Abbildung 51: Zur Veranschaulichung des Cherenkov-Effekts. Das sich im Bild von links nach rechts durch ein Medium mit Brechungsindex n bewegende, elektrisch geladene Teilchen erzeugt eine kegelförmige Wellenfront, die den Öffnungswinkel θ_C relativ zur Impulsrichtung des Teilchens besitzt. Die hier gegebene Darstellung vernachlässigt Dispersionseffekte.

wenn das Detektormaterial im Ultraviolet-Bereich transparent ist und die photosensitiven Detektoren Photonen mit Wellenlängen λ im Ultraviolet-Bereich nachweisen können. Cherenkov-Detektoren sind nicht sensitiv auf elektrisch neutrale Teilchen, da diese selbst kein Cherenkov-Licht im Radiatormaterial erzeugen. Lediglich durch physikalische Prozesse, bei denen im Radiatormaterial geladene Teilchen mit Masse m freigesetzt werden, deren Energien oberhalb der Schwellenenergie

$$E_{th} = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - (1/n^2)}} \quad (188)$$

zur Erzeugung von Cherenkov-Photonen liegen, können elektrisch neutrale Teilchen zur Bildung von Cherenkov-Licht beitragen.

Der Cherenkov-Ringdetektor des P2-Messaufbaus ist in Abbildung 46 zu erkennen. Es ist geplant, den Ringdetektor aus 82 baugleichen Detektormodulen aufzubauen, Abbildung 52 zeigt ein vorläufiges Design. Das Design der einzelnen Detektormodule wurde auf Grundlage von Computersimulationen und Tests mit Prototypen am MAMI-Teilchenbeschleuniger entwickelt [26]. Jedes der Detektormodule besteht aus einem Cherenkov-Radiatormaterial, welcher mit einer Licht reflektierenden Mantelung umhüllt ist, sowie einem Photomultiplier, dessen Basis eine variable Verstärkung des Detektorsignals ermöglicht.

Als Radiatormaterial ist Spectrosil 2000 vorgesehen. Spectrosil 2000 besteht aus amorphem SiO_2 und besitzt einen Brechungsindex von $n \approx 1,475$ bei $\lambda = 365 \text{ nm}$. Spectrosil 2000 zeichnet sich durch niedrige Transmissionsverluste $\sim 0,5\%$ bei kleinen Wellenlängen $\lambda \sim 200 \text{ nm}$ aus [26]. Dies begünstigt nach Gleichung (187) eine hohe Lichtausbeute. Das Material zeichnet sich ferner durch eine hervorragende Strahlenfestigkeit aus [115, 116], was bei der hohen im P2-Experiment erwarteten Strahlendosis $\geq 80 \text{ Mrad}$, welcher die Radiatoren über eine Zeitdauer von mehr als 10^4 h hinweg ausgesetzt sein werden, erforderlich ist.

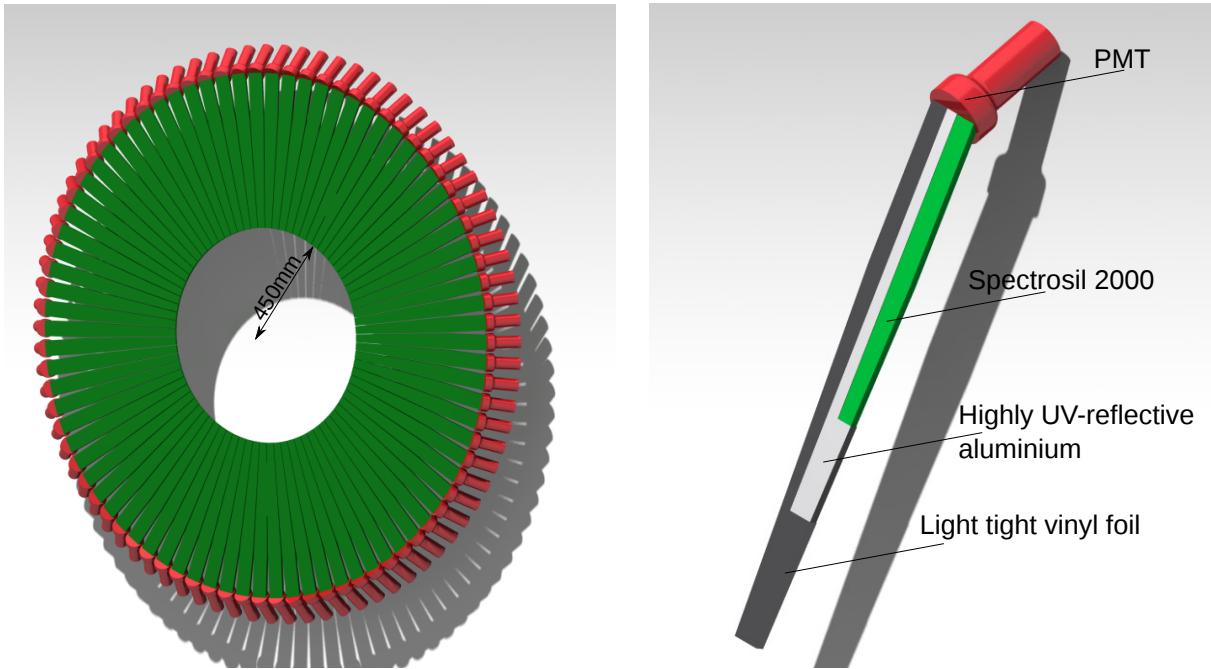


Abbildung 52: Links: Cherenkov-Ringdetektor bestehend aus 82 Detektormodulen. Rechts: Detektormodul bestehend aus Cherenkov-Radiator (Spectrosil 2000), reflektierender Ummantelung (UV-reflektierendes Al und lichtdichte Vinyl-Folie) sowie Photomultiplier (PMT). Die Abbildungen wurden [26] entnommen.

Abbildung 53 gibt Aufschluss über die geplanten Abmessungen der Radiatoren. Die geometrische Form der Radiatoren ist so gewählt, dass sie zu einem Ring angeordnet werden können, ohne dass es dabei zu einem Überlapp der Module in azimutaler Richtung kommt. Ein derartiger Überlapp würde bei der Asymmetriemessung zu einer überproportional starken Gewichtung derjenigen Elektronen führen, welche die Radiatoren im Bereich des Überlapps passieren. Gleichzeitig ermöglicht das in Abbildung 53 dargestellte Design die Ausnutzung des nahezu vollständigen Azimutwinkels zum Elektronennachweis, da Lücken zwischen den Nachweisflächen der Detektormodule vermieden werden. Um das Cherenkov-Licht zu den durch einen Bleischild abgeschirmten Photomultipliern zu führen, dient ein Teil der Radiatoren als Lichtleiter. Um die Ausbeute des Cherenkov-Lichts zu maximieren, werden die Radiatoren mit einer Politur versehen, deren Zweck es ist, eine möglichst glatte Oberfläche zu erreichen, um Verluste bei Lichtreflexionen zu minimieren und eine präzise, ringförmige Anordnung der Detektormodule zu ermöglichen.

Um Reflexionsverluste bei der Ausbreitung des Lichts im Radiator zu minimieren, werden die Radiatoren mit einem Licht reflektierenden Mantel versehen. Der Mantel besteht aus zwei Lagen. Als Material der inneren Lage ist Alanod 4300up vorgesehen. Alanod 4300up besitzt eine Reflektivität im Bereich 70 % bis 90 % für Wellenlängen $260 \text{ nm} < \lambda < 800 \text{ nm}$. Die äußere Lage des Mantels wird aus einer lichtundurchlässigen Vinylfolie bestehen, um das Eindringen von Licht in die Radiatoren von außen zu unterbinden.

Das von einem geladenen Teilchen in einem der Radiatoren erzeugte Cherenkov-Licht wird an den Innenseiten des Radiators sowie der Mantelung reflektiert und mithilfe eines Photomultipliers in einen messbaren elektrischen Strom konvertiert. Die Cherenkov-Photonen treffen dabei zunächst auf die Photokathode des Photomultipliers, wo sie aufgrund des Photoeffekts Elektronen aus dem Kathodenmaterial auslösen können. Mittels einer zwischen

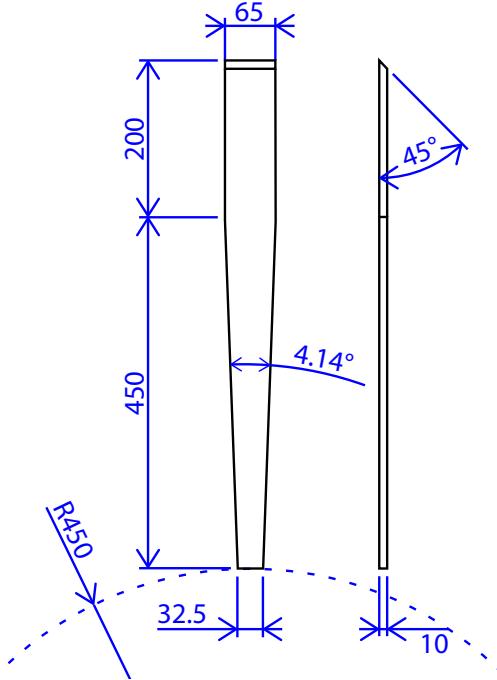


Abbildung 53: Geplante Abmessungen der aus Spectrosil 2000 bestehenden Cherenkov-Radiatoren aus [26]. Alle Längen sind in der Einheit mm angegeben. Das Design des Detektors sieht einen Abstand von 450 mm der Radiatoren von der Strahlachse vor. Als aktive Volumina zum Elektronennachweis dienen die 450 mm langen, keilförmigen Teilstücke der Radiatoren $450 \text{ mm} \leq r \leq 900 \text{ mm}$. Die 200 mm langen Teilstücke mit $900 \text{ mm} \leq r \leq 1100 \text{ mm}$ dienen als Lichtleiter, in denen das Cherenkov-Licht zu den Photomultipliern geleitet wird. Die Photokathoden der Photomultiplier werden an die um 45° abgeschrägten Grenzflächen der Lichtleiter bei $r = 1100 \text{ mm}$ angekoppelt, über die das Cherenkov-Licht die Radiatoren verlassen kann.

Anode und Kathode anliegenden Hochspannung werden die Photoelektronen über einen Elektronen-Kollektor in Richtung eines Dynodenstrangs beschleunigt, welcher als Elektronenmultiplier fungiert. Der niedrige, von der Photokathode stammende Photostrom wird dabei näherungsweise linear verstärkt, so dass an der Anode ein messbarer elektrischer Strom entsteht.

Die P2-Kollaboration hat im Rahmen von Detektortests an MAMI Photomultiplier vom Typ „Hamamatsu R11410“, „ElectronTubes 9305QKMB“ und „ElectronTubes 9305QKFL“ getestet [26]. Alle drei Photomultiplier-Typen wurden zum Nachweis von Photonen mit Wellenlängen im UV-Bereich entwickelt und ermöglichen hohe Ausbeuten im Bereich von 60 bis 120 Photoelektronen pro nachgewiesenen Strahlelektron.

4.7.4 Elektronik zur integrierenden Messung der Asymmetrie

Bei einem nominellem Strahlstrom von $I_{\text{beam}} = 150 \mu\text{A}$ wird eine integrierende Messung der Asymmetrie mit dem Cherenkov-Ringdetektor erfolgen. „Integrierend“ bedeutet in diesem Zusammenhang, dass die Signalpulse eines Photomultipliers, welche von einzelnen, im Target gestreuten Elektronen generiert werden, so stark überlappen, dass eine Unterscheidung einzelner Pulse technisch nicht möglich ist. An den Anoden der Photomultiplier kann lediglich ein kontinuierlicher Strom abgegriffen werden. Nimmt man an, dass jedes Modul des Cherenkov-Ringdetektors Elektronen mit einer Rate von 10^9 s^{-1} nachweisen muss, und dass

jedes Elektron zu 50 an der Photokathode ausgelösten Photoelektronen führt, so erwartet man bei einem Verstärkungsfaktor des Photomultipliers von 1000 einen Anodenstrom von $I_A^\pm = 8 \mu\text{A}$. Für diesen Strom gilt:

$$I_A^\pm(t) = I_S^\pm(t) + \sum_B I_B^\pm(t) + I_D(t), \quad (189)$$

wo $I_S^\pm(t)$ der von den im Experiment nachzuweisenden Elektronen verursachte Strom ist, $\sum_B I_B^\pm(t)$ die Summe über die Strombeiträge von aus Untergrundprozessen stammenden Teilchen ist, und $I_D(t)$ den Dunkelstrom des Photomultipliers darstellt. Die Ströme $I_S^\pm(t)$ und $I_B^\pm(t)$ in Gleichung (189) hängen im Allgemeinen vom Helizitätszustand $h = \pm 1$ der Strahlelektronen sowie der Zeit t ab. Es ist vorgesehen, den Anodenstrom $I_A^\pm(t)$ mittels eines Transimpedanzverstärkers in eine zum Strom proportionale Spannung $V_A^\pm(t)$ zu konvertieren:

$$V_A^\pm(t) = g_V^\pm(t) \cdot I_A^\pm(t) + V_0^\pm(t). \quad (190)$$

Hierin ist g_V^\pm der Verstärkungsfaktor des Transimpedanzverstärkers und V_0^\pm eine Offset-Spannung. Das Spannungs-Signal wird im weiteren Verlauf mittels eines Analog-Digital-Umsetzers (ADC) digitalisiert. Bei einer integrierenden Messung manifestiert sich die statistische Unsicherheit der Messung in der Breite der Anodenstromverteilung des Photomultipliers. Für das quadratische Mittel $(\sigma_A^\pm)^2(t)$ der Anodenstromverteilung gilt

$$\sigma_A^2 = 2Q_S I_S + 2 \sum_B Q_B I_B + 2Q_D I_D, \quad (191)$$

wo $I_i = \langle I_i^\pm(t) \rangle$ den Erwartungswert des jeweiligen Stroms und $Q_i = \langle Q_i^\pm(t) \rangle$ den Erwartungswert der an der Anode gesammelten Ladung bezeichnet. Für das quadratische Mittel σ_{ADC}^2 der mit dem ADC gemessenen Signalverteilung erwartet man

$$\sigma_{\text{ADC}}^2 \sim \sigma_A^2 + \sigma_E^2, \quad (192)$$

wobei σ_E^2 sämtliche Quellen elektronischen Rauschens wie etwa Wärmerauschen und das Rauschen aktiver Komponenten und Filter berücksichtigt.

Die Entwicklung der Elektronik zur Signalverarbeitung während der integrierenden Messung der Asymmetrie erfolgt in Zusammenarbeit mit der MOLLER-Kollaboration [26]. Es werden die folgenden Anforderungen an die Elektronik gestellt:

- Optimierung der Elektronik für eine Helizitätswechsel-Frequenz $f \in [1 \text{ kHz}, 2 \text{ kHz}]$. Eine hohe Frequenz beim Wechsel der Helizität ist notwendig, um den Effekten vergleichsweise langsamer Änderungen der Strahleigenschaften und Dichteschwankungen im Target entgegenzuwirken. Eine geeignete Wahl von Helizitätsfolgen ist durch „+--+“ und „-++“ gegeben, da diese Kombination lineare Änderungen der Strahl- und Targetparameter kompensiert. Wählt man ferner das Vorzeichen des ersten Helizitätszustands eines Quartetts zufallsverteilt aus, so können quadratische Änderungen der Strahl- und Targetparameter kompensiert werden.
- Minimierung elektronischen Rauschens, um einen möglichst kleinen Wert von σ_E^2 in Gleichung (192) zu erhalten.
- Minimierung von helizitätskorrelierten Effekten sowie Drifteffekten in den Vorverstärkern, so dass $g_V^\pm(t) \approx g_V$ und $V_0^\pm(t) \approx V_0$.

- Anpassung der Bandbreiten aller auszulesender Detektoren und elektronischer Komponenten.
- Optimierung der ADC-Auflösung und -Abtastrate bezüglich der Wahl der Helizitätswechsel-Frequenz f .

Die Elektronik zur Messung der paritätsverletzenden Asymmetrie im P2-Experiment wird basierend auf dem Design der beim QWeak-Experiment verwendeten Elektronik entwickelt [26]. Es ist der Einsatz von „Field Programmable Gate Arrays“ (FPGAs) vorgesehen, um die Analog-Digital-Umwandler abzufragen und die Auslese der Daten zu vereinfachen.

4.7.5 Abschirmung

Von Gleichung (189) ausgehend kann man folgern, dass für die im realen Experiment mit dem Cherenkov-Ringdetektor integrierend zu messende Asymmetrie

$$\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}} \equiv \frac{I_S^+ - I_S^- + \sum_B (I_B^+ - I_B^-)}{I_S^+ + I_S^- + \sum_B (I_B^+ + I_B^-)} \quad (193)$$

gilt, worin I_S^\pm den Anodenstrom der Photomultiplier repräsentiert, welcher durch den „Signalprozess“ der elastischen e-p-Streuung verursacht wird, und die I_B^\pm die aus Untergrundprozessen stammenden Beiträge zum Anodenstrom darstellen. Man erkennt an Gleichung (193), dass eine Minimierung der Untergrundbeiträge zu den Anodenströmen der Photomultiplier notwendig ist, um eine präzise Extraktion von $Q_W(p)$ aus den Messdaten zu ermöglichen. Zwar werden aus Untergrundprozessen im Target stammende, niederenergetische Teilchen im Magnetfeld des Solenoiden von den Signalteilchen separiert werden, jedoch erwartet man im P2-Experiment eine um ca. vier Größenordnungen höhere Rate an Photonen aus Bremsstrahlungs-Prozessen im Target als elastische Streuereignisse im relevanten Raumwinkelbereich. Der Cherenkov-Detektor sowie auf Strahlung empfindliche Komponenten des Messaufbaus müssen gegen diese Photonen abgeschirmt werden. Zu diesem Zweck wurden die Schilde konzeptioniert, welche in Abbildung 54 dargestellt sind.

Der Gamma-Schild wurde entworfen, um die SiO_2 -Radiatoren des Cherenkov-Ringdetektors gegen Bremsstrahlung aus dem Target abzuschirmen. Positionierung und geometrische Form des Schildes sind so gewählt, dass die nachzuweisenden, im Target elastisch an Protonen gestreuten Elektronen den Raumbereich zwischen Gamma-Schild und Solenoid ungehindert passieren können, die Sichtlinien zwischen den Cherenkov-Radiatoren und dem Target jedoch durch den Schild verdeckt werden. Als Material zur Abschirmung ist Blei vorgesehen. Die Abmessungen des Schildes sind in Abbildung 55 dargestellt.

Auf der dem Target zugewandten Seite des Schildes ist der Innenradius von 380 mm auf 280 mm reduziert. Dies führt zu einer signifikanten Erhöhung der Anteile der Sichtlinien, welche durch die Abschirmung verlaufen. Die Strahlungslänge von Pb beträgt 0,5612 cm. Die mit Blei verdeckten Abschnitte der Sichtlinien zwischen Target und den Radiatoren betragen 30,5 cm bis 88,5 cm. Dies entspricht 54,3 bis 157,7 Strahlungslängen. Die Oberfläche des Gamma-Schildes ist mit einer azimutalsymmetrischen, „sägezahnförmigen“ Struktur versehen, um den Untergrundbeitrag zum Signal des Cherenkov-Detektors, welcher durch Teilchen verursacht wird, die den Schild treffen, zu reduzieren. Die Idee dabei ist, dass die „Sägezähne“ als zusätzliches Abschirmungsmaterial für Teilchen dienen, die sich im Rahmen der Bildung eines elektromagnetischen Schauers im Schild in Richtung der Radiatoren bewegen. Das Blei besitzt ein Gesamtgewicht von 9,3 t und ruht auf einem in radialer Richtung

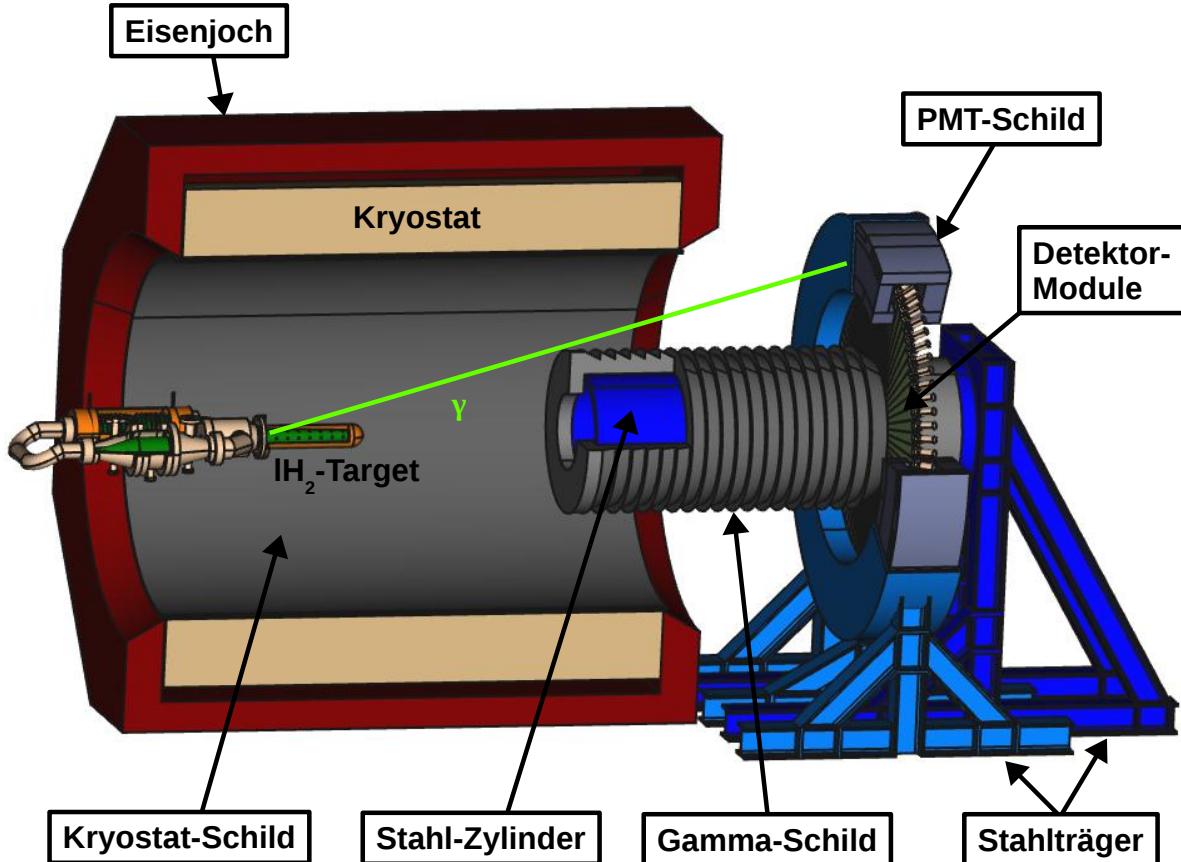


Abbildung 54: Darstellung der Schilde, welche zur Abschirmung des Cherenkov-Ringdetektors und des Kryostaten des supraleitenden Solenoiden dienen. Der Gamma-Schild schirmt die Cherenkov-Radiatoren des Detektors gegen Bremsstrahlung aus dem ℓH_2 -Target ab. Der PMT-Schild schützt die Photomultiplier des Cherenkov-Ringdetektors vor Strahlenschäden und dient dazu Untergrundbeiträge zum Detektorsignal zu minimieren. Die Innenseite des Solenoiden ist mit einem zylinderförmigen Bleischild versehen, um den strahlungsbedingten Energieeintrag in den Kryostaten und die supraleitende Feldspule des Solenoiden zu reduzieren.

20 mm dicken Hohlzylinder aus Edelstahl, der ein Gewicht von ca. 2 t besitzt. Die Verwendung von Edelstahl ist aufgrund der schwach ausgeprägten magnetischen Eigenschaften des Materials angedacht, da eine Beeinträchtigung des Magnetfelds des Solenoiden vermieden werden soll. Die Verwendung von Aluminium als Material für den Zylinder ist aufgrund des Gewichts des Bleis nicht möglich. Der Stahlzylinder wird von einer Konstruktion aus Stahlträgern mit H-Profil getragen.

Der PMT-Schild dient der Abschirmung der Photomultiplier und Lichtleiter des Cherenkov-Ringdetektors, um Untergrundbeiträge zum Detektorsignal zu reduzieren und die Photomultiplier vor Strahlenschäden zu schützen. Hierzu werden die Photomultiplier und als Lichtleiter fungierenden Teile der Cherenkov-Radiatoren, wie in Abbildung 54 dargestellt, mit 100 mm dicken Bleiwänden umgeben. Das Design des PMT-Schildes sieht Aussparungen für die Licht leitenden Teile der Cherenkov-Radiatoren sowie Kabel zur Signalübertragung und Spannungsversorgung der Photomultiplier vor. Der Bleischild ist in eine Trägerkonstruktion aus Stahl eingelassen.

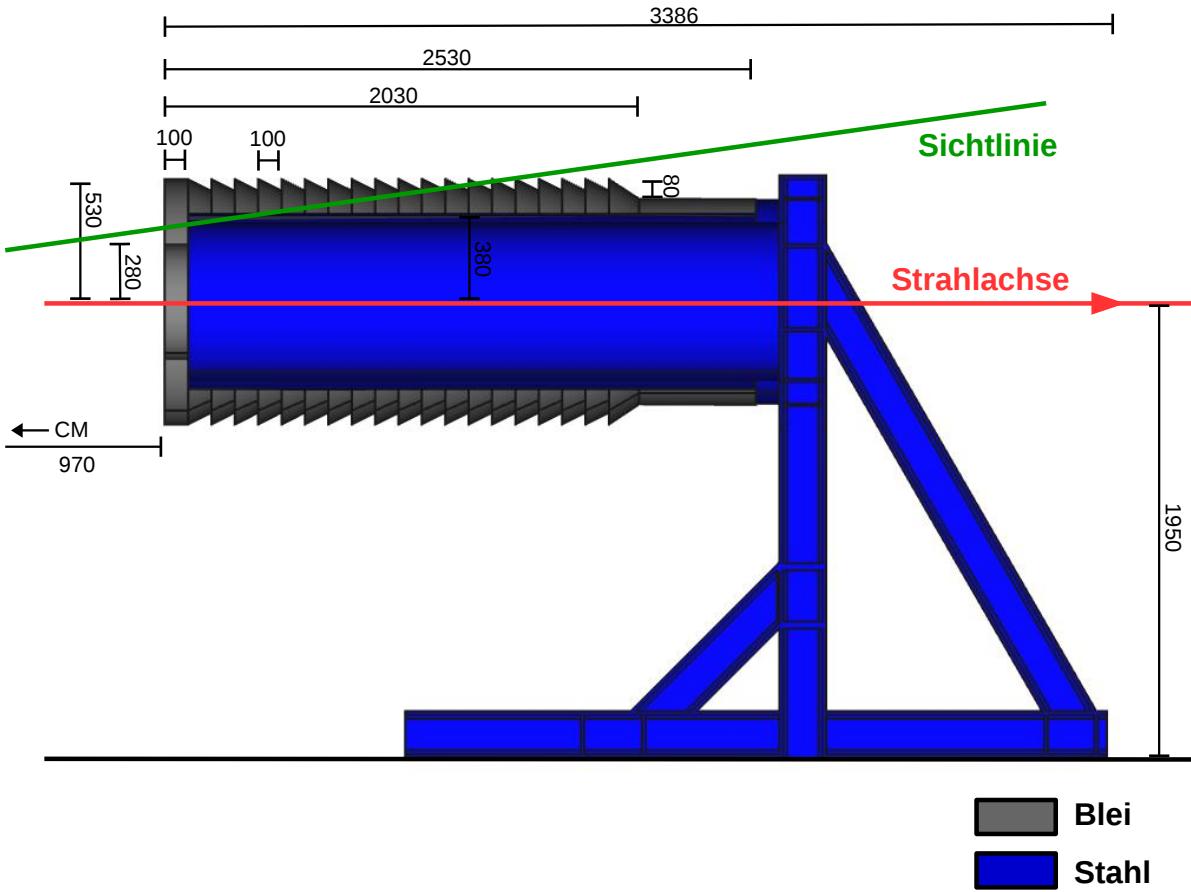


Abbildung 55: Abmessungen des Gamma-Schildes. Alle Maßangaben in mm. Blei ist in Grau, Stahl in Blau dargestellt. Der Abstand des Gamma-Schildes vom Schwerpunkt des Solenoiden beträgt 970 mm. Durch die Absenkung des Innenradius auf $r = 280$ mm auf der dem Target zugewandten Seite werden die Abschnitte der Sichtlinien, welche durch Blei verlaufen, signifikant erhöht.

Die Innenwand des Magneten wird mit einem zylinderförmigen Bleischild ausgekleidet. Der Zweck dieser Abschirmung besteht in der Reduzierung der durch Strahlung verursachten Energiedeposition im Kryostaten und der supraleitenden Spule des Solenoiden. Dies ist notwendig, um eine effiziente Kühlung der Feldspule zu gewährleisten.

4.7.6 Spur-Detektoren

Um die schwache Ladung des Protons im Rahmen des P2-Experiments bestimmen zu können, ist die Kenntnis des mittleren Viererimpulsübertrags der im Target elastisch an Protonen gestreuten Elektronen, welche zur gemessenen Asymmetrie beitragen, notwendig. Die Bestimmung dieses Mittelwerts wird durch Rekonstruktion der Elektron-Bahnkurven im Magnetfeld ermöglicht werden. Zu diesem Zweck ist der Einsatz von Spurdetektoren vorgesehen. Sie sind in Abbildung 46 dargestellt.

Es ist angedacht, die Spurdetektoren bei reduziertem Strahlstrom $I_{\text{beam}} < 150 \mu\text{A}$ in Koinkidenz mit dem Cherenkov-Ringdetektor zu betreiben, um die Signale des Cherenkov-Detektors mit den Q^2 -Werten der nachgewiesenen Streuereignisse in Korrelation setzen zu

können. Hierzu muss die Akzeptanz der Spurdetektor-Systems mindestens die Akzeptanz eines der Module des Cherenkov-Ringdetektors einschließen. Ferner müssen die Spurdetektoren in Flugrichtung der Elektronen möglichst dünn sein, um Ablenkungen der Elektronen durch Vielfach-Coulombstreuung sowie die Erzeugung von Bremsstrahlung zu minimieren. Darüber hinaus ist geplant, die Spurdetektoren bei nominellem Strahlstrom zum Studium positions- und impulsabhängiger systematischer Effekte einzusetzen. Hierzu ist eine hohe Resistenz der Spurdetektoren gegen Strahlenschäden sowie eine zuverlässige Rekonstruktion der Bahnkurven bei hoher Auslastung vonnöten.

Zur Q^2 -Bestimmung muss das Spurdetektor-System im Innenraum des Solenoiden eingesetzt werden, wo ein starkes Magnetfeld herrscht, das die Flugbahnen der Elektronen krümmt. In diesem Bereich des Messaufbaus wird ein Teil der Spurdetektoren einem massiven Fluss von Photonen ausgesetzt sein, welche aus Bremsstrahlungs-Prozessen im ℓH_2 -Target stammen. Dies macht die paarweise Anordnung von Spurdetektoren mit Abständen in der Größenordnung von 1 cm bis 2 cm notwendig, um ein robustes Verfahren zur Rekonstruktion der Elektron-Bahnkurven zu gewährleisten [26]. Um eine hohe Impulsauflösung garantieren zu können, ist eine lange Driftstrecke, die möglichst frei von Materie ist, zwischen zwei Detektorpaaren notwendig. Die P2-Kollaboration erwartet, dass die Impulsauflösung aufgrund der niedrigen Teilchenimpulse von Vielfach-Coulombstreuung in den Spurdetektoren dominiert werden wird. Die einzelnen Spurdetektoren decken jeweils einen Azimutwinkelbereich von 15° ab und schließen somit die Akzeptanz mindestens eines der Cherenkov-Detektormodule ein [26]. Das Spurdetektor-System wird voraussichtlich aus vier unabhängig voneinander operierenden Teilsystemen bestehen, welche das Studium systematischer Effekte erlauben werden, die vom Azimutwinkel abhängen.

Die hohen im P2-Experiment erwarteten Ereignisraten $\mathcal{O}(10^{11} \text{ s}^{-1})$ und niedrigen Teilchenimpulse erfordern den Einsatz aktiver Komponenten, die granular, strahlenfest sowie dünn sind und darüber hinaus ein schnelles Antwortverhalten aufweisen. „High-Voltage Monolithic Active Pixel Sensors“ (HV-MAPS) genügen diesen Anforderungen [117, 118, 119, 120, 121]. Abbildung 56 illustriert den Aufbau von HV-MAPS. Die Sensoren werden unter Verwendung handelsüblicher CMOS-Technologie hergestellt, was die Integration digitaler und analoger elektronischer Komponenten direkt auf dem Sensor gestattet. Aufgrund ihrer dünnen Sperrschichten können Sensoren mit Dicken $\sim 50 \mu\text{m}$ gefertigt werden. Für das P2-Experiment ist die Herstellung von $2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$ großen Sensoren geplant, welche in $80 \mu\text{m} \times 80 \mu\text{m}$ große Pixel segmentiert sind.

Abbildung 57 zeigt das vorläufige Design eines Detektormoduls. Ein Modul besteht aus zwei Lagen zu je 29 gestaffelt angeordneten Leisten, auf denen die Sensoren platziert sind. Die Leisten werden auf einem Rahmen angebracht, der für mechanische Stabilität sorgt und sowohl die Kühlung der Sensoren als auch deren elektrische Anschlüsse beherbergt. Die Spannungsversorgung und Datenübertragung der Sensoren kann mithilfe von Al-Polyamid-Flexprint-Kabeln erfolgen. Da es sich bei den HV-MAPS um aktive Elemente handelt, kann ein Detektormodul bis zu 1 kW Wärmeleistung erzeugen, so dass eine aktive Kühlung der Spurdetektoren notwendig ist. Die Verwendung von Flüssigkeiten zur Kühlung würde den Einsatz von zu viel Material bedeuten, das zu Energieverlusten und Winkelablagen der nachzuweisenden Elektronen führt. Daher ist vorgesehen, He-Gas als Medium zur Kühlung der Detektoren einzusetzen. Gasförmiges He ist aufgrund seiner großen Strahlungslänge ($\mathcal{O}(10^5 \text{ cm})$) sowie der hohen Schallgeschwindigkeit ($\sim 10^3 \text{ m/s}$), welche schnelle, laminare Flüsse ermöglicht, hervorragend geeignet. Das Gas wird durch V-förmige Kühlkanäle aus Polyamid geleitet,

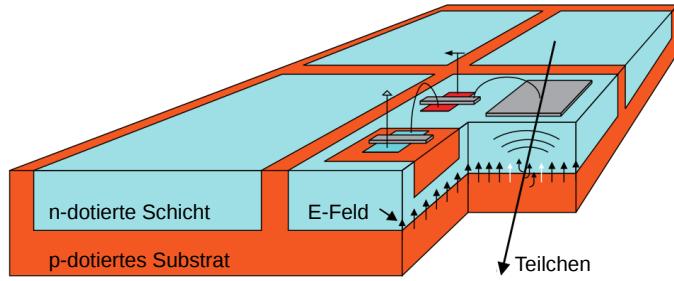


Abbildung 56: Schematische Darstellung des Aufbaus von HV-MAPS. Die Abbildung wurde von der Arbeitsgruppe um N. Berger (P2-Kollaboration) erstellt. Zwischen den n-dotierten Schichten und dem p-dotierten Substrat liegt eine hohe Spannung von ca. 90 V an. Diese ermöglicht ein schnelles Aufsammeln von Ladungsträgern, welche freigesetzt werden, wenn ein Teilchen die dünne Sperrsicht zwischen den p- und n-dotierten Arealen passiert.

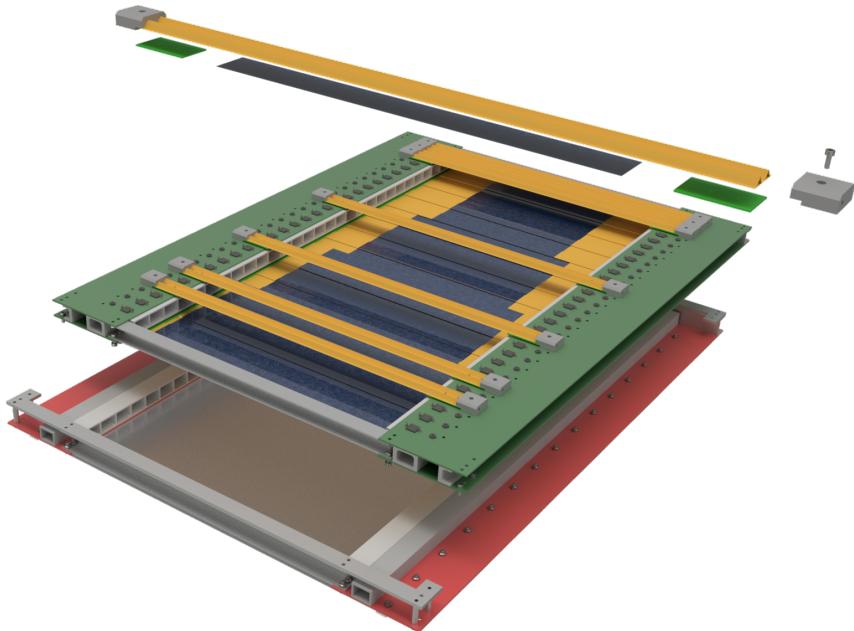


Abbildung 57: Darstellung des vorläufigen Designs eines Spurdetektor-Moduls. Die Abbildung wurde [26] entnommen. Oben ist eine einzelne Sensorleiste dargestellt mit Sensoren in Blau, Al-Polyamid-Flexprint-Kabel mit V-förmigen Kühlkanälen in Gelb, einem Teil der Leiterplatine in Grün und Gasleitern in Grau. In der Mitte ist ein Modul ohne Frontabdeckung gezeigt, es wurden die meisten Sensorleisten der ersten Lage zur Verbesserung der Übersichtlichkeit entfernt. Die Leiterplatine ist in Grün gezeichnet, und die Gasleiter sind in Hellgrau gezeichnet. Man erkennt die blau dargestellten Sensoren der hinteren Lage. Im unteren Teil des Bildes ist die hintere Abdeckung zusammen mit Gasleitern dargestellt.

welche auf den Sensorleisten angebracht werden, sowie zwischen den Sensorlagen hindurch und um die Außenwände der Module herum geführt, um eine ausreichende Kühlung der Sensoren zu gewährleisten. Hierzu werden die Spurdetektoren in einer mit He-Gas gefüllten Kammer platziert, die man ebenfalls in Abbildung 46 erkennen kann.

5 Untersuchungen zur Festlegung der Streukinematik

Mit diesem Kapitel beginnt der Hauptteil der vorliegenden Arbeit. Er ist der im Rahmen der Dissertation durchgeführten Studien zur grundlegenden Konzipierung des in Kapitel 4 vorgestellten Messaufbaus des P2-Experiments gewidmet.

Nachdem in Abschnitt 2.2.4 gezeigt wurde, dass die paritätsverletzende Asymmetrie $A_{\text{ep}}^{\text{PV}}$ der elastischen Elektron-Proton-Streuung bei kleinen Viererimpulsüberträgen sensitiv auf die schwache Ladung des Protons $Q_W(p)$ und das Sinus-Quadrat des elektroschwachen Mischungswinkels $\sin^2(\theta_W)$ ist, besteht der erste Schritt bei der Konzipierung eines Messaufbaus in der Festlegung des kinematischen Bereichs der elastischen Elektron-Proton-Streuung zur Durchführung der Asymmetriemessung. Hierbei werden im Folgenden die in Abschnitt 2.3.3 vorgestellten QED-Korrekturen zum Streuprozess vernachlässigt.

In diesem Fall wird die Streukinematik durch die Wahl der Strahlenergie E_{beam} und der Akzeptanz des Cherenkov-Detektors im Elektron-Streuwinkel θ_f festgelegt. Die Akzeptanz in θ_f wird im Folgenden durch die Angabe des Polarwinkel-Intervalls $\delta\theta_f \equiv [\theta_f^{\min}, \theta_f^{\max}]$ sowie des zentralen Streuwinkels $\bar{\theta}_f \equiv (\theta_f^{\min} + \theta_f^{\max})/2$ festgelegt. Es wird davon ausgegangen, dass die Akzeptanz des Cherenkov-Ringdetektors den vollen Azimutwinkel $\delta\phi_f = 2\pi$ abdeckt.

Zur Festlegung von E_{beam} , $\bar{\theta}_f$ und $\delta\theta_f$ wurden Fehlerfortpflanzungsrechnungen ausgeführt, um die Unsicherheit von $\hat{s}_Z^2 \equiv \sin^2(\hat{\theta}_W)(\mu = m_Z c)$ in Abhängigkeit von diesen drei Parametern zu bestimmen. Im Verlauf dieses Kapitels wird zunächst der Algorithmus zur Berechnung der Unsicherheit von \hat{s}_Z^2 diskutiert. Im Anschluß werden die zur Durchführung der Fehlerfortpflanzungsrechnungen benötigten Eingangsgrößen zusammengestellt. Dies schließt unter anderem Parametrisierungen der in Abschnitt 2.2.2 eingeführten Nukleon-Formfaktoren ein, welche zur Berechnung von $A_{\text{ep}}^{\text{PV}}$ benötigt werden. Abschließend werden die Ergebnisse der Berechnungen vorgestellt und diskutiert.

5.1 Algorithmus zur Berechnung der Unsicherheit $\Delta \sin^2(\theta_W)$

Die Idee zur Festlegung von E_{beam} , θ_f^{\min} und θ_f^{\max} besteht darin, von dem in Abschnitt 4.1 hergeleiteten Ausdruck für die im Experiment erwartete Rohasymmetrie

$$\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}} = P \cdot \langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{sig}} + A^{\text{false}} \quad (194)$$

ausgehend die Unsicherheit $\Delta \hat{s}_Z^2(E_{\text{beam}}, \theta_f^{\min}, \theta_f^{\max})$ von \hat{s}_Z^2 zu berechnen. In Gleichung (194) ist P der Erwartungswert der Strahlpolarisation,

$$\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{sig}} = \frac{\int_0^L dz \int_{\theta_f^{\min}}^{\theta_f^{\max}} d\theta_f \left[\sin(\theta_f) \cdot \left(\frac{d\sigma_{\text{ep}}}{d\Omega} \right) (E_i(z), \theta_f) \cdot A_{\text{ep}}^{\text{PV}} (E_i(z), \theta_f) \right]}{\int_0^L dz \int_{\theta_f^{\min}}^{\theta_f^{\max}} d\theta_f \left[\sin(\theta_f) \cdot \left(\frac{d\sigma_{\text{ep}}}{d\Omega} \right) (E_i(z), \theta_f) \right]} \quad (195)$$

der Erwartungswert von $A_{\text{ep}}^{\text{PV}}$ bei Mittelung über die Targetlänge L und das vom Detektor abgedeckte Streuwinkel-Intervall $\delta\theta_f$ mit der Rosenbluth-Formel (51) $d\sigma_{\text{ep}}/d\Omega$ als Gewichtungsfaktor, und A^{false} ist eine apparative Asymmetrie, welche von helizitätskorrelierten Schwankungen der Strahl- und Targeteigenschaften herröhrt. Die Bezeichnung „sig“ in $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}}$ und $\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{sig}}$ deutet an, dass bei der Berechnung der Erwartungswerte nur der „Signalprozess“ der elastischen Elektron-Proton-Streuung berücksichtigt wird.

Es gilt im Folgenden einen Ausdruck für \hat{s}_Z^2 aus Gleichung (194) herzuleiten. Mit der Definition

$$\tilde{F}^A \equiv \frac{F^A}{1 - 4\hat{s}_Z^2}, \quad (196)$$

worin F^A durch Gleichung (64) gegeben ist, kann A_{ep}^{PV} als

$$A_{ep}^{PV} = \hat{s}_Z^2 \cdot B_{ep}^{PV} + C_{ep}^{PV} \quad (197)$$

geschrieben werden, wobei

$$B_{ep}^{PV} \equiv -4A^0 \left[\hat{\kappa}(\rho_{nc} + \Delta_e) - \tilde{F}^A \right] \quad (198)$$

und

$$C_{ep}^{PV} \equiv -A^0 \left[F^{EM} + \tilde{F}^A + F^S - (\rho_{nc} + \Delta_e)(1 + \Delta'_e) - \Delta_{\square} \right]. \quad (199)$$

A_0 ist durch Gleichung (68) gegeben. Die in (198) und (199) auftretenden Formfaktor-Beiträge und Korrekturterme sind in den Abschnitten 2.2.4 und 2.3 definiert. Durch Einsetzen von (197) in (194) erhält man

$$\hat{s}_Z^2 = \frac{1}{\langle B_{ep}^{PV} \rangle_{sig}} \cdot \left[\frac{\langle A^{\text{raw}} \rangle_{sig} - A^{\text{false}}}{P} - \langle C_{ep}^{PV} \rangle_{sig} \right], \quad (200)$$

wobei die Erwartungswerte $\langle B_{ep}^{PV} \rangle_{sig}$ und $\langle C_{ep}^{PV} \rangle_{sig}$ analog zu $\langle A_{ep}^{PV} \rangle_{sig}$ in Gleichung (195) definiert sind. Man beachte, dass \hat{s}_Z^2 in Gleichung (200) lediglich auf der linken Seite auftritt; \tilde{F}^A ist unabhängig von \hat{s}_Z^2 , da $F^A \sim 1 - 4\hat{s}_Z^2$.

Nach Gleichung (200) kann man \hat{s}_Z^2 formal als eine Funktion \mathcal{F} auffassen, welche von den in (200) auftretenden Parametern abhängt:

$$\hat{s}_Z^2 \equiv \mathcal{F}(E_{beam}, \bar{\theta}_f, \delta\theta_f, \langle A^{\text{raw}} \rangle_{sig}, A^{\text{false}}, P, \mathcal{G}_{FF}, \Delta_{\square}). \quad (201)$$

Hierin ist

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_{FF} &\equiv \{G_E^{p,\gamma}, G_M^{p,\gamma}, G_E^{n,\gamma}, G_M^{n,\gamma}, G_E^s, G_M^s, G_A^{p,Z}, G_E^{ud}, G_M^{ud}\} \\ &= \{G_i\}, i = 1, 2, \dots, 9 \end{aligned} \quad (202)$$

die Menge der Formfaktoren des Nukleons, welche zur Berechnung von A_{ep}^{PV} benötigt wird. Die Formfaktoren wurden in Abschnitt 2.2.2 eingeführt. Im Folgenden wird angenommen, dass für jedes $G_i \in \mathcal{G}_{FF}$ eine Parametrisierung der Form $G_i = \Gamma_i(\{\kappa_j\}, Q^2)$ existiert, welche von einem Satz reeller Parameter κ_j und dem negativen Viererimpulsübertragsquadrat Q^2 abhängt. Dann kann man schreiben:

$$\hat{s}_Z^2 = \mathcal{F}(\{\lambda_l\}), \quad (203)$$

wo

$$\lambda_l \in \{E_{beam}, \bar{\theta}_f, \delta\theta_f, \langle A^{\text{raw}} \rangle_{sig}, A^{\text{false}}, P, \{\{\kappa_j\}\}, \Delta_{\square}\} \quad (204)$$

ist und $\{\{\kappa_j\}\}$ die Menge sämtlicher Parameter, die zur Parametrisierung der Nukleon-Formfaktoren dient.

Ausgehend von Gleichung (203) wird eine Fehlerfortpflanzungsrechnung nach Gauß durchgeführt. Die Berechnung der Unsicherheit von \hat{s}_Z^2 ist nicht einfach, da die in den Ausdrücken

für $\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{sig}}$, $\langle B_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{sig}}$ und $\langle C_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{sig}}$ auftretenden Integrale nicht von Hand gelöst werden können.

Daher kommt ein computerbasiertes Monte Carlo-Verfahren zur Anwendung. Die Parameter $\{\lambda_l\}$ werden hierzu als voneinander unabhängige Zufallsvariablen aufgefasst. Jedem der Parameter wird eine Normalverteilung zugewiesen, indem der Erwartungswert λ_l und die Standardabweichung $\Delta\lambda_l$ der Wahrscheinlichkeitsdichte festgelegt werden.

Mithilfe eines Pseudozufallszahlengenerators wird anschließend ein Satz von Zufallswerten $\{\lambda'_l\}$ gemäß der den Parametern zugewiesenen Wahrscheinlichkeitsdichten für alle Parameter generiert. Durch Einsetzen der λ'_l in Gleichung (203) erhält man einen Wert $(\hat{s}_Z^2)' = \mathcal{F}(\{\lambda'_l\})$. Wiederholt man dies $M \times N$ mal, wo $M, N \in \mathbb{N}$, so erhält man eine Menge zufallsverteilter Werte $\{(\hat{s}_Z^2)'_{nm}\}$, wobei $m = 1, 2, \dots, M$ und $n = 1, 2, \dots, N$. Aus dieser Verteilung kann man N Erwartungswerte bilden, wobei für den n -ten Erwartungswert

$$(\hat{s}_Z^2)_n \equiv \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M (\hat{s}_Z^2)'_{nm} \quad (205)$$

gilt. Ferner kann man die N Standardabweichungen

$$(\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2)_n \equiv \sqrt{\frac{1}{M-1} \sum_{m=1}^M [(\hat{s}_Z^2)_n - (\hat{s}_Z^2)'_{nm}]^2} \quad (206)$$

berechnen. Der Erwartungswert der N Standardabweichungen ist

$$\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2 \equiv \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2)_n, \quad (207)$$

und für die Standardabweichung der Verteilung der N Standardabweichungen gilt

$$\Delta(\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2) \equiv \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N [\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2 - (\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2)_n]^2}. \quad (208)$$

$\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2$ wird im Folgenden als Maß für die im P2-Experiment erreichbare Unsicherheit bei der Bestimmung des elektroschwachen Mischungswinkels angesehen.

Der Beitrag eines einzelnen Parameters λ_k zu $\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2$ lässt sich bestimmen, indem bei der Berechnung von $\{(\hat{s}_Z^2)'_{nm}\}$ lediglich für λ_k Zufallszahlen erzeugt werden, während für alle übrigen Parameter $\lambda'_l = \text{konst.} = \lambda_l$, $\forall l \neq k$ gewählt wird. Die Standardabweichung $\Delta_{\lambda_k} \hat{s}_Z^2$ der auf diese Weise gewonnenen Menge an zufallsverteilten Werten von \hat{s}_Z^2 wird im Folgenden als der Beitrag von λ_k zu $\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2$ bezeichnet.

Das in diesem Abschnitt beschriebene Verfahren gestattet die Berechnung der Unsicherheit $\Delta \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}}$ von $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}}$ auf analoge Weise. Hierzu werden die in Gleichung (194) auftretenden Parameter variiert, wobei \hat{s}_Z^2 festgehalten wird.

Die Berechnung der in Gleichung (200) auftretenden Integrale erfolgt numerisch unter Verwendung der zusammengesetzten Sehnentrapezformel. Nach dieser Formel kann das Integral einer reellen Funktion $f(x)$ über das reelle Intervall $[a, b]$ näherungsweise wie folgt bestimmt werden:

$$F = \int_a^b dx f(x) \approx \frac{b-a}{n} \left[\frac{f(a) + f(b)}{2} + \sum_{k=1}^{n-1} f \left(a + k \frac{b-a}{n} \right) \right]; \quad a, b \in \mathbb{R}; \quad n \in \mathbb{N}. \quad (209)$$

Um eine genaue Approximation von F zu erreichen, ist die Anzahl der Teilintervalle n von $[a, b]$ so groß zu wählen, dass sich der numerisch berechnete Wert des Integrals bei einer weiteren Erhöhung von n nicht mehr signifikant ändert. Für die Integration über die Targetlänge wird n im Folgenden so gewählt, dass der Abstand zwischen zwei Evaluationspunkten auf der Strahlachse 10 mm beträgt. Bei der Integration über θ_f wird der Abstand zwischen zwei Evaluationspunkten auf eine Winkeldifferenz von $0,25^\circ$ festgelegt. Die Wahl dieser Werte gestattet eine zeitlich effiziente Berechnung der Werteverteilung von \hat{s}_Z^2 , wobei eine hinreichende Genauigkeit bei der Bestimmung der Integrale gewährleistet ist.

Der Algorithmus wurde unter Verwendung von ROOT [122] in einer in der Programmiersprache C++ verfassten Computeranwendung unter Linux implementiert. Das Programm gestattet die parallele Berechnung der Zufallszahlen sowie die Auswertung der erstellten Daten auf einer vom Anwender zu wählenden Anzahl von CPU-Kernen. Zur Erzeugung der gaußverteilten Zufallszahlen λ'_l wird ein ROOT-Objekt vom Typ „TRandom3“ verwendet. TRandom3 verwendet den Pseudozufallszahlengenerator „Mersenne Twister MT 19937“ [123], welcher über eine Periodenlänge von $2^{19937} - 1 \approx 4,3 \cdot 10^{6001}$ verfügt und in bis zu 623 Dimensionen gleichverteilte Zufallszahlen liefern kann.

Um E_{beam} , $\bar{\theta}_f$ und $\delta\theta_f$ für das P2-Experiment festzulegen, wird $\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2$ im weiteren Verlauf als Funktion dieser drei Variablen aufgefasst und ein Minimum von $\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2(E_{\text{beam}}, \bar{\theta}_f, \delta\theta_f)$ gesucht. Die übrigen in Gleichung (203) auftretenden Größen werden als Eingangsgrößen zur Berechnung von $\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2(E_{\text{beam}}, \bar{\theta}_f, \delta\theta_f)$ aufgefasst. Im Folgenden Abschnitt werden die zur Minimumssuche gewählten Erwartungswerte und Standardabweichungen der Eingangsgrößen vorgestellt.

5.2 Eingangsgrößen zur Berechnung von $\Delta \sin^2(\theta_W)$

In diesem Abschnitt werden die Eingangsgrößen zur Berechnung von $\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2$ nach dem in Abschnitt 5.1 vorgestellten Algorithmus zusammengestellt.

5.2.1 Experimentelle Rahmenbedingungen

Tabelle 5 listet diejenigen Eingangsgrößen auf, durch welche die experimentellen Rahmenbedingungen parametrisiert werden, unter denen das P2-Experiment an MESA durchgeführt werden soll. Da das Ziel der Fehlerfortpflanzungsrechnungen die Festlegung von E_{beam} , $\bar{\theta}_f$ und $\delta\theta_f$ ist, sind die Erwartungswerte dieser Parameter in der Tabelle als „variabel“ gekennzeichnet. Die angegebenen Standardabweichungen dieser Parameter werden unabhängig von der Wahl der Erwartungswerte verwendet. Da zur Bestimmung von $\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{sig}}$ über θ_f integriert wird, genügt es, Erwartungswerte und Standardabweichungen für die Integrationsgrenzen θ_f^{min} und θ_f^{max} durch die Wahl von $\bar{\theta}_f$, $\delta\theta_f$ sowie $\Delta(\delta\theta_f)$ festzulegen. Darüber hinaus werden die Targetlänge L und die Messdauer T als konstant angesehen und im Rahmen der Fehlerfortpflanzungsrechnungen nicht variiert.

5.2.2 Statistische Unsicherheit der Asymmetrie

Der Erwartungswert der Rohasymmetrie $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}}$ wird für gegebene Erwartungswerte von E_{beam} , $\bar{\theta}_f$ und $\delta\theta_f$ mittels Gleichung (194) berechnet, indem die Erwartungswerte sämtlicher Eingangsgrößen in diese Beziehung eingesetzt werden.

	λ_l	$\Delta\lambda_l$
Strahlenergie E_{beam}	variabel	0,13 MeV
Zentraler Streuwinkel $\bar{\theta}_f$	variabel	0°
Polarwinkel-Akzeptanz $\delta\theta_f$	variabel	0,1°
Azimutwinkel-Akzeptanz $\delta\phi_f$	360°	0°
Strahlstrom I_{beam}	150 μA	0,001 μA
Strahlpolarisation P	0,85	0,00425
Targetlänge L	600 mm	0 mm
Messdauer T	10^4 h	0 h
Apparative Asymmetrie A^{false}	0	0,1 ppb

Tabelle 5: Zur Durchführung der Fehlerfortpflanzungsrechnungen gewählte Erwartungswerte und Standardabweichungen der Eingangsgrößen, welche die experimentellen Rahmenbedingungen charakterisieren, unter denen das P2-Experiment durchgeführt werden soll. Diejenigen Parameter, für die $\Delta\lambda_l = 0$ gewählt wurde, wurden während der Fehlerfortpflanzungsrechnungen konstant gehalten.

Als Standardabweichung von $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}}$ wird der Poisson-Statistik folgend die statistische Unsicherheit

$$\Delta_{\text{stat}} \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}} \equiv \frac{1}{\sqrt{2N}} \quad (210)$$

gesetzt. Hierin ist $2N \equiv N^+ + N^-$ die erwartete Gesamtzahl der nachzuweisenden, an Protonen im Target elastisch gestreuten Elektronen für die Wahl von E_{beam} , $\bar{\theta}_f$ und $\delta\theta_f$. Es gilt:

$$2N \equiv \frac{I_{\text{beam}}}{e} \cdot \rho \cdot T \cdot 2\pi \cdot \int_0^L dz \int_{\theta_f^{\min}}^{\theta_f^{\max}} d\theta_f \left\{ \left(\frac{d\sigma_{\text{ep}}}{d\Omega} \right) (E_i(z), \theta_f) \right\}, \quad (211)$$

wo ρ die Volumendichte der Protonen im ℓH_2 -Target ist. Zur Herleitung von (210) wurde eine Fehlerfortpflanzung nach Gauß von dem Ausdruck

$$\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}} = \frac{N^+ - N^-}{N^+ + N^-} \quad (212)$$

ausgehend vorgenommen, wobei $N \approx N^+ \approx N^-$ angenommen wurde.

Die statistische Unsicherheit, die durch Gleichung (210) gegeben ist, berücksichtigt nicht das Antwortverhalten des geplanten Cherenkov-Detektors. Ebenfalls nicht berücksichtigt werden Untergrundbeiträge zum Signal des Cherenkov-Ringdetektors sowie die statistischen Unsicherheiten dieser Beiträge.

5.2.3 Boxgraph-Korrekturen zu $Q_w(p)$

Die Boxgraph-Korrektur

$$\Delta_{\square} \equiv \text{Re}(\square_{\text{WW}}) + \text{Re}(\square_{\text{ZZ}}) + \text{Re}(\square_{\gamma Z}) + \text{Re}(\square_{\gamma\gamma}) \quad (213)$$

zu $A_{\text{ep}}^{\text{PV}}$ aus Gleichung (70) wird der in Abschnitt 2.3.2 gegebenen Diskussion entsprechend parametrisiert. Tabelle 6 listet die für die Fehlerfortpflanzungsrechnungen verwendeten Erwartungswerte und Standardabweichungen der einzelnen Beiträge zu Δ_{\square} auf.

	λ_l	$\Delta\lambda_l$
$\text{Re}(\square_{WW})$	$17,00 \cdot 10^{-3}$	0
$\text{Re}(\square_{ZZ})$	$1,70 \cdot 10^{-3}$	0
$\text{Re}(\square_{\gamma Z})$	$1,06 \cdot 10^{-3}$	$0,19 \cdot 10^{-3}$
$\text{Re}(\square_{\gamma\gamma})$	0	0

Tabelle 6: In den Fehlerfortpflanzungsrechnungen verwendete Erwartungswerte und Standardabweichungen der Boxgraph-Korrekturen zur schwachen Ladung des Protons. Die gewählten Werte entsprechen den in Abschnitt 2.3.2 angeführten Werten.

Wie in Abschnitt 2.3.2 ausgeführt wird, sind die Unsicherheiten von $\text{Re}(\square_{WW})$, $\text{Re}(\square_{ZZ})$ und $\text{Re}(\square_{\gamma\gamma})$ im P2-Experiment vernachlässigbar, die Unsicherheit von Δ_{\square} ist somit in hinreichend guter Näherung durch die Unsicherheit von $\text{Re}(\square_{\gamma Z})$ gegeben. Die Erwartungswerte von $\text{Re}(\square_{WW})$, $\text{Re}(\square_{ZZ})$ und $\text{Re}(\square_{\gamma Z})$ werden bei der Berechnung von $\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{sig}}$ berücksichtigt.

5.2.4 Energieverlust im Target

Wegen der Länge des ℓH_2 -Targets von $L = 600$ mm und der niedrigen Strahlenergie von $E_{\text{beam}} = 155$ MeV können die Energieverluste, welche die Strahlelektronen aufgrund von Kollisionen und der Erzeugung von Bremsstrahlung beim Durchqueren des Targets erfahren, bei der Berechnung der Asymmetrie nicht vernachlässigt werden. Zur Berücksichtigung des Energieverlusts wird eine Parametrisierung des Erwartungswerts der Elektron-Anfangszustandsenergie $E_i(z)$ in Abhängigkeit von der Eindringtiefe z ins Target verwendet, um $\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{sig}}$, $\langle B_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{sig}}$ und $\langle C_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{sig}}$ zu berechnen. $E_i(z)$ wird dabei rekursiv nach der Formel

$$E_i(z + \delta z) = E_i(z) - \frac{dE_i}{dz}(E_i) \cdot \delta z \quad (214)$$

bestimmt. In (214) ist $\delta z \equiv L/n$, und n ist die Anzahl der Segmente des Integrationsintervalls $[0, L]$ entlang der z -Achse, welche zur Evaluation der zusammengesetzten Sehnentrapezformel (209) verwendet wird. Für den gesamten Energieverlust pro Wegelement $\frac{dE_i}{dz}$ entlang der Trajektorie der Stahlteilchen gilt

$$\left(\frac{dE_i}{dz} \right) (E_i) = \left(\frac{dE_i}{dz} \right)_{\text{coll}} (E_i) + \left(\frac{dE_i}{dz} \right)_{\text{rad}} (E_i), \quad (215)$$

wo $\left(\frac{dE_i}{dz} \right)_{\text{coll}}$ den differentiellen Energieverlust der Elektronen durch Kollisionen und $\left(\frac{dE_i}{dz} \right)_{\text{rad}}$ den differentiellen Energieverlust durch Strahlung bezeichnet.

Kollisions- und Strahlungsverluste von Elektronen in Materie werden im Folgenden kurz diskutiert. Anschließend wird die im Rahmen der Fehlerfortpflanzungsrechnungen verwendete Parametrisierung der Energieverluste vorgestellt.

5.2.4.1 Kollisionsverluste. Die kollisionsbedingten Energieverluste eines relativistischen Elektrons beim Durchqueren von Materie können in Analogie zum Energieverlust nach Bethe-Bloch bestimmt werden. Dabei sind zwei wesentliche Unterschiede zu beachten: Zum Einen ist die bei der Herleitung der Bethe-Bloch-Formel angenommene Bedingung, dass Ablenkungseffekte aufgrund der hohen Ruhemasse des Teilchens vernachlässigt werden können, für Elektronen nicht erfüllt. Zum Anderen sind im Falle von Elektron-Elektron-Kollisionen

ununterscheidbaren Teilchen an dem Prozess beteiligt. Unter Beachtung dieser Unterschiede findet man folgenden Ausdruck für den diffentiellen Energieverlust [124]:

$$\left(\frac{dE_i}{dz} \right)_{\text{coll}} = -2\pi N_a r_e^2 m_e \varrho \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[\ln \left(\frac{\tau^2(\tau+2)}{2 \left(\frac{I}{m_e c^2} \right)^2} \right) + F(\tau) - \delta - 2 \frac{C}{Z} \right], \quad (216)$$

wo N_a die Avogadrozahl, $r_e = 2,817 \cdot 10^{-13}$ cm der klassische Elektronenradius, m_e die Elektronenmasse, ϱ die Massendichte des durchquerten Materials, Z und A die Ordnungs- bzw. Massenzahl des Materials, β die Geschwindigkeit des Elektrons, $\tau \equiv (E_i - m_e c^2)/(m_e c^2)$, I das mittlere Anregungspotenzial des Materials, δ eine Dichte- und C eine Schalenkorrektur ist. In Gleichung (216) ist

$$F(\tau) = 1 - \beta^2 + \frac{\tau^2/8 - (2\tau + 1) \ln 2}{(\tau + 1)^2} \quad (217)$$

für Elektronen.

5.2.4.2 Stahlungsverluste. Für Elektronen mit Energien E_i , die größer als einige MeV sind, gilt nach [124] für den differentiellen Wirkungsquerschnitt zur Emission eines Bremsstrahlungs-Photons der Energie ν :

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\sigma}{d\nu} \right) = & \frac{4Z(Z+1)r_e^2\alpha_{\text{em}}}{\nu} \left\{ (1+\epsilon^2) \left[\frac{\Phi_1(\epsilon)}{4} \frac{1}{3} \ln Z - f(Z) \right] \right. \\ & \left. - \frac{2}{3}\epsilon \left[\frac{\Phi_2(\epsilon)}{4} - \frac{1}{3} \ln Z - f(Z) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (218)$$

wobei $\epsilon \equiv E/E_i$ ist und E die Gesamtenergie des Elektrons im Endzustand des Prozesses ist. $f(Z)$ ist eine Korrektur zur Bornschen Näherung, welche die Coulomb-Wechselwirkung zwischen Elektron und Atomkern berücksichtigt. In [125] findet man den Ausdruck

$$f(Z) \approx a^2[(1+a^2)^{-1} + 0,20206 - 0,0369a^2 + 0,0083a^4 - 0,002a^6], \quad (219)$$

wobei $a = Z/137$. Die Funktionen $\Phi_{1,2}(\epsilon)$ parametrisieren die elektromagnetische Abschirmung durch die Hüllenelektronen des Atoms. Es gilt:

$$\epsilon = \frac{100m_e c^2 2\pi \hbar \nu}{E_i E Z^{\frac{1}{3}}}. \quad (220)$$

Der strahlungsbedingte differentielle Energieverlust kann durch Integration des Produkts aus Wirkungsquerschnitt und Photon-Energie $h\nu$ bestimmt werden:

$$\left(\frac{dE}{dz} \right)_{\text{Strahlung}} = -N \int_0^{\nu_0} d\nu \{ h\nu \left(\frac{d\sigma}{d\nu} \right) \}, \quad (221)$$

wobei N die Volumendichte der Atome und ν_0 die maximale Photonenergie ist.

5.2.4.3 Parametrisierung des Energieverlusts. Die Abhängigkeit des differentiellen Energieverlusts von Elektronen in ℓH_2 von deren Energie $E_i \in [0,1 \text{ MeV}, 200 \text{ MeV}]$ wurde mithilfe der ESTAR-Datenbank [126] parametrisiert. Die ESTAR-Datenbank ermöglicht das Erstellen entsprechender Datensätze in tabellarischer Form für beliebige Materialien. Abbildung 58 zeigt den Verlauf der Parametrisierung für ℓH_2 .

Für die zur Durchführung des P2-Experiments vorgesehene Strahlenergie $E_{\text{beam}} = 155 \text{ MeV}$ dominieren Kollisionsverluste, und man erwartet einen differentiellen Energieverlust von $dE/dz \approx 0,45 \text{ MeV/cm}$. Ab einer Energie von $E_i \approx 320 \text{ MeV}$ leisten Strahlungsverluste den Hauptbeitrag zum Energieverlust der Elektronen in ℓH_2 .

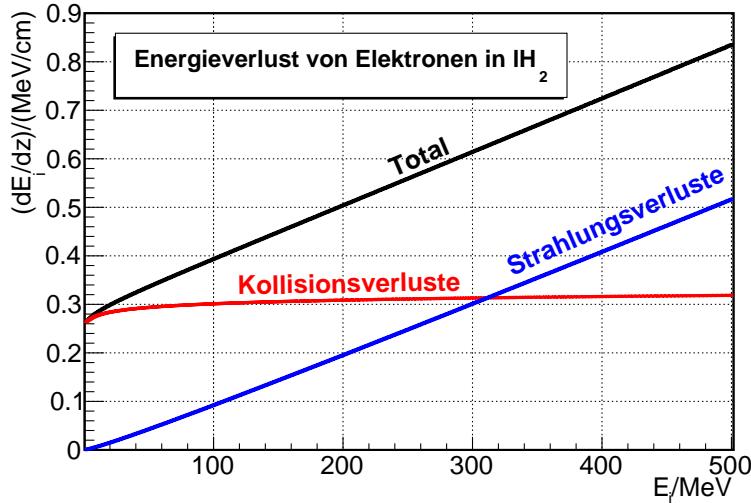


Abbildung 58: Differentieller Energieverlust von Elektronen in ℓH_2 in Abhängigkeit von der Gesamtenergie E_i des Elektrons. Der Datensatz wurde mittels der ESTAR-Datenbank [126] erstellt. Dargestellt sind die Verläufe des differentiellen Energieverlusts durch Kollisionen (rot) sowie die Erzeugung von Bremsstrahlung (blau).

5.2.5 Nukleon-Formfaktoren

In Abschnitt 5.1 wurde vorausgesetzt, dass die Nukleon-Formfaktoren, von denen A_{ep}^{PV} abhängig ist, durch reellwertige, stetige Funktionen parametrisiert werden können, die von einem Satz unabhängiger, reeller Parameter $\{\kappa_j\}$ sowie Q^2 abhängen. Im Folgenden werden die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Parametrisierungen der Formfaktoren vorgestellt. Die Parametrisierungen werden im Detail in Anhang A diskutiert.

5.2.5.1 Elektromagnetische Formfaktoren des Protons Die Formfaktoren $G_E^{\text{p},\gamma}$ und $G_M^{\text{p},\gamma}$ werden gemäß dem von Bernauer entwickelten „Dipol x Polynomial-Modell“ [127] parametrisiert. In diesem Modell wird der Standard-Dipolterm

$$G_{\text{dipole}}^{\text{std}}(Q^2) = \left(1 + \frac{Q^2}{0,71 \text{ (GeV/c)}^2} \right)^{-2} \quad (222)$$

mit einem Polynom achten Grades

$$G_{\text{E,M}}^{\text{poly}}(Q^2) = 1 + \sum_{i=1}^8 \left(\lambda_i^{\text{pE,M}} \cdot Q^{2i} \right) \quad (223)$$

multipliziert, so dass

$$\begin{aligned} G_E^{\text{p},\gamma}(Q^2) &= G_{\text{dipole}}^{\text{std}}(Q^2) \cdot G_{\text{E}}^{\text{poly}}(Q^2), \\ G_M^{\text{p},\gamma}(Q^2) &= (\mu_{\text{P}}/\mu_{\text{N}}) \cdot G_{\text{dipole}}^{\text{std}}(Q^2) \cdot G_{\text{M}}^{\text{poly}}(Q^2). \end{aligned} \quad (224)$$

In (224) ist $\mu_{\text{P}} = 2,792847356 \cdot \mu_{\text{N}}$ das magnetische Moment des Protons und $\mu_{\text{N}} = (e\hbar)/(2m_{\text{p}})$ das Kernmagneton.

Um in Q^2 stetige Parametrisierungen für $G_E^{\text{p},\gamma}$ und $G_M^{\text{p},\gamma}$ zu erhalten, wurde eine Kurvenanpassung mit den in (224) gegebenen Ausdrücken an die in Abschnitt K 2.2.3 von [127]

aufgeführten Daten ausgeführt. Hierbei wurde die Methode der χ^2 -Minimierung zur Bestimmung der Kurvenparameter verwendet. Die resultierenden Erwartungswerte und Standardabweichungen der Kurvenparameter sind:

i	$\lambda_i^{\text{pE}}/(\text{GeV}/c)^{-2i}$	$\Delta\lambda_i^{\text{pE}}/(\text{GeV}/c)^{-2i}$	$\lambda_i^{\text{pM}}/(\text{GeV}/c)^{-2i}$	$\Delta\lambda_i^{\text{pM}}/(\text{GeV}/c)^{-2i}$
1	$-4,701\,987 \cdot 10^{-1}$	$1,133\,586 \cdot 10^{-2}$	$2,445\,791 \cdot 10^{-1}$	$1,285\,954 \cdot 10^{-2}$
2	$4,342\,292 \cdot 10^0$	$6,849\,265 \cdot 10^{-2}$	$-4,387\,620 \cdot 10^0$	$4,832\,165 \cdot 10^{-2}$
3	$-2,068\,202 \cdot 10^1$	$1,718\,847 \cdot 10^{-1}$	$2,244\,408 \cdot 10^1$	$8,019\,477 \cdot 10^{-2}$
4	$4,406\,141 \cdot 10^1$	$3,152\,484 \cdot 10^{-1}$	$-4,477\,354 \cdot 10^1$	$1,120\,105 \cdot 10^{-1}$
5	$-2,474\,794 \cdot 10^1$	$5,080\,538 \cdot 10^{-1}$	$2,507\,312 \cdot 10^1$	$1,455\,939 \cdot 10^{-1}$
6	$-5,087\,120 \cdot 10^1$	$7,708\,359 \cdot 10^{-1}$	$3,475\,912 \cdot 10^1$	$1,827\,526 \cdot 10^{-1}$
7	$8,101\,379 \cdot 10^1$	$1,055\,087 \cdot 10^0$	$-5,305\,466 \cdot 10^1$	$2,105\,056 \cdot 10^{-1}$
8	$-3,302\,248 \cdot 10^1$	$1,047\,902 \cdot 10^0$	$1,976\,824 \cdot 10^1$	$1,874\,455 \cdot 10^{-1}$

Die Angabe der Parameter-Werte (sowohl hier als auch in den folgenden Unterabschnitten) erfolgt mit der numerischen Präzision, mit der sie vom zur Kurvenanpassung verwendeten Algorithmus bestimmt wurden, um die Reproduzierbarkeit der Parametrisierungen sicherzustellen.

5.2.5.2 Elektromagnetische Formfaktoren des Neutrons Die Funktionen zur Parametrisierungen von $G_E^{\text{n},\gamma}$ und $G_M^{\text{n},\gamma}$ werden wie in der Dissertation von El Yakoubi [128] angegeben gewählt. Für $G_E^{\text{n},\gamma}$ wird eine Parametrisierung nach Galster benutzt [129]:

$$G_E^{\text{n},\gamma}(Q^2) = \frac{\lambda_1^{\text{nE}} \cdot \tau}{1 + \lambda_2^{\text{nE}} \cdot \tau} \cdot G_{\text{dipole}}^{\text{std}}(Q^2), \quad (225)$$

wo $G_{\text{dipole}}^{\text{std}}(Q^2)$ durch Gleichung (224) und τ durch Gleichung (41) gegeben ist. Aus der Kurvenanpassung an die in [128] gegebenen Daten unter Verwendung der Methode der χ^2 -Minimierung ergeben sich folgende Parameter-Werte:

i	λ_i^{nE}	$\Delta\lambda_i^{\text{nE}}$
1	$1,770\,221 \cdot 10^0$	$1,454\,643 \cdot 10^{-2}$
2	$3,425\,350 \cdot 10^0$	$2,075\,773 \cdot 10^{-1}$

Zur Parametrisierung des magnetischen Formfaktors des Neutrons $G_M^{\text{n},\gamma}$ wird ein Polynom 9. Grades benutzt, so dass

$$G_M^{\text{n},\gamma}(Q^2) = \sum_{i=0}^9 \lambda_i^{\text{nM}} Q^{2i}. \quad (226)$$

Aus der Kurvenanpassung ergeben sich folgende Erwartungswerte und Standardabweichungen für die Parameter $\{\lambda_i^{\text{nM}}\}$:

i	$\lambda_i^{\text{nM}} / (\text{GeV}/c)^{-2i}$	$\Delta \lambda_i^{\text{nM}} / (\text{GeV}/c)^{-2i}$
0	$-1,916\,029 \cdot 10^0$	$4,589\,687 \cdot 10^{-4}$
1	$7,092\,145 \cdot 10^0$	$3,229\,584 \cdot 10^{-2}$
2	$-3,329\,785 \cdot 10^1$	$1,602\,581 \cdot 10^{-1}$
3	$1,574\,668 \cdot 10^2$	$4,007\,755 \cdot 10^{-1}$
4	$-4,144\,474 \cdot 10^2$	$9,176\,047 \cdot 10^{-1}$
5	$1,627\,159 \cdot 10^2$	$2,025\,616 \cdot 10^0$
6	$1,152\,293 \cdot 10^3$	$4,366\,665 \cdot 10^0$
7	$-2,117\,386 \cdot 10^2$	$9,120\,974 \cdot 10^0$
8	$-4,908\,379 \cdot 10^3$	$1,819\,254 \cdot 10^1$
9	$5,114\,440 \cdot 10^3$	$3,374\,769 \cdot 10^1$

5.2.5.3 Strangeness-Formfaktoren Die experimentelle Bestimmung der Strangeness-Formfaktoren G_E^s und G_M^s war über einen Zeitraum von 15 Jahren hinweg Gegenstand eines umfassenden Forschungsprogramms an drei großen Forschungseinrichtungen. Messungen mit $Q^2 = 0,1 \text{ (GeV}/c)^2$, $Q^2 = 0,23 \text{ (GeV}/c)^2$ und $Q^2 = 0,63 \text{ (GeV}/c)^2$ wurden von SAMPLE, HAPPEX, G0 und der A4-Kollaboration durchgeführt [86, 130, 131, 132, 133, 134]. Es wurde eine weitere Messung der A4-Kollaboration mit $Q^2 = 0,1 \text{ (GeV}/c)^2$ ausgeführt, die Analyse der Messdaten dauert an.

Der Formfaktor G_E^s wird analog zu $G_E^{\text{n},\gamma}$ nach Galster [129] parametrisiert. Zur Kurvenanpassung wird die Methode der χ^2 -Minimierung angewandt. Es ergeben sich die Parameter:

i	λ_i^{sE}	$\Delta \lambda_i^{\text{sE}}$
1	$3,231\,461 \cdot 10^{-1}$	$8,871\,228 \cdot 10^{-1}$
2	$4,704\,640 \cdot 10^0$	$3,000\,726 \cdot 10^1$

Für G_M^s wird eine Parametrisierung nach [135] verwendet:

$$G_M^s = \lambda_0^{\text{sM}} + \lambda_1^{\text{sM}} \cdot Q^2. \quad (227)$$

Für λ_0^{sM} und λ_1^{sM} ergeben sich die folgenden Erwartungswerte und Standardabweichungen aus der Kurvenanpassung an die in [135] angeführten Daten:

i	$\lambda_i^{\text{sM}} / (\text{GeV}/c)^{-2i}$	$\Delta \lambda_i^{\text{sM}} / (\text{GeV}/c)^{-2i}$
0	$4,411\,866 \cdot 10^{-2}$	$1,393\,027 \cdot 10^{-1}$
1	$9,312\,301 \cdot 10^{-1}$	$1,016\,812 \cdot 10^0$

5.2.5.4 Axialer Formfaktor des Protons Der axiale Formfaktor des Protons kann durch die Kombination von Resultaten aus Experimenten zur paritätsverletzenden Elektronenstreuung an ℓH_2 und ℓD_2 bestimmt werden, welche unter Rückwärts-Streuwinkel bei dem selben Wert von Q^2 durchgeführt wurden. Entsprechende Messungen wurden von der SAMPLE-, G0- und A4-Kollaboration ausgeführt [136, 131, 134, 137]. Die A4-Kollaboration

hat eine Messung bei $Q^2 = 0,1 \text{ (GeV/c)}^2$ ausgeführt, deren Veröffentlichung noch aussteht.

Der axiale Formfaktor des Protons $G_A^{p, Z}$ wird im Rahmen dieser Arbeit wie von Musolf et al. vorgeschlagen parametrisiert [13]. Es wurde keine Kurvenanpassung durchgeführt, da in [13] bereits eine zur Fehlerfortpflanzungsrechnung geeignete Form gegeben ist. Es ist

$$G_A^{p, Z}(Q^2) = \lambda_0^{pA} \cdot \left(1 + \frac{Q^2}{(\lambda_1^{pA})^2}\right)^{-2}. \quad (228)$$

mit

i	$\lambda_i^{pA}/(\text{GeV}/c)^i$	$\Delta\lambda_i^{pA}/(\text{GeV}/c)^i$
0	-1,136	0,411
1	1,032	0,036

5.2.5.5 Isospin-brechende elektromagnetische Formfaktoren Im Rahmen der Bachelorarbeit von P. Larin [138] wurden Parametrisierungen der Isospin-brechenden elektromagnetischen Formfaktoren G_E^{ud} und G_M^{ud} erstellt. Hierzu wurden Datensätze aus [139] mittels eines graphischen Verfahrens extrahiert. Diese Datensätze wurden in der vorliegenden Arbeit benutzt, um die Formfaktoren mittels einer Kurvenanpassung zu parametrisieren. Als Funktionen kommen Polynome vierten Grades zum Einsatz, so dass

$$G_{E, M}^{\text{ud}} = \sum_{i=0}^4 \lambda_i^{\text{udE, M}} \cdot Q^{2i}. \quad (229)$$

Die Kurvenanpassung wurde unter Verwendung der Methode der χ^2 -Minimierung ausgeführt. Es ergeben sich folgende Parameter-Werte:

i	$\lambda_i^{\text{udE}}/(\text{GeV}/c)^{-2i}$	$\Delta\lambda_i^{\text{udE}}/(\text{GeV}/c)^{-2i}$	$\lambda_i^{\text{udM}}/(\text{GeV}/c)^{-2i}$	$\Delta\lambda_i^{\text{udM}}/(\text{GeV}/c)^{-2i}$
0	$1,344\,573 \cdot 10^{-13}$	$1,000\,000 \cdot 10^{-7}$	$2,474\,684 \cdot 10^{-2}$	$1,824\,655 \cdot 10^{-2}$
1	$5,669\,833 \cdot 10^{-2}$	$2,772\,295 \cdot 10^{-2}$	$6,787\,448 \cdot 10^{-2}$	$7,769\,135 \cdot 10^{-1}$
2	$-2,465\,694 \cdot 10^{-1}$	$6,866\,436 \cdot 10^{-1}$	$-3,042\,028 \cdot 10^{-2}$	$1,003\,967 \cdot 10^1$
3	$5,813\,392 \cdot 10^{-1}$	$4,856\,379 \cdot 10^0$	$-4,367\,643 \cdot 10^{-1}$	$4,767\,653 \cdot 10^1$
4	$-7,002\,228 \cdot 10^{-1}$	$1,023\,000 \cdot 10^1$	$8,468\,409 \cdot 10^{-1}$	$7,470\,339 \cdot 10^1$

5.3 Resultate der Berechnung von $\Delta \sin^2(\theta_W)$

In diesem Abschnitt werden die Resultate der Fehlerfortpflanzungsrechnungen diskutiert, deren Ziel die Festlegung der Strahlenergie E_{beam} , des zentralen Elektron-Streuwinkels $\bar{\theta}_f$ und der Streuwinkelakzeptanz des Cherenkov-Detektors $\delta\theta_f$ ist. Zur Festlegung dieser drei Größen wurde $\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2$ in Abhängigkeit von $\{E_{\text{beam}}, \bar{\theta}_f, \delta\theta_f\}$ mithilfe des in Abschnitt 5.1 diskutierten Algorithmus berechnet. Bei den Berechnungen wurden die in Abschnitt 5.2 vorgestellten Eingabeparameter benutzt.

Zur Parametrisierung von $\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2(E_{\text{beam}}, \bar{\theta}_f, \delta\theta_f)$ wurden E_{beam} , $\bar{\theta}_f$ und $\delta\theta_f$ innerhalb der folgenden Grenzen mit den angegebenen Schrittweiten variiert:

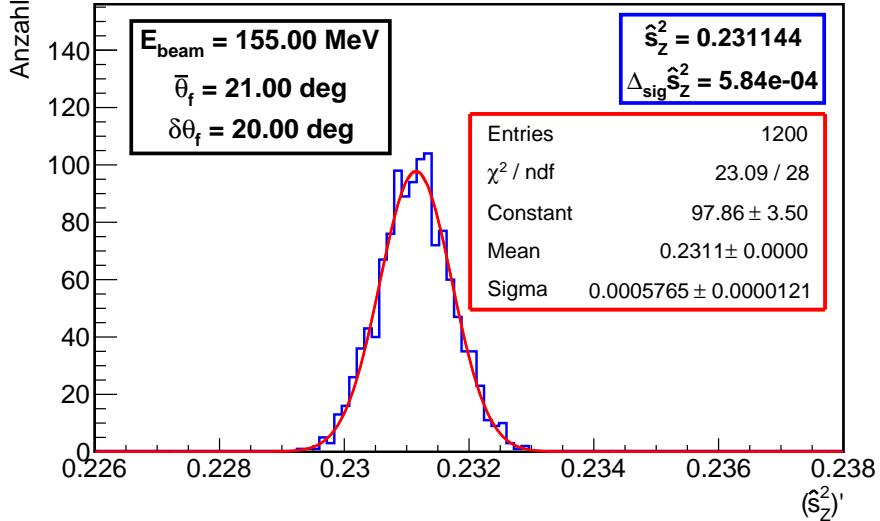


Abbildung 59: Repräsentative Verteilung von $(\hat{s}_Z^2)'$ für $E_{\text{beam}} = 155 \text{ MeV}$, $\bar{\theta}_f = 21^\circ$ und $\delta\theta_f = 20^\circ$. In Blau dargestellt ist die mit dem Monte Carlo-Verfahren bestimmte Verteilung der $(\hat{s}_Z^2)'$ -Werte. Im blau umrandeten Textfeld sind Erwartungswert und Standardabweichung der Verteilung angegeben. An die Verteilung wurde eine Normalverteilung angepasst. Sie ist in Rot gezeichnet. Die mit ROOT bestimmten Resultate der Kurvenanpassung sind im rot umrandeten Textfeld wiedergegeben. Die Erwartungswerte und Standardabweichungen stimmen im Rahmen ihrer Unsicherheiten überein.

	Minimalwert	Maximalwert	Schrittweite
E_{beam}	105 MeV	205 MeV	10 MeV
$\bar{\theta}_f$	11°	60°	1°
$\delta\theta_f$	2°	24°	2°

Diejenigen Konfigurationen, für welche $\theta_f \leq 0^\circ$ aufgrund der Wahl von $\bar{\theta}_f$ und $\delta\theta_f$ möglich ist, wurden bei der Bestimmung von $\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2$ nicht berücksichtigt, da eine physikalisch sinnvolle Bestimmung von $\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{sig}}$ in diesem Fall nicht möglich ist. Zur Berechnung eines jeden Wertes von $\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2$ wurde ein Ensemble aus 1200 zufallsverteilten Werten $(\hat{s}_Z^2)'$ generiert. Die Berechnungen wurden parallel auf 24 CPU-Kernen ausgeführt und dauerten ca. 7 Tage.

Abbildung 59 zeigt eine repräsentative Verteilung von $(\hat{s}_Z^2)'$ -Werten für $E_{\text{beam}} = 155 \text{ MeV}$, $\bar{\theta}_f = 21^\circ$ und $\delta\theta_f = 20^\circ$. Der Erwartungswert der berechneten Verteilung stimmt im Rahmen seiner Unsicherheit mit dem zur Berechnung von $\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{sig}}$ verwendeten Wert von $\hat{s}_Z^2 = 0,23116$ überein.

Abbildung 60 zeigt den Verlauf von $\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2$ in Abhängigkeit von $\bar{\theta}_f$ für $E_{\text{beam}} = 155 \text{ MeV}$ und $\delta\theta_f = 20^\circ$. Bei kleinen Streuwinkeln $\bar{\theta}_f \leq 20^\circ$ wird $\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2$ vom Fehlerbeitrag $\Delta_{\text{sig, false}} \hat{s}_Z^2$ der apparativen Asymmetrie A^{false} und der statistischen Unsicherheit von $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}}$ dominiert. Dass $\Delta_{\text{sig, false}} \hat{s}_Z^2$ für kleiner werdendes $\bar{\theta}_f$ ansteigt, kann man verstehen, wenn man die partielle Ableitung von dem in Gleichung (200) gegebenen Ausdruck für \hat{s}_Z^2 nach A^{false} betrachtet:

$$\frac{\partial \hat{s}_Z^2}{\partial A^{\text{false}}} \sim \frac{1}{\langle B_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{sig}}} \sim \frac{1}{\langle A_0 \rangle_{\text{sig}}} \sim \frac{1}{\langle Q^2 \rangle_{\text{sig}}}. \quad (230)$$

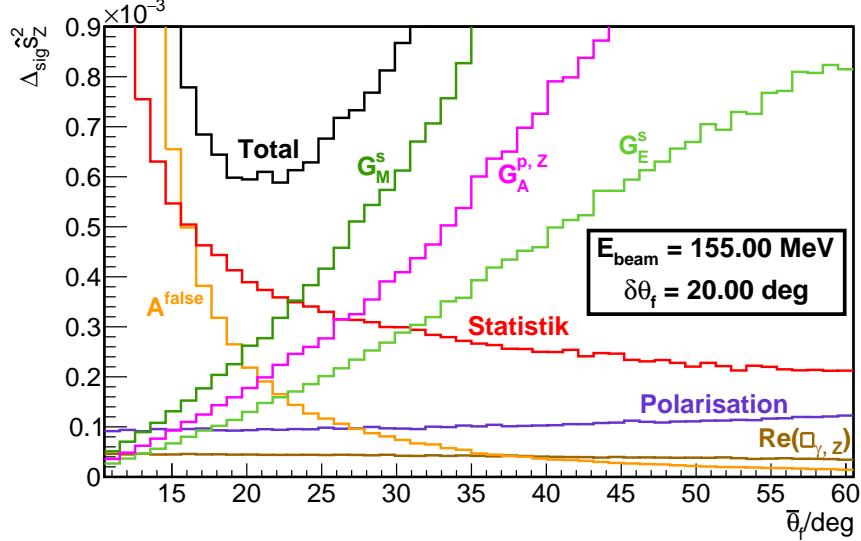


Abbildung 60: Verlauf von $\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2$ in Abhängigkeit von $\bar{\theta}_f$ für $E_{\text{beam}} = 155 \text{ MeV}$ und $\delta\theta_f = 20^\circ$. Eingezeichnet ist der Verlauf der Gesamtunsicherheit $\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2$ in Schwarz sowie die Verläufe ausgewählter, signifikanter Beiträge zu $\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2$.

Demnach erwartet man für den Beitrag von A^{false} zu $\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2$:

$$\Delta_{\text{sig, false}} \hat{s}_Z^2 \approx \left\| \frac{\partial \hat{s}_Z^2}{\partial A^{\text{false}}} \cdot \Delta A^{\text{false}} \right\| \sim \frac{\Delta A^{\text{false}}}{\langle Q^2 \rangle_{\text{sig}}}. \quad (231)$$

Da Q^2 mit kleiner werdendem θ_f abnimmt und ΔA^{false} im Rahmen der Berechnungen konstant gewählt wurde, entspricht es der Erwartung, dass $\Delta_{\text{sig, false}} \hat{s}_Z^2$ für kleiner werdendes $\bar{\theta}_f$ zunimmt. Für den Beitrag der statistischen Unsicherheit von $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}}$ zu $\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2$ erwartet man in Analogie zu Gleichung (231) unter Verwendung von Gleichung (210):

$$\Delta_{\text{sig, stat}} \hat{s}_Z^2 \sim \frac{1}{\langle Q^2 \rangle_{\text{sig}} \cdot \sqrt{2N}}. \quad (232)$$

Da die Anzahl $2N$ der im Experiment innerhalb der Messdauer T nachzuweisenden elastischen Elektron-Proton-Streuereignisse durch Integration der Rosenbluth-Formel (51) über das Streuwinkel-Intervall $\delta\theta_f$ gegeben ist, steigt $\Delta_{\text{sig, stat}} \hat{s}_Z^2$ mit kleiner werdendem $\bar{\theta}_f$ langsam an als $\Delta_{\text{sig, false}} \hat{s}_Z^2$. Die in Abbildung 60 gezeigten Beiträge der Nukleon-Formfaktoren zu $\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2$ sind bei kleinen Werten von $\bar{\theta}_f$ erwartungsgemäß unterdrückt, da die Formfaktoren bei kleinem Q^2 nur geringe Beiträge zu $A_{\text{ep}}^{\text{PV}}$ leisten, wie man anhand von Abbildung 7 erkennen kann. Die Fehlerbeiträge der Formfaktoren wachsen mit steigendem $\bar{\theta}_f$ an, was ebenfalls der Erwartung entspricht, da die Beiträge der Formfaktoren zu $A_{\text{ep}}^{\text{PV}}$ mit wachsendem Q^2 zunehmen, wie man ebenfalls in Abbildung 7 erkennen kann. Die Verläufe der dominanten Beiträge zu $\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2$ münden in der Ausbildung eines Minimums im Verlauf von $\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2$ bei $\bar{\theta}_f \approx 21^\circ$ mit $\min(\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2) \approx 5,8 \cdot 10^{-4}$, wie man in Abbildung 60 sehen kann.

In Abbildung 61 sind Verläufe von $\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2$ in Abhängigkeit von $\bar{\theta}_f$ für verschiedene Werte von $\delta\theta_f$ bei festgehaltener Strahlenergie $E_{\text{beam}} = 155 \text{ MeV}$ dargestellt. Die Wahl von $\delta\theta_f$ beeinflusst die Anzahl der in der vorgegebenen Messzeit nachweisbaren Streuereignisse und somit den Beitrag der statistischen Unsicherheit von $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}}$ zu $\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2$ auf maßgebliche Weise. Man entnimmt der Abbildung, dass der Minimalwert $\min(\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2)$ im Verlauf von $\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2$ bis zu einem Wert von $\delta\theta_f = 20^\circ$ kleiner wird und anschließend wieder ansteigt. Dieses Verhalten

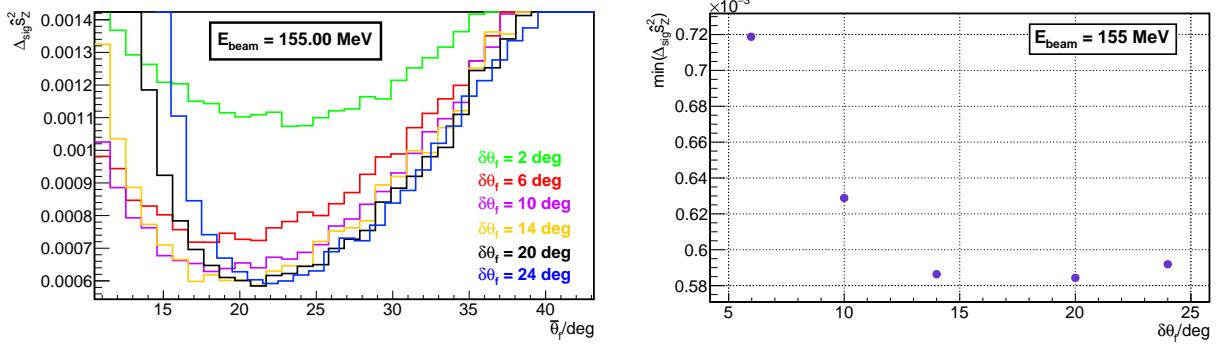


Abbildung 61: Links: Verläufe von $\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2$ in Abhängigkeit von $\bar{\theta}_f$ für $E_{\text{beam}} = 155$ MeV und verschiedene Werte von $\delta\theta_f$. Rechts: Minima $\min(\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2)$ der im linken Bild dargestellten Kurven in Abhängigkeit von $\delta\theta_f$.

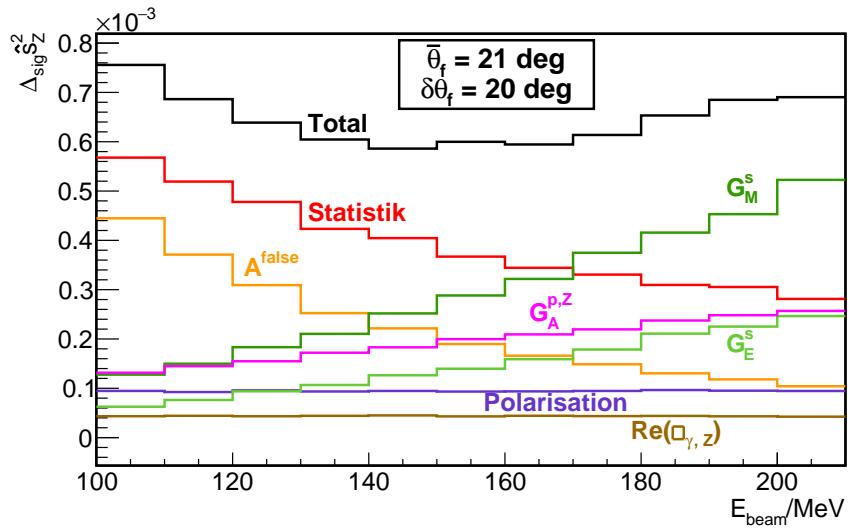


Abbildung 62: Verlauf von $\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2$ und Einzelbeiträgen hierzu in Abhängigkeit von E_{beam} für $\bar{\theta}_f = 21^\circ$ und $\delta\theta_f = 20^\circ$.

erklärt sich wie folgt: Beginnend bei $\delta\theta_f = 2^\circ$ bewirkt eine Vergrößerung von $\delta\theta_f$ zunächst im Wesentlichen eine Verkleinerung der statistischen Unsicherheit von $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}}$ und somit eine Verringerung von $\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2$, da die Beiträge der Formfaktor-unsicherheiten bei kleinen Streuwinkeln gering sind. Für größere Werte von $\delta\theta_f$ tragen vermehrt größere Streuwinkel zu $\langle A^{\text{PV}} \rangle_{\text{sig}}$ bei. Dem entsprechend tragen die Formfaktor-unsicherheiten verstärkt zu $\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2$ bei, was zur Ausbildung eines Minimums im Verlauf von $\min(\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2)$ in Abhängigkeit von $\delta\theta_f$ führt.

Abbildung 62 zeigt den Verlauf von $\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2$ in Abhängigkeit von E_{beam} für $\bar{\theta}_f = 21^\circ$ und $\delta\theta_f = 20^\circ$. Da der Wert von $\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{sig}}$ bei niedrigen Viererimpulsüberträgen durch die Wahl von Q^2 festgelegt ist, und Q^2 sowohl mit θ_f als auch mit E_{beam} betragsmäßig anwächst, wie man anhand von Gleichung (35) sehen kann, sind die relativen Verläufe der in den Abbildungen 60 und 62 gezeigten Kurven ähnlich.

Abbildung 63 zeigt $\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2$ in Abhängigkeit von E_{beam} und $\bar{\theta}_f$ für $\delta\theta_f = 20^\circ$. Man kann der Abbildung entnehmen, dass die kleinsten mit den in Abschnitt 5.2 angeführten Parametern erreichbaren Werte von $\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2$ im Bereich $\min(\Delta\hat{s}_Z) \sim 6 \cdot 10^{-4}$ liegen. Demnach kann die

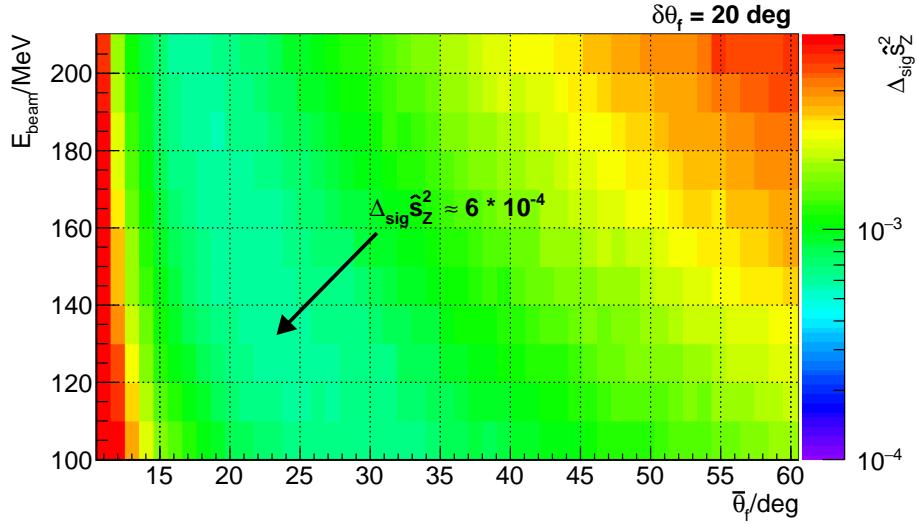


Abbildung 63: Verlauf von $\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2$ in Abhängigkeit von E_{beam} und $\bar{\theta}_f$ für $\delta\theta_f = 20^\circ$.

im Rahmen des P2-Experiments anvisierte Unsicherheit von $\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2 = 3,6 \cdot 10^{-4}$ mit den in Abschnitt 5.2 vorgestellten Eingangsgrößen nicht erreicht werden.

$\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2$ muss reduziert werden, um das P2-Experiment erfolgreich durchführen zu können. Dies kann erreicht werden, indem man dominante Beiträge zu $\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2$ reduziert. Es gilt reduzierbare Beiträge zu identifizieren und eine Auswahl zu treffen. Abbildung 64 illustriert, auf welche Weise sich Reduktionen der dominanten Beiträge auf die Position des Minimums im Verlauf von $\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2$ in Abhängigkeit von $\bar{\theta}_f$ auswirken. Man könnte etwa eine Reduzierung der statistischen Unsicherheit von $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}}$ durch eine Erhöhung des Strahlstroms oder eine Verlängerung der Messdauer anstreben. Gleichzeitig könnte man die Anforderungen an die Strahleigenschaften - insbesondere beim Helizitätswechsel - verschärfen, was in einer Reduzierung des Beitrags von A^{false} münden würde. Eine Reduzierung dieser beiden Beiträge zu $\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2$ würde zu einer Verkleinerung von $\min(\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2)$ bei gleichzeitiger Verschiebung des Minimums hin zu kleineren $\bar{\theta}_f$ -Werten führen, wie in Abbildung 64 angedeutet. Gelingt hingegen eine Reduzierung der dominanten Formfaktor-Beiträge zu $\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2$, welche von G_E^s , G_M^s sowie $G_A^{p, Z}$ stammen, so kann $\min(\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2)$ ebenfalls reduziert werden, wobei man eine Verschiebung von $\min(\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2)$ hin zu größeren Werten von $\bar{\theta}_f$ erwartet.

Die Asymmetriemessung ist unter größeren Streuwinkeln θ_f einfacher zu realisieren: Man kann Abbildung 7 entnehmen, dass der Betrag der paritätsverletzenden Asymmetrie für $\theta_f = 35^\circ$ mit $|A_{\text{ep}}^{\text{PV}}| \approx 70 \text{ ppb}$ etwa um einen Faktor 3,5 größer ist als für $\theta_f = 20^\circ$, wo $|A_{\text{ep}}^{\text{PV}}| \approx 20 \text{ ppb}$ ist. Darüber hinaus gewinnen die im Target unter größeren Winkeln gestreuten Elektronen mit wachsender z -Koordinate schneller Abstand von der Strahlachse, was die Separation der nachzuweisenden Elektronen von geladenen Untergrundteilchen im Magnetfeld vereinfacht und für mehr Platz zum Aufbau geeigneter Abschirmungen der Detektoren gegen Bremsstrahlung aus dem Target sorgt. Auch sind die erwarteten Streuraten bei größeren θ_f -Werten kleiner, da der durch Gleichung (51) gegebene Wirkungsquerschnitt der elastischen Elektron-Proton-Streuung stetig mit zunehmendem θ_f abnimmt. Dies reduziert die erwartete Strahlenbelastung der Detektoren.

Die P2-Kollaboration hat sich daher entschieden, im Rahmen des P2-Experiments eine Formfaktor-Messung unter Rückwärts-Streuwinkeln auszuführen, um dominante Beiträge

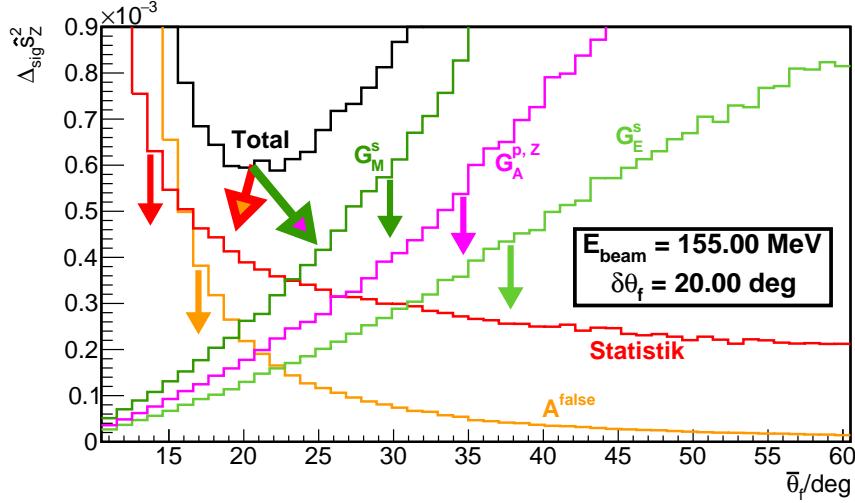


Abbildung 64: Zur Veranschaulichung der Effekte von Reduktionen der dominanten Beiträge zu $\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2$ auf das Minimum im Verlauf von $\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2$ in Abhängigkeit vom zentralen Elektron-Streuwinkel $\bar{\theta}_f$. Mögliche Verschiebungen sind durch die Pfeile angedeutet. Eine Reduktion der statistischen Unsicherheit und des Beitrags der apparativen Asymmetrie führt zu einer Reduzierung von $\min(\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2)$ bei gleichzeitiger Verschiebung hin zu kleineren zentralen Streuwinkeln, was durch die roten und orangefarbenen Pfeile angedeutet wird. Eine globale Reduktion der dominanten Nukleon-Formfaktor-Beiträge führt zu einer Reduktion von $\min(\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2)$ bei gleichzeitiger Verschiebung des Minimums hin zu größeren Werten von $\bar{\theta}_f$, was durch die grünen und magentafarbenen Pfeile angedeutet ist.

der Nukleon-Formfaktoren zu $\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2$ zu reduzieren. Im Folgenden wird dargelegt, auf welche Weise eine derartige Messung durchgeführt werden kann und welche Reduktionen der Formfaktoren erwartet werden.

5.3.1 Reduzierung der Formfaktor-Beiträge zu $\Delta \sin^2(\theta_W)$

Die P2-Kollaboration geht davon aus, dass die Unsicherheit der in Abschnitt 5.2.5 beschriebenen Parametrisierung von G_E^s im zur Durchführung des Experiments relevanten Q^2 -Intervall um einen Faktor vier reduziert werden kann. Mithilfe der Gitterreichtheorie durchgeführte Berechnungen von G_E^s legen nahe, dass eine solche Reduktion erreichbar ist [140, 141]. Die P2-Kollaboration rechnet ferner mit einer Reduzierung der Unsicherheiten von G_M^s und G_A^p, Z im relevanten Q^2 -Intervall um jeweils einen Faktor vier nach Abschluss der Analysen der von der A4-Kollaboration durchgeführten Messungen bei $Q^2 = 0,1 \text{ (GeV/c)}^2$.

Um eine weitere Reduktion der Formfaktor-Unsicherheiten zu erreichen, plant die P2-Kollaboration eine Messung von $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}}$ unter Rückwärts-Streuwinkel $\theta_f > 90^\circ$. Eine solche Messung ist sensitiv auf G_M^s und G_A^p, Z . Es wurden zwei Varianten zur präzisen Bestimmung der Formfaktoren studiert [142], welche hier kurz beschrieben werden sollen. Die erste Variante besteht in einer zur Asymmetriemessung unter Vorwärtswinkeln parallelen Formfaktormessung. Die zweite Option besteht in einer dezidierten Asymmetriemessung zur Bestimmung der Formfaktoren unter Rückwärtswinkeln. Die Durchführbarkeit der ersten Variante hängt vom verfügbaren Platz in der Experimentierhalle sowie der Verfügbarkeit geeigneter Detektoren und Elektronik ab. Zur Realisierung der zweiten Variante würden ca. 2000 Stunden zusätzliche Messzeit benötigt werden. Im Folgenden werden beide Optionen kurz diskutiert.

	A4-Experiment	P2-Experiment
Integrierte Luminosität	$1,5 \cdot 10^5 \text{ fb}^{-1}$	$8,7 \cdot 10^7 \text{ fb}^{-1}$
Statistische Unsicherheit $\Delta_{\text{stat}} \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}}$	0,60 ppm	0,03 ppm
Apparative Asymmetrie $\Delta_{\text{false}} \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}}$	0,25 ppm	< 0,01 ppm
Polarimetrie $\Delta_{\text{P}} \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}}$	0,41 ppm	0,04 ppm
Gesamt $\Delta \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}}$	0,80 ppm	0,05 ppm

Tabelle 7: Vergleich der Beiträge zur Unsicherheit der unter Rückwärtswinkeln gemessenen Asymmetrie $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}}$ im A4-Experiment und der im P2-Experiment erwarteten Beiträge für den Fall einer zur Messung von $Q_W(p)$ parallelen Bestimmung der Formfaktoren. Es wurde eine Strahlenergie von $E_{\text{beam}} = 200 \text{ MeV}$ sowie eine Messdauer von $T = 10^4 \text{ h}$ angenommen. Die im Standardmodell erwartete Asymmetrie für die Rückwärtswinkel-Messung des P2-Experiments ist $\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{sig}} \approx 7,5 \text{ ppm}$.

Eine zur Messung der schwachen Ladung des Protons parallele Formfaktor-Messung kann über die gesamte Messdauer hinweg durchgeführt werden. Zur Messung kann ein Detektor eingesetzt werden, welcher die Winkelintervalle $140^\circ \leq \theta_f \leq 150^\circ$ und $0 \leq \phi_f \leq 2\pi$ abdeckt. Das vorgesehene negative Viererimpulsübertragsquadrat ist $Q^2 = 0,1 \text{ (GeV/c)}^2$. Tabelle 7 zeigt einen Vergleich zwischen der im A4-Experiment erreichten Genauigkeit bei der Asymmetriemessung unter Rückwärtswinkeln und der im P2-Experiment erwarteten Genauigkeit. Die Asymmetrie könnte bei dieser Variante mit einer Präzision $< 1\%$ bestimmt werden, wobei der Hauptbeitrag zur Unsicherheit durch die Polarisationsmessung gegeben wäre. Dies würde die Bestimmung der Linearkombination

$$F^S + F^A = 0,398 \cdot (G_M^S + 0,442 \cdot G_A^{p, Z}) \pm 0,011 \quad (233)$$

erlauben, wobei der Hauptbeitrag der angegebenen Unsicherheit aus der Unkenntnis von F^{EM} bei kleinen Beträgen von Q^2 stammt. Zur Extraktion der schwachen Ladung des Protons aus der Bestimmung von $A_{\text{ep}}^{\text{PV}}$ unter Vorwärts-Streuwinkeln benötigt man die Linearkombination

$$F^S + F^A = 0,0040 \cdot (G_M^S + 0,691 \cdot G_A^{p, Z}). \quad (234)$$

Da die Q^2 -Werte der Vorwärts- und Rückwärtswinkel-Messungen sowie die entsprechenden Linearkombinationen von F^S und F^A nicht exakt identisch sind, wurde die sich aus der Extrapolation von (233) auf (234) ergebende Unsicherheit um 100 % erhöht. Man findet:

$$\begin{aligned} \text{P2 ohne Formfaktormessung: } \Delta(F^S + F^A) &= 0,00076, \\ \text{P2 mit Formfaktormessung: } \Delta(F^S + F^A) &= 0,00016. \end{aligned} \quad (235)$$

Dies entspricht einer Reduktion der Formfaktor-UNSicherheiten von G_M^S und $G_A^{p, Z}$ um den Faktor Vier.

Die zweite Möglichkeit zur Reduzierung der Formfaktor-UNSicherheiten besteht in dedizierten Messung von G_M^S und $G_A^{p, Z}$ unter Rückwärtswinkeln. Hierzu sind unabhängige Messungen mit einem ℓH_2 - und einem ℓD_2 -Target bei gleichem Q^2 notwendig. Wie in [26] ausgeführt wird, würden je 10^3 h lange Messungen bei einer Energie von $E_{\text{beam}} = 150 \text{ MeV}$ eine separate Bestimmung von G_M^S und $G_A^{p, Z}$ bei $Q^2 = 0,06 \text{ (GeV/c)}^2$ mit $\Delta G_M^S = 0,05$ und $\Delta G_A^{p, Z} = 0,04$ ermöglichen. Dies entspricht einer noch präziseren Bestimmung der Formfaktoren als im

Reduktionsfaktor der $\Delta\lambda_i$	
G_E^s	4
G_M^s	12
$G_A^{p, Z}$	10

Tabelle 8: Reduktionsfaktoren der Formfaktorparametrisierungen, mit denen die in Abschnitt 5.3.2 vorgestellten Berechnungen von $\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2$ durchgeführt wurden. Die Reduktionsfaktoren wurden dabei mit den Unsicherheiten $\Delta\lambda_i$ der Formfaktor-Parameter multipliziert.

Fall der Bestimmung ihrer Linearkombination, da der Wert von Q^2 besser mit dem der Vorwärtswinkel-Messung übereinstimmt, und die zur Extraktion von $Q_W(p)$ benötigte Linearkombination $F^S + F^A$ direkt mittels der experimentell bestimmten Formfaktor-Werte berechnet werden kann. Eine derartige Messung würde zur bis dato präzisesten Bestimmung von G_M^s und $G_A^{p, Z}$ bei niedrigem Q^2 führen, so dass auch bei dieser Variante von einer weiteren Reduktion der Unsicherheiten der beiden Formfaktoren um mindestens einen Faktor Vier ausgegangen werden kann.

Zum Zeitpunkt der Anfertigung dieser Arbeit ist nicht entschieden, welche der beiden Varianten zur Formfaktormessung realisiert werden wird. Im weiteren Verlauf wird angenommen, dass die Standardabweichungen der Parametrisierungen von G_E^s , G_M^s und $G_A^{p, Z}$ durch die Berechnungen mittels Gitterrechtheorie, der vom A4-Experiment durchgeführten Messungen sowie der im Rahmen des P2-Experiments auszuführenden Formfaktor-Messungen um die in Tabelle 8 aufgelisteten Faktoren reduziert werden können. Um die Reduzierungen der Unsicherheiten von G_E^s , G_M^s und $G_A^{p, Z}$ bei der Berechnungen von $\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2$ zu simulieren, werden die Unsicherheiten $\Delta\lambda_i$ der in den Parametrisierungen $\Gamma(\{\lambda_i\}, Q^2)$ der drei Formfaktoren auftretenden Parameter mit den Reduktionsfaktoren multipliziert.

5.3.2 Resultate für $\Delta \sin^2(\theta_W)$ mit reduzierten Formfaktor-Beiträgen

Im Folgenden werden die Resultate der Berechnungen vorgestellt, welche mit den in Tabelle 8 angeführten Reduktionsfaktoren der Unsicherheiten der Parametrisierungen von G_E^s , G_M^s und $G_A^{p, Z}$ durchgeführt wurden.

Für die Berechnungen wurden E_{beam} , $\bar{\theta}_f$ und $\delta\theta_f$ systematisch in den folgenden Grenzen variiert, wobei die angegebenen Schrittweiten verwendet wurden:

	Minimalwert	Maximalwert	Schrittweite
E_{beam}	105 MeV	205 MeV	10 MeV
$\bar{\theta}_f$	11°	60°	1°
$\delta\theta_f$	2°	28°	2°

Zur Berechnung von $\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2$ wurden nur diejenigen Kombinationen von $\bar{\theta}_f$ und $\delta\theta_f$ verwendet, für welche der Fall $\theta_f < 0^\circ$ nicht auftreten kann. Zur Bestimmung eines jeden $\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2$ -Wertes sowie eines jeden Beitrags zu $\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2$ wurde jeweils ein Ensemble mit 1200 zufallsverteilten \hat{s}_Z^2 -Werten generiert, welches zur Berechnung von Erwartungswert und Standardabweichung verwendet wurde. Die Berechnungen wurden parallel auf 24 Prozessorkernen ausgeführt und dauerten ca. sieben Tage.

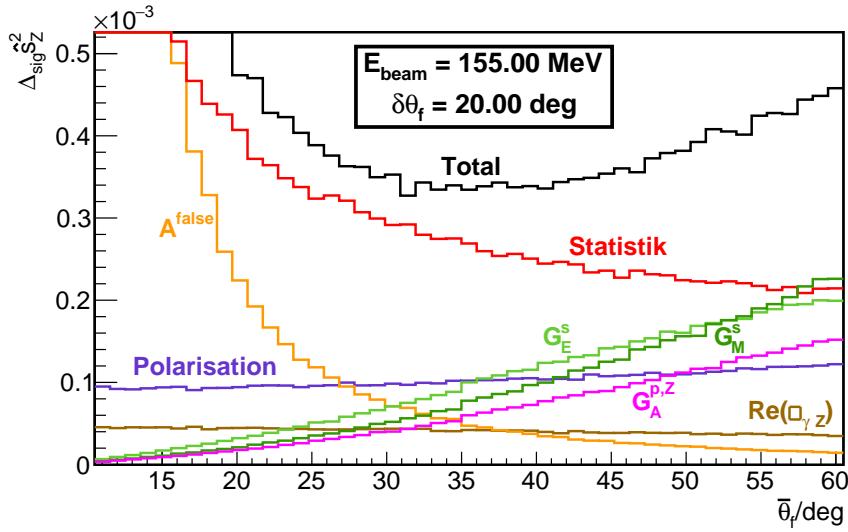


Abbildung 65: Verlauf von $\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2$ in Abhängigkeit von $\bar{\theta}_f$ für $E_{\text{beam}} = 155 \text{ MeV}$ und $\delta\theta_f = 20^\circ$ mit reduzierten Unsicherheiten der Parametrisierungen von G_E^s , G_M^s und $G_A^{p, Z}$. Die Gesamtunsicherheit $\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2$ ist in Schwarz gezeichnet. Ferner sind die Verläufe ausgewählter, signifikanter Beiträge zur Gesamtunsicherheit von \hat{s}_Z^2 eingezeichnet.

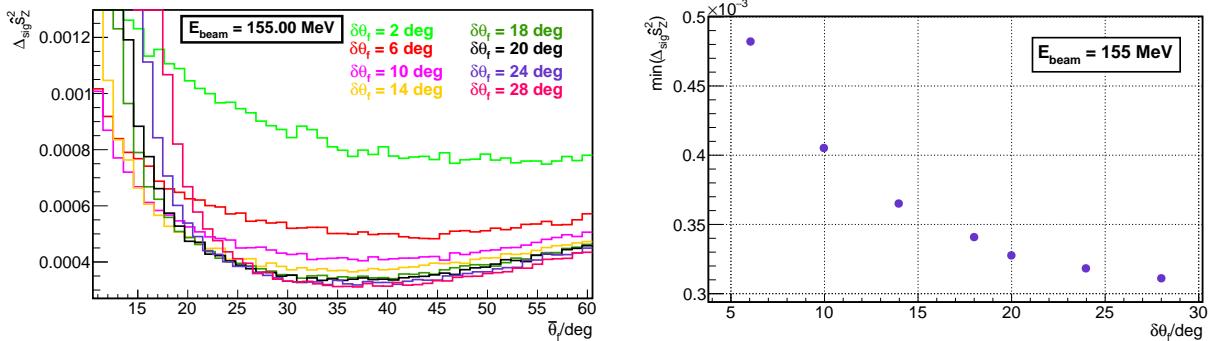


Abbildung 66: Links: Verlauf von $\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2$ in Abhängigkeit von $\bar{\theta}_f$ für $E_{\text{beam}} = 155 \text{ MeV}$ und verschiedene Werte von $\delta\theta_f$. Rechts: Abhängigkeit des Minimums $\min(\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2)$ der im linken Bild dargestellten Kurven von $\delta\theta_f$. Man erkennt, dass $\min(\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2)$ im betrachteten Intervall von $\delta\theta_f$ mit zunehmender Akzeptanz stetig abnimmt.

Abbildung 65 zeigt den Verlauf von $\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2$ in Abhängigkeit von $\bar{\theta}_f$ für $E_{\text{beam}} = 155 \text{ MeV}$ und $\delta\theta_f = 20^\circ$. Man erkennt eine deutliche Verringerung der Fehlerbeiträge von G_E^s , G_M^s und $G_A^{p, Z}$ gegenüber dem in Abbildung 60 dargestellten Verlauf, welche durch die Reduktion der Formfaktor-unsicherheiten bedingt wird. Das Minimum im Verlauf von $\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2$ ist gegenüber dem in Abbildung 60 dargestellten Fall erwartungsgemäß reduziert und zu größeren Streuwinkeln $\bar{\theta}_f \approx 35^\circ$ hin verschoben. Für $30^\circ \leq \bar{\theta}_f \leq 45^\circ$ gilt $\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2 \leq 3,6 \cdot 10^{-4}$.

Abbildung 66 zeigt den Verlauf von $\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2$ in Abhängigkeit von $\bar{\theta}_f$ für $E_{\text{beam}} = 155 \text{ MeV}$ und verschiedene Werte von $\delta\theta_f$. Für die betrachteten Werte von $\delta\theta_f$ fällt $\min(\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2)$ im Unterschied zu dem in Abbildung 61 erkennbaren Verhalten stetig mit wachsendem $\delta\theta_f$, da die Formfaktoren nun auch bei größeren Akzeptanzen $\delta\theta_f \sim 20^\circ$ geringere Beiträge zu $\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2$ leisten.

Die P2-Kollaboration hat sich zur Konzipierung des Experiments auf den Wert $\delta\theta_f = 20^\circ$

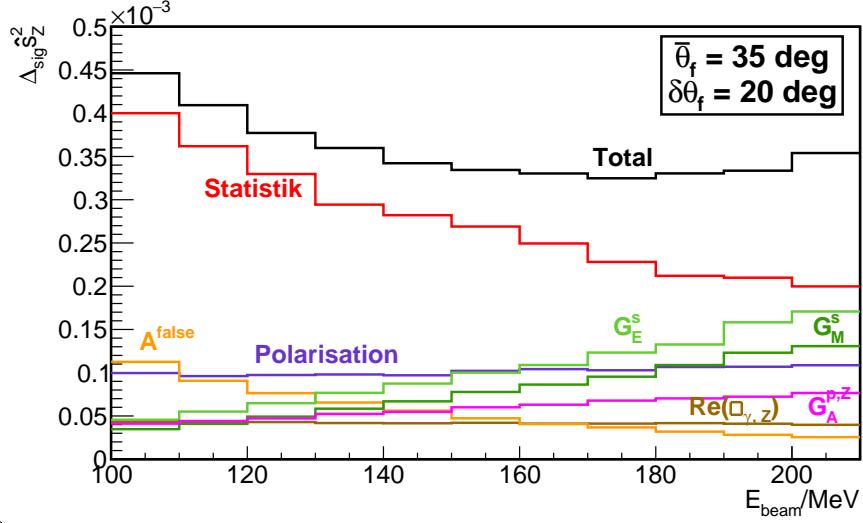


Abbildung 67: Verlauf von $\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2$ in Abhängigkeit von E_{beam} für $\theta_f = 35^\circ$ und $\delta\theta_f = 20^\circ$ mit reduzierten Unsicherheiten von G_E^s , G_M^s und $G_A^{\text{p}, Z}$.

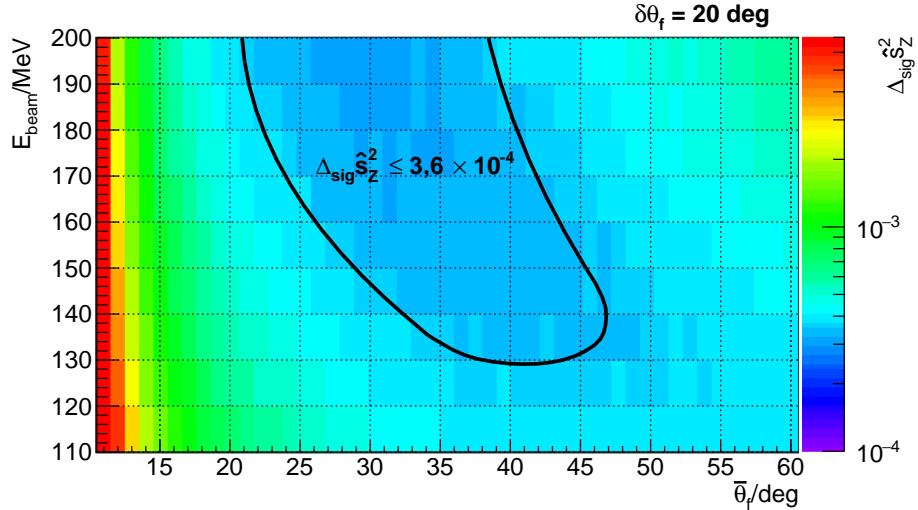


Abbildung 68: $\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2$ in Abhängigkeit von E_{beam} und $\bar{\theta}_f$ für $\delta\theta_f = 20^\circ$. Die Farbcodierung der $\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2$ -Skala wurde identisch zu der in Abbildung 63 dargestellten Skala gewählt.

festgelegt, um Streuwinkel $\theta_f \geq 45^\circ$ bei der Asymmetriemessung zu meiden und somit von der hadronischen Struktur des Protons stammende Beiträge zu $\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2$ gering zu halten.

In Abbildung 67 ist der Verlauf von $\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2$ in Abhängigkeit von E_{beam} für $\bar{\theta}_f = 35^\circ$ und $\delta\theta_f = 20^\circ$ dargestellt. Durch die Reduzierung der Formfaktor-unsicherheiten wird $\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2$ über das dargestellte Energieintervall hinweg von der statistischen Unsicherheit von $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}}$ dominiert. Das Minimum im Verlauf von $\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2$ befindet sich bei $E_{\text{beam}} = 175 \text{ MeV}$ und beträgt $\min(\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2) \approx 3,25 \cdot 10^{-4}$.

Abbildung 68 zeigt die Abhängigkeit von $\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2$ von E_{beam} und $\bar{\theta}_f$ für $\delta\theta_f = 20^\circ$. Beim Vergleich von Abbildung 68 mit Abbildung 63 erkennt man, dass sich das Minimum von $\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2(E_{\text{beam}}, \bar{\theta}_f, \delta\theta_f = 20^\circ)$ im Fall reduzierter Formfaktorunsicherheiten erwartungsgemäß zu größeren Werten von E_{beam} und $\bar{\theta}_f$ verschoben ist. In dem schwarz umrandeten Gebiet in Abbildung 68 gilt $\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2 \leq 3,6 \cdot 10^{-4}$, so dass die Streukinematik in diesem Wertebereich

von E_{beam} , $\bar{\theta}_f$ und $\delta\theta_f$ zur Durchführung der Asymmetriemessung geeignet erscheint.

5.4 Wahl der Streukinematik

MESA wird voraussichtlich eine maximale Strahlenergie von $E_{\text{beam}} = 155 \text{ MeV}$ zur Durchführung des P2-Experiments liefern können. Die P2-Kollaboration hat sich daher für die Wahl folgender Parameter zur Durchführung des Experiments entschieden:

Strahlenergie E_{beam}	155 MeV
Zentraler Elektron-Streuwinkel $\bar{\theta}_f$	35°
Akzeptanz im Elektron-Streuwinkel $\delta\theta_f$	20°

Die P2-Kollaboration plant eine Bestimmung der Formfaktoren G_M^s und G_A^p, Z durchzuführen, um deren Beiträge zu $\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2$, wie in Abschnitt 5.3.1 beschrieben, zu reduzieren. In diesem Fall entspricht die Wahl der Streukinematik dem Minimum des in Abbildung 65 dargestellten Verlaufs von $\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2$.

Für diese Wahl von E_{beam} , $\bar{\theta}_f$ und $\delta\theta_f$ wurde eine dezidierte Berechnung von $\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2$ ausgeführt. Die zur Berechnung notwendigen Eingangsgrößen wurden wie in Abschnitt 5.2 gewählt, die Standardabweichungen der Formfaktor-Parametrisierungen wurden, wie in Abschnitt 5.3.1 beschrieben, reduziert. Zur Berechnung von $\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2$ sowie jedes Beitrags zu $\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2$ wurden jeweils $N = 100$ voneinander unabhängige Ensembles $\{(\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2)_n\}$, $n = 1, 2, \dots, N$ mit dem in Abschnitt 5.1 beschriebenen Algorithmus generiert. Dabei wurde zur Berechnung jedes Wertes $(\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2)_n$ ein Ensemble aus $M = 2400$ voneinander unabhängigen, zufallsverteilten Werten $(\hat{s}_Z^2)'_{nm}$ generiert, wobei $m = 1, 2, \dots, M$. Die Berechnungen wurden parallel auf 24 Prozessorkernen durchgeführt und dauerten ca. sieben Stunden.

Die Resultate sind in Tabelle 9 zusammengefasst. Für die Unsicherheit der Rohasymmetrie $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}}$ ergibt sich

$$\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}} = (-44.410 \pm 0,632) \text{ ppb}, \quad (236)$$

was einer relativen Unsicherheit von

$$\frac{\Delta \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}}}{\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}}} = 1,42 \% \quad (237)$$

entspricht. Man beachte, dass der für $\Delta \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}}$ angegebene Wert keine Beiträge der Nukleon-Formfaktoren und auch den von Quantenkorrekturen aus Boxgraphen herrührenden Beitrag nicht berücksichtigt, da $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}}$ als eine im Experiment zu messende Größe aufzufassen ist. Diese Beiträge wurden jedoch bei der Bestimmung der Unsicherheit von \hat{s}_Z^2 berücksichtigt. Man findet

$$\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2 = (3,20 \pm 0,05) \cdot 10^{-4} \quad (238)$$

für die Gesamtunsicherheit von \hat{s}_Z^2 , was einer relativen Unsicherheit von

$$\frac{\Delta_{\text{sig}}\hat{s}_Z^2}{\hat{s}_Z^2} = 0,14 \% \quad (239)$$

entspricht.

E_{beam}	155 MeV
$\bar{\theta}_f$	35°
$\delta\theta_f$	20°
$\langle Q^2 \rangle_{\text{sig}}$	$6 \cdot 10^{-3} (\text{GeV}/c)^2$
$\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}}$	$-44,410 \text{ ppb}$
$\Delta \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}}$	$(0, 632 \pm 0, 010) \text{ ppb (1,75 \%)}$
$\Delta_{\text{stat}} \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}}$	$(0, 583 \pm 0, 009) \text{ ppb (1,31 \%)}$
$\Delta_P \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}}$	$(0, 222 \pm 0, 003) \text{ ppb (0,50 \%)}$
$\Delta_{\text{false}} \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}}$	$(0, 100 \pm 0, 002) \text{ ppb (0,23 \%)}$
\hat{s}_Z^2	0,231 160
$\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2$	$(3, 20 \pm 0, 05) \cdot 10^{-4} (0,14 \%)$
$\Delta_{\text{sig, stat}} \hat{s}_Z^2$	$(2, 58 \pm 0, 04) \cdot 10^{-4} (0,11 \%)$
$\Delta_{\text{sig, P}} \hat{s}_Z^2$	$(0, 86 \pm 0, 01) \cdot 10^{-4} (0,04 \%)$
$\Delta_{\text{sig, false}} \hat{s}_Z^2$	$(0, 49 \pm 0, 01) \cdot 10^{-4} (0,02 \%)$
$\Delta_{\text{sig, } E_{\text{beam}}} \hat{s}_Z^2$	$(0, 35 \pm 0, 00) \cdot 10^{-4} (0,02 \%)$
$\Delta_{\text{sig, } \square_{\gamma Z}} \hat{s}_Z^2$	$(0, 42 \pm 0, 01) \cdot 10^{-4} (0,02 \%)$
$\Delta_{\text{sig, FF}} \hat{s}_Z^2$	$(1, 38 \pm 0, 02) \cdot 10^{-4} (0,06 \%)$

Tabelle 9: Resultate der Fehlerfortpflanzungsrechnung für die zur Konzipierung des P2-Experiments gewählten Werte von E_{beam} , $\bar{\theta}_f$ und $\delta\theta_f$. Der Erwartungswert des negativen Viererimpulsübertragsquadrats $\langle Q^2 \rangle_{\text{sig}}$ wurde analog zu Gleichung (195) durch Mittelung über die Targetlänge und die Detektorakzeptanz in θ_f bestimmt. Die in Prozent angegebenen relativen Unsicherheiten beziehen sich auf die angegebenen Erwartungswerte. Die Beiträge der Nukleon-Formfaktoren zu $\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2$ sind in $\Delta_{\text{sig, FF}} \hat{s}_Z^2$ zusammengefasst.

Summiert man die Beiträge zu $\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2$ aus Tabelle 9 quadratisch auf und zieht die Wurzel, so findet man

$$\sqrt{\sum_i (\Delta_{\text{sig},i} \hat{s}_Z^2)^2} = 3,14 \cdot 10^{-4} \quad (240)$$

und

$$\sqrt{\sum_i [\Delta(\Delta_{\text{sig},i} \hat{s}_Z^2)]^2} = 0,05 \cdot 10^{-4}. \quad (241)$$

Dieses Ergebnis ist im Rahmen seiner Unsicherheit mit dem in Gleichung (238) angegebenen Wert vereinbar. Die Abweichung der beiden Werte für $\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2$ ist statistischer Natur und röhrt daher, dass die Berechnungen der Beiträge zu $\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2$ unabhängig von der Berechnung der einzelnen Beiträge zu $\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2$ durchgeführt wurden.

Zusammenfassend lässt sich an dieser Stelle festhalten, dass die Durchführung des P2-Experiments mit der Zielvorgabe $\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2 \leq 3,6 \cdot 10^{-4}$ für die getroffene Wahl von $E_{\text{beam}} = 155 \text{ MeV}$, $\bar{\theta}_f = 35^\circ$ und $\delta\theta_f = 20^\circ$ bei Reduzierung der Formfaktor-Untersicherheiten möglich erscheint, da die Fehlerfortpflanzungsrechnungen einen Erwartungswert von $\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2 = 3,2 \cdot 10^{-4}$

für diese Konfiguration ergeben. Die in Tabelle 9 vorgestellten Resultate stellen keine vollständige Vorhersage für die im P2-Experiment erwartete Präzision bei der Bestimmung der paritätsverletzenden Asymmetrie der elastischen Elektron-Proton-Streuung und des elektroschwachen Mischungswinkels dar. So wurde etwa das Antwortverhalten des geplanten Cherenkov-Detektors nicht berücksichtigt. Auch Untergrundprozesse, die zum Signal des Cherenkov-Detektors beitragen können, wurden bei der Berechnung von $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}}$ nicht beachtet, und es wurde von einer idealen Detektorakzeptanz der e-p-Streuereignisse im Target mit $\theta_f \in [25^\circ, 45^\circ]$ ausgegangen. Es wurden die in Abschnitt 2.3.3 vorgestellten QED-Korrekturen bei der Berechnung von $A_{\text{ep}}^{\text{PV}}$ vernachlässigt. Ferner wurden die in Abschnitt 4.3 diskutierten systematischen Effekte bei der Asymmetriemessung bei den Berechnungen nicht berücksichtigt. Die Resultate der in diesem Kapitel diskutierten Fehlerfortpflanzungsrechnungen sollten somit lediglich als Maß für die erreichbare Präzision des P2-Experiments bei der Bestimmung des elektroschwachen Mischungswinkels angesehen werden. Der Zweck der in diesem Kapitel vorgestellten Berechnungen lag in der Minimierung von $\Delta_{\text{sig}} \hat{s}_Z^2(E_{\text{beam}}, \bar{\theta}_f, \delta\theta_f)$, um E_{beam} , $\bar{\theta}_f$ und $\delta\theta_f$ zur Konzipierung eines geeigneten Messaufbaus festlegen zu können.

Die nachfolgenden Kapitel sind der Konzipierung des Messaufbaus gewidmet. Im Rahmen dieser Arbeit wurden umfassende und realitätsnahe Simulationen des P2-Experiments durchgeführt, die eine Vorhersage für den im Experiment erwarteten Wert von $\Delta \hat{s}_Z^2$ gestatten. Die Resultate dieser Berechnungen werden am Ende von Kapitel 7 vorgestellt.

6 „Raytracing“-Simulationen zur Konzipierung des Messaufbaus

Nachdem die Streukinematik zur Durchführung des P2-Experiments in Kapitel 5 festgelegt worden ist, gilt es, ein grundlegendes Konzept für einen Messaufbau zu entwickeln. In Abschnitt 4.2 wurden Anforderungen an einen geeigneten Messaufbau formuliert. Dabei wurde festgestellt, dass die Asymmetriemessung im P2-Experiment integrierend erfolgen muss, und daher die nachzuweisenden Elektronen im Endzustand der elastischen Elektron-Proton-Streuung mithilfe eines solenoidalen oder toroidalen Magnetfelds von Elektronen im Endzustand des Møller-Streuprozesses separiert werden müssen. Ferner wurde ausgeführt, dass die Bahnkurven der nachzuweisenden Elektronen im Magnetfeld so gekrümmmt werden müssen, dass der zur Asymmetriemessung vorgesehene Cherenkov-Detektor gegen Bremsstrahlung aus dem 600 mm langen ℓH_2 -Target abgeschirmt werden kann.

Als Hilfsmittel zur Konzipierung eines Messaufbaus, der die gestellten Anforderungen erfüllt, wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit die sogenannte „Raytracing-Simulation“ entwickelt. Dabei handelt es sich um eine Computersimulation, deren Hauptaufgabe in der Berechnung und Visualisierung von Elektron-Bahnkurven in magnetischen Feldern liegt. Die Idee dabei ist, das effiziente Studium unterschiedlicher Konfigurationen von Targetposition, Magnetfeld sowie optionaler Detektor-Schilde zu ermöglichen, um ein grundlegendes Konzept für den Messaufbau des P2-Experiments finden zu können.

Das Programm wurde als Geant4-Anwendung [143, 144] entwickelt, wobei ROOT [122] zur Visualisierung der Bahnkurven Verwendung findet. Geant4 ermöglicht die realitätsnahe Simulation der Passage von Teilchen durch Materie und elektromagnetische Felder und findet breite Anwendungsmöglichkeiten in der Kern- und Teilchenphysik, der Luft- und Raumfahrttechnik sowie der medizinischen Physik. Die Raytracing-Simulation wurde ebenso wie Geant4 und ROOT in der Programmiersprache C++ verfasst.

Im Folgenden wird zunächst die Raytracing-Simulation beschrieben, dabei wird auf das Leistungsvermögen und die Limitierungen der Anwendung eingegangen. Im Anschluß werden ausgewählte Resultate einer umfangreichen Studie vorgestellt, welche mithilfe der Raytracing-Simulation im Rahmen des Konzeptionierungsprozesses des Messaufbaus durchgeführt wurde. Dabei werden zwei Konzepte für einen Messaufbau skizziert, und die beiden Konzepte werden abschließend miteinander verglichen.

6.1 Beschreibung der Simulation

Der Fokus bei der Entwicklung der Raytracing-Simulation lag auf der Berechnung der Bahnkurven der im ℓH_2 -Target elastisch gestreuten Strahlelektronen in solenoidalen und toroidalen Magnetfeldern. Hierzu ermöglicht die Anwendung die Berechnung von Magnetfeldkarten bei vorgegebener elektrischer StromdichteVerteilung und gestattet so das Studium einer Vielzahl von Messaufbau-Konzepten. Um dies auf effiziente Weise zu gewährleisten, ist die Abstraktion der geometrischen Komponenten eines realen Messaufbaus notwendig. Ferner wurden Idealisierungen bei der Simulation physikalischer Prozesse vorgenommen. Auf die Eigenschaften und Limitierungen der Raytracing-Simulation wird im Folgenden eingegangen.

6.1.1 Vereinfachte Geometrie verschiedener Messaufbauten

In diesem Abschnitt wird erklärt, auf welche Weise die geometrische Definition von Messaufbauten im Rahmen der Raytracing-Simulation erfolgt. Es wurde bewusst eine starke Abstraktion der in einem realen Experiment vorkommenden Komponenten vorgenommen, da der Zweck der Simulation in der grundlegenden Konfiguration von Targetposition, Magnetfeld und Abschirmung des Cherenkov-Detektors liegt.

In einer Geant4-Simulation sind sämtliche geometrischen Objekte in ein sogenanntes „Weltvolumen“ einzubetten. Als Weltvolumen wird in der Raytracing-Simulation ein Kubus mit Kantenlänge 10 m verwendet, was in etwa den Abmessungen der in Abbildung 34 dargestellten MESA-Halle 2 entspricht, in der das P2-Experiment durchgeführt werden wird. Das Weltvolumen ist mit einem idealen Vakuum versehen. Dies gewährleistet die Berechnung von Bahnkurven ohne Störung durch Interaktion der Teilchen mit Materie.

Es wird ein rechtshändiges, kartesisches Koordinatensystem verwendet, dessen Ursprung mit dem geometrischen Schwerpunkt des Weltvolumens zusammenfällt. Die Achsen des Koordinatensystems stehen senkrecht auf den Randflächen des Weltvolumens. Die Richtung der z -Achse entspricht der Richtung des Elektronenstrahls. Der idealisierte Schwerpunkt eines simulierten Magnetspektrometers liegt stets im Ursprung des Koordinatensystems, so dass das Koordinatensystem der zugehörigen Magnetfeldkarte mit dem Koordinatensystem der Geant4-Simulation identisch ist.

Als geometrische Objekte des Messaufbaus werden in der Simulation das Flüssigwasserstoff-Target sowie optional Bleischilde modelliert. Das Target des P2-Experiments wird durch einen Vollzylinder aus ℓH_2 repräsentiert. Der Zylinder besitzt eine Höhe von 600 mm, welche parallel zur z -Achse verläuft, sowie einen Radius von 25 mm senkrecht zur Strahlachse. Der geometrische Schwerpunkt des Targetzylinders liegt auf der z -Achse, die z -Koordinate z_{Target} der Position des Target-Schwerpunkts kann vom Nutzer der Simulationsanwendung frei gewählt bzw. im Rahmen mehrerer Simulationsläufe systematisch variiert werden, um das Studium der Trajektorienverläufe für verschiedene Targetpositionen zu ermöglichen. Zur Modellierung der Abschirmung des Cherenkov-Detektors gestattet die Raytracing-Simulation die Definition einer vom Nutzer festzulegenden Anzahl von Hohlkegelstümpfen, deren Symmetriearchsen mit der Strahlachse zusammenfallen. Die Verwendung von Hohlkegelstümpfen ermöglicht die Modellierung der sägezahnförmigen Oberflächenstruktur des Gamma-Schildes, die in Abbildung 55 zu erkennen ist. Als Material für die Schilde wird in der Simulation $^{208}_{82}\text{Pb}$ verwendet.

Auf die geometrische Modellierung von Magnetspektrometern wurde verzichtet; Die Computeranwendung ist darauf ausgelegt, eine Vielzahl von Magnetfeldkarten zu unterstützen, um das Studium unterschiedlicher Spektrometer hinsichtlich ihrer Eignung zur Durchführung des P2-Experiments zu ermöglichen. Das Programm gestattet jedoch die Veranschaulichung der Abmessungen von Solenoid- und Toroid-Spektrometern im Rahmen der Visualisierung der Elektron-Bahnkurven. Es wurde ebenfalls auf die Modellierung des zur Asymmetriemessung angedachten Cherenkov-Detektors verzichtet, da die Simulation dazu gedacht ist, geeignete Detektorpositionen ausfindig zu machen. Jedoch kann eine mögliche Detektorposition in der visuellen Ausgabe des Programms zum Zweck der Veranschaulichung dargestellt werden. Abbildung 69 zeigt Beispiele für geometrische Konfigurationen in der Raytracing-Simulation bestehend aus Target, Magnetspektrometer, Cherenkov-Detektor und Abschirmung des Detektors.

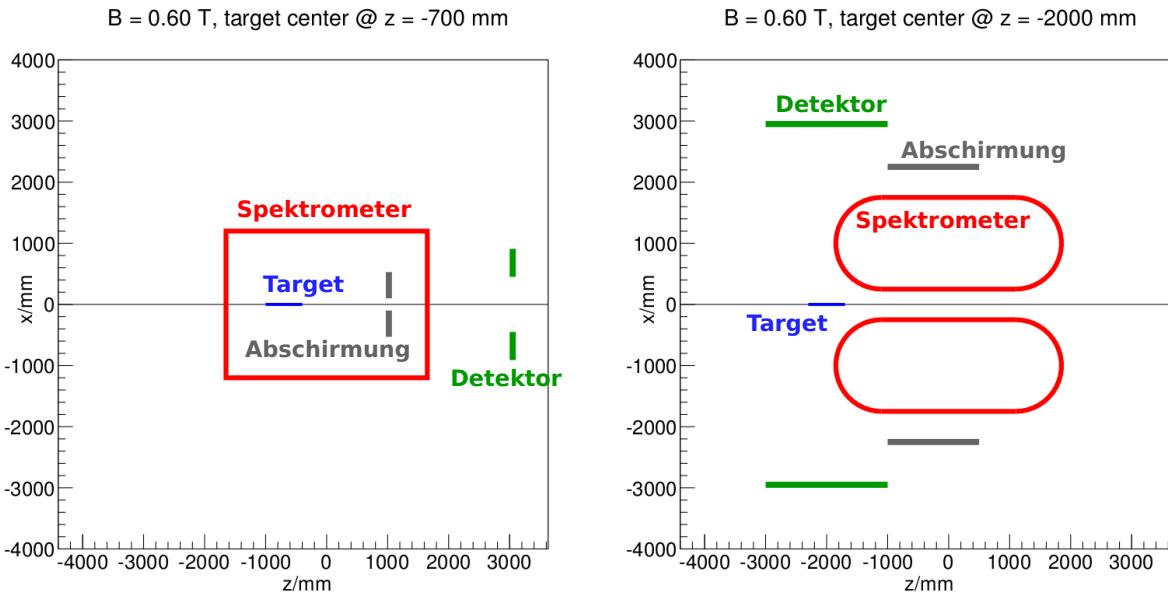


Abbildung 69: Beispiele für geometrische Konfigurationen, die mit der Raytracing-Simulation untersucht werden können. Die Bilder zeigen Projektionen auf die x - z -Ebene des in der Simulation verwendeten Koordinatensystems. Im linken Bild ist eine Konfiguration aus Targetvolumen, Solenoid-Spektrometer, Detektor- und Bleiabschirmung dargestellt. Das rechte Bild zeigt eine entsprechende Konfiguration mit einem Toroid-Spektrometer. Zwar werden die Spektrometer und Detektoren in der Simulation nicht als geometrische Objekte modelliert, sie können in der graphischen Ausgabe des Programms dennoch zur besseren Veranschaulichung dargestellt werden.

6.1.2 Simulation elastischer Streuprozesse im Target

Es wurden zwei Ereignisgeneratoren zur Simulation der elastischen Elektron-Proton- und Elektron-Elektron-Streuung im ℓH_2 -Target entwickelt. Unter einem Ereignisgenerator versteht man in diesem Zusammenhang einen Algorithmus, der zur Simulation eines physikalischen Prozesses dient. In der Simulation werden Elektronen im Endzustand des jeweiligen Streuprozesses an fest vorgegebenen Punkten innerhalb des Targetvolumens von den Ereignisgeneratoren erzeugt. Die Berechnung der Endzustände erfolgt unter Vernachlässigung von Strahlungskorrekturen. In diesem Fall liegt die Streukinematik fest, wenn die Energie E_i des Elektrons im Anfangszustand des Prozesses und der Polarwinkel θ_f des Elektrons im Endzustand relativ zur Impulsrichtung des Elektrons im Anfangszustand bekannt ist.

Die Ereignisgeneratoren präparieren die Endzustände der Elektronen an drei fest vorgegebenen Punkten im Target, die somit als Ausgangspunkte der Trajektorien fungieren. Als Ausgangspunkte der Elektron-Bahnkurven, die im Folgenden auch als „Primärvertices“ bezeichnet werden, dienen ein Punkt am Anfang, in der Mitte und am Ende des Targets, wobei alle drei Punkte auf der Strahlachse liegen. Die Wahl der Primärvertices ist in Abbildung 70 veranschaulicht. Durch diese Wahl der Primärvertices wird die Ausdehnung des ℓH_2 -Targets entlang der z -Achse in der Simulation berücksichtigt. Dabei werden Positions- und Winkelablagen des Elektronenstrahls durch die Wechselwirkung mit dem Target vernachlässigt, um statistische Fluktuationen der Anfangszustands-Variablen der Streuprozesse zu vermeiden.

An jedem der drei Ausgangspunkte im Target wird ein Bündel von Elektron-Trajektorien für jeden der beiden Streuprozesse generiert. Der Azimutwinkel ϕ_f der Elektronen im End-

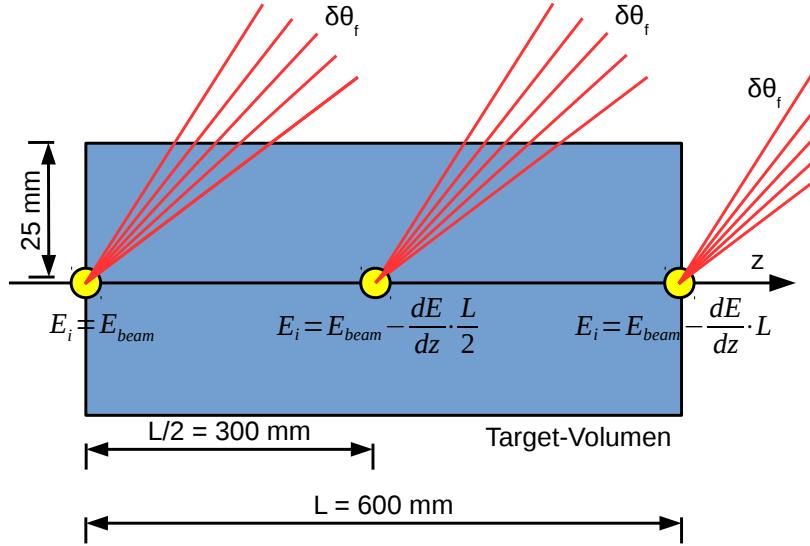


Abbildung 70: Zur Veranschaulichung der Funktionsweise der Ereignisgeneratoren. Dargestellt ist das zylinderförmige Targetvolumen in Blau, die z -Achse des Koordinatensystems sowie die drei Primärvertices in Gelb, an denen sämtliche Trajektorien in der Simulation ihren Anfang nehmen. An jedem der drei Primärvertices wird für jeden der beiden Streuprozesse ein Trajektorienbündel in das Streuwinkelintervall $\delta\theta_f$ generiert, welches durch die roten Linien angedeutet ist. Es wird ein konstanter Energieverlust dE/dz der Strahlelektronen im Target angenommen. Die Ausdrücke für die Energien E_i der Elektronen in den Anfangszuständen der zu simulierenden Streuprozesse an den drei Primärvertices sind in der Abbildung angeführt.

zustand des jeweiligen Prozesses wird dabei vom Nutzer der Anwendung zu Beginn eines Simulationslaufs auf einen konstanten Wert festgelegt. Für die Polarwinkel der Bahnkurven eines Trajektorien-Bündels werden diskrete, äquidistante Werte innerhalb eines Intervalls $\delta\theta_f = [\theta_f^{\min}, \theta_f^{\max}]$ gewählt. θ_f^{\min} , θ_f^{\max} sowie die Polarwinkeldifferenz $\Delta\theta_f$ zwischen zwei simulierten Bahnkurven eines Bündels werden vom Anwender definiert. Für den Polarwinkel der i -ten Bahnkurve eines Bündels gilt somit:

$$(\theta_f)_i = \theta_f^{\min} + (i - 1) \cdot \Delta\theta_f, \quad (242)$$

wo $i = 1, 2, \dots, N$ und $N \equiv (\theta_f^{\max} - \theta_f^{\min})/\Delta\theta_f + 1$. Für die beiden Streuprozesse können die Polarwinkelintervalle und Polarwinkeldifferenzen unterschiedlich gewählt werden, sie sind jedoch an den drei Primärvertices für einen Streuprozess stets gleich groß. Abbildung 70 veranschaulicht die Erzeugung von Trajektorien-Bündeln an den Ausgangspunkten im Targetvolumen.

Die Energie E_f im Endzustand des jeweiligen Streuprozesses wird der Energie E_i im Anfangszustand sowie dem Streuwinkel θ_f gemäß gewählt, wobei der mittlere Energieverlust der Strahlelektronen im Target berücksichtigt wird. Um Energieverluste der Strahlelektronen durch Kollisionen und die Erzeugung von Bremsstrahlung zu simulieren, wird E_i in Abhängigkeit von der Strahlenergie E_{beam} und der Eindringtiefe l der Strahlelektronen ins Target wie folgt berechnet:

$$E_i = E_{beam} - l \cdot \frac{dE}{dz}, \quad (243)$$

wo $dE/dz \approx 0,4 \text{ MeV/cm}$ für den mittleren Energieverlust von Elektronen in ℓH_2 für Strahlenergien $E_{\text{beam}} \sim 155 \text{ MeV}$ gesetzt wurde, und $l \in \{0, L/2, L\}$ mit der Targetlänge $L = 600 \text{ mm}$ ist. Im Fall der elastischen Elektron-Proton-Streuung wird die Energie E_f des Elektrons im Endzustand mittels Gleichung 34 berechnet. Im Fall des Møller-Streuprozesses gilt

$$E_f = m_e c^2 \cdot \frac{E_i + m_e c^2 + (E_i - m_e c^2) \cdot \cos^2(\theta_f)}{E_i + m_e c^2 - (E_i - m_e c^2) \cdot \cos^2(\theta_f)}. \quad (244)$$

Der Energieverlust der Elektronen in Flüssigwasserstoff nach der Streuung wird in der Raytracing-Simulation nicht berücksichtigt, um statistische Fluktuationen der Elektron-Impulse bei der Berechnung der Bahnkurven in ℓH_2 zu vermeiden.

6.1.3 Berechnung von Magnetfeldkarten

Im Rahmen der Entwicklung der Raytracing-Simulation wurde ein Algorithmus implementiert, der die Berechnung von Magnetfeldkarten für gegebene solenoidale oder toroidale elektrische Stromdichteveilungen ermöglicht. Die Berechnung der Feldkarten erfolgt unabhängig von der Simulation der Elektron-Bahnkurven. Die Feldkarten werden gespeichert und während der Berechnung der Bahnkurven abgefragt.

Als Grundlage zur Berechnung des magnetischen Feldes $\vec{B}(\vec{x})$ am Ort \vec{x} innerhalb des Weltvolumens dient die integrale Form des Biot-Savart'schen Gesetzes für einen vom elektrischen Strom I durchlossenen Leiter der Länge L , welcher sich im Vakuum befindet:

$$\vec{B}(\vec{x}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot I \cdot \int_0^L d\vec{x}' \times \frac{\vec{x} - \vec{x}'}{\|\vec{x} - \vec{x}'\|^3}, \quad (245)$$

wobei $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$ die magnetische Feldkonstante ist.

Eine linienförmige solenoidale oder toroidale Stromdichteveilung kann mittels einer einzigen, reellen Variable $\lambda \in [\lambda_{\min}, \lambda_{\max}]$ parametrisiert werden, so dass

$$d\vec{x}' = \left(\frac{\partial \vec{x}'}{\partial \lambda} \right) d\lambda \quad (246)$$

gilt. Damit ergibt sich für die n -te Komponente des Magnetfeldes $B_n(\vec{x})$ aus Gleichung (245) folgender Ausdruck:

$$B_n(\vec{x}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot I \cdot \sum_{l,m=1}^3 \left(\int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} d\lambda \left[\epsilon_{lmn} \left(\frac{\partial x'_l}{\partial \lambda} \right) \frac{x_m - x'_m}{\|\vec{x} - \vec{x}'\|^3} \right] \right), \quad (247)$$

wobei ϵ_{lmn} der vollständig antisymmetrische Tensor in drei Dimensionen ist. Die zur Bestimmung von $B_n(\vec{x})$ notwendige Integration wird numerisch unter Verwendung der zusammen gesetzten Sehnentrapezformel (209) ausgeführt. Gleichung (247) stellt in mehrfacher Hinsicht eine Idealisierung dar. Retardierungseffekte werden nicht berücksichtigt, was eine gute Näherung darstellt, da die Ausdehnung des Raumbereichs, für den die Feldkarte berechnet wird, die Größenordnung $\mathcal{O}(10 \text{ m})$ besitzt. Ferner werden die Stromdichten der Feldspulen als linienförmig angenommen. Da das Feld zur Simulation des P2-Experiments in hinreichend großem Abstand von den Stromdichteveilungen benötigt wird, stellt dies eine hinreichend

Spulenlänge L	22,5 km	r_{\min}	r_{\max}	Δr
Spulenlänge in z -Richtung L_z	3300 mm	0 mm	2000 mm	10 mm
Spulenradius R	1200 mm	z_{\min}	z_{\max}	Δz
Spulenstrom I	725 A	0 mm	5000 mm	10 mm

Tabelle 10: Zur Berechnung der solenoidalen Feldkarte verwendete Parameter. Die Parameter wurden den Spezifikationen des FOPI-Solenoiden [114] entsprechend gewählt.

gute Näherung dar. Darüber hinaus werden Magnetisierungseffekte der Materialien in realen Messaufbauten vernachlässigt. Somit wird etwa der Effekt eines Eisenjochs zur Verstärkung eines Magnetfelds und zur Reduktion von Randfeldern bei den Berechnungen der Feldkarten nicht berücksichtigt.

Im Folgenden werden die verwendeten Parametrisierungen der elektrischen Stromdichten sowie ausgewählte Feldkarten, die mithilfe des Algorithmus berechnet wurden, vorgestellt.

6.1.3.1 Solenoidales Magnetfeld Die Ortskurve der elektrischen Stromdichte eines Solenoiden kann durch eine Spirale beschrieben werden, wie sie in Abbildung 71 dargestellt ist. Für den Ortsvektor \vec{x}' einer Spirale mit n Windungen, Radius R sowie der Ausdehnung L_z und der Verschiebung z_0 entlang der z -Achse gilt:

$$\vec{x}'(\lambda) = \begin{pmatrix} R \cdot \cos(\lambda) \\ R \cdot \sin(\lambda) \\ L_z \cdot \lambda / (2\pi n) + z_0 \end{pmatrix}, \quad (248)$$

wobei $\lambda \in [0, 2\pi n]$ ist. Entsprechend folgt für die Ableitung von x' nach λ :

$$\left(\frac{\partial \vec{x}'}{\partial \lambda} \right) (\lambda) = \begin{pmatrix} -R \cdot \sin(\lambda) \\ R \cdot \cos(\lambda) \\ L_z / (2\pi n) \end{pmatrix} \quad (249)$$

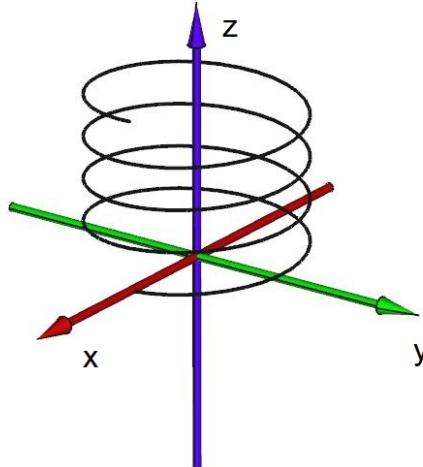


Abbildung 71: Zur Veranschaulichung der Parametrisierung einer solenoidalen Stromdichteverteilung mittels einer Spirale. In der Darstellung gilt für die Verschiebung der Spirale entlang der z -Achse $z_0 = 0$, so dass einer der Endpunkte der Spirale in der x - y -Ebene liegt.

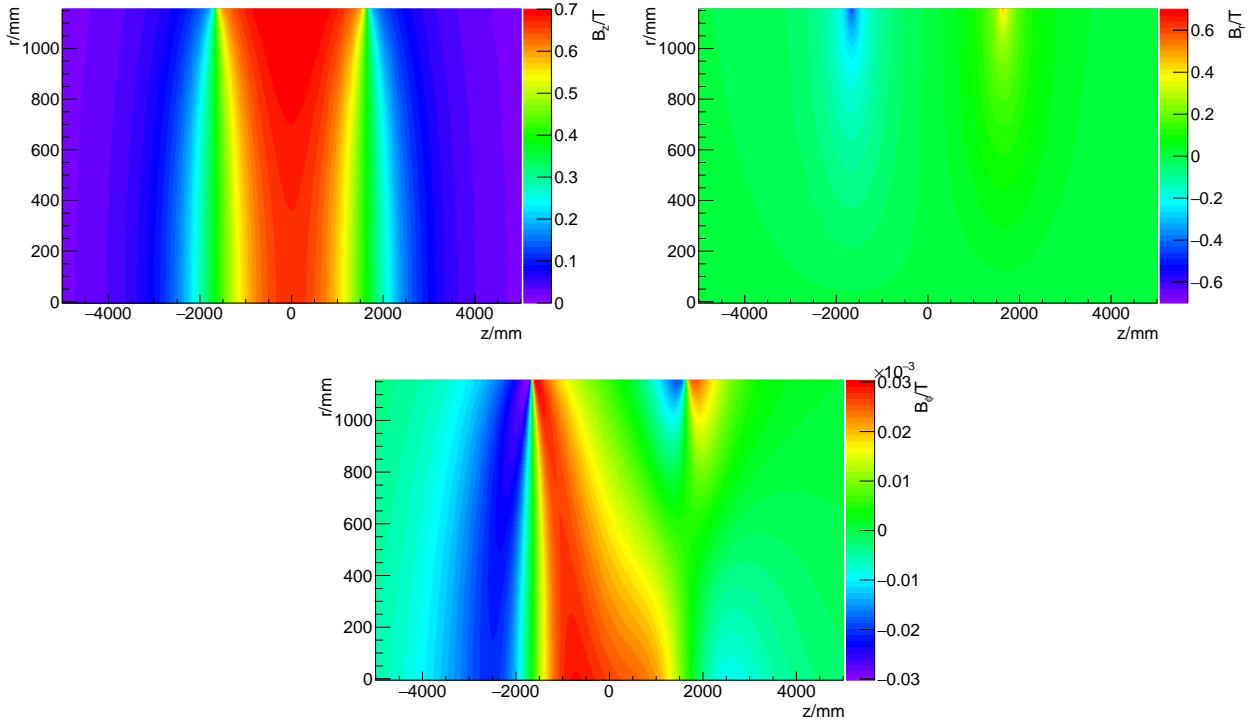


Abbildung 72: Resultate der Feldkartenberechnung für die in Tabelle 10 gegebenen Parameter. Die Parameter wurden so gewählt, dass sie den Spezifikationen des FOPI-Solenoiden entsprechen. Es sind die Komponenten des Magnetfelds in Abhängigkeit von der z -Koordinate und dem Abstand r von der Strahlachse dargestellt. Oben links ist die Komponente B_z des Feldes in Strahlrichtung, oben rechts die zur Strahlachse senkrechte Radialkomponente B_r und unten die Azimutalkomponente B_ϕ dargestellt.

Bei der Berechnung der Feldkarte wird im Folgenden Rotationssymmetrie des Feldes um die z -Achse angenommen. Dies stellt eine gute Näherung dar, da die Anzahl der Windungen pro Wegstück entlang der Strahlachse sowie die Ausdehnung der Spirale entlang der z -Achse für alle betrachteten Stromdichten hinreichend groß ist. Es genügt in diesem Fall, das Magnetfeld in Abhängigkeit vom Abstand r von der z -Achse und der z -Koordinate zu berechnen. Als r - z -Ebene wird o. B. d. A. die x - z -Ebene gewählt. Die r - z -Ebene wird mit einem rechteckigen Punktgitter überdeckt, und das Magnetfeld wird an den Gitterpunkten mittels Gleichung (247) berechnet. r_{\min} und r_{\max} geben dabei Anfang und Ende des räumlichen Bereichs, in dem die Feldberechnungen ausgeführt werden, in radialer Richtung an. Δr ist der Abstand zwischen zwei Gitterpunkten in r -Richtung. Die Segmentierung entlang der z -Achse wird in Analogie hierzu durch z_{\min} , z_{\max} und Δz festgelegt. Das Magnetfeld wird an Gitterpunkten mit den Koordinaten $r_i = r_{\min} + \Delta r \cdot (i + 0,5)$ und $z_j = z_{\min} + \Delta z \cdot (j + 0,5)$ bestimmt, wobei $i, j \in \mathbb{N}_0$. Das Magnetfeld wird in den Zellen des Raumgitters als konstant betrachtet. z_0 wird so gewählt, dass der geometrische Schwerpunkt der Spule mit dem Koordinatenursprung zusammenfällt. Es genügt in diesem Fall, die Berechnungen nur für positive z -Werte durchzuführen, da dann $B_r(z, r) = -B_r(-z, r)$ und $B_z(z, r) = B_z(-z, r)$ gilt.

Im Folgenden wird das Ergebnis einer Feldkartenberechnung vorgestellt. Für diese wurden die in Tabelle 10 angegebenen Parameter verwendet. Die Werte wurden an die Spezifikationen des im FOPI-Experiment [114] verwendeten Solenoiden angepasst, um dessen Verwendbarkeit im Rahmen des P2-Experiments studieren zu können. Die Berechnung der Magnetfeld-

karte wurde auf 24 Prozessorkernen parallel ausgeführt, die Zeitdauer zu deren Ausführung betrug ca. 48 Stunden. Abbildung 72 zeigt die Resultate der Berechnungen. Wie aufgrund der Spezifikationen des FOPI-Magneten erwartet, ergibt sich im zentralen Bereich der Spule ein nahezu homogenes Magnetfeld der Stärke $B_z \approx 0,6$ T. Die Feldstärke nimmt zu den Rändern der Spule hin rasch ab, so dass das Feld außerhalb des für die Berechnungen gewählten Raumbereiches in guter Näherung mit $\vec{B} = \vec{0}$ angenähert werden kann. B_r ist im Innenbereich der spiralförmigen Stromdichte erwartungsgemäß klein im Vergleich zur z -Komponente des Magnetfeldes und wächst in den Randbereichen der Spirale mit zunehmendem Radius betragsmäßig an. Die azimutale Komponente B_ϕ des Feldes ist im Vergleich zu den anderen Feldkomponenten vernachlässigbar klein, was ebenfalls der Erwartung für das Magnetfeld eines Solenoiden entspricht.

6.1.3.2 Toroidales Magnetfeld Zur Modellierung eines toroidalen Magnetfelds in der Raytracing-Simulation wird die in Abbildung 73 veranschaulichte Stromdichteverteilung verwendet. Die Stromdichteverteilung kann mittels einer einzigen Variablen $\lambda \in \mathbb{R}$ parametrisiert werden. Für den Ortsvektor $\vec{x}'_{i,j}(\lambda)$ der i -ten Rennbahnenlinie in der j -ten Spule gilt:

$$\vec{x}'_{i,j}(\lambda) = \mathcal{D}(\phi_j) \vec{k}_i(\lambda), \quad (250)$$

wo $i = 1, 2, \dots, n$ und $j = 1, 2, \dots, N$. $N = 8$ bezeichnet die Anzahl der Spulen, $n = 13$ ist die Anzahl der rennbahnenförmigen Stromdichten pro Spule. In Gleichung 250 ist

$$\mathcal{D}(\phi_j) = \begin{pmatrix} \cos \phi_j & -\sin \phi_j & 0 \\ \sin \phi_j & \cos \phi_j & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (251)$$

die Matrixdarstellung einer aktiven Drehung um den Winkel $\phi_j = \pi/8 + (j-1) \cdot \pi/4$ um die z -Achse und $\vec{k}_i(\lambda)$ die Ortskurve einer rennbahnenförmigen Linie. Für $\vec{k}_i(\lambda)$ gilt

$$k_i^1(\lambda) = \begin{cases} r_0 - r_i, & 0 \leq \lambda < L \\ r_0 + r_i \cdot \sin\left(\frac{\lambda-L}{r_i} - \frac{\pi}{2}\right), & L \leq \lambda < L + \pi \cdot r_i \\ r_0 + r_i, & L + \pi \cdot r_i \leq \lambda < 2L + \pi \cdot r_i \\ r_0 + r_i \cdot \sin\left(\frac{\lambda-2L}{r_i} - \frac{\pi}{2}\right), & 2L + \pi \cdot r_i \leq \lambda < 2(L + \pi \cdot r_i) \end{cases}, \quad (252)$$

$$k_i^2(\lambda) = 0, \quad (253)$$

und

$$k_i^3(\lambda) = \begin{cases} z_0 - L/2 + \lambda, & 0 \leq \lambda < L \\ z_0 + L/2 + r_i \cdot \cos((\lambda - L)/r_i - \pi/2), & L \leq \lambda < L + \pi \cdot r_i \\ z_0 + 1.5 \cdot L - \lambda + \pi r_i, & L + \pi \cdot r_i \leq \lambda < 2L + \pi \cdot r_i \\ z_0 - L/2 + r_i \cdot \cos(\frac{\lambda-2L}{r_i} - \frac{\pi}{2}), & 2L + \pi \cdot r_i \leq \lambda < 2(L + \pi \cdot r_i) \end{cases}, \quad (254)$$

wo $\lambda \in [0, 2(L + \pi r_i)]$. In den Beziehungen (252) bis (254) ist z_0 der Abstand zwischen den räumlichen Schwerpunkten des Flüssigwasserstoff-Targets und der gesamten elektrischen Stromdichte, r_0 der Abstand des Mittelpunktes der Rennbahnenlinien von der z -Achse, r_i der Krümmungsradius der halbkreisförmigen Segmente der i -ten Rennbahnenlinie und L die Länge der zur z -Achse parallelen Segmente der Rennbahnenlinien. Die soeben genannten Parameter sind in Abbildung 73 veranschaulicht. Die Komponenten des Tangentialvektors der Parametrisierung erhält man durch Ableiten von (252), (253) und (254) nach λ :

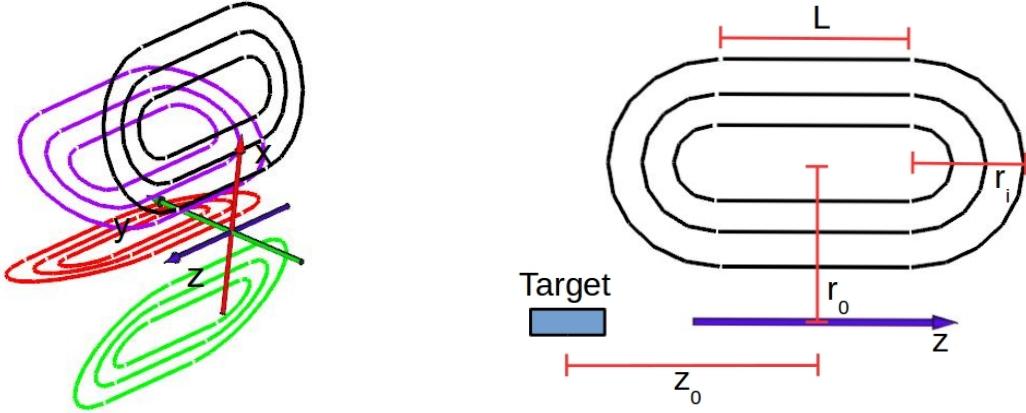


Abbildung 73: Vereinfachte Darstellung der elektrischen Stromdichteverteilung, die zur Modellierung der Feldkarte eines Toroiden verwendet wurde. Es wurden acht Spulen modelliert, welche konzentrisch um die Strahlachse (z -Achse) herum angeordnet sind. Auf der linken Seite sind vier dieser Spulen in verschiedenen Farben dargestellt. Zwei Spulen schließen jeweils einen Winkel von 45° in azimutaler Richtung ein. Jede der acht Stromdichten setzt sich aus 13 rennbahnförmigen Linien zusammen. Auf der rechten Seite ist eine Spule, die aus drei Rennbahnlinien besteht, zur Veranschaulichung dargestellt. Die i -te Rennbahnlinie wird durch den Abstand z_0 vom Targetmittelpunkt, den Abstand r_0 des geometrischen Schwerpunkts der Spule von der Strahlachse, die Länge L der ungekrümmten Streckenabschnitte sowie den Krümmungsradius r_i der halbkreisförmigen Kurven parametrisiert.

$$\frac{\partial k_i^1}{\partial \lambda}(\lambda) = \begin{cases} 0, & 0 \leq \lambda < L \\ \cos((\lambda - L)/r_i - \pi/2), & L \leq \lambda < L + \pi \cdot r_i \\ 0, & L + \pi \cdot r_i \leq \lambda < 2L + \pi \cdot r_i \\ \cos((\lambda - 2L)/r_i - \pi/2), & 2L + \pi \cdot r_i \leq \lambda < 2(L + \pi \cdot r_i) \end{cases}, \quad (255)$$

$$\frac{\partial k_i^2}{\partial \lambda}(\lambda) = 0 \quad (256)$$

und

$$\frac{\partial k_i^3}{\partial \lambda}(\lambda) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \lambda < L \\ -\sin((\lambda - L)/r_i - \pi/2), & L \leq \lambda < L + \pi \cdot r_i \\ -1, & L + \pi \cdot r_i \leq \lambda < 2L + \pi \cdot r_i \\ -\sin((\lambda - 2L)/r_i - \pi/2), & 2L + \pi \cdot r_i \leq \lambda < 2(L + \pi \cdot r_i) \end{cases}. \quad (257)$$

Bei der Berechnung des Magnetfelds nach Biot-Savart muss man sukzessive über die Parametrisierungen der einzelnen Rennbahnlinien, die durch Gleichung (250) gegeben sind, summieren.

Zur Berechnung der Feldkarte wird der Ortsraum in kubische Volumina mit den Kantenlängen Δx , Δy und Δz segmentiert. Das Magnetfeld wird jeweils an den geometrischen Schwerpunkten der kubischen Zellen berechnet. Zur numerischen Berechnung von \vec{B} gemäß (247) wird die zusammengesetzte Sehnentrapezformel (209) benutzt. Die Berechnungen können aufgrund von Rotations- und Spiegelsymmetrie eines toroidalen Magnetfeldes auf denjenigen Raumbereich beschränkt werden, in dem $x, y, z \geq 0$ gilt.

Spulenstrom I	17,3 kA
Spulenlänge L	2,2 m
Radiale Verschiebung r_0	1 m
Verschiebung entlang Strahlachse z_0	0 m
Anzahl Spulen N	8
Anzahl Rennbahnenlinien pro Spule n	13
Min. Spulenradius r_1	0,235 m
Max. Spulenradius r_{13}	0,75 m
$x_{\min}, y_{\min}, z_{\min}$	0 m
$x_{\max}, y_{\max}, z_{\max}$	3 m
$\Delta x, \Delta y, \Delta z$	0,1 m

Tabelle 11: Zur Berechnung der toroidalen Feldkarte verwendete Parameter. Diese wurden den Spezifikationen des QTOR [79] entsprechend gewählt. Die Werte für r_i wurden so gewählt, dass die radialen Abstände der Rennbahnenlinien einer Spule identisch sind, daher werden nur die Werte von r_1 und r_{13} angegeben.

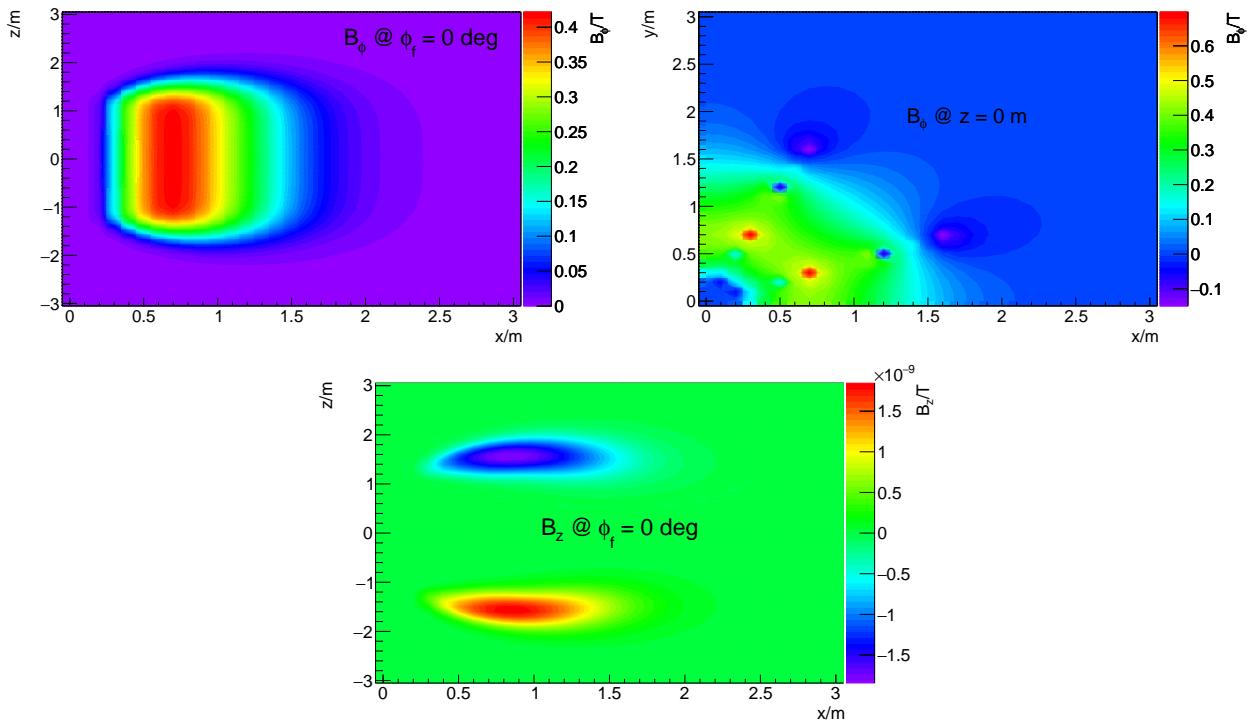


Abbildung 74: Resultate der Feldkartenberechnungen für eine toroidale Stromdichteverteilung. Es wurden die in Tabelle 11 angeführten Parameter für die Rechnungen verwendet, welche an die Spezifikationen des QTOR angepasst wurden. Oben links ist die azimutale Komponente B_ϕ des Feldes an der Stelle $\phi_f = 0^\circ$ in Abhängigkeit von x und z aufgetragen. Oben rechts ist B_ϕ an der Stelle $z = z_0 = 0$ m in Abhängigkeit von x und y gezeigt. Die untere Abbildung zeigt die zur Strahlrichtung parallele Komponente B_z des Feldes an der Stelle $\phi_f = 0^\circ$ in Abhängigkeit von x und z .

Im Folgenden werden die Resultate einer Feldkartenberechnung vorgestellt. Tabelle 11 listet die zur Berechnung gewählten Parameter auf. Sie wurden den Spezifikationen des QTOR entsprechend gewählt, der im QWeak-Experiment [79] zum Einsatz kam. Die Berechnung der Feldkarte wurde parallel auf 24 Prozessorkernen über einen Zeitraum von ca. 24 Stunden hinweg ausgeführt. Die Resultate der Berechnungen sind in Abbildung 74 dargestellt. Das Magnetfeld wird erwartungsgemäß von der azimutalen Komponente B_ϕ dominiert. Diese erreicht einen Maximalwert von $B_\phi^{\max} \approx 0,4$ T im Bereich zwischen den Spulen. Das Magnetfeld eines Toroiden ist nicht azimutalsymmetrisch, wie man am Verlauf von B_ϕ an der Stelle $z = z_0 = 0$ m in Abhängigkeit von x und y in Abbildung 74 oben rechts erkennen kann. In der Nähe der Spulen nimmt die Feldstärke zu, was zu den lokalen Maxima in B_ϕ führt. Die z -Komponente des Magnetfelds ist gegenüber der azimutalen Komponente vernachlässigbar klein, wie es für ein toroidales Feld zu erwarten ist. Ein Vergleich der in Abbildung 74 gezeigten Feldkarte mit den von der QWeak-Kollaboration ausgeführten Magnetfeld-Berechnungen (s. S. 34ff in [79]) ergibt eine gute qualitative Übereinstimmung der beiden Magnetfeldberechnungen.

6.1.4 Berechnung von Bahnkurven im Magnetfeld

Magnetfeldkarten wie die in Abschnitt 6.1.3 vorgestellten können von der Raytracing-Simulation verwendet werden, um die Bahnkurven der von den Ereignisgeneratoren erzeugten Elektronen im Endzustand der elastischen Elektron-Proton- und Elektron-Elektron-Streuung zu berechnen. In diesem Abschnitt wird zunächst erklärt, auf welche Weise die Feldkarten ausgewertet werden. Im Anschluß wird erläutert, wie die Bahnkurven der Teilchen von der Geant4-Anwendung berechnet werden.

6.1.4.1 Evaluation solenoidaler Magnetfeldkarten Die solenoidalen Magnetfeldkarten wurden unter der Annahme azimutaler Symmetrie berechnet. Somit liegt das Magnetfeld als Funktion des Abstands r von der z -Achse und der z -Koordinate selbst vor:

$$\vec{B}(r, z) = B_r(r, z) \cdot \vec{e}_r + B_\phi(r, z) \cdot \vec{e}_\phi + B_z(r, z) \cdot \vec{e}_z, \quad (258)$$

wo \vec{e}_r , \vec{e}_ϕ und \vec{e}_z die Einheitsvektoren in radialer, azimutaler und z -Richtung sind. Bei vorgegebenem Ort \vec{x} zur Evaluation des Magnetfeldes werden zunächst der Radius

$$r = \sqrt{\sum_{i=1}^3 x_i^2}, \quad (259)$$

und der Azimutwinkel

$$\phi = \arctan\left(\frac{x_2}{x_1}\right) \quad (260)$$

bestimmt.

Befindet sich \vec{x} innerhalb der räumlichen Grenzen, in welchen die Magnetfeldkarte definiert ist, so wird der Feldvektor $\vec{B}(r, z)$ aus der Feldkarte ausgelesen und durch eine aktive Drehung um die z -Achse mit dem Winkel ϕ auf den gesuchten Vektor $\vec{B}(\vec{x})$ abgebildet:

$$\vec{B}(\vec{x}) = \lambda_B \cdot \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) & \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) & \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_r \\ B_\phi \\ B_z \end{pmatrix} \quad (261)$$

Dabei ist $\lambda_B \in \mathbb{R}$ eine konstante, welche die globale Skalierung der Magnetfeldstärke in der Simulation gestattet. Der Wert von λ_B wird vor der Berechnung der Bahnkurven vom Nutzer der Anwendung festgelegt und während eines Simulationslaufs konstant gehalten. Auf diese Weise lassen sich mit der Raytracing-Simulation verschiedene Stromstärken in den Feldspulen der Spektrometer simulieren.

Befindet sich der Ort \vec{x} außerhalb der räumlichen Grenzen, in welchen die Feldkarte definiert ist, so wird $\vec{B}(\vec{x}) = \vec{0}$ gewählt, was eine gute Näherung ist, da die im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Felder zu den Rändern der betrachteten Raumbereiche hin schnell abfallen.

6.1.4.2 Evaluation toroidaler Magnetfeldkarten Die toroidale Feldkarte wurden aus Symmetriegründen lediglich im Raumbereich $x_i \leq 0 \text{ mm}$, $i = 1, 2$ bestimmt. Ist das Magnetfeld am Ort \vec{x} innerhalb des Weltvolumens auszuwerten, so wird \vec{x} zunächst durch eine aktive Drehung mit dem Winkel $-\phi$ um die z -Achse in den Raumbereich gedreht, in dem die Feldkarte berechnet wurde. Der Rotationswinkel ϕ wird dabei wie folgt bestimmt:

$$\phi = \begin{cases} 0, & x \geq 0 \text{ mm}, y \geq 0 \text{ mm} \\ \frac{\pi}{2}, & x < 0 \text{ mm}, y \geq 0 \text{ mm} \\ \pi, & x \leq 0 \text{ mm}, y < 0 \text{ mm} \\ \frac{3}{2}\pi, & x > 0 \text{ mm}, y < 0 \text{ mm} \end{cases} \quad (262)$$

Bei der aktiven Drehung wird \vec{x} auf den Ortsvektor \vec{x}' abgebildet:

$$\vec{x}' = \begin{pmatrix} \cos(-\phi) & -\sin(-\phi) & 0 \\ \sin(-\phi) & \cos(-\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad (263)$$

Anschließend wird die Feldkarte an der Stelle \vec{x}' evaluiert und der gefundene Feldvektor $\vec{B}'(\vec{x}')$ durch eine aktive Drehung um die z -Achse mit dem Winkel ϕ auf den gesuchten Feldvektor $\vec{B}(\vec{x})$ abgebildet:

$$\vec{B}(\vec{x}) = \lambda_B \cdot \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) & 0 \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B'_1(\vec{x}') \\ B'_2(\vec{x}') \\ B'_3(\vec{x}') \end{pmatrix} \quad (264)$$

In (264) ist $\lambda_B \in \mathbb{R}$ wie im Fall einer solenoidalen Feldkarte ein Skalierungsfaktor zur globalen Variation der Magnetfeldstärke, welcher zu Beginn eines Simulationslaufs auf einen konstanten Wert festgelegt wird. Durch die Verwendung eines globalen Skalierungsfaktors der Magnetfeldstärke wird die näherungsweise Simulation unterschiedlicher elektrischer Stromstärken in den Feldspulen ermöglicht.

Falls der Feldkarte nach der ersten Drehung um $-\phi$ kein Feldvektor entnommen werden kann, weil der rotierte Ortsvektor nicht in dem Raumbereich liegt, in welchem die Karte definiert ist, so wird dem Magnetfeld der Nullvektor $\vec{B}(\vec{x}) = \vec{0}$ zugewiesen. Dies ist eine gute Näherung, da das Magnetfeld zu den Rändern des Raumbereichs, in dem es berechnet wurde (vgl. Abbildung 74), schnell abfällt und nur noch eine geringe relative Stärke besitzt.

6.1.4.3 Numerische Integration der Bewegungsgleichungen Geant4 ermöglicht die Berechnung von Bahnkurven geladener Teilchen in elektromagnetischen Feldern. Dies

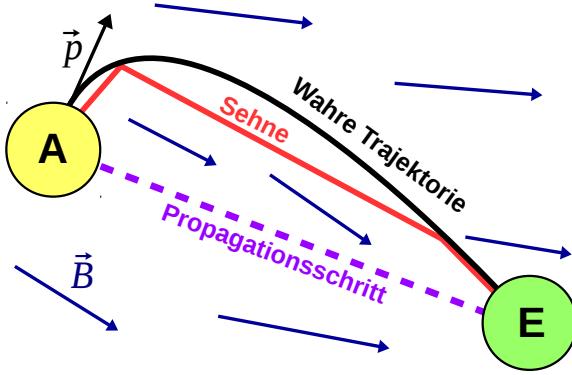


Abbildung 75: Zur Veranschaulichung der räumlichen Propagation geladener Teilchen in einem Magnetfeld \vec{B} in der Raytracing-Simulation. Das Teilchen befindet sich zu Beginn des Propagationsschritts im Zustand A mit dem Impuls \vec{p} und wird in den Zustand E überführt. Die Bewegungsgleichungen werden numerisch mittels eines Runge-Kutta-Verfahrens gelöst, dabei wird die wahre Bahnkurve durch Sehnen approximiert.

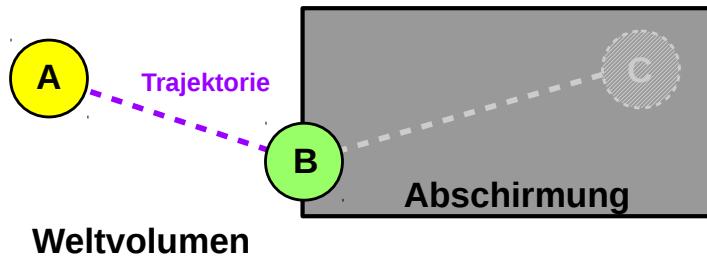
geschieht im Allgemeinen durch numerische Integration der Bewegungsgleichungen mittels eines Runge-Kutta-Verfahrens [145, 146]. Dabei wird die wahre, gekrümmte Bahnkurve mithilfe von Sehnen angenähert. Abbildung 75 veranschaulicht die Idee.

Da zur Simulation der Trajektorien außschließlich zeitunabhängige und in den Ortskoordinaten langsam veränderliche Magnetfelder verwendet werden, wird in der Raytracing-Simulation ein implizites Euler-Verfahren [147] zur numerischen Lösung der Bewegungsgleichungen verwendet. Hierbei wird der Umstand ausgenutzt, dass die Bahnkurve eines geladenen Teilchens in der Umgebung des Ortes \vec{x} , in welcher das Magnetfeld konstant ist, die Form einer Helix besitzt. Die wahre Bahnkurve wird somit durch helixförmige Sehnen angenähert. Dieses Verfahren zeichnet sich durch eine hohe Effizienz bei der numerischen Bestimmung der Trajektorien aus.

Am Ende jedes Propagationsschritts wird die Position des simulierten Teilchens zusammen mit einer dem Teilchen zugewiesenen Identifikationsnummer abgefragt und gespeichert. Auf diese Weise können die berechneten Bahnkurven einzelner Teilchen im Anschluß an einen Simulationslauf rekonstruiert und graphisch dargestellt werden.

Geant4 gestattet die Festlegung der minimalen und maximalen Länge eines Propagationsschritts in elektromagnetischen Feldern. In der Raytracing-Simulation wird die Länge ℓ eines Propagationsschritts auf das Intervall $\ell \in [10 \text{ mm}, 100 \text{ mm}]$ begrenzt. Diese Wahl verhindert lange Rechenzeiten, indem zu kleine Schrittweiten vermieden werden, und gewährleistet gleichzeitig eine hinreichend gute Ortsauflösung der Bahnkurven im Magnetfeld, indem Schrittängen von mehr als 100 mm verhindert werden.

In der Raytracing-Simulation endet die Berechnung einer Bahnkurve, falls das Elektron den Rand des Weltvolumens erreicht oder auf eines der vom Anwender definierten Abschirmungsvolumina trifft. Es wird keine physikalische Wechselwirkung mit dem Abschirmungsmaterial simuliert, die Elektronen werden, wie in Abbildung 76 dargestellt, an den Oberflächen der Volumina gestoppt, und die Berechnung der Bahnkurven endet. Auf die



Weltvolumen

Abbildung 76: Zur Veranschaulichung der Interaktion der Elektronen mit den Abschirmungsvolumina: Erreicht ein Elektron von Punkt A kommend die Grenzfläche zwischen Welt- und einem Abschirmungsvolumen am Punkt B, so wird das Elektron an Punkt B gestoppt und die Berechnung der Bahnkurve endet.

Simulation weiterer physikalischer Prozesse, welche etwa die Bildung elektromagnetischer Schauer in Blei bedingen, wurde im Rahmen der Raytracing-Simulation bewusst verzichtet, da diese Geant4-Anwendung das Studium der Elektron-Bahnkurven für verschiedene Messaufbau-Konfigurationen ermöglichen soll, und die Simulation weiterer Prozesse aufgrund einer möglichen Vielzahl zusätzlicher Bahnkurven zu einer unübersichtlichen graphischen Ausgabe führen würde.

6.2 Untersuchungen zur Konzipierung des Messaufbaus

In diesem Abschnitt wird die Entwicklung grundlegender Konzepte für den Messaufbau des P2-Experiments unter Verwendung der Raytracing-Simulation skizziert. Es wurden systematische Studien durchgeführt, in denen verschiedene Messaufbau-Konfigurationen hinsichtlich ihrer Eignung zur Durchführung des Experiments untersucht wurden. Unter einer Messaufbau-Konfiguration ist die Kombination aus

- Magnetfeld;
- Targetposition;
- Abschirmung;

zu verstehen. Die Raytracing-Simulation wurde entwickelt, um das effiziente Studium unterschiedlicher Messaufbau-Konfiguration zu ermöglichen. Es werden im Folgenden Konfigurationen mit einem solenoidalen und einem toroidalen Magnetfeld vorgestellt.

Im weiteren Verlauf dieses Kapitels werden die Resultate der Raytracing-Simulation anhand folgender Anforderungen beurteilt, die der Messaufbau erfüllen muss, um die erfolgreiche Durchführung des P2-Experiments zu gewährleisten:

1. Die Trajektorien der im Experiment nachzuweisenden, im Target elastisch unter Winkel $\theta_f \in [25^\circ, 45^\circ]$ an Protonen gestreuten Elektronen müssen durch ein solenoidales oder toroidales Magnetfeld räumlich so fokussiert werden, dass sie mittels eines Cherenkov-Detektors nachgewiesen werden können.
2. Die Trajektorien der nachzuweisenden Elektronen müssen durch das Magnetfeld von denen der Elektronen im Endzustand des Møller-Streuprozesses separiert werden.

3. Es soll eine hinreichende räumliche Separation der unter Winkeln $\theta_f \in [25^\circ, 45^\circ]$ an Protonen gestreuten Elektronen von den unter anderen Winkeln elastisch an Protonen gestreuten Elektronen bestehen.
4. Die Bahnkurven der nachzuweisenden Elektronen müssen im Magnetfeld so gekrümmmt werden, dass eine Abschirmung des Cherenkov-Detektors gegen Bremsstrahlung aus dem Target möglich ist.
5. Die Platzvorgaben für den Messaufbau des P2-Experiments innerhalb der MESA-Forschungseinrichtung müssen respektiert werden. Der Messaufbau muss in MESA-Halle 2 untergebracht werden können, dabei soll in der Halle ausreichend Platz für die Strahlführung und Instrumentierung von MESA verbleiben. Ferner soll der Strahlfänger des A4-Experiments für das P2-Experiment wiederverwendet werden.

Die ersten vier Punkte sollen eine möglichst untergrundfreie, integrierende Messung der paritätsverletzenden Asymmetrie der elastischen Elektron-Proton-Streuung mit der in Kapitel 5 festgelegten Streukinematik ermöglichen. Es gilt, die Position des Targets relativ zum simulierten Magnetspektrometer sowie die Magnetfeldstärke so zu wählen, dass die Punkte 1 bis 4 erfüllt werden. Punkt Nr. 5 beschränkt dabei die maximal zulässigen Abmessungen des Messaufbaus. Die Höhe der Strahlführung zur Durchführung des A4-Experiments betrug 1950 mm, die Höhe der Strahlführung von MESA wird voraussichtlich mit diesem Wert vergleichbar sein.

6.2.1 Konzept für einen Messaufbau mit solenoidalem Magnetfeld

Die P2-Kollaboration plant den Einsatz eines Solenoiden, dessen Abmessungen und Eigenschaften demjenigen Magneten entsprechen, welcher im FOPI-Experiment [114] eingesetzt wurde. Die in Abbildung 72 gezeigte Magnetfeldkarte, die unter Anwendung des in Gleichung (247) gegebenen Biot-Savart'schen Gesetzes bestimmt wurde, ist im Rahmen erster Untersuchungen zur Nutzbarkeit eines entsprechenden Solenoiden eingesetzt worden. Die Resultate dieser Voruntersuchungen werden im weiteren Verlauf nicht diskutiert; die P2-Kollaboration verfügt über die in Abbildung 50 gezeigte Feldkarte des FOPI-Solenoiden, welche von der FOPI-Kollaboration mit freundlicher Genehmigung zur Verfügung gestellt wurde. Im Folgenden wird dargestellt, auf welche Weise das grundlegende Konzept für einen Messaufbau unter Verwendung der Feldkarte des FOPI-Solenoiden mithilfe der Raytracing-Simulation erstellt wurde.

Es wurden die Bahnkurven der im Target elastisch gestreuten Elektronen im Magnetfeld simuliert, wobei die z -Koordinate des geometrischen Targetschwerpunkts z_{Target} und der Faktor λ_B , der in Gleichung (261) eingeführt wurde, zur globalen Skalierung der Feldkarten-Werte systematisch variiert wurden. Die Targetposition wurde im Intervall $z_{\text{Target}} \in [z_{\text{Target}}^{\min}, z_{\text{Target}}^{\max}]$ mit der Schrittweite Δz_{Target} variiert. Der Skalierungsfaktor der Magnetfeldstärke wurde im Intervall $\lambda_B \in [\lambda_B^{\min}, \lambda_B^{\max}]$ mit der Schrittweite $\Delta \lambda_B$ variiert. Von jedem der drei in Abbildung 70 dargestellten Primärvertices im Targetvolumen ausgehend wurden Elektronen im Endzustand der elastischen Elektron-Proton-Streuung sowie der Møller-Streuung generiert. Dabei wurden die Streuwinkel in Intervallen $\theta_f \in [\theta_f^{\min}, \theta_f^{\max}]$ mit Winkeldifferenzen $\Delta \theta_f$ gewählt. Für beide Streuprozesse wurde $\phi_f = 0^\circ$ gesetzt. Zur besseren Veranschaulichung der Situation im Experiment werden in der Visualisierung der Trajektorien an der z -Achse gespiegelte Projektionen der Bahnkurven hinzugefügt. In Tabelle 12 sind die Werte der zur Simulation der Bahnkurven verwendeten Parameter zusammengefasst. In der Summe wurden 465 ver-

Strahlenergie:		
E_{beam}	155 MeV	
Targetposition:		
z_{Target}^{\min}	z_{Target}^{\max}	Δz_{Target}
-3000 mm	0 mm	100 mm
Magnetfeldstärke:		
λ_B^{\min}	λ_B^{\max}	$\Delta \lambda_B$
0,1	1,5	0,1
Streuwinkel, e-p-Streuung:		
θ_f^{\min}	θ_f^{\max}	$\Delta \theta_f$
1°	179°	2°
Streuwinkel, Møller-Streuung:		
θ_f^{\min}	θ_f^{\max}	$\Delta \theta_f$
0°	90°	2°

Tabelle 12: Parameter-Werte, die für die systematische Studie unterschiedlicher Messaufbau-Konfigurationen mit einem Solenoid-Spektrometer verwendet wurden.

schiedene Konfigurationen aus Targetposition und Magnetfeldstärke simuliert.

Die Verläufe der Trajektorien sind für ähnliche Werte von $(z_{\text{Target}}, \lambda_B)$ im Allgemeinen ähnlich. Daher wird die Diskussion der Resultate der Simulationsläufe auf diejenigen beschränkt, welche jeweils für eine Teilmenge der simulierten Konfigurationen repräsentativ sind.

Es werden zunächst Resultate für unterschiedliche Targetpositionen bei festgehaltener Magnetfeldstärke betrachtet. Abbildung 77 zeigt Resultate der Raytracing-Simulation für $\lambda_B = 1,0$, was $B_z^{\max} \approx 0,6$ T im zentralen Raumbereich des Spektrometers entspricht.

Teil (a) der Abbildung wurde für $z_{\text{Target}} = -3000$ mm erstellt. Das Target befindet sich in diesem Fall zu weit von dem Solenoiden entfernt, so dass die nachzuweisenden Elektronen nicht hinreichend stark im Magnetfeld abgelenkt werden. Für den Krümmungsradius r_c eines Elektrons in einem homogenen Magnetfeld \vec{B} gilt

$$r_c = \frac{p_e}{e \cdot B}, \quad (265)$$

wobei im Falle stark relativistischer Elektronen für den Impuls $p_e \approx E_f/c$ gilt. Der Krümmungsradius der Bahnkurve ist somit näherungsweise proportional zur Energie E_f der Elektronen nach der Streuung im Target und antiproportional zur Stärke des Magnetfelds. Im Inneren des Solenoiden gilt in grober Näherung $\vec{B} \approx B_z \vec{e}_z$, so dass vornehmlich die zur Strahlrichtung senkrechte Komponente des Impulses im Magnetfeld rotiert. Dies führt dazu, dass sich Elektronen entlang helixähnlicher Bahnkurven bewegen. Da bei Streuwinkeln $\theta_f > 5^\circ$ die Energien im Endzustand der Møller-Streuung viel niedriger sind als im Fall der elastischen Elektron-Proton-Streuung, sind die Helix-Radien für die Møller-gestreuten Elektronen viel kleiner als für die elastisch an Protonen gestreuten Elektronen. Daher bleiben die Møller-Elektronen im Raumbereich mit ausreichend großem Magnetfeld in der Nähe der Strahlachse, was zu

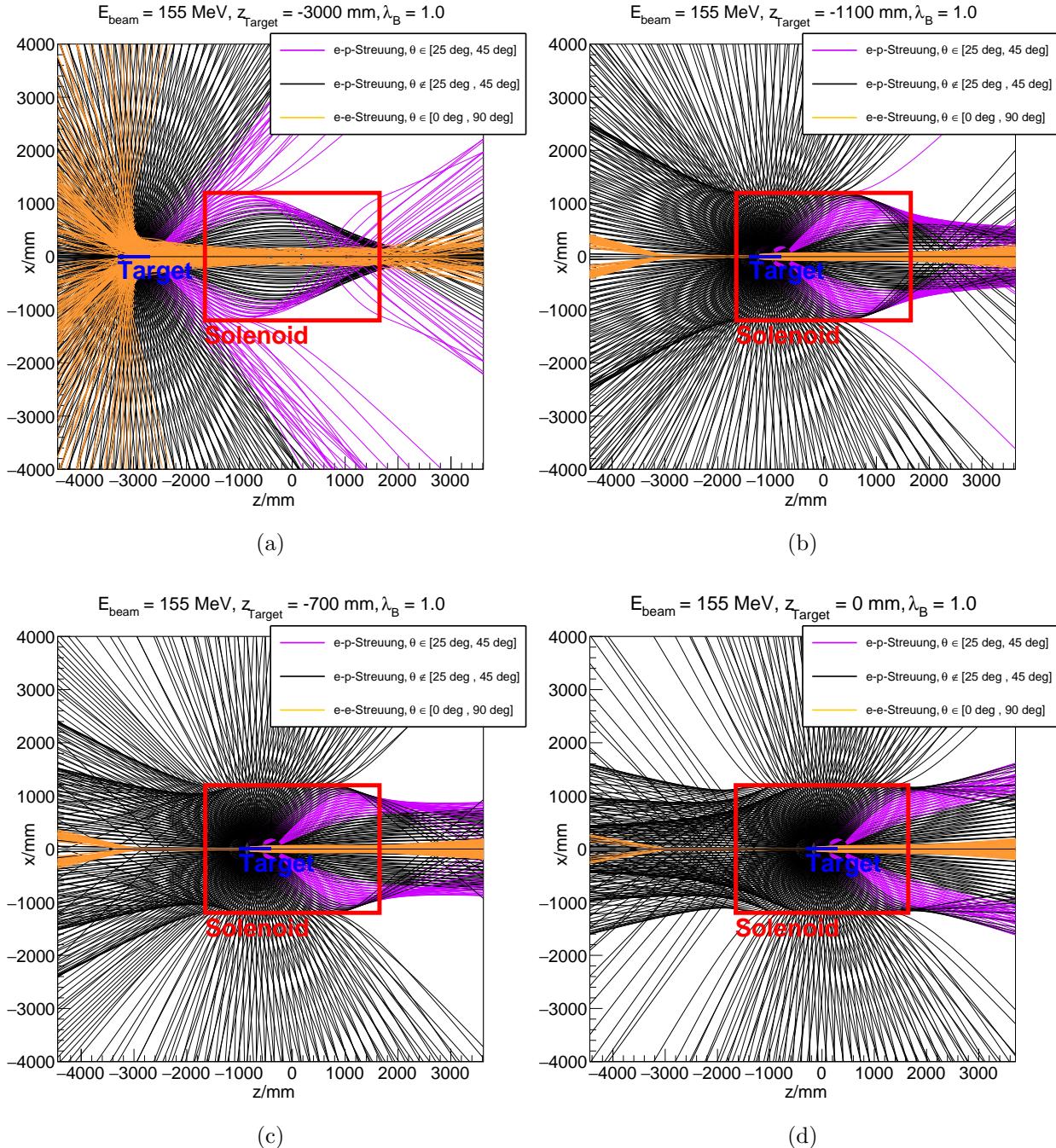


Abbildung 77: Resultate der Raytracing-Simulation für $\lambda_B = 1,0$ und verschiedene Werte von z_{Target} . Es ist die Projektion der Elektron-Bahnkurven auf die x - z -Ebene dargestellt. Die Skalen der Koordinatenachsen wurden isometrisch gewählt, so dass die Abbildungen das Messen von Winkeln erlauben. Das ℓH_2 -Target ist in Blau gezeichnet, der Solenoid ist durch das rote Rechteck angedeutet. Die Bahnkurven der Elektronen aus elastischer Elektron-Proton-Streuung mit Streuwinkeln $\theta_f \in [25^\circ, 45^\circ]$ sind magentafarben gezeichnet. Diese Elektronen sind im Experiment nachzuweisen. Schwarz dargestellt sind die Bahnkurven von Elektronen aus elastischer Elektron-Proton-Streuung mit anderen Streuwinkeln. Die Trajektorien der Elektronen im Endzustand des Møller-Streuprozesses sind orange eingefärbt. Die Diskussion der gezeigten Resultate findet sich im Text.

einer räumlichen Separation der Elektronen aus den beiden Streuprozessen führt. In Teil (a) von Abbildung 77 erkennt man ferner, dass die z -Komponente des Impulses einiger der Møller-Elektronen durch die Radialkomponente des Magnetfelds so beeinflusst wird, dass die Elektronen sich entgegengesetzt zur Strahlrichtung bewegen. Im demjenigen Raumbereich, in dem $|z| > 3000$ mm ist, bewegen sich die Elektronen auf geradlinigen Bahnen, da für diesen Bereich keine Feldkarte vorliegt und daher $\vec{B} = \vec{0}$ gesetzt wurde.

In Teil (b) von Abbildung 77 gilt $z_{\text{Target}} = -1100$ mm. Hier werden mit einer Ausnahme alle Trajektorien der im Experiment nachzuweisenden Elektronen im Magnetfeld so stark abgelenkt, dass sie die Feldspulen des Solenoiden nicht durchqueren. Für $z_{\text{Target}} \geq -1000$ mm werden dann sämtliche Bahnkurven der elastisch an Protonen unter Winkeln $\theta_f \in [25^\circ, 45^\circ]$ so stark abgelenkt, dass sie die Feldspulen nicht treffen, wie man in Teil (c) von Abbildung 77 erkennen kann. Insbesondere verlaufen die Trajektorien der im Experiment nachzuweisenden Elektronen für $z \geq 1500$ mm großteils nahezu parallel zur Strahlachse und sind auf ein Intervall mit $r \in [450 \text{ mm}, 950 \text{ mm}]$ in radialer Richtung gebündelt. Es besteht in diesem Raumbe- reich eine gute Separation der nachzuweisenden Elektronen von den Møller-Elektronen. Die dargestellten Projektionen der Bahnkurven der nachzuweisenden Elektronen werden im Ma- gnetfeld hinreichend stark gekrümmmt, so dass die Konzipierung einer Abschirmung möglich ist.

Für $z_{\text{Target}} \geq -700$ mm und $\lambda_B = 1,0$ entfernen sich die nachzuweisenden Elektronen im Randfeld des Solenoiden wieder von der Strahlachse, wie man in Teil (d) von Abbildung 77 erkennen kann. Zwar verbessert sich die räumliche Separation zwischen den nachzuweisenden Elektronen und den Untergrundteilchen gegenüber der in Teil (c) dargestellten Situation, jedoch werden die projizierten Bahnkurven der nachzuweisenden Elektronen weniger stark durch das Magnetfeld gekrümmt, so dass die Konzipierung einer Abschirmung für zu große Werte von z_{Target} nicht mehr möglich ist.

Im Folgenden werden Resultate für unterschiedliche Skalierungsfaktoren der Magnetfeldstärke betrachtet, wobei die Targetposition bei $z_{\text{Target}} = -700$ mm festgehalten wird. Abbildung 78 zeigt die Projektionen der Bahnkurven.

In Teil (a) der Abbildung beträgt $\lambda_B = 0,5$. Dies entspricht einer maximalen Feldstärke von $B_z^{\max} \approx 0,3$ T im Zentrum des Solenoiden. Es besteht eine gute räumliche Separation zwischen den elastisch an Protonen gestreuten Elektronen und denen aus dem Møller- Streuprozess. Diese Konfiguration ist zur Konzipierung eines Messaufbaus nicht geeignet, da die im Experiment nachzuweisenden Elektronen nicht hinreichend stark im Magnetfeld abgelenkt werden, um einen Detektor so platzieren und abzuschirmen zu können, dass die Sichtlinie zwischen Detektor und Target durch die Abschirmung unterbrochen ist.

Teil (b) von Abbildung 78 zeigt die Trajektorien-Verläufe für $\lambda_B = 0,9$, was $B_z^{\max} \approx 0,54$ T entspricht. Von den simulierten nachzuweisenden Elektronen durchqueren lediglich diejenigen unter $\theta_f = 45^\circ$ im Target gestreuten den Bereich der Feldspulen des Solenoiden, die anderen nachzuweisenden Elektronen werden hinreichend stark im Magnetfeld abgelenkt.

Abbildung 78 (c) zeigt Simulationsergebnisse für $z_{\text{Target}} = -700$ mm und $\lambda_B = 1,1$ bzw. $B_z^{\max} \approx 0,66$ T. Für diese Wahl der Feldstärke nähert sich das magentafarben gezeichnete Trajektorien-Bündel der nachzuweisenden Elektronen nach dem Passieren des Solenoiden wieder der Strahlachse an.

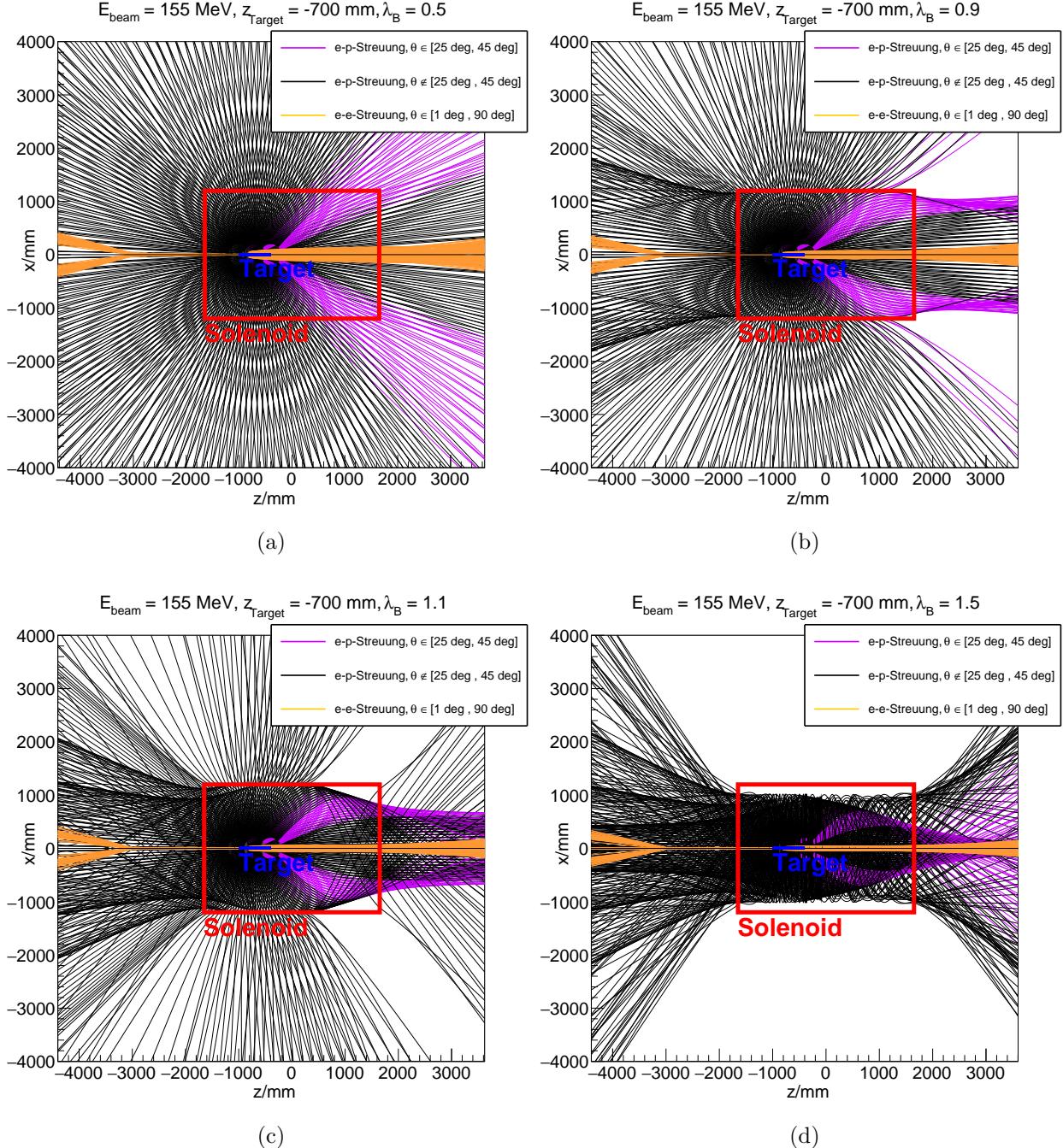


Abbildung 78: Resultate der Raytracing-Simulation für $z_{\text{Target}} = -700 \text{ mm}$ und verschiedene Werte von λ_B . Gezeigt sind die Projektionen der simulierten Trajektorien auf die x - z -Ebene. Die Skalen der x - und z -Achse wurden isometrisch gewählt. Das ℓH_2 -Target ist blau dargestellt, der zur Teilchenpropagation verfügbare Innenraum des FOPI-Solenoiden ist durch das rote Rechteck angedeutet. Die im Experiment nachzuweisenden Elektronen im Endzustand der elastischen Elektron-Proton-Streuung sind magentafarben dargestellt, die Bahnkurven von Elektronen, welche unter Streuwinkeln $\theta_f \notin [25^\circ, 45^\circ]$ an Protonen gestreut wurden, sind schwarz gezeichnet. Die orangefarbenen Trajektorien ergeben sich für Elektronen im Endzustand des Møller-Streuprozesses. Die Diskussion der Resultate findet sich im Text.

Teil (d) der Abbildung zeigt Resultate der Simulation für $\lambda_B = 1,5$, was $B_z^{\max} \approx 0,9 \text{ T}$ entspricht. In diesem Fall werden die Bahnkurven im Magnetfeld so stark abgelenkt, dass keine

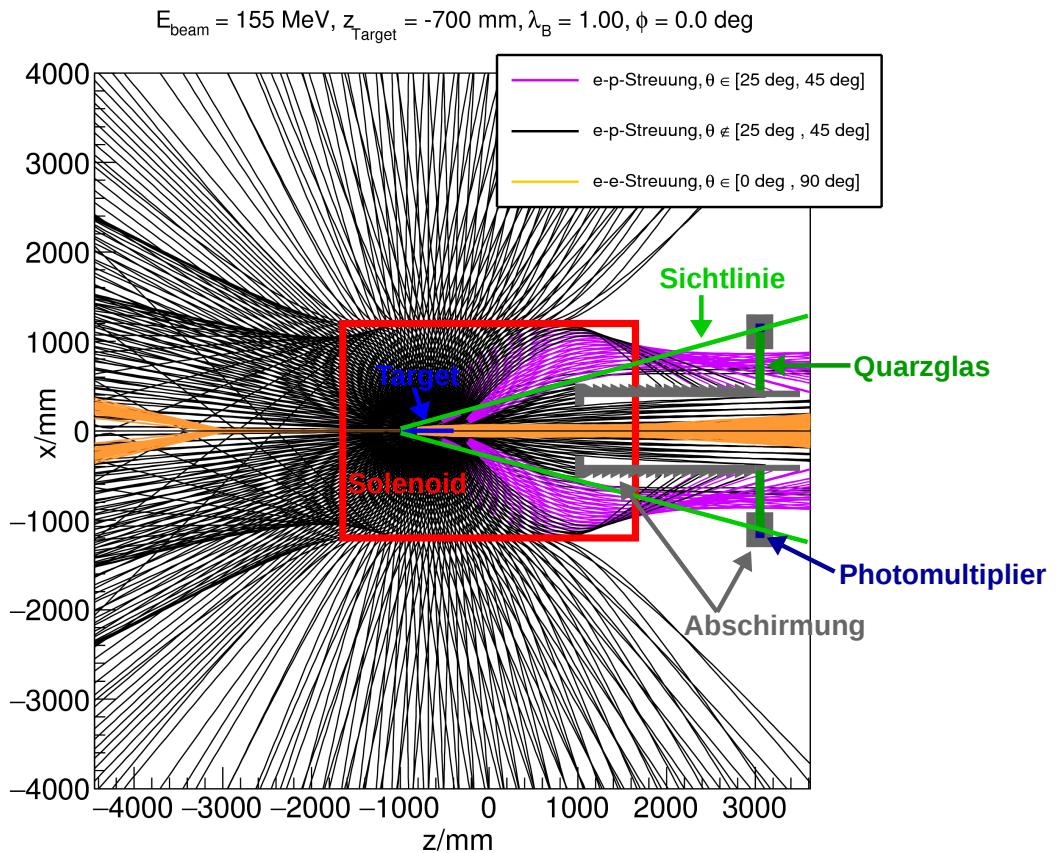


Abbildung 79: Konzept für den Messaufbau unter Verwendung eines FOPI-ähnlichen Solenoid-Spektrometers. Dargestellt sind die Projektionen der Bahnkurven auf die x - z -Ebene. Die Skalen der Achsen sind isometrisch. Das ℓH_2 -Target ist in Blau dargestellt, der zur Teilchenpropagation verfügbare Innenraum des Solenoiden wird durch das rote Rechteck angezeigt. Die Bahnkurven der im Experiment nachzuweisenden Elektronen mit Streuwinkeln $\theta_f \in [25^\circ, 45^\circ]$ sind in Magenta gezeichnet, die Trajektorien von Elektronen aus elastischer Elektron-Proton-Streuung mit anderen Streuwinkeln sind schwarz dargestellt. Die Bahnkurven von Elektronen aus dem Møller-Streuprozess sind in Orange gehalten. Die nachzuweisenden Elektronen werden in einem Cherenkov-Ringdetektor aus hochreinem Quarzglas nachgewiesen, dessen aktive Volumina in Grün dargestellt sind. Zur Konvertierung des Cherenkov-Lichts kommen Photomultiplier zum Einsatz, die in Blau gezeichnet sind. Die Photomultiplier werden von einem Bleischild gegen Strahlung geschützt. Ein weiterer, massiver Bleischild schirmt den Detektor gegen Bremsstrahlung aus dem Target ab, indem er die Sichtlinien zwischen Target und Detektor unterbricht. Die Bleiabschirmungen sind in Grau gezeichnet.

von ihnen den Bereich der Feldspulen kreuzt. Die nachzuweisenden Elektronen entfernen sich innerhalb des Solenoiden nur ca. 600 mm weit von der Strahlachse und führen einen vollständigen Umlauf im Azimutwinkel ϕ aus, bevor sie sich im Randfeld des Solenoiden von der Strahlachse entfernen. Eine derartige Konfiguration bietet aufgrund des geringen maximalen Abstands, den die nachzuweisenden Elektronen von der Strahlachse erreichen, nur wenig Platz, um einen Detektor sowie eine geeignete Abschirmung zu platzieren. Ferner ist es für die Asymmetriemessung von Nachteil, wenn man einen Detektor unter kleinen Winkeln relativ zum Target platziert, da man in diesem Fall mit mehr Bremsstrahlungs-Photonen

aus dem Target rechnen muss, die sich in Richtung Detektor bewegen.

Zur Konzipierung eines Messaufbaus erscheint die Konfiguration ($z_{\text{Target}} = -700 \text{ mm}$, $\lambda_B = 1,0$) geeignet, was der in Abbildung 77 (c) dargestellten Situation entspricht. Auf dieser Konfiguration basierend wurde das Konzept des Messaufbaus des P2-Experiments erstellt, das in Abschnitt 4.7 beschrieben wurde. Abbildung 79 zeigt den Verlauf der Trajektorien zusammen mit der vorgesehenen Detektorposition sowie der Abschirmung. Die nachzuweisenden Elektronen werden in dieser Konfiguration durch das Magnetfeld größtenteils so fokussiert, dass ein vergleichsweise kompakter Detektor zu deren Nachweis eingesetzt werden kann. Lediglich unter Streuwinkeln $\theta_f \sim 45^\circ$ am Anfang des Targets gestreute Elektron-Bahnkurven enden in der Abschirmung. Es besteht eine weitgehende Separation der nachzuweisenden Elektronen von Elektronen aus elastischer Elektron-Proton-Streuung mit anderen Streuwinkeln. Eine vollständige Separation in Q^2 ist aufgrund der großen Akzeptanz in θ_f von 20° und der großen Targetlänge von $L = 600 \text{ mm}$ nicht realisierbar. Es besteht eine sehr gute räumliche Separation zwischen den im Target elastisch an Protonen gestreuten Elektronen und den Møller-Elektronen. Ferner werden die nachzuweisenden Elektronen im Magnetfeld so abgelenkt, dass die in Abschnitt 4.7.5 beschriebenen Schilde zum Abschirmen des Cherenkov-Detektors gegen Bremsstrahlung aus dem Target eingesetzt werden können. Durch die Wahl $\lambda_B = 1,0$ wird dabei der volle Abstand zwischen Strahlachse und Solenoid zur Propagation der nachzuweisenden Elektronen und Unterbringung des Photonen-Schildes ausgenutzt.

6.2.2 Konzept für einen Messaufbau mit toroidalem Magnetfeld

Neben der Konfiguration eines Messaufbaus mit Solenoid-Spektrometer wurde im Zuge dieser Arbeit die Tauglichkeit eines QTOR-ähnlichen Toroid-Spektrometers zur Durchführung des P2-Experiments untersucht. Hierzu wurde nach einer geeigneten Konfiguration aus Targetposition z_{Target} und Skalierungsfaktor der Magnetfeldkarte λ_B unter Verwendung der in Abschnitt 6.1.3.2 vorgestellte Feldkarte gesucht. In Tabelle 13 sind die Parameter zusammengefasst, welche für diese Studie gewählt wurden. Da die Magnetfeldkarte eines Toroiden nicht azimuthalsymmetrisch ist, genügt es nicht, nur einen konstanten Wert von ϕ_f zu betrachten. Daher wurden die Parameter z_{Target} und λ_B für jeden der drei in Tabelle 13 angegebenen Azimutwinkel systematisch variiert, was zu insgesamt 3255 Simulationsläufen führte. Die Wahl des Azimutwinkels $\phi_f = 0^\circ$ entspricht der x - z -Ebene, welche die Symmetrieebene zwischen den Spulen bei $\pm 22,5^\circ$ ist, vgl. Abbildung 73. Da geringe Änderungen der Konfiguration nur zu geringen Änderungen der Verläufe der Bahnkurven führen, kann die Diskussion der Resultate auf repräsentative Konfiguration von z_{Target} und λ_B reduziert werden.

Zunächst werden die Resultate von Bahnkurven-Berechnungen mit gleichem Feldkarten-Skalierungsfaktor für verschiedene Targetpositionen betrachtet. In Abbildung 80 sind Bahnkurven der im Experiment nachzuweisenden Elektronen aus elastischer Elektron-Proton-Streuung mit Streuwinkeln $\theta_f \in [25^\circ, 45^\circ]$ für $\lambda_B = 1,0$ und $\phi_f = 0^\circ$ sowie verschiedene Werte der Targetposition z_{Target} dargestellt. Abbildung 80 veranschaulicht, dass es für $\lambda_B = 1,0$ aufgrund der großen geforderten Akzeptanz im Polarwinkel von $\delta\theta_f = 20^\circ$ unabhängig von der Targetposition nicht möglich ist, einen Detektor so zu platzieren, dass die Sichtlinien zwischen Target und Detektor abgeschirmt werden können, ohne zumindest einen Teil der Akzeptanz in θ_f zu opfern. Die Krümmung der Bahnkurven der nachzuweisenden Elektronen im Magnetfeld reicht bei $\lambda_B = 1,0$ nicht aus. Die günstigste der in Abbildung 80 dargestellten Konfigurationen ist in Teil (b) gezeigt; hier werden die Bahnkurven nahezu hinreichend im Magnetfeld gekrümmmt. Daher werden im Folgenden Konfigurationen mit $z_{\text{Target}} = -2000 \text{ mm}$

Strahlenenergie: E_{beam} 155 MeV		
Targetposition:		
z_{Target}^{\min} -3000 mm	z_{Target}^{\max} 0 mm	Δz_{Target} 100 mm
Magnetfeldstärke:		
λ_B^{\min} 0,1	λ_B^{\max} 1,5	$\Delta \lambda_B$ 0,1
Streuwinkel, e-p-Streuung:		
θ_f^{\min} 1°	θ_f^{\max} 179°	$\Delta \theta_f$ 2°
ϕ_f^{\min} -22,5°	ϕ_f^{\max} 22,5°	$\Delta \phi_f$ 7,5°
Streuwinkel, Møller-Streuung:		
θ_f^{\min} 0°	θ_f^{\max} 90°	$\Delta \theta_f$ 2°
ϕ_f^{\min} -22,5°	ϕ_f^{\max} 22,5°	$\Delta \phi_f$ 7,5°

Tabelle 13: Parameter-Werte, die für die systematische Studie unterschiedlicher Targetpositionen und Magnetfeldstärken mit einem QTOR-ähnlichen Toroid-Spektrometer verwendet wurden.

und $\lambda_B > 1$ betrachtet.

Abbildung 81 zeigt Resultate der Raytracing-Simulation für $E_{\text{beam}} = 155 \text{ MeV}$, $z_{\text{Target}} = -2000 \text{ mm}$, $\phi_f = 0^\circ$ und verschiedene Werte von $\lambda_B > 1,00$. Man kann der Abbildung entnehmen, dass die Elektron-Bahnkurven für Werte $\lambda_B \geq 1,50$ hinreichend stark gekrümmmt werden, so dass eine Platzierung des Cherenkov-Detektors ohne Sichtverbindung zum Target bei geeigneter Modellierung der Abschirmung möglich ist. Die Konfiguration mit $\lambda_B = 1,50$ entspricht einer maximalen azimutalen Feldkomponente von $B_\phi^{\max} \approx 0,6 \text{ T}$ und wird im weiteren Verlauf der Diskussion näher betrachtet.

Abbildung 82 zeigt die Konfiguration ($z_{\text{Target}} = -2000 \text{ mm}$, $\lambda_B = 1,5$) (s. auch Teil (b) in Abbildung 81) für verschiedene Werte von ϕ_f . In Teil (a) der Abbildung ist die Situation für $\phi_f = 0^\circ$ dargestellt. Die Elektronen werden dabei genau zwischen zwei benachbarte Spulen des Toroiden gestreut, vgl. Abbildung 73. Die Verläufe der in Magenta gezeichneten Bahnkurven der nachzuweisenden Elektronen sind mit den in Abbildung 81 (b) dargestellten Verläufen identisch. Man erkennt, dass einige der schwarz dargestellten Bahnkurven von elastisch an Protonen gestreuten Elektronen mit $\theta_f \notin [25^\circ, 45^\circ]$ die magentafarbenen Bahnkurven der nachzuweisenden Elektronen kreuzen, da sie im Magnetfeld eine andere Krümmung erfahren. Die Verläufe der Bahnkurven der Møller-Elektronen in Teil (a) der Abbildung (und in den übrigen Teilen) sind stark vom Streuwinkel θ_f abhängig: Elektronen mit kleinen Streuwinkeln θ_f passieren den Raumbereich zwischen den dargestellten Spulen und werden im Feld nur leicht abgelenkt. Die Projektionen der Bahnkurven von Møller-Elektronen mit größeren Streuwinkeln bewegen sich teils entlang bzw. im Bereich des rot dargestellten Spulenpro-

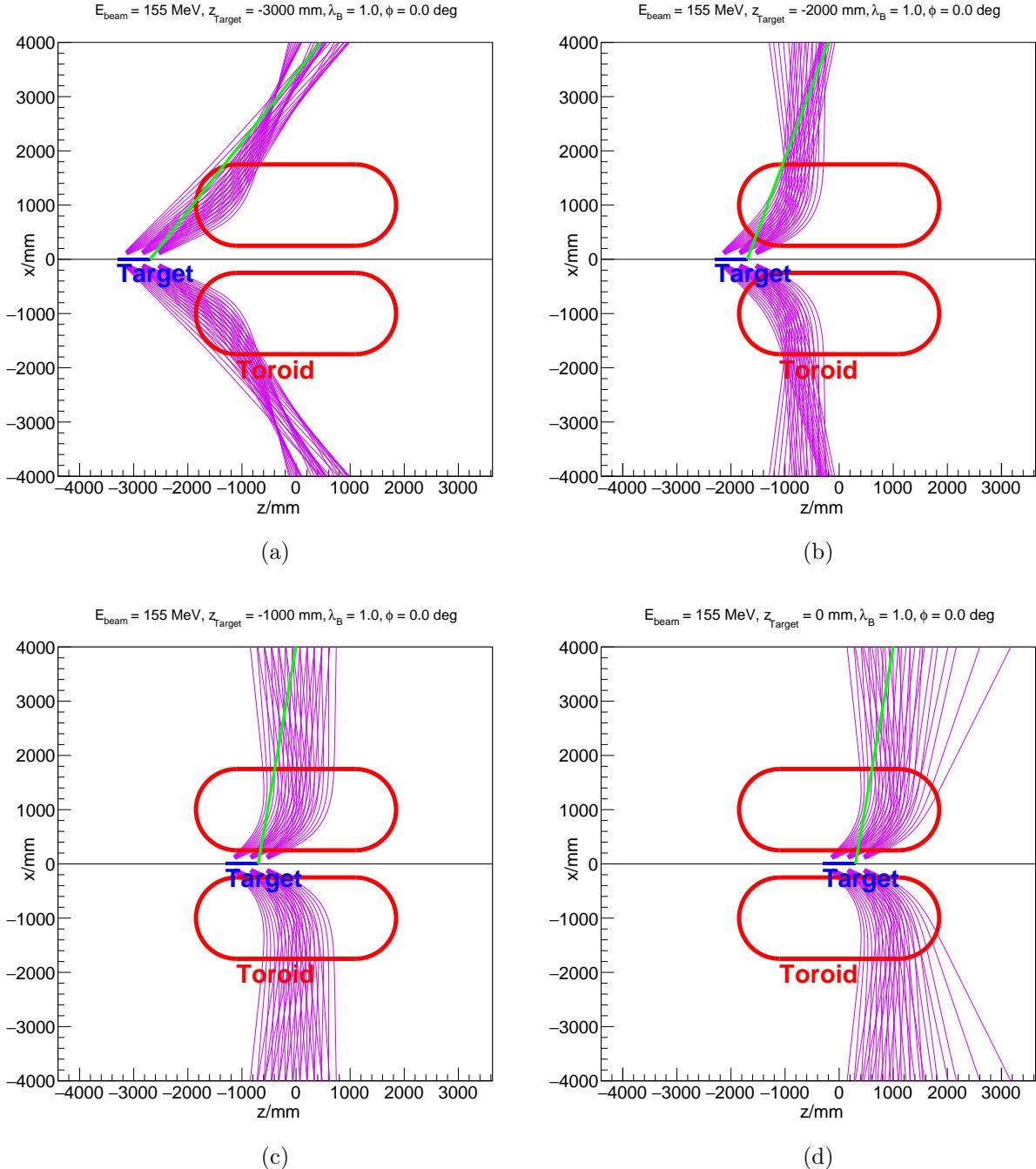


Abbildung 80: Bahnkurven der im Experiment nachzuweisenden Elektronen mit Streuwinkeln $\theta_f \in [25^\circ, 45^\circ]$ für $\lambda_B = 1,0$, was einem maximalen Feld in azimuthaler Richtung von $B_\phi \approx 0,4 \text{ T}$ entspricht, sowie $\phi_f = 0^\circ$. In Teil (a) ist $z_{\text{Target}} = -3000 \text{ mm}$, in (b) ist $z_{\text{Target}} = -2000 \text{ mm}$, in (c) gilt $z_{\text{Target}} = -1000 \text{ mm}$, und für die in Teil (d) dargestellten Resultate der Simulation wurde $z_{\text{Target}} = 0 \text{ mm}$ gewählt. Die Achsen des Koordinatensystems sind isometrisch dargestellt, was das Messen von Winkeln im Bild erlaubt. In den Bildern sind Sichtlinien in Grün eingezeichnet, um die Diskussion der Resultate zu unterstützen. Alle Sichtlinien beginnen auf der strahlabwärts gelegenen Seite des Target-Volumens auf der Strahlachse.

fils, wobei der Bewegung entlang des Spulenprofils eine zusätzliche Rotationsbewegung im Magnetfeld überlagert ist, so dass die projizierten Bahnkurven an Nutationsbewegungen

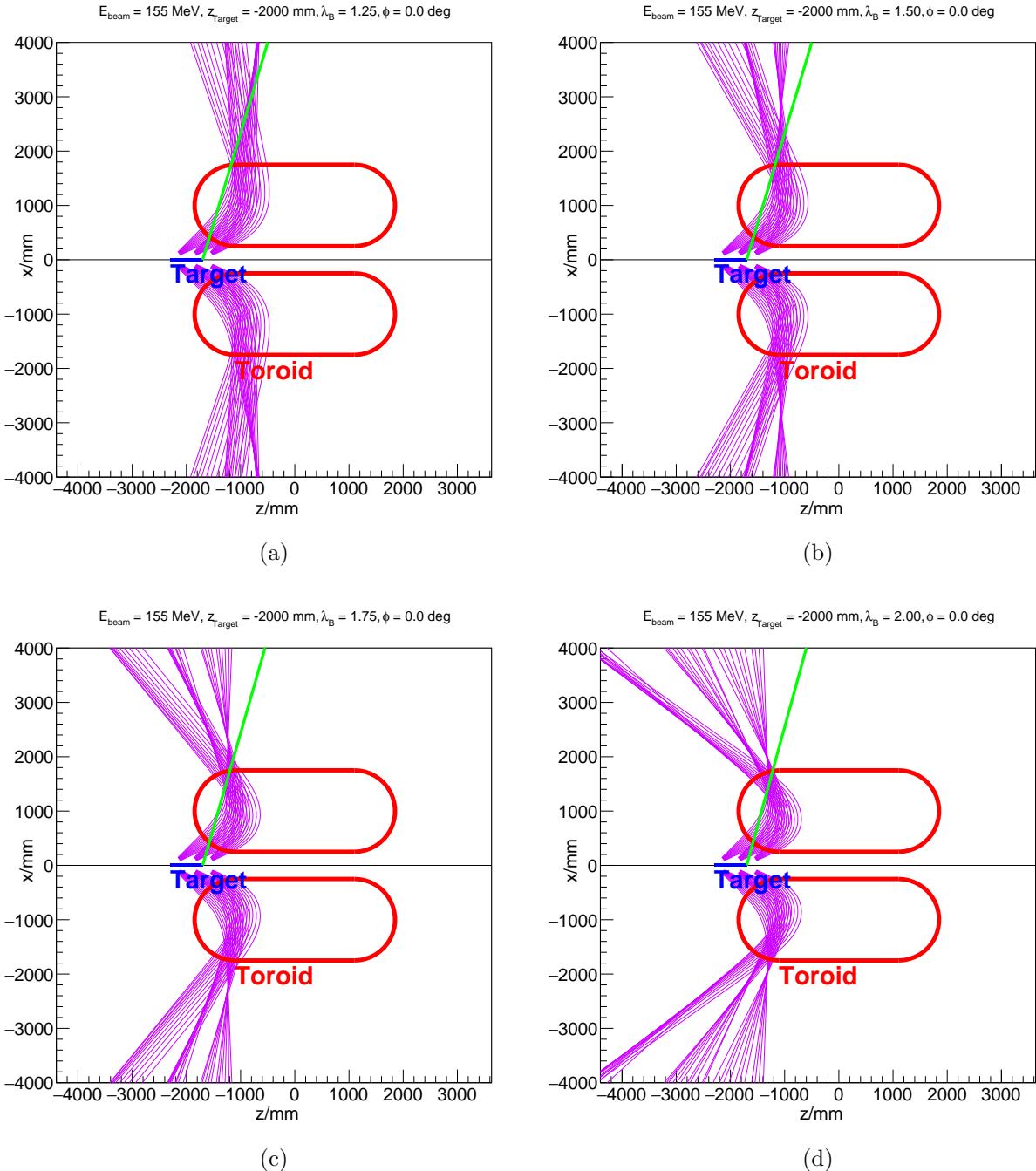


Abbildung 81: Bahnkurven der im Experiment nachzuweisenden Elektronen (magentafarben) für $E_{beam} = 155$ MeV, $z_{Target} = -2000$ mm und $\phi_f = 0^\circ$ für unterschiedliche Skalierungsfaktoren $\lambda_B > 1$ der in Abbildung 74 dargestellten Magnetfeldkarte. In (a) ist $\lambda_B = 1,25$, in (b) wurde $\lambda_B = 1,50$ gewählt, in (c) gilt $\lambda_B = 1,75$, und in Teil (d) ist $\lambda_B = 2,00$. In jeder der vier Abbildungen sind Sichtlinien in Grün zur Unterstützung der Diskussion eingezeichnet, die sich im Text befindet.

von Kreiseln erinnern. Møller-Elektronen mit Streuwinkeln $\theta_f \sim 90^\circ$ werden im Magnetfeld so stark abgelenkt, dass sie das Weltvolumen entgegen der Strahlrichtung verlassen. Den Abbildungen 82 (a), (b), (c) und (d) entnimmt man, dass die Verläufe der Bahnkurven erwartungsgemäß mit ϕ_f variieren, da das toroidale Magnetfeld keine kontinuierliche azimutale Symmetrie aufweist. Das Magnetfeld sorgt insbesondere nicht für eine gute räumliche Se-

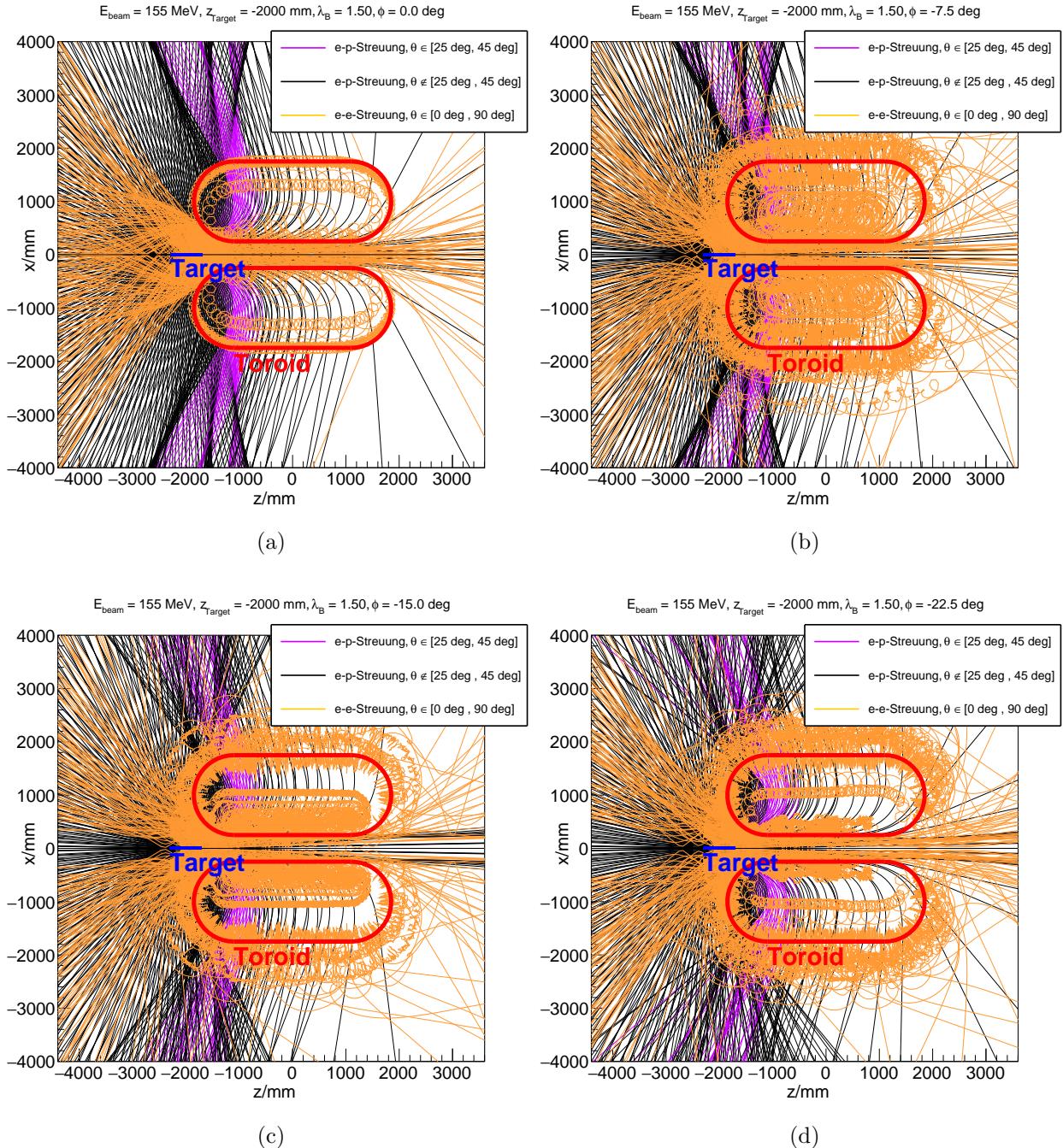


Abbildung 82: Resultate der Raytracing-Simulation mit toroidalem Magnetfeld für $E_{\text{beam}} = 155 \text{ MeV}$, $z_{\text{Target}} = -2000 \text{ mm}$ und $\lambda_B = 1,50$ für verschiedene Werte von ϕ_f . In allen vier Abbildungen sind die Bahnkurven der nachzuweisenden Elektronen magentafarben dargestellt. Die Trajektorien von Elektronen aus elastischer Elektron-Proton-Streuung mit anderen Streuwinkeln sind schwarz gezeichnet. Orangefarbene Bahnkurven gehören zu Elektronen im Endzustand des Møller-Streuprozesses. In (a) ist $\phi_f = 0^\circ$, in (b) gilt $\phi_f = -7,5^\circ$, in Teil (c) ist $\phi_f = -15^\circ$, und in (d) ist $\phi_f = -22,5^\circ$.

paration der nachzuweisenden Elektronen und der Elektronen aus dem Møller-Streuprozess, wie man an Teil (b), (c) und (d) der Abbildung ersieht.

Es bedarf Schilden, um den Raumbereich, in den die magentafarbenen Trajektorien der

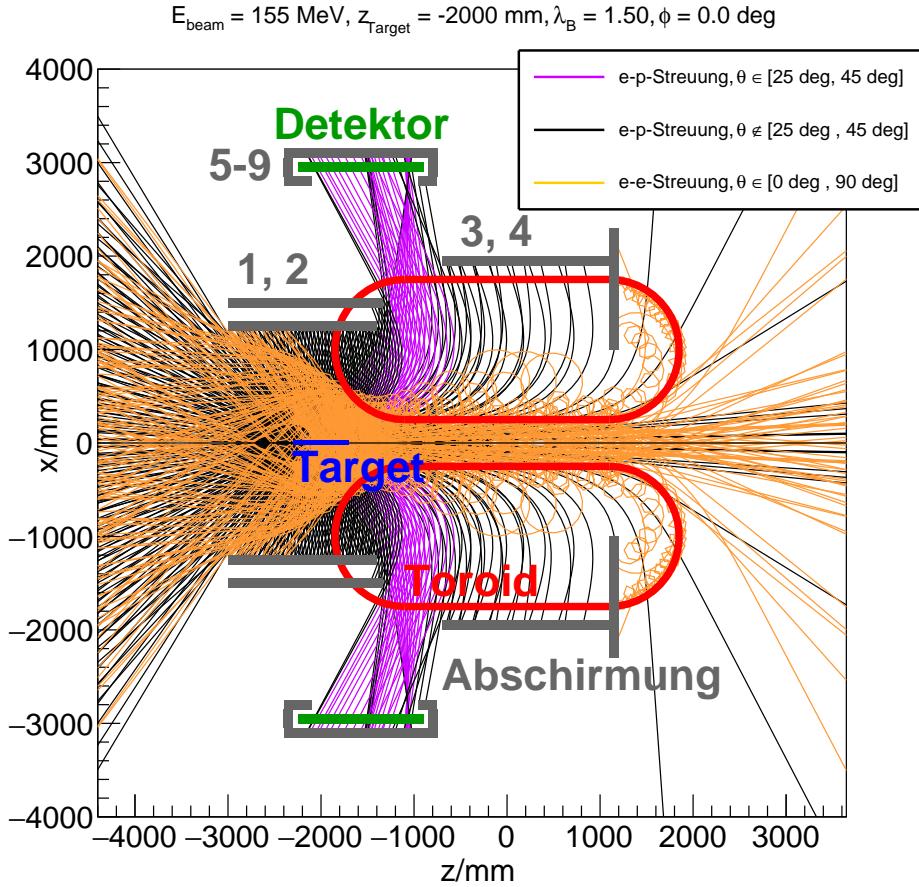


Abbildung 83: Mit der Raytracing-Simulation erstelltes Konzept für einen Messaufbau mit einem QTOR-ähnlichen Toroid-Spektrometer. Es gilt $E_{\text{beam}} = 155 \text{ MeV}$, $z_{\text{Target}} = -2000 \text{ mm}$ und $\lambda_B = 1,50$. Dargestellt sind die Projektionen der Bahnkurven auf die x - z -Achse. Die Achsenkalen sind isometrisch. Die simulierten Bahnkurven der im Experiment nachzuweisenden Elektronen sind magentafarben gezeichnet. Es handelt sich um Elektronen, die im Target elastisch unter Laborstreuwinkeln $\theta_f \in [25^\circ, 45^\circ]$ an Protonen gestreut wurden. Schwarz dargestellt sind Bahnkurven von Elektronen aus elastischer Elektron-Proton-Streuung mit anderen Streuwinkeln. Orange gezeichnet sind Elektronen aus elastischer Elektron-Elektron-Streuung. Eine mögliche Position des Cherenkov-Ringdetektors ist durch die grünen Rechtecke angedeutet. Zylinderförmige Bleischilde zur Abschirmung des Detektors sind in Grau eingezeichnet. Die Schilder sind mit Nummern versehen, welche denen in Tabelle 14 entsprechen. Dort sind die Positionen der dargestellten Komponenten dokumentiert.

nachzuweisenden Elektronen gekrümmt werden, sowohl gegen Bremsstrahlung aus dem Target und Møller-Elektronen abzuschirmen. Abbildung 83 zeigt ein entsprechendes Konzept für einen Messaufbau mit Bleischilden und eingezeichneter Detektorposition für ($z_{\text{Target}} = -2000 \text{ mm}$, $\lambda_B = 1,5$). Das Konzept sieht vor, den Cherenkov-Ringdetektor im Abstand von 3000 mm von der Strahlachse im Intervall $z \in [-2250 \text{ mm}, -900 \text{ mm}]$ zu platzieren. Der Detektor wird von einer in alle Richtungen 100 mm dicken Bleiabschirmung ummantelt, um ihn gegen Untergrund abzuschirmen. Zu nennen sind hierbei Møller-Elektronen, die unter kleinen Winkeln im Target gestreut werden und vom Magnetfeld in Richtung Detektor gelenkt werden, sowie Untergrundteilchen aus nachgeordneten Prozessen, wie etwa der Bildung elektromagnetischer Schauer in den anderen Bleischilden. Um den Detektor gegen Elektronen aus elastischer Elektron-Proton-Streuung mit Streuwinkeln $\theta_f \notin [25^\circ, 45^\circ]$ abzuschirmen,

Targetposition: $z_{\text{Target}} = -2000 \text{ mm}$				
Skalierungsfaktor Magnetfeld: $\lambda_B = 1,5$				
Position des Cherenkov-Ringdetektors:				
	r_{\min}/mm	r_{\max}/mm	z_{\min}/mm	z_{\max}/mm
	2900	3000	-2250	-900
Konfiguration der Bleischilde:				
Nr.	r_{\min}/mm	r_{\max}/mm	z_{\min}/mm	z_{\max}/mm
1	1450	1550	-3000	-1340
2	1200	1300	-3000	-1400
3	1900	2000	-700	1100
4	1000	2300	1100	1200
5	2850	3050	-850	-750
6	3050	3150	-2400	-750
7	2750	2850	-950	-750
8	2850	3050	-2400	-2300
9	2750	2850	-2400	-2100

Tabelle 14: Zusammenstellung von Detektorposition und den Positionen der Bleischilde, die in Abbildung 83 dargestellt sind.

wird das Target mit zwei Bleizylindern umgeben. Die Schilde sind in radialer Richtung je 100 mm dick, was 17,8 Stahlungslängen in $^{208}_{82}\text{Pb}$ entspricht. In beiden Zylindern müssen Aussparungen für die Feldspulen des Toroiden vorgesehen werden - die Positionen überlappen in Abbildung 83. Strahlabwärts sind zwei weitere Schilde vorgesehen, deren Stärke je 100 mm beträgt. Die Schilde ummanteln die Feldspulen des Toroiden. Ihr Zweck ist es, den Detektor gegen Møller-Elektronen abzuschirmen, die im Target unter kleinen Winkeln gestreut wurden und im Magnetfeld in Richtung des Detektors abgelenkt werden. Tabelle 14 fasst die Positionen der in Abbildung 83 dargestellten Komponenten zusammen.

6.2.3 Vergleich der Messaufbau-Konzepte

Mithilfe der Raytracing-Simulation wurden zwei grundlegende Konzepte für den Messaufbau des P2-Experiments erstellt, deren wesentliches Unterscheidungsmerkmal der verwendete Magnetspektrometer-Typ ist. Das Konzept mit einem FOPI-ähnlichen Solenoiden ist in Abbildung 79 dargestellt. Ihm gegenüber steht ein Konzept mit einem QTOR-ähnlichen Toroiden als Magnetspektrometer, welches in Abbildung 83 gezeigt ist. Zum Abschluß dieses Kapitels wird ein Vergleich zwischen den beiden Konzepten angestellt.

Zunächst sei festgestellt, dass es mit beiden Spektrometer-Typen möglich ist, die im Experiment nachzuweisenden, im Target elastisch unter Winkeln $\theta_f \in [25^\circ, 45^\circ]$ an Protonen gestreuten Elektronen auf einen relativ kleinen Raumbereich zu fokussieren, so dass die Sichtlinie zwischen Target und möglicher Detektorposition durch eine Abschirmung unterbrochen werden kann. Dieser Punkt ist wichtig, um den Untergrundbeitrag von aus dem Target stammender Bremsstrahlung bei der Asymmetriemessung zu minimieren. Zu beachten ist, dass dies mit einem FOPI-ähnlichen Solenoiden bei nomineller Feldstärke ($\lambda_B = 1,0$, $B_z^{\max} = 0,6 \text{ T}$) erreicht werden kann, wogegen bei einem QTOR-ähnlichen Toroiden die 1,5-fache nominelle Feldstärke ($\lambda_B = 1,5$, $B_\phi^{\max} = 0,6 \text{ T}$) des QTOR zum Erreichen dieses Ziels notwendig ist, was erhöhten Stromverbrauch des Magneten bedingt und nach erhöhter

Kühlleistung für die Spulen verlangt.

Ein weiterer wesentlicher Grund für den Einsatz eines Magnetspektrometers liegt in der Notwendigkeit begründet, dass Elektronen im Endzustand des Møller-Streuprozesses von den im Experiment nachzuweisenden Elektronen räumlich separiert werden müssen, um eine integrierende Messung der paritätsverletzenden Asymmetrie zu ermöglichen. Die Resultate der Raytracing-Simulation lassen darauf schließen, dass mit einem Solenoiden eine sehr gute räumliche Separation zwischen diesen Elektronen erreicht werden kann. Beim Toroiden kann hiervon nicht ohne Weiteres ausgegangen werden, da Møller-Elektronen mit kleinen Streuwinkeln im Magnetfeld in Richtung des Detektors abgelenkt werden (s. z.B. Abbildung 82 (b) und (c)), was den Einsatz zusätzlicher Schilde notwendig macht.

Ein toroidales Magnetfeld besitzt entlang der Strahlachse nur eine verschwindend kleine z -Komponente. Daher ist bei Verwendung eines Toroiden nicht mit einer signifikanten Polarisierung des ℓH_2 -Targets im Magnetfeld zu rechnen. Bei Verwendung eines FOPI-ähnlichen Solenoiden muss das Target jedoch in das ca. 0,6 T starke, parallel zur Strahlachse ausgerichtete Feld eingebracht werden. Die hieraus resultierende Polarisierung des Targets führt zu einem zusätzlichen, jedoch kleinen Asymmetriebeitrag, der in Abschnitt 4.3.2 diskutiert wurde.

Das Messaufbau-Konzept mit Solenoid ist vergleichsweise kompakt und kann in MESA-Halle 2 untergebracht werden. Insbesondere gestattet sie die Wiederverwendung des A4-Strahlfängers, da der Durchmesser des FOPI-Solenoiden 3350 mm beträgt, und die Höhe der Strahlführung im A4-Experiment bei 1950 mm lag. Auch der Messaufbau mit QTOR-ähnlichem Toroiden könnte in Halle 2 untergebracht werden. Senkrecht zur Strahlachse besitzt die Konfiguration jedoch eine Ausdehnung von ca. 6 m. Eine Wiederverwendung des A4-Strahlfängers ist somit bei dieser Konfiguration nicht möglich, und die Höhe der MESA-Strahlführung müsste angepasst werden.

Der größte Vorteil bei der Verwendung eines Solenoiden gegenüber einem Toroiden liegt darin, dass ein Solenoid die Verwendung des vollen Azimutwinkels zum Nachweis der elastisch gestreuten Elektronen erlaubt. Die P2-Kollaboration geht davon aus, dass man bei Verwendung eines Toroiden ca. 50 % des Azimutwinkels zur Datennahme einbüßt, da die Feldspulen einem Teil der gestreuten Elektronen den Weg zum Detektor versperren. Dies bedeutet, dass man mit einem Solenoid die zum Erreichen der statistischen Genauigkeit notwendigen Streuereignisse etwa in der Hälfte der Zeitdauer nachweisen kann, die man mit einem Toroiden benötigen würde.

Die P2-Kollaboration hat sich für das in Abbildung 79 dargestellte Messaufbau-Konzept mit einem FOPI-ähnlichen Solenoiden zur Durchführung des Experiments entschieden. Die Limitierungen der Raytracing-Simulation bei der Simulation physikalischer Prozesse ermöglichen keine Verifizierung der Eignung dieser Konfiguration zur Durchführung des P2-Experiments. Um die Durchführbarkeit des P2-Experiments unter Beweis zu stellen, wurde im Zuge dieser Arbeit eine umfassende und realistische Simulation des Experiments erstellt. Das nachfolgende Kapitel widmet sich einer Beschreibung dieser Simulation und der Diskussion ihrer Resultate.

7 Monte Carlo-Simulation der physikalischen Prozesse im P2-Experiment

In Kapitel 6 wurde ein grundlegendes Konzept für einen Messaufbau zur Durchführung des P2-Experiments mit einem Solenoid-Spektrometer entworfen. Das Konzept ist in Abbildung 79 veranschaulicht. Die in der Abbildung dargestellten Bahnkurven von im ℓH_2 -Target elastisch gestreuten Elektronen wurden mithilfe der Raytracing-Simulation unter idealisierten Bedingungen berechnet. Das Messaufbau-Konzept ist hinsichtlich seiner Tauglichkeit zur Durchführung des P2-Experiments zu studieren. Zu diesem Zweck wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit eine Computeranwendung entwickelt, welche eine Simulation der physikalischen Prozesse im Experiment ermöglicht. Dieses Kapitel ist der Beschreibung der Simulation sowie der Diskussion der mit ihr gewonnenen Resultate gewidmet.

Die Simulation wurde als Geant4-Anwendung [143, 144] unter Linux in der Programmiersprache C++ implementiert, CADMesh [148] wird als CAD-Schnittstelle zur geometrischen Beschreibung des Messaufbaus verwendet, und ROOT [122] wird unterstützend zur Auswertung und Visualisierung der Simulationsergebnisse eingesetzt. Der Zweck der Simulation ist es, den geplanten Messaufbau realitätsnah abzubilden und die physikalischen Prozesse auf realistische und effiziente Weise zu simulieren. Geant4 stellt ein geeignetes und etabliertes Werkzeug zum Erreichen dieser Ziele dar. Die Simulation des P2-Experiments erfordert den Einsatz hoher Rechenleistung, weshalb die Computeranwendung darauf ausgelegt ist, eine hohe Anzahl an Prozessorkernen zur parallelen Simulation physikalischer Prozesse sowie der Auswertung der Simulationsergebnisse einzusetzen.

Im Folgenden wird zunächst erklärt, auf welche Weise die Geometrie des Messaufbaus in der Simulation definiert wird. Anschließend wird der eigens für diese Simulationsanwendung entwickelte Ereignisgenerator zur Simulation der elastischen Elektron-Proton-Streuung in einem langen ℓH_2 -Target vorgestellt. Es werden Vorhersagen für die Leistung getroffen, die der Elektronenstrahl im Target deponiert, und es werden geeignete Positionen für den Cherenkov-Ringdetektor und die Bleischilde bestimmt. Die Simulation des Cherenkov-Detektors unter Berücksichtigung des Antwortverhaltens stellt einen weiteren zentralen Aspekt dar; auf Grundlage der Resultate der Detektorsimulation wird eine Vorhersage der im Experiment erwarteten Asymmetrie getroffen. Hierauf aufbauend wird die erwartete Präzision bei der Bestimmung des elektroschwachen Mischungswinkels bestimmt.

7.1 Geometrische Beschreibung des Messaufbaus

Der Zweck der Simulation liegt darin, eine realistische Simulation der physikalischen Prozesse im P2-Experiment zu ermöglichen. Hierzu ist es notwendig, den geplanten Messaufbau möglichst realitätsnah in der Simulation abzubilden. Daher wurde in der Simulation des P2-Experiments eine Softwareschnittstelle implementiert, die es ermöglicht, mithilfe von CAD-Anwendungen definierte geometrische Objekte zu importieren. CAD steht für „Computer-Aided Design“, entsprechende Programme besitzen ein breites Anwendungsspektrum in den Ingenieurwissenschaften und ermöglichen die effiziente Modellierung komplexer geometrischer Körper. Im Folgenden wird zunächst erläutert, auf welche Weise mittels CAD definierte geometrische Objekte in der Simulation abgebildet werden. Im Anschluß wird das in der Simulation verwendete Modell des geplanten Messaufbaus vorgestellt.

In jeder Geant4-Simulation muss ein „Weltvolumen“ mit einem Koordinatensystem defi-

niert werden, in das sämtliche geometrischen Objekte eingebettet werden. Wie im Fall der Raytracing-Anwendung wird ein Kubus mit Kantenlänge 10 m als Weltvolumen verwendet. Als Füllmaterial des Würfels wurde Luft mit der homogenen Dichte $1,205 \cdot 10^{-3} \text{ g/cm}^3$ gewählt, was der Standarddichte auf Meereshöhe entspricht. Das Weltvolumen repräsentiert die in Abbildung 34 dargestellte Experimentierhalle „MESA-Halle 2“, in der das P2-Experiment durchgeführt werden wird.

Es wird ein rechtshändiges, kartesisches Koordinatensystem verwendet, dessen z -Achse mit der Strahlachse von MESA zusammenfällt. Die Strahlrichtung entspricht der positiven z -Richtung. Die Koordinatenachsen stehen senkrecht auf den Randflächen des Weltvolumens, und der geometrische Schwerpunkt des Weltvolumens liegt im Ursprung des Koordinatensystems. Das Koordinatensystem ist mit dem Koordinatensystem, das den Magnetfeldkarten zugrunde liegt, identisch. Der idealisierte Massenschwerpunkt des Magnetspektrometers liegt somit im Ursprung des Koordinatensystems der Geant4-Simulation.

Die Definition der Komponenten des Messaufbaus erfolgt unter Verwendung von CADMesh [148]. CADMesh ist eine Software-Schnittstelle, welche das Importieren von im Stereolithographie-Dateiformat vorliegenden Beschreibungen geometrischer Körper in Geant4-Anwendungen ermöglicht. Das Stereolithographie-Format (.stl) gestattet die Beschreibung der Oberflächen dreidimensionaler geometrischer Objekte. Die Oberflächen werden dabei durch ein aus Dreiecken bestehendes Netz definiert, wobei die Lage eines Dreiecks im Raum durch die Flächennormale sowie die Koordinaten der Eckpunkte festgelegt wird. Nahezu alle gebräuchlichen CAD-Anwendungen sind in der Lage, die Oberflächen geometrischer Objekte unter Anwendung eines Tessellierungsverfahrens in das STL-Dateiformat zu exportieren. Dabei kann die Güte der Approximation einer glatten, gekrümmten Oberfläche mithilfe einer einzelnen, positiven reellen Zahl d_{\max} festgelegt werden, wobei d_{\max} der maximale Abstand zwischen der zu approximierenden Fläche und dem Dreiecks-Netz ist. Man sollte d_{\max} nicht zu klein wählen, da der Rechenaufwand bei der Simulation von Bahnkurven linear mit der Anzahl ungekrümmter Oberflächen skaliert, welche das simulierte Teilchen umgeben. Zur Modellierung des Messaufbaus in der Simulation wurde $d_{\max} = 0,1 \text{ mm}$ gewählt. Dieser Wert gewährleistet eine hinreichende Präzision bei der Abbildung des Messaufbaus und ermöglicht eine zeitlich effiziente Simulation des Experiments.

Abbildung 84 zeigt Beispiele geometrischer Objekte, welche mittels CAD-Anwendungen erstellt worden sind und zu Demonstrationszwecken mittels CADMesh in die Simulation des P2-Experiments importiert wurden. Jedem mittels CADMesh importierten Objekt kann in der Simulation genau ein beliebiges Material mit homogener Massendichte zugewiesen werden. Objekte, die aus verschiedenen Materialien bestehen, müssen somit der Materialverteilung entsprechend segmentiert, konvertiert und importiert werden.

Die implementierte CAD-Schnittstelle vereinfacht den Designprozess des Messaufbaus in erheblichem Maße; Planung und Entwicklung der Komponenten des Messaufbaus können mit CAD-Anwendungen ausgeführt und die Resultate direkt in die Geant4-Simulation übertragen werden, um deren Eignung mit Blick auf die Messung der paritätsverletzenden Asymmetrie zu evaluieren. Der größte Vorteil liegt dabei darin, dass komplexe geometrische Körper mit vergleichsweise geringem Zeitaufwand realitätsgerecht modelliert und in der Simulation verwendet werden können. Ohne eine CAD-Schnittstelle muss eine Anordnung geometrischer Objekte in Geant4 aus einer Menge vordefinierter, einfacher Körper zusammengesetzt werden, was im Falle komplexer Geometrie zeitaufwändig und fehleranfällig ist, da diese Ob-

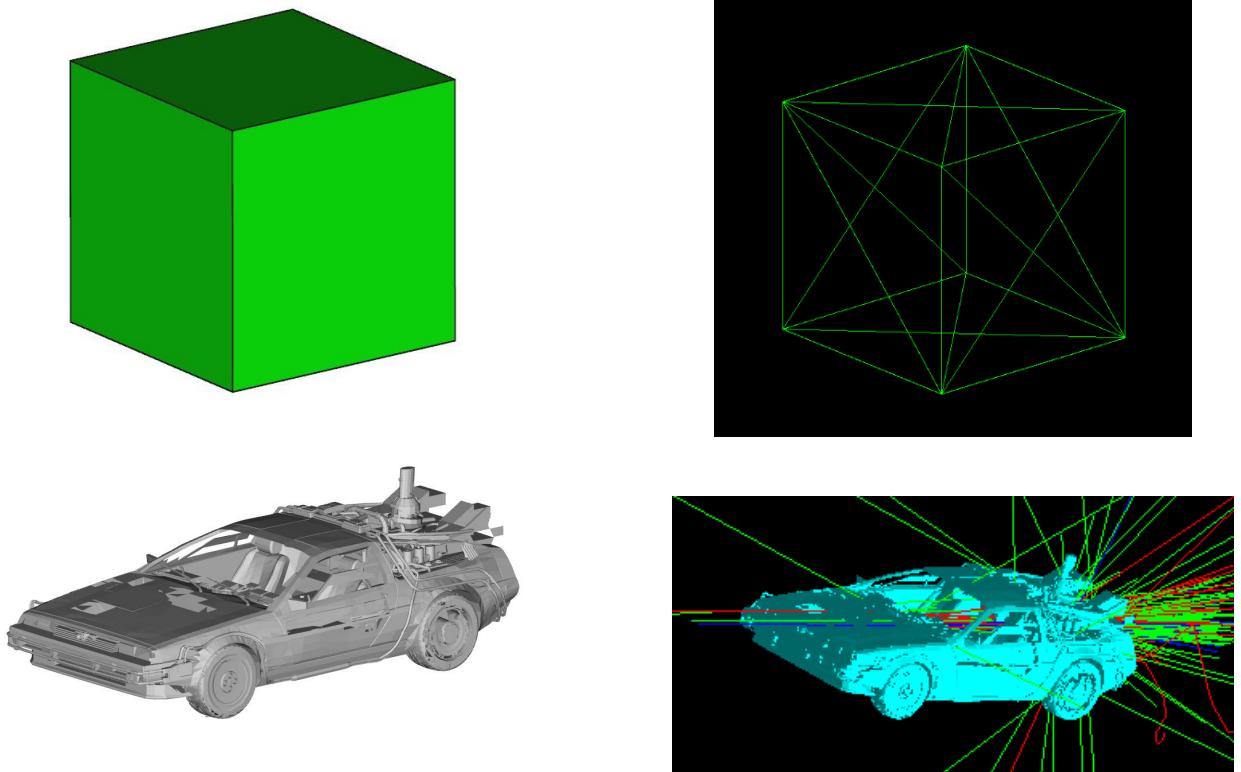


Abbildung 84: Geometrische Objekte, die zu Demonstrationszwecken mittels CADMesh in die Geant4-Simulation des P2-Experiments importiert wurden: Links sind jeweils die CAD-Modelle der Objekte dargestellt, rechts sind die mit CADMesh in die Simulation importierten Objekte unter Verwendung der visuellen Ausgabe der Simulationsanwendung dargestellt. Das erste Beispiel zeigt einen Würfel und dient der Veranschaulichung des Tessellierungsverfahrens: Man erkennt im Bild oben rechts die Dreiecksflächen, aus denen die Oberfläche des Würfels in der Geant4-Simulation zusammengesetzt ist. Im zweiten Beispiel wurde das im Internet frei erhältliche Modell [149] eines berühmten Fahrzeugs in die Geant4-Simulation importiert und frontal mit Photonen (grün), Elektronen (rot) sowie Positronen (blau) beschossen. Das zweite Beispiel demonstriert, dass auch komplexe Geometrien mithilfe von CADMesh auf einfache Weise in die Geant4-Simulation importiert werden können.

ekte auf abstrakte Weise im Quelltext der Computeranwendung definiert werden müssen. Ein weiterer Vorteil der CAD-Schnittstelle ist, dass Translationen und Rotationen geometrischer Körper direkt in einer CAD-Anwendung definiert werden können und beim Importieren in die Simulation mit CADMesh berücksichtigt werden. CAD-Anwendungen bieten die Möglichkeit, die korrekte Definition und Positionierung geometrischer Objekte zu verifizieren. Die Implementierung derartiger Kontrollmechanismen in Geant4-Anwendungen ist aufwändig.

Abbildung 85 zeigt das geometrische Modell des geplanten Messaufbaus, das zur Simulation des P2-Experiments verwendet wurde. Die Targetzelle wurde den in Abschnitt 4.7.1 angeführten Spezifikationen entsprechend modelliert. Sie besteht aus einer Aluminium-Hülle mit Strahleintritts- und Austrittsfenster. Im Inneren der Hülle befindet sich ein ℓH_2 -Volumen. Da sich das Target gegenwärtig in der Entwicklung befindet, wurde auf die Modellierung der übrigen Komponenten des Targets vorläufig verzichtet. Das Eisenjoch des FOPI-Solenoiden wurde mithilfe technischer Zeichnungen des FOPI-Solenoiden, welche der P2-Kollaboration

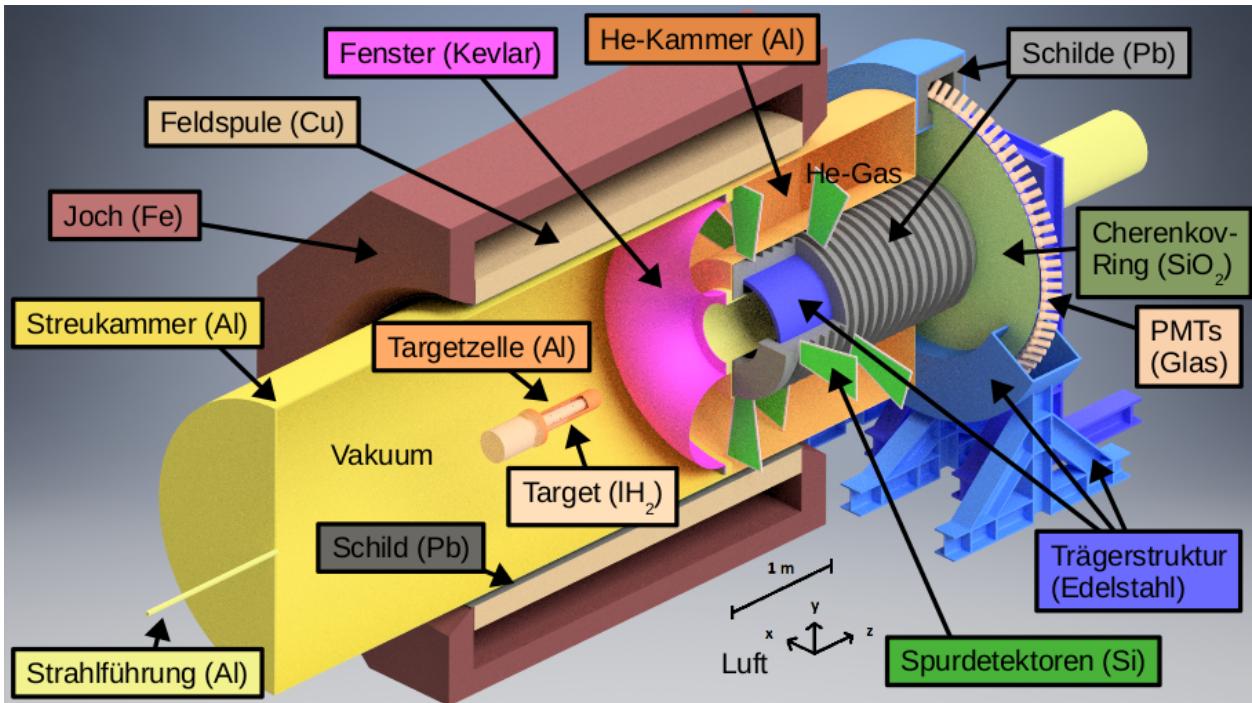


Abbildung 85: In der Geant4-Simulation des P2-Experiments modellierter Messaufbau. Die Komponenten des Messaufbau-Modells wurden mittels einer CAD-Anwendung erstellt und mithilfe von CADMesh in die Geant4-Anwendung importiert. Die dargestellte Geometrie und das Bild wurden in Zusammenarbeit mit J. M. Cardena und D. Rodriguez Pineiro (P2-Kollaboration) entwickelt. Die in der Simulation verwendeten Materialien sind in den Beschriftungen aufgeführt.

freundlicherweise von der FOPI-Kollaboration zur Verfügung gestellt wurden, modelliert. Da die Feldspule des FOPI-Solenoiden aufgrund eines technischen Defekts im P2-Experiment nicht eingesetzt werden kann, wurde sie in der Simulation nicht detailliert abgebildet; es wurde vorläufig ein aus Kupfer bestehender Hohlzylinder als Modell der Feldspule verwendet. Die aktiven Volumina des Cherenkov-Ringdetektors werden in der Simulation durch einen aus SiO₂ bestehenden Hohlzylinder repräsentiert, dessen kreisförmige Randflächen senkrecht zur Strahlachse stehen. Die Photomultiplier (PMTs) des Cherenkov-Detektors wurden zum Zweck der Veranschaulichung ihrer Positionen als dünne Oberflächen aus Glas modelliert.

7.2 Simulation von Streuereignissen im Target

Einer der Hauptaspekte der Geant4-Anwendung ist die realistische Simulation der Wechselwirkung des Elektronenstrahls mit dem 600 mm langen Flüssigwasserstoff-Target. Aufgrund der vergleichsweise niedrigen Strahlenergie von $E_{\text{beam}} = 155 \text{ MeV}$ können Energie- und Richtungsänderungen der Strahlelektronen durch Kollisionen und die Erzeugung von Bremsstrahlung hierbei nicht vernachlässigt werden. Geant4 ist ein hervorragendes Werkzeug, um diese Prozesse zu simulieren; Geant4 stellt unter anderem Methoden zur Simulation der Möller- und Bhabha-Streuung, der Erzeugung von Bremsstrahlung, der Vielfach-Coulombstreuung, der Elektron-Positron-Paarbildung und -Annihilation sowie der Compton-Streuung bereit.

Die Simulation dieser Prozesse erfolgt in Geant4 mittels der Monte Carlo-Methode: Die räumliche Propagation von Teilchen erfolgt in diskreten Schritten von endlicher Länge, die im folgenden als „Propagationsschritte“ bezeichnet werden. Zu Beginn jedes Propagati-

onsschritts werden die Wirkungsquerschnitte der physikalischen Prozesse, die im Zuge des Propagationsschritts auftreten können, mithilfe der kinematischen Variablen der Teilchen numerisch berechnet. Die differentiellen Wirkungsquerschnitte werden als Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen der kinematischen Variablen aufgefasst, von denen die Endzustände der simulierten Prozesse abgetastet werden können. Die Wahrscheinlichkeiten, mit denen physikalische Prozesse in Geant4 simuliert werden, entsprechen demnach den Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten dieser Prozesse in der Natur.

Der Prozess der elastischen Elektron-Proton-Streuung unter großen Winkeln $\theta_f \sim 35^\circ$ wurde in der verwendeten Geant4-Version 4.10.1 nicht implementiert. Der Grund hierfür ist, dass die Wahrscheinlichkeit für ein derartiges Ereignis vergleichsweise klein ist, so dass dieser Prozess einen vernachlässigbaren Beitrag zur Simulation der Propagation von Elektronen durch Materie leistet. Für die Wahrscheinlichkeit W_{ep} , dass ein Strahlelektron der Anfangszustandsenergie E_i im 600 mm langen ℓH_2 -Target unter dem Winkel $\theta_f \in [25^\circ, 45^\circ]$ gestreut wird, gilt

$$W_{ep} = 2\pi \cdot \rho_p \cdot \int_0^L dz \int_{25^\circ}^{45^\circ} d\theta_f \left\{ \sin(\theta_f) \cdot \left(\frac{d\sigma_{ep}}{d\Omega} \right) (E_i(z), \theta_f) \right\} = 6,81 \cdot 10^{-4}. \quad (266)$$

Dabei ist $\rho_p = 4,23 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$ die Protonendichte in ℓH_2 und $d\sigma_{ep}/d\Omega$ die Rosenbluth-Formel, die durch Gleichung (51) gegeben ist. Bei der Berechnung von W_{ep} wurde $E_{beam} = 155 \text{ MeV}$ als Strahlenergie gewählt, und es wurde die in Abschnitt 5.2.4 vorgestellte Parametrisierung des Energieverlusts der Strahlelektronen im Target bei der Integration über die Ausdehnung des Targets entlang der Strahlachse berücksichtigt. Im Rahmen eines typischen Simulationslaufs werden $\mathcal{O}(10^7)$ e-p-Streuereignisse simuliert, um akkurate und präzise Voraussagen für die Observablen des P2-Experiments treffen zu können. Selbst wenn die elastische Elektron-Proton-Streuung unter Winkeln $\theta_f \sim 35^\circ$ in Geant4 als Prozess implementiert wäre, wäre eine Simulation dieses Prozesses mit seiner wahren Auftrittswahrscheinlichkeit demnach nicht zeitlich effizient, da man im Mittel $W_{ep}^{-1} \approx 1,5 \cdot 10^3$ Strahlelektronen simulieren müsste, um ein einzelnes e-p-Streuereignis im Target beobachten zu können, bei dem das Elektron in den Detektor gestreut würde.

Um eine effiziente Simulation der elastischen Elektron-Proton-Streuung im Target zu ermöglichen, wurde im Rahmen dieser Arbeit ein Ereignisgenerator entwickelt, dessen Funktionsweise im Folgenden beschrieben wird.

7.2.1 Ereignisgenerator zur Simulation der elastischen e-p-Streuung

Zunächst werden Strahlelektronen simuliert auf das ℓH_2 -Target geschossen. Die Strahlelektronen werden im Target verfolgt, wobei die maximale Länge l_{\max} eines räumlichen Propagationsschritts in ℓH_2 auf $l_{\max} = 1 \text{ mm}$ beschränkt wird. Die für Energieverluste und Richtungsänderungen der Strahlelektronen verantwortlichen Prozesse werden von Geant4 berechnet. Während der Propagation der Strahlelektronen durch das Target werden an zufällig ausgewählten Positionen entlang deren Bahnkurven Anfangszustände zur Simulation der elastischen Elektron-Proton-Streuung abgetastet, ohne die Simulation der übrigen Prozesse zu beeinträchtigen. Das Prinzip ist in Abbildung 86 veranschaulicht. Ein Anfangszustand der elastischen Elektron-Proton-Streuung wird festgelegt durch:

- Die Position des Vertex innerhalb des ℓH_2 -Volumens;

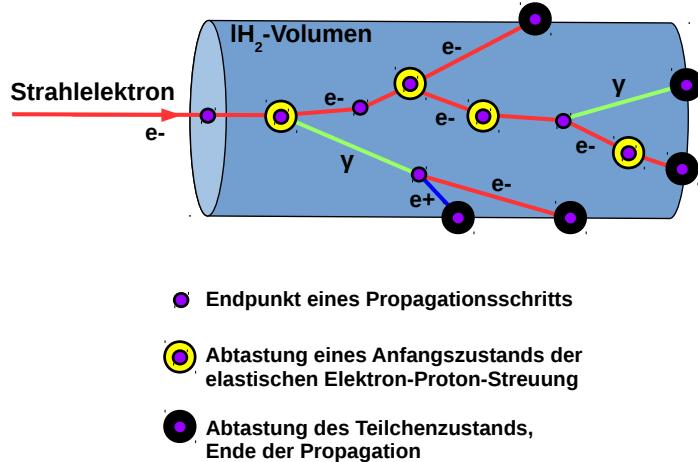


Abbildung 86: Zur Veranschaulichung des Prinzips zur Berechnung eines Ensembles von Anfangszuständen der elastischen Elektron-Proton-Streuung im Targetvolumen. Die Strahlelektronen treten von links kommend in das ℓH_2 -Volumen ein. In Geant4 vollführen alle simulierten Teilchen Propagationsschritte endlicher Länge, in deren Rahmen physikalische Prozesse mit Monte Carlo-Methoden simuliert werden. Anfangszustände der elastischen e-p-Streuung werden an zufällig ausgewählten Positionen entlang der Bahnkurven der Strahlelektronen abgetastet, ohne dabei die Simulation der übrigen physikalischen Prozesse zu beeinflussen. Erreicht ein Teilchen die Oberfläche des ℓH_2 -Volumens von dessen Innenraum kommend, so wird der Zustand des Teilchens abgetastet und die Simulation der Bahnkurve gestoppt.

- Die Anfangszustands-Energie E_i des Strahlelektrons;
- Den Impulsvektor des Strahlelektrons.

Als Wahrscheinlichkeit für die Abtastung eines Anfangszustands dient das Verhältnis l/l_{ref} , wo $l \leq l_{\text{max}}$ die Länge des aktuellen Propagationsschritts des Strahlelektrons ist, und $l_{\text{ref}} \geq l_{\text{max}}$ eine konstante Referenzlänge ist, durch deren Wert die mittlere Anzahl von Abtastungen eines Anfangszustands pro simuliertem Strahlelektron festgelegt wird.

Mit dieser Methode ist es möglich, mehrere Anfangszustände der elastischen e-p-Streuung pro simuliertem Strahlelektron zu generieren. Diese Vorgehensweise ist zulässig, da die Strahlelektronen ähnliche Prozesse beim Durchqueren des Targets erfahren. Somit kann jede simulierte Bahnkurve eines Strahlelektrons durch das Target als Mittel eines Ensembles von ähnlichen Bahnkurven aufgefasst werden, und von dieser mittleren Bahnkurve können mehrere Anfangszustände abgetastet werden. Hierbei ist zu beachten, dass die Anzahl der simulierten Bahnkurven hinreichend groß sein muss, damit unwahrscheinliche Verläufe von Bahnkurven in ℓH_2 in der Simulation nicht übermäßig stark gewichtet werden.

Abbildung 87 zeigt Projektionen der Verteilung von Anfangszuständen der elastischen Elektron-Proton-Streuung im Targetvolumen. Man erkennt im oberen Teil der Abbildung, dass sich das Strahlprofil mit wachsender Eindringtiefe der Elektronen ins Target aufgrund von Kollisionen und der Erzeugung von Bremsstrahlung verbreitert. Man erkennt ferner, dass die Verteilung der Interaktionspunkte entlang des hemisphärischen Profils des Strahlaustrittsfensters im Bereich um $z = -400$ mm endet. Im mittleren Teil der Abbildung sieht man,

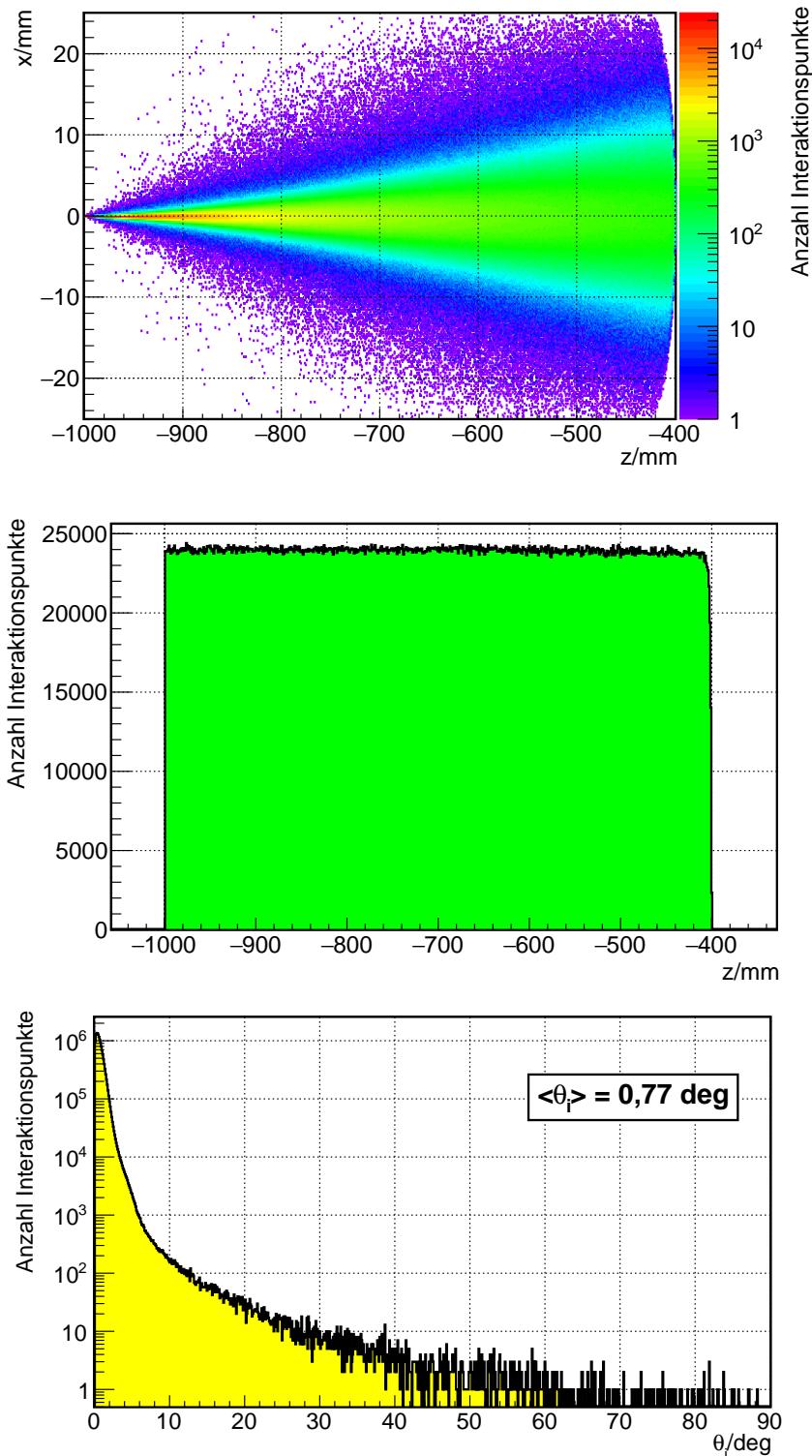


Abbildung 87: Oben: Projektion der Vertex-Positionen auf die x - z -Ebene. Das ℓH_2 -Volumen erstreckt sich von $z = -1000$ mm bis $z = -400$ mm. Der Elektronenstrahl tritt im Bild von links kommend an der Stelle $x = 0$ mm in das Target ein. Mitte: Anzahl der Interaktionspunkte in Abhängigkeit von der z -Koordinate. Unten: Häufigkeitsverteilung des Winkels θ_i der Strahlelektronen an den Interaktionspunkten.

dass die Anzahl der mit konstanter Wahrscheinlichkeitsdichte generierten Interaktionspunkte als Funktion der z -Koordinate innerhalb des Targets näherungsweise konstant ist. Dies

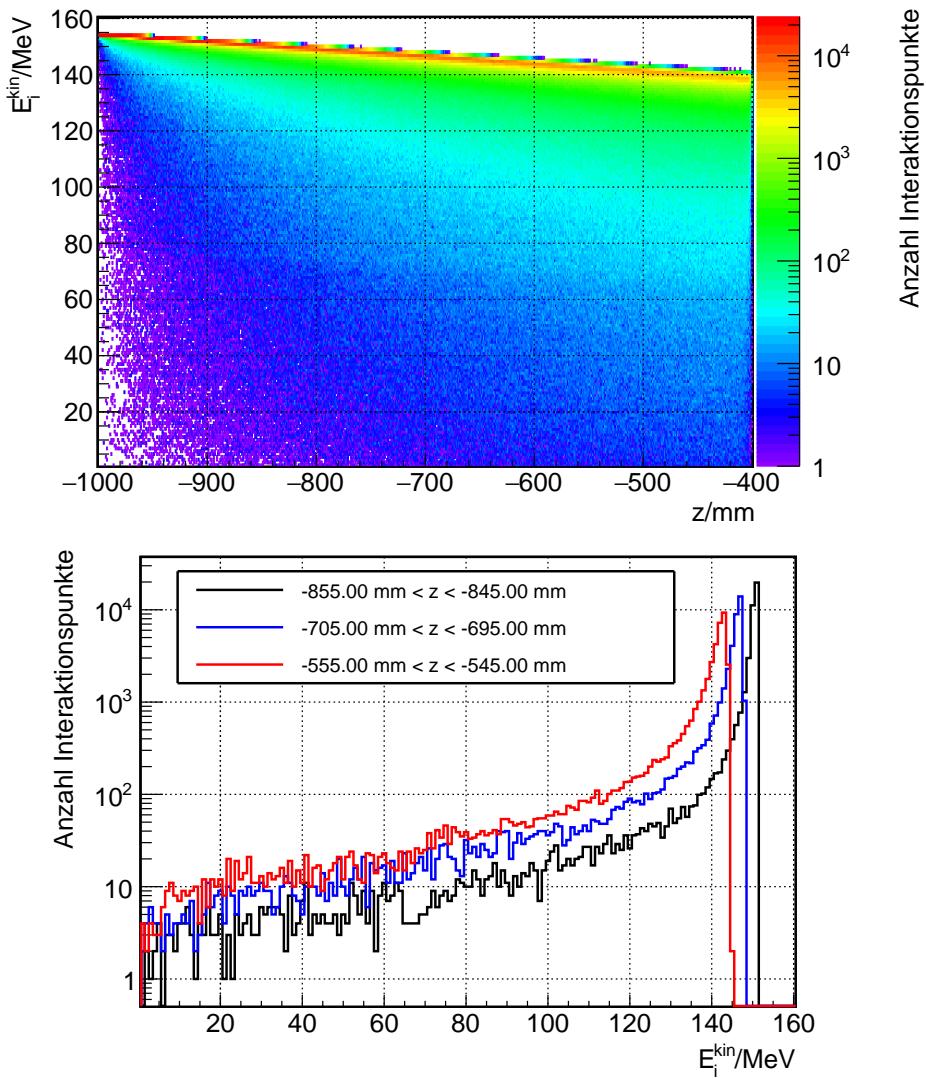


Abbildung 88: Verteilungen der kinetischen Energien E_i^{kin} der Strahlelektronen im Anfangszustand der elastischen Elektron-Proton-Streuung an den zufallsverteilt generierten e-p-Interaktionspunkten. Oben dargestellt ist die Häufigkeitsverteilung von E_i^{kin} in Abhängigkeit von der z -Koordinate im 600 mm langen Targetvolumen für $E_{\text{beam}} = 155 \text{ MeV}$. Unten sind Fasern der links gezeigten Verteilung für drei Intervalle am Anfang, in der Mitte und am Ende des Targets in Strahlrichtung dargestellt. Man erkennt, dass die Häufigkeitsverteilungen erwartungsgemäß die charakteristische Form einer Landauverteilung besitzen, welche für minimal ionisierende Teilchen in dünnen Materialschichten typisch ist.

entspricht bei der verwendeten Methode zur Abtastung der Anfangszustände der Erwartung. Für den mittleren Polarwinkel der Strahlelektronen im Anfangszustand des Streuprozesses gilt $\langle \theta_i \rangle \approx 0,77^\circ$, in seltenen Fällen treten jedoch große Winkelablagen $\theta_i \geq 5^\circ$ auf, wie man im unteren Teil von Abbildung 87 erkennen kann.

Abbildung 88 zeigt die Verteilung der kinetischen Energie E_i^{kin} der Strahlelektronen im Anfangszustand der elastischen Elektron-Proton-Streuung an den generierten Interaktionspunkten. Man kann der Abbildung entnehmen, dass die Häufigkeitsverteilung von E_i^{kin} für konstante z -Werte die charakteristische Form einer Landauverteilung aufweisen, was der Erwartung für den Energieverlust von Elektronen durch Stoßionisation entspricht.

Während der Propagation der Strahlelektronen durch das Targetvolumen werden Kollisionsprozesse und die Erzeugung von Bremsstrahlung mit den Geant4 eigenen Methoden simuliert. Geant4 generiert dabei Sekundärteilchen wie etwa Møller-Elektronen oder Bremsstrahlungs-Photonen, die ebenfalls Propagationsschritte ausführen und dabei im Targetvolumen verfolgt werden. Erreicht ein Strahlelektron oder ein Sekundärteilchen den Rand des ℓH_2 -Volumens von der Innenseite kommend, wird der Zustand des Teilchens, wie in Abbildung 86 dargestellt, abgefragt und die Propagation des Teilchens gestoppt, um Rechenzeit zu sparen. Dies führt zu einem Ensemble von Teilchenzuständen, die aus Untergrundprozessen im Target stammen und deren Ortsvektoren auf die Oberfläche des ℓH_2 -Volumens zeigen. Ein solcher Zustand ist definiert durch:

- Den Teilchentyp;
- Den Ort des Teilchens auf der Oberfläche des ℓH_2 -Volumens;
- Den Viererimpuls des Teilchens.

Sind die beiden Zustands-Ensembles für eine gegebene Targetgeometrie berechnet, so werden sie gespeichert und können anschließend beliebig oft zur Erzeugung von Endzuständen wiederverwendet werden.

Zur Erzeugung von Endzuständen der elastischen Elektron-Proton-Streuung wurde ein Endzustandsgenerator entwickelt. Dieser erzeugt in der Simulation für jeden Anfangszustand genau ein Elektron und ein Proton im Endzustand des Streuprozesses. Dabei wird davon ausgegangen, dass das Proton im Anfangszustand im Laborsystem in Ruhe ist. Strahlungskorrekturen zur elastischen Elektron-Proton-Streuung werden vernachlässigt, so dass die Streukinematik festliegt, wenn etwa die Elektron-Anfangszustandsenergie E_i und die Elektron-Streuwinkel θ_f und ϕ_f relativ zur Impulsrichtung des Elektrons im Anfangszustand bekannt sind. Zur Erzeugung des Endzustands werden die beiden Elektron-Streuwinkel als gleichverteilte Zufallsvariablen aufgefasst, und es werden Zufallswerte aus vom Anwender vorgegebenen Intervallen $\delta\theta_f = [\theta_f^{\min}, \theta_f^{\max}]$ und $\delta\phi_f = [\phi_f^{\min}, \phi_f^{\max}]$ bestimmt. Zur Berechnung der Energie E_f des Elektrons im Endzustand der elastischen e-p-Streuung wird der in Gleichung (34) gegebene Ausdruck verwendet. Da die Viererimpulse des Elektrons k_i und des im Laborsystem ruhenden Protons p_i im Anfangszustand bekannt sind, kann der Viererimpuls p_f des Protons im Endzustand mithilfe der Viererimpulserhaltung zu

$$p_f = k_i + p_i - k_f, \quad (267)$$

bestimmt werden. Man beachte, dass θ_f und ϕ_f im Folgenden stets relativ zur Impulsrichtung des Elektrons im Anfangszustand der elastischen e-p-Streuung definiert sind und nicht mehr wie in den vorangegangenen Kapiteln relativ zur Strahlachse gemessen werden.

Die Zustände der Untergrundteilchen und Strahlelektronen, die, wie in Abbildung 86 veranschaulicht, im Rahmen der Simulation der Strahl-Target-Interaktion an der Oberfläche des ℓH_2 -Volumens abgefragt wurden, werden zur Simulation der Bahnkurven im Magnetfeld und der Detektorantwort unverändert rekonstruiert.

Um eine Vorhersage der im realen Experiment erwarteten Ereigniszahlen treffen zu können, ist es notwendig, den simulierten Ereignissen Gewichtungsfaktoren zuzuweisen. Dabei sind

unterschiedliche Gewichtungsfaktoren für simulierte e-p-Streuereignisse und Untergrundergebnisse zu wählen. Im realen Experiment erwartet man für die elastische Elektron-Proton-Streuung die dreifach differentielle Streuereignishäufigkeitsdichte

$$\frac{d^3N_{\text{exp}}}{dl \cdot d\theta_f \cdot d\phi_f} \equiv \frac{I_{\text{beam}}}{e} \cdot \rho_p \cdot \sin(\theta_f) \cdot \frac{d\sigma_{\text{ep}}}{d\Omega}(E_i, \theta_f) \cdot T \quad (268)$$

pro Weglängenelement dl entlang der Trajektorien der Strahlelektronen im Target, Polarwinkel element $d\theta_f$ und Azimutwinkelement $d\phi_f$. Dabei bezeichnet I_{beam} den Strahlstrom, ρ_p die Protonendichte im Target, T die Messdauer, und $d\sigma_{\text{ep}}/d\Omega$ die Rosenbluth-Formel, die durch Gleichung (51) gegeben ist. In der Geant4-Simulation hingegen gilt für die Streuereignishäufigkeitsdichte

$$\frac{d^3N_{\text{sim}}}{dl \cdot d\theta_f \cdot d\phi_f} \equiv \frac{N_0}{l_{\text{ref}} \cdot \delta\theta_f \cdot \delta\phi_f}, \quad (269)$$

wo N_0 die Anzahl der simulierten Strahlelektronen bezeichnet, l_{ref} die Referenzlänge zur Abtastung von Anfangszuständen im Target ist, und die Streuwinkelintervalle durch $\delta\theta_f$ sowie $\delta\phi_f$ gegeben sind. Aus dem Vergleich der Gleichungen (268) und (269) erhält man die Formel für den Gewichtungsfaktor ω_{ep} , der einem simulierten e-p-Streuereignis zuzuweisen ist, um die Anzahl der simulierten e-p-Streuereignisse auf die im realen Experiment erwartete Anzahl an Streuereignissen zu skalieren:

$$\omega_{\text{ep}}(E_i, \theta_f) \equiv \frac{dN_{\text{exp}}}{dN_{\text{sim}}} = \frac{l_{\text{ref}} \cdot I_{\text{beam}} \cdot \rho_p}{e \cdot N_0} \cdot \sin(\theta_f) \cdot \frac{d\sigma_{\text{ep}}}{d\Omega}(E_i, \theta_f) \cdot \delta\theta_f \cdot \delta\phi_f \cdot T. \quad (270)$$

Man beachte, dass dieser Gewichtungsfaktor dem simulierten Streuereignis in seiner Gesamtheit und somit ebenfalls sämtlichen im weiteren Verlauf der Simulation des Ereignisses von Geant4 generierten Sekundärteilchen zugewiesen werden muss, um eine korrekte Vorhersage zu erhalten. Den Ereignissen, zu deren Beginn die Zustände der Untergrundteilchen und Strahlelektronen auf der Oberfläche des Targetvolumens rekonstruiert werden, wird der konstante Gewichtungsfaktor

$$\omega_{\text{bg}} \equiv \frac{I_{\text{beam}} \cdot T}{e \cdot N_0} \quad (271)$$

zugewiesen, der die Gesamtzahl der simulierten Ereignisse ebenfalls auf die im realen Experiment erwartete Gesamtzahl an Ereignissen skaliert.

7.2.2 Test des Ereignisgenerators

Um zu verifizieren, dass der Ereignisgenerator zur Simulation der elastischen Elektron-Proton-Streuung korrekte Vorhersagen liefert, wurde ein Test des Algorithmus unter idealisierten Bedingungen durchgeführt. Hierzu wurden bei der Simulation der Strahl-Target-Interaktion sämtliche Geant4 eigenen Methoden zur Simulation physikalischer Prozesse deaktiviert, so dass die Strahlelektronen mit der Energie $E_{\text{beam}} = 155 \text{ MeV}$ im Target keinen Energieverlust und keine Richtungsänderung erfuhren und alle Anfangszustände der elastischen e-p-Streuung innerhalb des ℓH_2 -Volumens auf der Strahlachse lagen. Anschließend wurden Endzustände der elastischen e-p-Streuung mit dem Endzustandsgenerator erzeugt. Als Streuwinkelintervalle wurden dabei $\delta\theta_f = [5^\circ, 175^\circ]$ und $\delta\phi_f = [-180^\circ, 180^\circ]$ gewählt. Ferner wurde ein Strahlstrom von $I_{\text{beam}} = 150 \mu\text{A}$ zur Berechnung des in Gleichung (270) gegebenen Gewichtungsfaktors $\omega_{\text{ep}}(E_i, \theta_f)$ angenommen.

Die sich aus der Geant4-Simulation ergebende Vorhersage für die Verteilung der Elektron-Streureate R_{G4} in Abhängigkeit vom Laborstreuwinkel θ_f ist in Abbildung 89 dargestellt. Zum

Vergleich wurde die Rate R_{XS} durch numerische Integration der Rosenbluth-Formel (51) für die selben Werte von E_{beam} , I_{beam} , $\delta\theta_f$ und $\delta\phi_f$ bestimmt. Hierbei wurde ebenfalls der Energieverlust der Strahlelektronen im Target vernachlässigt. Man entnimmt der Abbildung, dass die beiden Ratenverteilungen im Rahmen der statistischen Unsicherheit der Berechnungen sehr gut übereinstimmen.

Auf der linken Seite von Abbildung 90 ist die Projektion der mit Geant4 simulierten Ratenverteilung R_{G4} auf den Azimutwinkel ϕ_f der gestreuten Elektronen dargestellt. Die Ra-

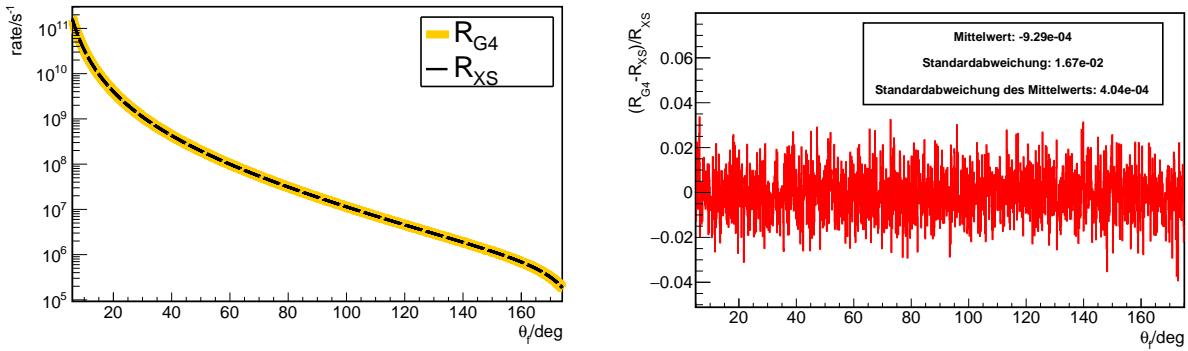


Abbildung 89: Vergleich zweier Berechnungen der Elektron-Proton-Streureate in Abhängigkeit vom Streuwinkel θ_f des Elektrons. R_{G4} ist die Ratenverteilung, die mittels des in der Geant4-Simulation implementierten Ereignisgenerators berechnet wurde. R_{XS} wurde unabhängig von R_{G4} durch numerische Integration der Rosenbluth-Formel bestimmt. Im linken Bild sind beide Ratenverteilungen in Abhängigkeit von θ_f dargestellt, die Kurven der beiden Verteilungen überlappen. Rechts ist die relative Abweichung zwischen den beiden Raten in Abhängigkeit von θ_f gezeigt. Die relativen Abweichungen streuen statistisch um den Wert 0, was ein Indiz für die korrekte Funktionsweise des in der Geant4-Simulation implementierten Ereignisgenerators ist.

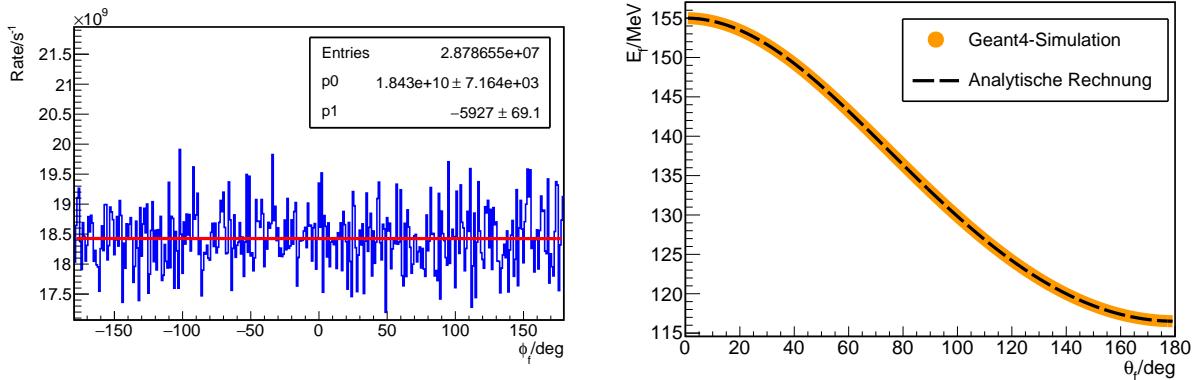


Abbildung 90: Links ist die Ratenverteilung R_{G4} als Funktion des Azimutwinkels ϕ_f in Blau dargestellt. An die Verteilung wurde die rot gezeichnete lineare Funktion $f(\phi_f) = p1 \cdot \phi_f + p0$ angepasst, die Werte der Fitparameter sind in der Abbildung aufgeführt. Die Ratenverteilung weist im Rahmen der statistischen Fluktuationen einen konstanten Verlauf auf. Im rechten Bild ist die Energie E_f der Elektronen im Endzustand des Streuprozesses als Funktion von θ_f aufgetragen. In Orange dargestellt sind die Energien der simulierten Elektronen, die schwarz gestrichelte Kurve ist durch Gleichung (34) gegeben. Man erkennt eine gute Übereinstimmung der beiden Verläufe.

tenverteilung ist in Abhängigkeit von ϕ_f erwartungsgemäß im Rahmen ihrer statistischen Schwankungen mit einer Konstanten vereinbar. Auf der rechten Seite von Abbildung 90 ist die simulierte Verteilung der Energie E_f der Elektronen im Endzustand des Streuprozesses zusammen mit dem durch Gleichung (34) gegebenen Verlauf von E_f als Funktion von θ_f aufgetragen. Die Verläufe der beiden Verteilungen von E_f überlappen. Man kann folgern, dass die Geant4-Simulation die durch Gleichung (34) gegebene Verteilung der Energie der Elektronen im Endzustand des Streuprozesses gut reproduziert.

Zusammenfassend kann man feststellen, dass der Ereignisgenerator zur Simulation der elastischen Elektron-Proton-Streuung im ℓH_2 -Target erwartungsgemäß Vorhersagen liefert.

7.2.3 Energiedeposition im Target

Im Rahmen eines Plausibilitätstests wurde mithilfe der Geant4-Simulation die im ℓH_2 -Volumen deponierte Energie berechnet. Hierzu wurde am Ende jedes Propagationsschritts eines jeden Primär- und Sekundärteilchens im ℓH_2 -Volumen die im Rahmen des Propagationsschritts im Medium deponierte Gesamtenergie abgefragt und aufsummiert. Die deponierte Gesamtenergie wurde am Ende des simulierten Ereignisses mit dessen Gewichtungsfaktor multipliziert. Bei der Berechnung der deponierten Energie wurden nur diejenigen Kollisions- und Strahlungsverluste berücksichtigt, die in der Simulation nicht zur Erzeugung eines Sekundärteilchens führten; durch die von Geant4 bereitgestellten Methoden zur Simulation physikalischer Prozesse werden Sekundärteilchen nur dann explizit generiert, wenn deren Energie ausreicht, um eine vor Simulationsbeginn festgelegte Minimaldistanz im aktuellen Medium zurückzulegen. Zur Berechnung der im ℓH_2 -Volumen deponierten Energie wurde diese Distanz auf 1 mm festgelegt.

Abbildung 91 zeigt die mithilfe der Simulation bestimmte Verteilung der im ℓH_2 -Volumen deponierten Energie E_{dep} . Im Mittel wird eine Energie von $\langle E_{\text{dep}} \rangle = 17,01 \text{ MeV}$ pro simu-

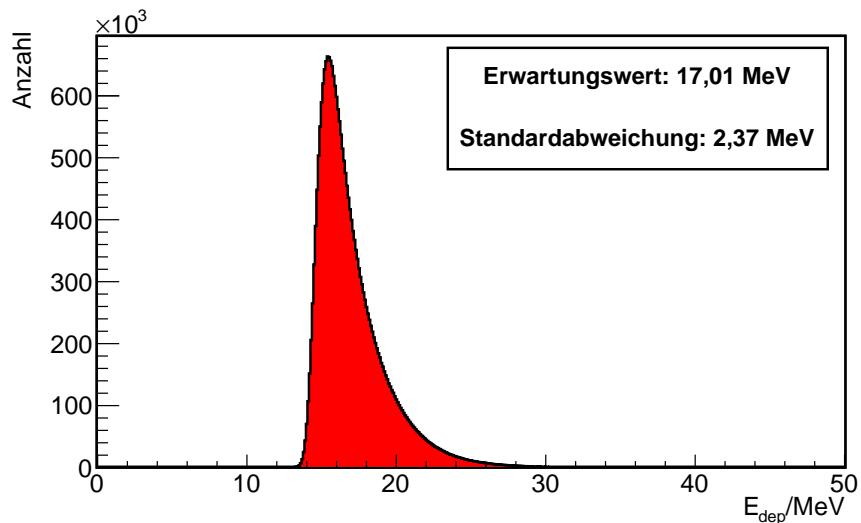


Abbildung 91: Simulierte Häufigkeitsverteilung der im ℓH_2 -Volumen deponierten Energie für eine Strahlenergie $E_{\text{beam}} = 155 \text{ MeV}$. Die Verteilung der deponierten Energie besitzt die Form einer Landauverteilung, welche für den Energieverlust von Elektronen in dünnen Materialschichten charakteristisch ist. Im Mittel wird eine Energie von 17,01 MeV pro simuliertem Strahlelektron im Target deponiert.

liertem Strahlelektron im ℓH_2 -Target deponiert. Bei einem Strahlstrom von $I_{\text{beam}} = 150 \mu\text{A}$ entspricht dies einer im ℓH_2 -Volumen deponierten Leistung von

$$P_{\text{Target}} = \frac{I_{\text{beam}}}{e} \cdot \langle E_{\text{dep}} \rangle = 2,55 \text{ kW}. \quad (272)$$

In [26] wird die im ℓH_2 -Volumen deponierte Leistung mit 3,1 kW beziffert. Der mit der Geant4-Simulation bestimmte Wert liegt somit in derselben Größenordnung wie der von der Arbeitsgruppe um S. Covrig bestimmte Wert. Die P2-Kollaboration sieht eine Kühlleistung von 4 kW für das Flüssigwasserstoff-Target vor, um den Wärmeeintrag in die übrigen Komponenten des Targets ebenfalls kompensieren zu können.

7.3 Bahnkurven im Magnetfeld

Die Geant4-Simulation des P2-Experiments ist in der Lage, die selben Magnetfeldkarten wie die Raytracing-Simulation zu verwenden. Die Evaluation solenoidaler und toroidaler Magnetfeldkarten sowie die Propagation geladener Teilchen im Feld erfolgt mit den selben Algorithmen, die in der Raytracing-Simulation implementiert wurden. Eine Beschreibung findet sich in Abschnitt 6.1.4 dieser Arbeit.

Im Unterschied zur Raytracing-Simulation werden die Teilchen nicht gestoppt, wenn sie auf die Abschirmung des Detektors oder ein anderes Medium treffen. Die Simulation der Bahnkurven endet erst, wenn alle Teilchen, die innerhalb eines simulierten Ereignisses generiert wurden, den Rand des Weltvolumens erreicht haben oder in einem Medium gestoppt wurden.

Alle im Rahmen der vorliegenden Arbeit erstellten Simulationsresultate wurden unter Verwendung der Magnetfeldkarte des FOPI-Solenoiden erstellt, die in Abbildung 72 dargestellt ist. Für den globalen Skalierungsfaktor der Magnetfeldkarte λ_B wurde der in Abbildung 79 dargestellten, zu untersuchenden Messaufbau-Konfiguration entsprechend stets $\lambda_B = 1,0$ gesetzt.

Abbildung 92 zeigt beispielhaft die simulierten Bahnkurven von 10 im ℓH_2 -Target elastisch an Protonen gestreuten Elektronen. Zur Erzeugung der gezeigten Trajektorien wurde $E_{\text{beam}} = 155 \text{ MeV}$, $\theta_f \in [25^\circ, 45^\circ]$ und $\phi_f \in [0^\circ, 360^\circ]$ gewählt. Man erkennt, dass sich diejenigen Elektronen, die im Target keine großen Energieverluste erleiden, auf spiralförmigen Bahnen bewegen, deren Durchmesser größer ist als der Radius des Gamma-Schildes, so dass sie in den Spurdetektoren und dem Cherenkov-Ringdetektor nachgewiesen werden können. Im Bild zu erkennen ist auch ein Ereignis, bei dem das Elektron nach der Streuung am Proton im Targetmaterial einen großen Energieverlust durch Abstrahlung eines Photons erfahren hat. Der Durchmesser der spiralförmigen Bahnkurve dieses Elektrons ist kleiner als der Radius des Gamma-Schildes.

7.4 Energiedeposition im Solenoiden

Die P2-Kollaboration plant den Einsatz eines neuen Kryostaten und einer neuen supraleitenden Feldspule in Verbindung mit dem Eisenjoch des FOPI-Solenoiden. Aufgrund der hohen geplanten Luminosität des P2-Experiments wird eine ausreichende Kühlung der Feldspule notwendig sein, um den strahlungsbedingten Wärmeeintrag in deren supraleitende Komponenten zu kompensieren. Gängige supraleitende Feldspulen großer Magnete bestehen aus Nb-Ti-Legierungen in einer Matrix aus Kupfer oder Aluminium. Da zum Zeitpunkt der

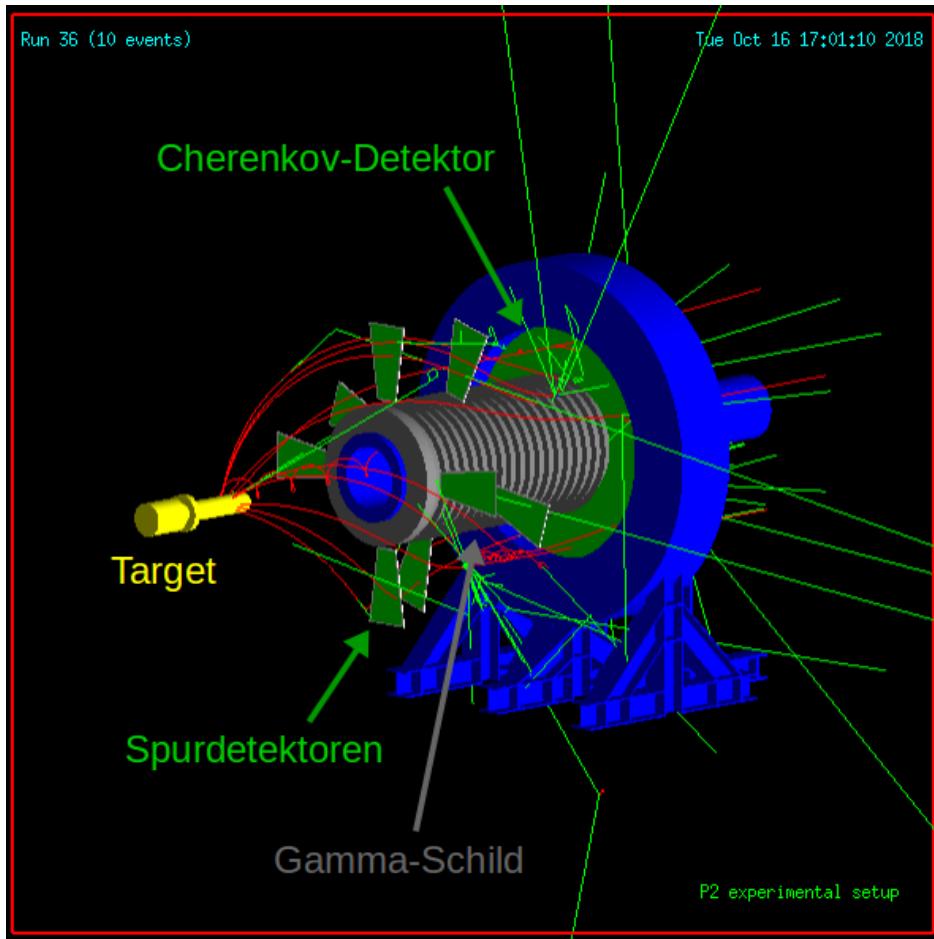


Abbildung 92: Visualisierung von 10 simulierten Elektron-Proton-Streuereignissen im ℓH_2 -Target mit $E_{\text{beam}} = 155 \text{ MeV}$, $\theta_f \in [25^\circ, 45^\circ]$ und $\phi_f \in [0^\circ, 360^\circ]$. Das Bild wurde mithilfe der visuellen Ausgabe der Geant4-Simulation erstellt. Bei der Simulation dieser Streuereignisse wurde der gesamte in Abbildung 85 gezeigte Messaufbau berücksichtigt, zur Verbesserung der Übersichtlichkeit wurden jedoch nur die dargestellten Komponenten des Aufbaus visualisiert. Die rot gezeichneten Elektron-Bahnkurven bewegen sich entlang spiralförmiger Bahnkurven im Magnetfeld des Solenoiden. Die Elektronen passieren den Gamma-Schild und erreichen die Spurdetektoren und den Cherenkov-Detektor. Im Bild erkennbar sind auch die grün gezeichneten Trajektorien von Bremsstrahlungs-Photonen, die im Zuge der Wechselwirkung der Elektronen mit den Materialien des Messaufbaus erzeugt wurden. Man erkennt ferner, dass eins der simulierten Elektronen im Target einen großen Energieverlust erfahren hat und sich entlang einer Bahnkurve bewegt, deren Durchmesser kleiner ist als der Innendurchmesser des Gamma-Schildes.

Anfertigung dieser Arbeit kein Modell des Kryostaten oder der Spule existiert, wurde die Feldspule, wie in Abbildung 85 dargestellt, durch einen aus Kupfer bestehenden Hohlzyylinder modelliert.

Im Folgenden wird vorgestellt, wie die Energiedeposition in der Feldspule des Solenoiden durch aus dem Target stammende Teilchen mithilfe einer Bleiabschirmung reduziert werden kann. Zu diesem Zweck wurde mittels der Simulation der Energieeintrag in der Feldspule des Solenoiden auf analoge Weise zum Energieeintrag im Target berechnet, s. Abschnitt 7.2.3 für Details. Es werden Resultate von Simulationsläufen mit und ohne Bleiabschirmung des Solenoiden vorgestellt.

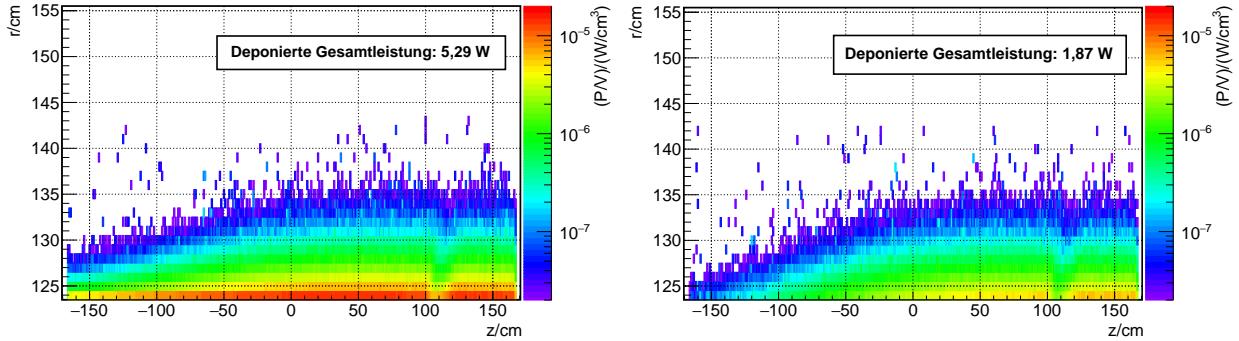


Abbildung 93: Verteilungen der pro Volumeneinheit V in der Feldspule deponierten Leistung P in Abhängigkeit vom Radius r und der Koordinate z . Links ist die Verteilung gezeigt, die sich ohne die in radialer Richtung 5 mm dicke Bleiabschirmung der Feldspule ergibt. Rechts ist die Verteilung gezeigt, die sich mit der Bleiabschirmung der Feldspule ergibt, die in Abbildung 85 dargestellt ist. Die Skalen und die Farbcodierungen der beiden Abbildungen wurden identisch gewählt, um den Vergleich der beiden Verteilungen zu vereinfachen.

In Abbildung 93 ist die mit der Simulation bestimmte Verteilung der pro Volumeneinheit V im Kupferzylinder deponierten Leistung P in Abhängigkeit vom Radius $r \equiv \sqrt{x^2 + y^2}$ sowie der z -Koordinate für zwei Fälle aufgetragen. Im linken Teil der Abbildung ist die Verteilung dargestellt, die sich ohne den in radialer Richtung 5 mm dicken Bleischild ergibt, der zur Abschirmung der Feldspule und des Kryostaten angedacht ist. Die deponierte Gesamtleistung beträgt in diesem Fall

$$E_{\text{ges}}^{\text{dep}}(\text{ohne Schild}) = 5,29 \text{ W}. \quad (273)$$

Im rechten Teil von Abbildung 93 ist die simulierte Verteilung der im Kupferzylinder deponierten Leistung dargestellt, die sich mit dem Bleischild ergibt. In diesem Fall beträgt die gesamte in dem Kupferzylinder deponierte Leistung

$$E_{\text{ges}}^{\text{dep}}(\text{mit Schild}) = 1,87 \text{ W}. \quad (274)$$

Durch den Einsatz des Bleischildes wird die gesamte deponierte Leistung somit um den Faktor

$$\frac{E_{\text{ges}}^{\text{dep}}(\text{ohne Schild})}{E_{\text{ges}}^{\text{dep}}(\text{mit Schild})} = 2,83 \quad (275)$$

reduziert.

Die Berechnung der in der Feldspule und dem Kryostaten deponierten Leistung sollte mit einem realistischeren Modell des geplanten Spektrometers wiederholt werden, um eine hinreichende Kühlleistung für die Feldspule vorsehen zu können.

7.5 Reduktion des Untergrunds aus niedrigerenergetischer Gammastrahlung

Da im P2-Experiment eine integrierende Messung der paritätsverletzenden Asymmetrie der elastischen Elektron-Proton-Streuung vorgesehen ist, muss der Cherenkov-Detektor gegen aus dem Target stammende Gammastrahlung abgeschirmt werden. Zu diesem Zweck wurde der Gamma-Schild entworfen, der in Abschnitt 4.7.5 vorgestellt wurde.

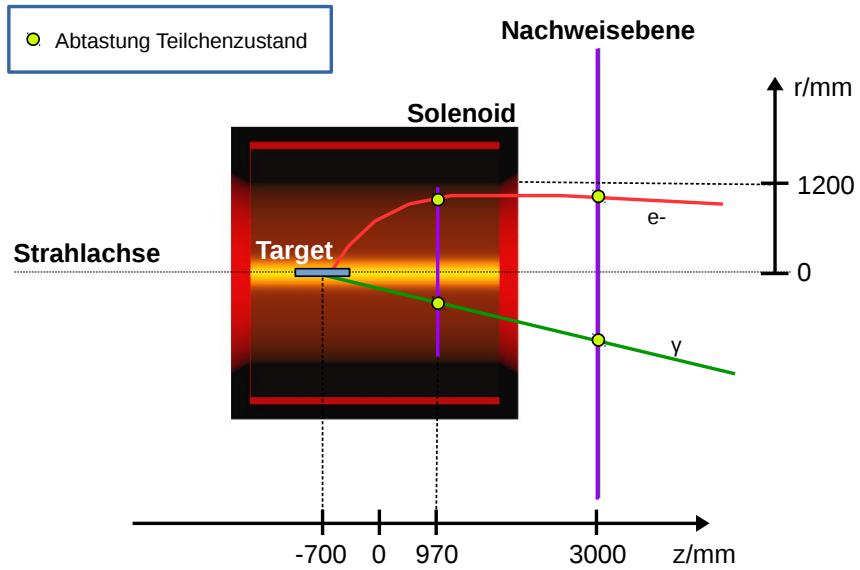


Abbildung 94: Simulierte Anordnung bestehend aus Target, FOPI-Solenoid und zwei Nachweisebenen. Als Material für das Weltvolumen wurde in diesem Simulationslauf ein ideales Vakuum verwendet, um dem Umstand Rechnung zu tragen, dass das Target sich in einer Streukammer befinden wird. Das CAD-Modell des FOPI-Solenoiden wurde mittels CADMesh importiert. Es wurde ein in Strahlrichtung 600 mm langes, zylinderförmiges ℓH_2 -Volumen mit einem Radius von 25 mm senkrecht zur Strahlrichtung als Target modelliert, dessen geometrischer Schwerpunkt sich bei $z = -700$ mm befindet. Die Nachweisebenen besitzen die Form von Kreisflächen, deren Radien senkrecht auf der Strahlachse stehen. Sie werden im Bild durch die lila farbenen Linien dargestellt. Ihr Zweck besteht darin, die Zustände der sie passierenden Teilchen abzufragen, um die Berechnung von Ratenverteilungen zu ermöglichen. Die erste Nachweisebene befindet sich im Inneren des Solenoiden an der Stelle $z = 970$ mm, was dem Anfang des Gamma-Schildes entspricht, und besitzt einen Radius von 1200 mm. Die zweite Nachweisebene befindet sich an der für den Cherenkov-Detektor vorgesehenen Position von $z = 3000$ mm und besitzt einen Radius von $r = 3000$ mm. Im Bild ist der Verlauf der Bahnkurve eines Elektrons (rot) sowie der Verlauf der Bahnkurve eines Photons (grün) zur Veranschaulichung dargestellt. Die Zustände der Teilchen werden an den gelb markierten Schnittpunkten der Bahnkurven mit den Nachweisebenen abgefragt, ohne dass die Bahnkurven beeinträchtigt werden.

Im Folgenden werden die Resultate einer Reihe von Simulationsläufen betrachtet, deren Zweck in der Veranschaulichung der Wirkungsweise des Gamma-Schildes liegt. Alle gezeigten Resultate wurden für eine Strahlenergie von $E_{\text{beam}} = 155$ MeV sowie einen Strahlstrom von $I_{\text{beam}} = 150 \mu\text{A}$ berechnet. Als Streuwinkelintervalle zur Simulation der elastischen Elektron-Proton-Streuung im Target wurden $\theta_f \in [5^\circ, 175^\circ]$ sowie $\phi_f \in [0^\circ, 360^\circ]$ gewählt. Bei der Berechnung der nachfolgend vorgestellten Resultate wurden nur elektromagnetische Prozesse simuliert, da der Zweck des Gamma-Schildes in der Abschirmung von aus dem Target hervortretender Bremsstrahlung liegt.

Zu Beginn wurde die in Abbildung 94 dargestellte Anordnung aus ℓH_2 -Target, FOPI-Solenoid sowie zwei Nachweisebenen zur Berechnung von Ratenverteilungen simuliert. In der Simu-

lation wurden zwei senkrecht zur Strahlachse stehende Nachweisebenen verwendet, um die Zustände der sie passierenden Teilchen abzufragen, ohne dabei die Bahnkurven der Teilchen zu beeinträchtigen. Die abgefragte Information umfasst für alle Teilchen:

- Den Teilchentyp;
- Den Auftreffort auf der Nachweisebene;
- Die kinetischen Energie des Teilchens am Auftreffort;
- Die Impulsrichtung des Teilchens am Auftreffort.

Findet der Treffer der Nachweisebene im Rahmen der Simulation eines elastischen Elektron-Proton-Streuereignisses im Target statt, so wird zusätzlich die folgende Information über das Streuereignis abgefragt, um etwa den Gewichtungsfaktor $\omega_{ep}(E_i, \theta_f)$ gemäß Gleichung (270) berechnen zu können:

- Position des Streuvertex im Target;
- Energie E_i des Elektrons im Anfangszustand der elastischen e-p-Streuung;
- Elektron-Streuwinkel θ_f und ϕ_f relativ zur Impulsrichtung des Elektrons im Anfangszustand des Streuprozesses.

Abbildung 95 zeigt die simulierten Ratenverteilungen in den in Abbildung 94 dargestellten Nachweisebenen in Abhängigkeit vom Abstand r von der Strahlachse. Man erkennt, dass die gezeigten Ratenverteilungen von Photonen dominiert werden, die aus Bremsstrahlungsprozessen im Target stammen. Um die Durchführbarkeit des P2-Experiments sicherzustellen, müssen die Beiträge dieser Photonen durch eine geeignete Abschirmung reduziert werden.

Die Ratenverteilung der Untergrundelektronen umfasst sowohl Strahlelektronen, als auch Elektronen im Endzustand des Møller-Streuprozesses. Die Mehrzahl der Untergrund-Elektronen trifft, wie aufgrund der Raytracing-Simulation erwartet, die Nachweisebenen bei kleinen Radien $r \leq 200$ mm. Da aufgrund der großen Targetlänge und der niedrigen Strahlenergie einige Strahlelektronen beim Passieren des Targets große Impulsrichtungsänderungen erfahren, wie in Abbildung 87 gezeigt ist, erstreckt sich die Ratenverteilung der Untergrundelektronen auch zu größeren Radien im Bereich der vorgesehenen Detektorposition von $r \geq 450$ mm. Ferner können - etwa durch aus dem Target stammende Bremsstrahlung - Sekundärelektronen im Solenoiden ausgelöst werden, so dass die Ratenverteilung dieser Teilchen für $r \geq 600$ mm wieder ansteigt.

Die Ratenverteilung der Sekundär-Elektronen aus der Simulation elastischer e-p-Streuung im Target erstreckt sich ebenfalls zu größeren Radien $r \geq 450$ mm. Dies kann dadurch erklärt werden, dass mit größeren Werten von θ_i oder θ_f elastisch an Protonen gestreute Elektronen vor dem Verlassen des Targets elastisch an den Hüllenelektronen des Flüssigwasserstoffs streuen. Durch unter Winkeln $\theta_f > 45^\circ$ im Target elastisch an Protonen gestreute Elektronen werden im Solenoiden Sekundärelektronen ausgelöst, welche den leichten Wiederanstieg der Ratenverteilung bei $r \geq 600$ mm an der Stelle $z = 970$ mm bedingt.

Der Prozess der Elektron-Positron-Paarbildung liefert einen geringen Beitrag zur Ratenverteilung, diesem Prozess entstammen die Positronen, welche die Nachweisebenen erreicht haben.

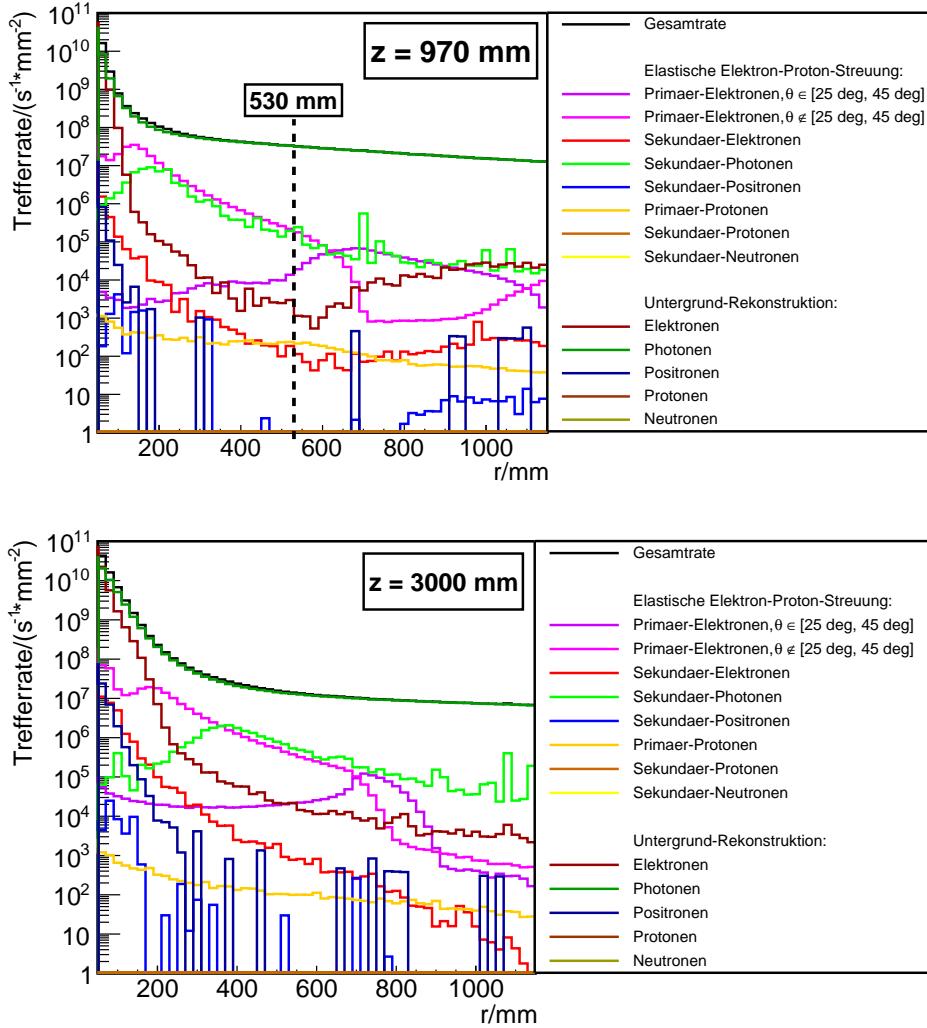


Abbildung 95: Ratenverteilungen in den Nachweisebenen bei $z = 970$ mm (oben) und $z = 3000$ mm (unten) als Funktionen des Abstands r von der Strahlachse. Die Raten wurden jeweils auf die Ringflächen, welche zur Breite der Histogrammbalken in radialer Richtung korrespondieren, normiert. In den Legenden rechts wird zwischen Teilchen unterschieden, welche die Nachweisebene im Rahmen der Simulation eines elastischen Elektron-Proton-Streuereignisses im Target erreicht haben, und solchen, welche die Nachweisebene im Rahmen der Rekonstruktion eines Untergrundereignisses im Target passiert haben. Bei den Teilchen, welche die Nachweisebene als Folge einer e-p-Streuung im Target getroffen haben, wird zusätzlich zwischen „Primärteilchen“ und „Sekundärteilchen“ unterschieden; Primärteilchen sind Teilchen im Endzustand der e-p-Streuung, welche vom Endzustandsgenerator im Target erzeugt wurden, so dass es sich entweder um ein Elektron oder um ein Proton handelt. Als „sekundär“ gekennzeichnete Teilchen gingen im Rahmen der Simulation eines e-p-Streuereignisses aus der Interaktion der Primärteilchen mit den Materialien des Messaufbaus hervor. Die Diskussion der Verteilungen findet sich im Text.

Abbildung 95 entnimmt man, dass die Rate der im Experiment nachzuweisenden Elektronen aus elastischer e-p-Streuung mit Streuwinkeln $\theta_f \in [25^\circ, 45^\circ]$ an der Stelle $z = 970$ mm ab einem Radius von $r = 530$ mm stark ansteigt. Dieser Wert stellt somit einen geeigneten Außenradius für den Gamma-Schild dar. Dies ist mit der Vorhersage konsistent, die mit der Raytracing-Simulation für den Verlauf der Bahnkurven getroffen wurde, wie man anhand

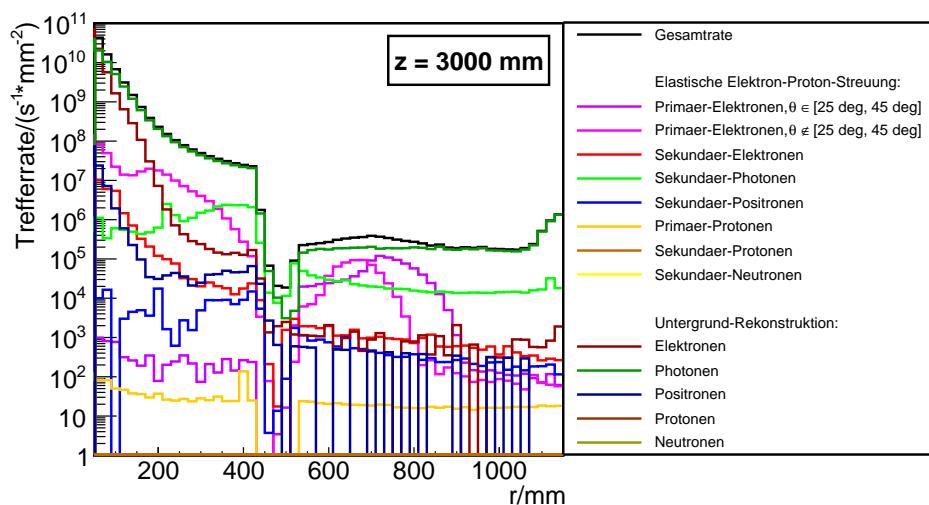
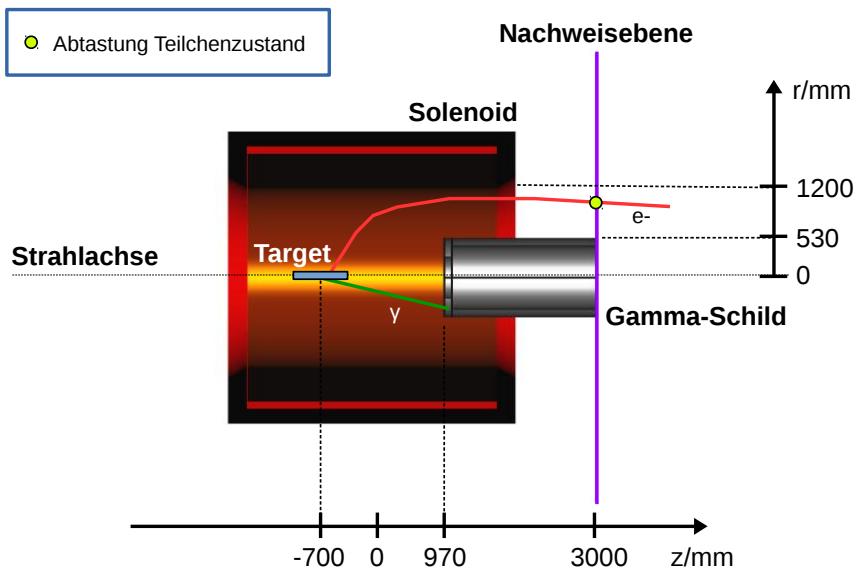


Abbildung 96: Oben ist die simulierte Messaufbau-Konfiguration mit vereinfachtem Modell des Gamma-Schildes gezeigt. Der Gamma-Schild besteht aus zwei Hohlzylindern aus Pb. Der erste Hohlzylinder erstreckt sich in den Intervallen $r \in [280 \text{ mm}, 530 \text{ mm}]$ und $z \in [970 \text{ mm}, 1070 \text{ mm}]$. Für den zweiten Hohlzylinder gilt $r \in [430 \text{ mm}, 530 \text{ mm}]$ und $z \in [1070 \text{ mm}, 3000 \text{ mm}]$. Es wird eine Nachweisebene zur Berechnung der Ratenverteilung an der Stelle $z = 3000 \text{ mm}$ verwendet, was der für den Cherenkov-Detektor vorgesehenen Position entlang der Strahlachse entspricht. Die simulierte Ratenverteilung in der Nachweisebene ist im unteren Bild gezeigt. Ihre Darstellung erfolgt analog zu der in Abbildung 95 gezeigten Ratenverteilung. Die Diskussion der Ratenverteilung findet sich im Text.

von Abbildung 79 erkennen kann.

Dass die Verteilung der Primärelektronen aus elastischer e-p-Streuung mit $\theta_f \in [25^\circ, 45^\circ]$ in Abbildung 95 für $z = 970 \text{ mm}$ und $r < 530 \text{ mm}$ von Null verschieden ist, liegt darin begründet, dass die Elektronen im Target vor bzw. nach der Streuung am Proton mit geringerer Wahrscheinlichkeit größere Energieverluste erleiden können, etwa durch Abstrahlung

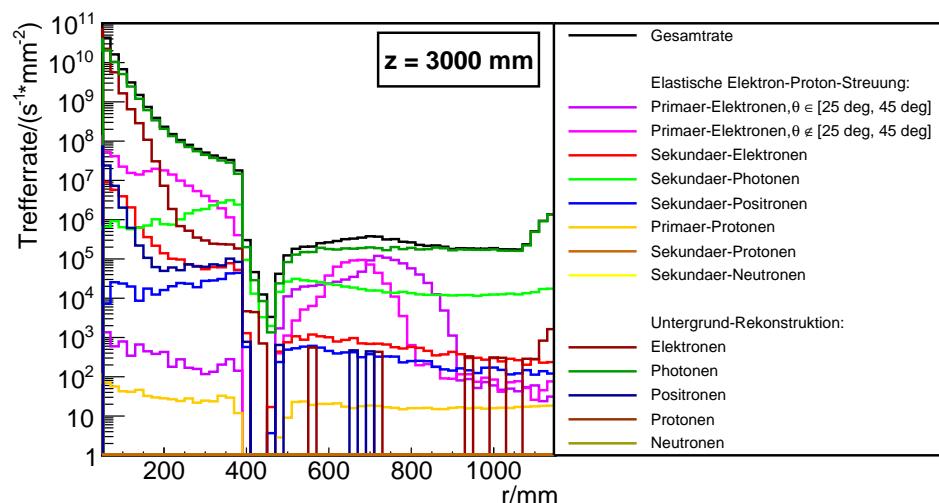
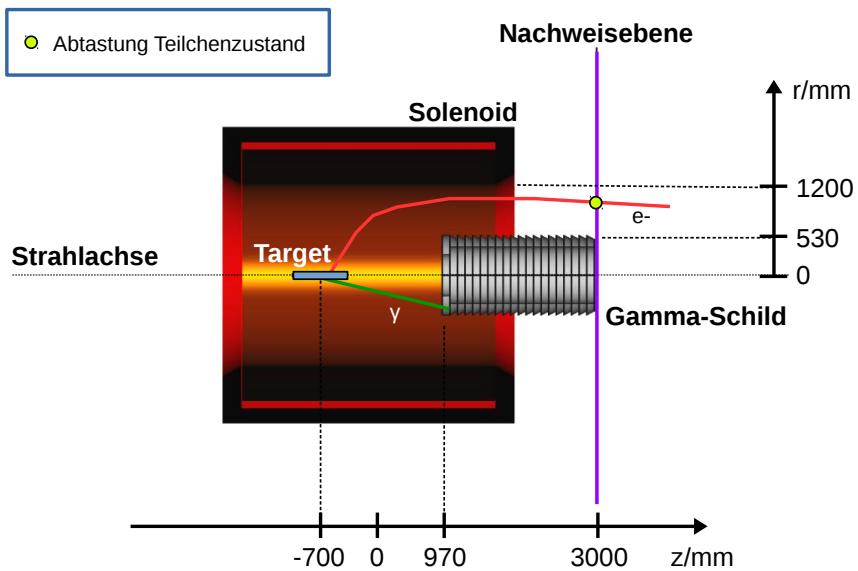


Abbildung 97: Oben: Simulierte Messaufbau-Konfiguration bestehend aus ℓH_2 -Target, FOPI-Solenoid, Gamma-Schild mit sägezahnförmiger Oberflächenstruktur und Nachweisebene zur Berechnung der Ratenverteilung an der Stelle $z = 3000$ mm. Unten: Ratenverteilung in der Nachweisebene. Die Darstellung der Ratenverteilung ist mit der in Abbildung 95 identisch. Die Diskussion der Ratenverteilung findet sich im Text.

eines Gamma-Quants, und sich infolge dessen nach elastischer Streuung am Proton auf helixförmigen Bahnkurven mit kleineren Radien bewegen.

An der Stelle $z = 3000$ mm werden die im Experiment nachzuweisenden Elektronen in Übereinstimmung mit der Vorhersage der Raytracing-Simulation auf ein Intervall $450 \text{ mm} \leq r \leq 900 \text{ mm}$ fokussiert.

Um die Auswirkungen einer massiven Bleiabschirmung auf den Verlauf der in Abbildung 95 dargestellten Ratenverteilung zu studieren, wurde im nächsten Schritt eine Anordnung bestehend aus Target, Solenoid, Nachweisebene sowie eines vereinfachten Modells des Gamma-

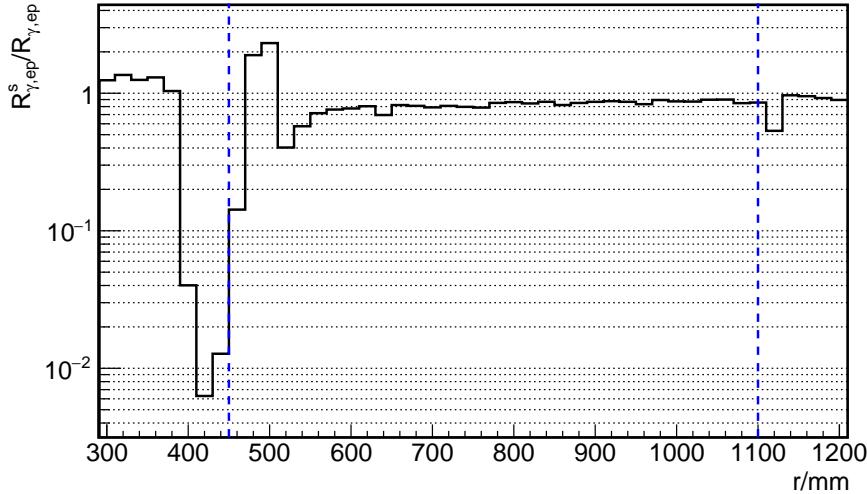


Abbildung 98: Verhältnis der Raten der Sekundär-Photonen aus elastischer Elektron-Proton-Streuung im Target für die in den Abbildungen 97 und 96 dargestellten Geometrien des Gamma-Schildes in Abhängigkeit vom Radius r des Auftrefforts der Photonen auf der Nachweisebene. $R_{\gamma,ep}^s$ bezeichnet die Photonen-Rate für den Fall der sägezahnförmigen Oberflächenstruktur des Gamma-Schildes und $R_{\gamma,ep}$ ist die Photonen-Rate, die sich für eine zylindrische Außenfläche des Schildes ergibt. Die blau gestrichelten Linien markieren die radialen Grenzen des SiO_2 -Rings des geplanten Cherenkov-Ringdetektors.

Schildes untersucht. Abbildung 96 veranschaulicht die geometrische Konfiguration und zeigt das Resultat der Ratenberechnung in der Nachweisebene an der Stelle $z = 3000$ mm. Beim Vergleich von Abbildung 96 mit Abbildung 95 erkennt man deutlich den Einfluss der Abschirmung auf die Ratenverteilung: Die Photonen-Raten brechen im Bereich um $r = 500$ mm drastisch ein, was der Erwartung entspricht, da der Außenradius des simulierten Schildes 530 mm beträgt, und man somit in diesem Bereich die größte Abschirmungswirkung erwartet.

Die im Experiment nachzuweisenden Elektronen werden auf einen ringförmigen Bereich mit $r \in [450 \text{ mm}, 900 \text{ mm}]$ fokussiert. Im Intervall $450 \text{ mm} \leq r \leq 1100 \text{ mm}$ werden die Raten der aus Untergrundprozessen im Target stammenden Teilchen durch den Schild reduziert.

Die Gesamtrate wird trotz des Schildes von aus Bremsstrahlungsprozessen im Target stammenden Photonen dominiert, die Verteilung der Photonen-Rate wird jedoch durch den Schild um etwa zwei Größenordnungen reduziert. Auch die Rate der Sekundär-Photonen aus elastischer e-p-Streuung im Target wird durch den Schild reduziert, da Photonen, die nach der elastischen e-p-Streuung im Target erzeugt werden, durch den Schild absorbiert werden.

Abschließend wird eine Konfiguration betrachtet, in welcher der Gamma-Schild zum Teil aus Hohlkegelstümpfen zusammengesetzt ist und dadurch die azimutalsymmetrische, sägezahnförmige Oberflächenstruktur erhält, die in Abbildung 55 zu erkennen ist. In Abbildung 97 ist die simulierte Konfiguration aus Target, Solenoid, Gamma-Schild und einer Nachweisebene an der Stelle $z = 3000$ mm dargestellt. Die Abbildung zeigt auch die simulierte Ratenverteilung in der Nachweisebene. Untersucht man die Unterschiede der in den Abbildungen 97 und 96 dargestellten Ratenverteilungen, so kann man die Wirkung der sägezahnförmigen Oberflächenstruktur des Gamma-Schildes auf die Ratenverteilung erkennen. Die Oberflächenstruktur

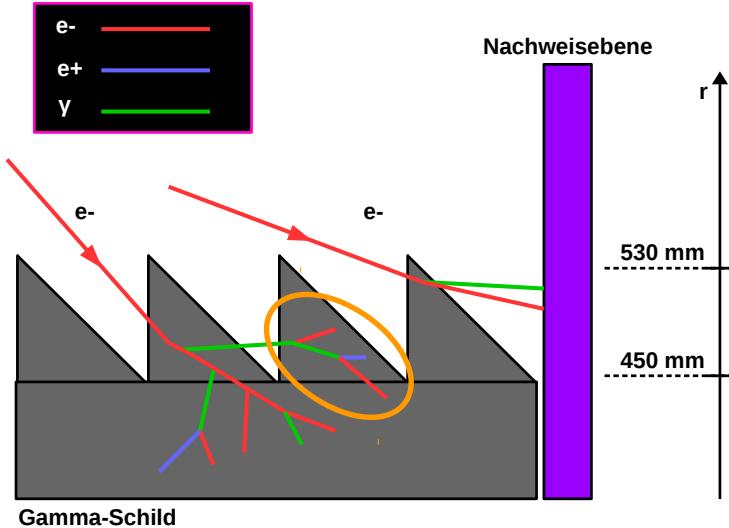


Abbildung 99: Zur Veranschaulichung des Prinzips der Untergrundreduktion durch die Oberflächenstruktur des Gamma-Schildes. Dargestellt ist die Bildung eines elektromagnetischen Schauers im Gamma-Schild infolge eines Treffers durch ein Elektron, das im Target elastisch an einem Proton gestreut wurde. Die Form der Oberfläche bietet eine zusätzliche Abschirmung gegen Teilchen, die sich im Rahmen der Schauerbildung in der Nähe der Oberfläche des Schildes in Richtung der Nachweisebene ausbreiten. Im Bild führt das linke, den Schild treffende Elektron zu einem elektromagnetischen Schauer im Schild. In dem orangefarben eingekreisten Bereich wird ein im Zuge der Schauerbildung entstandenes Photon durch die Form des Schildes am Erreichen der Nachweisebene gehindert. Der Anstieg des in Abbildung 98 dargestellten Ratenverhältnisses bei $r \sim 500$ mm ist auf Ereignisse zurückzuführen, bei denen Bremsstrahlung in der Nähe der Oberfläche des Schildes erzeugt wird und die Nachweisebene in diesem Bereich trifft.

reduziert die Rate der Sekundär-Photonen, welche aus elastischer e-p-Streuung im Target resultiert, im Intervall $r \in [450 \text{ mm}, 1100 \text{ mm}]$.

Man erkennt dies, wenn man das Verhältnis der in den Abbildungen 97 und 96 gezeigten Raten der Sekundär-Photonen aus elastischer e-p-Streuung miteinander vergleicht: Sei $R_{\gamma, \text{ep}}^s$ die simulierte Nachweisrate der Sekundär-Photonen aus elastischer Elektron-Proton-Streuung im Target, die sich für die in Abbildung 97 dargestellte Form des Gamma-Schildes mit sägezahnförmiger Oberfläche ergibt. Sei ferner $R_{\gamma, \text{ep}}$ die simulierte Nachweisrate der Sekundär-Photonen aus elastischer e-p-Streuung, die sich für die in Abbildung 96 dargestellte zylinderförmige Außenfläche des Gamma-Schildes ergibt. In Abbildung 98 ist das Verhältnis von $R_{\gamma, \text{ep}}^s$ und $R_{\gamma, \text{ep}}$ in Abhängigkeit vom Radius r des Auftrefforts der Photonen auf der Nachweisebene dargestellt. Man sieht, dass die Rate der Sekundär-Photonen aus elastischer e-p-Streuung in unmittelbarer Nähe zum Gamma-Schild ($r \sim 450$ mm) durch die Oberflächenstruktur stark reduziert wird. Dieser Effekt kann wie folgt erklärt werden: In Abbildung 79 ist erkennbar, dass der Schild von im Target elastisch an Protonen gestreuten Elektronen getroffen wird, für deren Streuwinkel $\theta_f > 45^\circ$ gilt. Die in der Projektion auf die x - z -Ebene sägezahnartige Form der Oberfläche des Gamma-Schildes sorgt dafür, dass der Bereich der Nachweisebene mit $r \approx 450$ mm besser gegen Teilchen abgeschirmt ist, welche aus der Bildung elektromagnetischer Schauer infolge von Treffern des Schildes hervorgehen. Das zugrunde liegende Prinzip ist in Abbildung 99 veranschaulicht.

Da das Magnetfeld unabhängig von der Form der Oberfläche des Gamma-Schildes dafür sorgt, dass geladene Schauerteilchen mit niedriger Energie den Schild nicht verlassen, wirkt sich die Oberflächenform vor allem auf die Ratenverteilung der Sekundär-Photonen aus elastischer Elektron-Proton-Streuung im Target aus. Aus der Integration der in Abbildung 98 dargestellten Verteilung von $R_{\gamma,ep}^s/R_{\gamma,ep}$ über das vom SiO_2 -Ring des Cherenkov-Detektors abgedeckte Intervall, wo $r \in [450 \text{ mm}, 1100 \text{ mm}]$, folgt:

$$\frac{\int_{450 \text{ mm}}^{1100 \text{ mm}} dr [R_{\gamma,ep}^s(r)/R_{\gamma,ep}(r)]}{1100 \text{ mm} - 450 \text{ mm}} \approx 0,88. \quad (276)$$

Die Rate der die Nachweisebene erreichenden Sekundär-Photonen aus elastischer e-p-Streuung im Target wird durch die Verwendung der in Abbildung 97 gezeigten Form des Gamma-Schildes somit um 12 % gegenüber der Rate, die sich für die in Abbildung 96 dargestellte Form des Schildes ergibt, reduziert.

7.6 Trefferverteilung auf dem Cherenkov-Detektor

Im vorigen Abschnitt wurden die Auswirkungen des Gamma-Schildes auf die Trefferverteilung, die man an der für den Cherenkov-Detektor vorgesehenen Stelle erwartet, diskutiert. Bei der Berechnung der dort vorgestellten Simulationsergebnisse wurden lediglich elektromagnetische Prozesse berücksichtigt, und es wurde ein stark idealisiertes geometrisches Modell des Messaufbaus verwendet, um den Effekt der Abschirmung auf die Ratenverteilung herauszustellen.

In diesem Abschnitt wird die Trefferverteilung, die man im Experiment an der Oberfläche des Cherenkov-Detektors erwartet, diskutiert. Zur Bestimmung dieser Verteilung wurde eine Simulation des P2-Experiments unter Verwendung der in Abbildung 85 gezeigten Geometrie durchgeführt. Ferner wurden im Rahmen dieser Simulation die im Standardumfang von Geant4 simulierbaren elektromagnetischen und hadronischen Prozesse berücksichtigt. Eine vollständige Übersicht der mit Geant4 simulierbaren elektromagnetischen und hadronischen Prozesse ist in [150] gegeben.

Das Prinzip zur Berechnung der Ratenverteilung der den Detektor treffenden Teilchen ist identisch mit dem Prinzip zur Bestimmung der Ratenverteilung in den Nachweisebenen, welches in Abschnitt 7.5 vorgestellt wurde: In der Simulation werden alle Teilchen während der Propagation durch den Messaufbau verfolgt. Erreicht ein Teilchen die Oberfläche des in Abbildung 85 dargestellten SiO_2 -Rings, so wird Information über den Zustand des Teilchens sowie das simulierte Streuereignis abgefragt. Dabei wird für alle Teilchen folgende Information gespeichert:

- Der Teilchentyp;
- Der Ortsvektor des Auftreffpunkts auf dem SiO_2 -Ring;
- Die Gesamtenergie des Teilchens am Auftreffpunkt;
- Die Impulsrichtung des Teilchens am Auftreffpunkt.

Erfolgt der Detektortreffer im Rahmen der Simulation eines elastischen Elektron-Proton-Streuereignisses im Target, so wird zusätzlich Information über den Anfangs- und Endzustand der e-p-Streuung abgefragt. Dies umfasst:

Messaufbau-Modell:	
Geometrisches Modell	s. Abbildung 85
Magnetfeldkarte	FOPI, s. Abbildung 72
MESA-Elektronenstrahl:	
Strahlenergie E_{beam}	155 MeV
Strahlstrom I_{beam}	$150 \mu\text{A}$
Strahlpolarisation P	85 %
Messdauer T	10^4 h
Anzahl simulierter Strahlelektronen N_0	$2,4 \cdot 10^7$
Ereignisgenerator elastische e-p-Streuung:	
Referenzlänge l_{ref}	5 m
Min. Elektron-Polarwinkel θ_f^{\min}	5°
Max. Elektron-Polarwinkel θ_f^{\max}	175°
Min. Elektron-Azimutwinkel ϕ_f^{\min}	0°
Max. Elektron-Azimutwinkel ϕ_f^{\max}	360°

Tabelle 15: Zur Simulation des P2-Experiments verwendete Eingangsgrößen.

- Die Energie E_i des Elektrons im Anfangszustand der Streuung;
- Den Elektron-Streuwinkel θ_f im Endzustand des Streuprozesses.

Mithilfe dieser Information kann der Gewichtungsfaktor $\omega_{\text{ep}}(E_i, \theta_f)$ des simulierten Streuergebnisses nach Gleichung (270) berechnet werden. Zur Vorhersage der im Experiment auf der Detektoroberfläche erwarteten Trefferraten wird jeder Detektortreffer in der Simulation mit dem Gewichtungsfaktor des simulierten Ereignisses gewichtet, in dessen Rahmen der Treffer stattgefunden hat.

Die Werte der Eingangsgrößen zur Simulation des P2-Experiments, für welche die nachfolgend präsentierten Resultate berechnet wurden, sind in Tabelle 15 zusammengefasst. Die Simulation wurde auf 24 Prozessorkernen parallel ausgeführt und dauerte ca. 72 Stunden. Die im P2-Experiment erwartete Ratenverteilung der Teilchen, welche den SiO₂-Ring des Cherenkov-Detektors an der Stelle $z = 3000$ mm treffen, ist in Abbildung 100 in Abhängigkeit vom Radius r des Auftrefforts aufgetragen. Tabelle 16 listet die Trefferraten, die zu den in Abbildung 100 gezeigten Verteilungen korrespondieren, für die einzelnen Teilchentypen auf.

Der drastische Einbruch der Gesamtrate bei $r = 900$ mm, der in Abbildung 100 zu erkennen ist, röhrt von der Abschirmung der Photomultiplier, die man in Abbildung 85 sehen kann, her. Der Teil des SiO₂-Rings mit $900 \text{ mm} \leq r \leq 1100 \text{ mm}$ fungiert als Lichtleiter und wird daher ebenso wie die Photomultiplier durch einen 100 mm dicken Bleischild gegen Strahlung abgeschirmt.

Beim Vergleich von Abbildung 100 mit Abbildung 97 stellt man fest, dass die Photonenraten und die Raten der Sekundär- und Untergrundelektronen in Abbildung 100 systematisch erhöht sind. Ferner erreichen die Protonen aus elastischer e-p-Streuung im Target den Detektor nicht mehr, und es gibt Beiträge zur Ratenverteilung, die von Neutronen aus inelastischen Streuprozessen an Atomkernen stammen. Der Grund für diese Unterschiede liegt in der realistischeren Modellierung des Messaufbaus bei der Berechnung der in diesem Abschnitt vorgestellten Resultate sowie der Berücksichtigung hadronischer Prozesse bei der Simulation

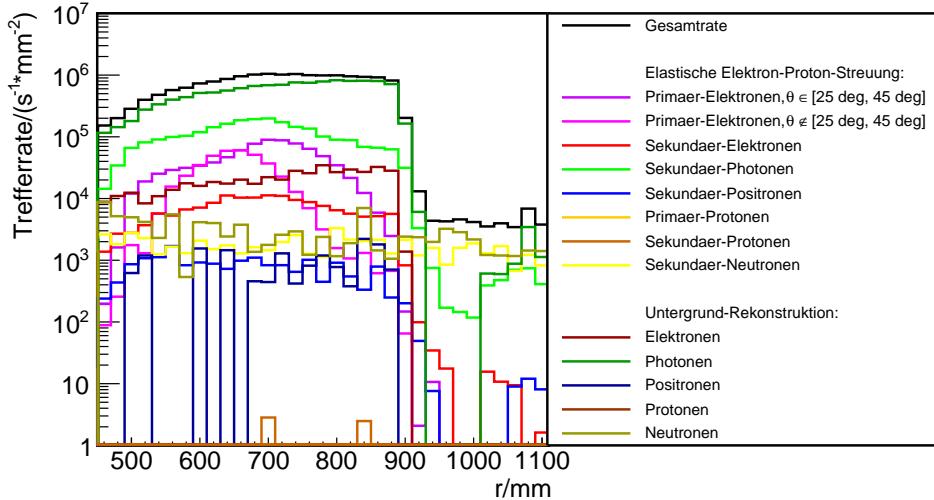


Abbildung 100: Simulierte Trefferverteilung des SiO_2 -Rings an der Stelle $z = 3000 \text{ mm}$ in Abhängigkeit vom Abstand r des Auftrefforts der Teilchen von der Strahlachse. Die Raten wurden auf die Ringflächen, welche zur Breite der Histogrammbalken in radialer Richtung korrespondieren, normiert. In der Legende wird zwischen Teilchen, welche den Detektor im Rahmen der Simulation einer elastischen Elektron-Proton-Streuung im Target getroffen haben, und Teilchen, die den Detektor im Rahmen der Simulation eines Untergrundereignisses im Target erreicht haben, unterschieden. Bei den Teilchen, welche den SiO_2 -Ring im Rahmen der Simulation eines e-p-Streuereignisses im Target getroffen haben, wird zwischen „Primär“ und „Sekundärteilchen“ unterschieden. Primärteilchen sind Teilchen, die vom Ereignisgenerator im Endzustand der elastischen e-p-Streuung generiert wurden, es handelt sich somit entweder um Elektronen oder Protonen. Sekundärteilchen wurden bei der Simulation physikalischer Wechselwirkungen von Primär- oder Sekundärteilchen generiert.

der physikalischen Wechselwirkungen. Die Streukammer aus Aluminium, das Kevlar-Fenster, das He-Gas in der He-Kammer, die Spurdetektoren, der aus Aluminium bestehende Rand der He-Kammer und das Luftvolumen zwischen He-Kammer und Cherenkov-Detektor stellen zusätzliche Medien dar, in denen die Protonen gestoppt und Neutronen, Bremsstrahlung sowie geladene Sekundärteilchen freigesetzt werden können.

Man erkennt in Abbildung 100, dass die im Experiment nachzuweisenden Primärelektronen aus elastischer Elektron-Proton-Streuung mit Streuwinkeln $\theta_f \in [25^\circ, 45^\circ]$ durch das Magnetfeld auf einen ringförmigen Bereich mit Radien $r \in [450 \text{ mm}, 900 \text{ mm}]$ fokussiert werden. Abbildung 101 zeigt die Trefferverteilung der im Experiment nachzuweisenden Elektronen in Abhängigkeit von ihrer kinetischen Energie und des Radius ihres Auftrefforts. Für den Erwartungswert $\langle r \rangle$ des Radius des Auftrefforts der im Experiment nachzuweisenden Elektronen auf der Oberfläche des SiO_2 -Rings ergibt sich

$$\langle r \rangle \approx 698 \text{ mm}. \quad (277)$$

Der Erwartungswert $\langle E_{\text{kin}} \rangle$ der kinetischen Energie der im Experiment nachzuweisenden Elektronen am Auftreffort auf der Oberfläche des SiO_2 -Rings beträgt

$$\langle E_{\text{kin}} \rangle \approx 115 \text{ MeV}. \quad (278)$$

Die Trefferverteilungen der übrigen in Abbildung 100 angeführten Teilchentypen sind in Anhang B in Abhängigkeit von der kinetischen Energie der Teilchen am Auftreffort auf der

Teilchentyp	Trefferrate SiO ₂ -Ring/s ⁻¹
Elastische Elektron-Proton-Streuung:	
Primär-Elektronen, $\theta_f \in [25^\circ, 45^\circ]$	$7,10 \cdot 10^{10}$ (4,6 %)
Primär-Elektronen, $\theta_f \notin [25^\circ, 45^\circ]$	$3,21 \cdot 10^{10}$ (2,1 %)
Sekundär-Elektronen	$1,33 \cdot 10^{10}$ (0,9 %)
Sekundär-Photonen	$2,12 \cdot 10^{11}$ (13,9 %)
Sekundär-Positronen	$1,47 \cdot 10^9$ (0,1 %)
Sekundär-Protonen	$5,11 \cdot 10^5$ (0,0 %)
Sekundär-Neutronen	$5,41 \cdot 10^9$ (0,4 %)
Untergrund-Prozesse:	
Elektronen	$4,05 \cdot 10^{10}$ (2,6 %)
Photonen	$1,14 \cdot 10^{12}$ (74,5 %)
Positronen	$1,40 \cdot 10^9$ (0,1 %)
Neutronen	$8,31 \cdot 10^9$ (0,5 %)
Gesamt	$1,53 \cdot 10^{12}$

Tabelle 16: Im P2-Experiment erwartete Trefferraten des SiO₂-Rings des Cherenkov-Detektors an der Stelle $z = 3000$ mm. Die Gesamtrate ist nach den Teilchentypen aufgeschlüsselt, zwischen denen in der Simulation unterschieden wird. Es werden nur diejenigen Teilchentypen aufgelistet, deren Trefferrate von 0 verschieden ist. In runden Klammern werden die prozentualen Anteile an der Gesamtrate angegeben.

Detektoroberfläche und des Radius des Auftrefforts dargestellt.

Da das Antwortverhalten des Cherenkov-Detektors, wie im nachfolgenden Abschnitt ausgeführt werden wird, von der Einfallsrichtung der den SiO₂-Ring treffenden Elektronen abhängt, ist die Kenntnis der Verteilung der Auftreffwinkel der im Experiment nachzuweisenden Elektronen auf der Oberfläche des SiO₂-Rings notwendig, um die räumliche Ausrichtung der Detektormodule optimieren zu können. Da der Messaufbau des P2-Experiments azimuthalsymmetrisch ist, kann die Einfallsrichtung der den SiO₂-Ring treffenden Teilchen mithilfe zweier Winkel α und β parametrisiert werden. Im Folgenden werden diese Winkel definiert, wobei die linke Seite von Abbildung 102 der Veranschaulichung dient: Für einen Detektortreffer am Ort \vec{x} im globalen Koordinatensystem der Geant4-Simulation, das in Abschnitt 7.1 definiert ist, sei \vec{r} die Projektion von \vec{x} auf die x - y -Ebene. Der Vektor \vec{r} zeigt somit, wie in Abbildung 102 veranschaulicht, von der Strahlachse zum Auftreffort des Teilchens auf der Detektoroberfläche. Für jeden Vektor \vec{r} wird ein rechtshändiges, kartesisches Koordinatensystem mit den in Abbildung 102 dargestellten Achsen x' , y' und z' so definiert, dass die z' -Achse parallel zur Strahlachse ist und die x' -Achse in Richtung von \vec{r} zeigt. Der Ursprung dieses Koordinatensystems habe den Abstand d zum Auftreffort des Teilchens auf dem SiO₂-Ring. Der Impulsvektor des Teilchens am Auftreffort sei \vec{p} . Die durch den Auftreffort des Teilchens auf der Detektoroberfläche und \vec{p} definierte Gerade schneide die x' - y' -Ebene am Punkt $P = (P_{x'}, P_{y'}, P_{z'})^T$. Die Auftreffwinkel α und β des Teilchens auf der Oberfläche des SiO₂-Volumens werden wie folgt definiert:

$$\alpha \equiv \arctan \left(\frac{P_{x'}}{d} \right), \quad (279)$$

$$\beta \equiv \arctan \left(\frac{P_{y'}}{d} \right). \quad (280)$$

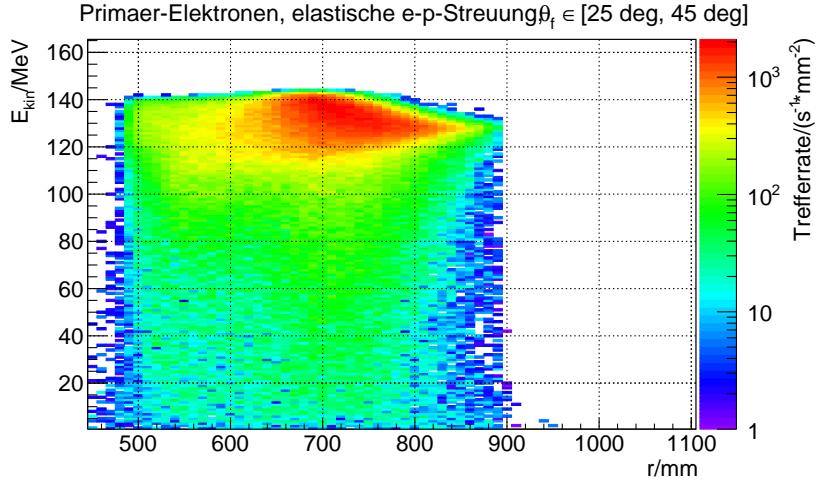


Abbildung 101: Ratenverteilung der Primärelektronen aus elastischer Elektron-Proton-Streuung mit Streuwinkeln $\theta_f \in [25^\circ, 45^\circ]$ in Abhängigkeit von der kinetischen Energie E_{kin} der Elektronen am Auftreffort auf dem Detektor und des Abstands r des Auftrefforts von der Strahlachse. Die Raten wurden auf die ringförmigen Flächen normiert, die zur Breite der Histogrammbalken in radialer Richtung korrespondieren.

Die sich aus der Simulation ergebende Ratenverteilung der im Experiment nachzuweisenden, elastisch unter Winkeln $\theta_f \in [25^\circ, 45^\circ]$ an Protonen gestreuten Elektronen ist auf der rechten Seite von Abbildung 102 in Abhängigkeit von α und β dargestellt. Aus dieser Verteilung ergeben sich die folgenden Erwartungswerte $\langle \alpha \rangle$ und $\langle \beta \rangle$ der beiden Auftreffwinkel:

$$\langle \alpha \rangle = 2,32^\circ, \quad (281)$$

$$\langle \beta \rangle = -0,66^\circ. \quad (282)$$

Für die Standardabweichungen $\Delta\alpha$ und $\Delta\beta$, die man aus den Projektionen der in Abbildung 102 dargestellten Verteilung auf die α - bzw. β -Achse errechnet, ergibt sich:

$$\Delta\alpha = 4,84^\circ, \quad (283)$$

$$\Delta\beta = 3,52^\circ. \quad (284)$$

In Abbildung 103 ist die Anzahl $N_{\text{ep}}^{\text{target}}$ von elastischen Elektron-Proton-Streuereignissen im Target, die innerhalb der Hälfte der Messdauer $T/2 = 5 \cdot 10^3$ h zur Trefferverteilung auf dem Cherenkov-Detektor beitragen, in Abhängigkeit von der Energie E_i der Elektronen im Anfangszustand des Streuprozesses sowie des Elektron-Streuwinkels θ_f aufgetragen. Es wurde bei der Berechnung von $N_{\text{ep}}^{\text{target}}$ nur die Hälfte der Messdauer berücksichtigt, da dies die Zeitdauer ist, für die idealerweise jeder der beiden Helizitätszustände der Strahlelektronen im Experiment vorliegt. Man beachte, dass die Verteilung von $N_{\text{ep}}^{\text{target}}$ auch diejenigen Streuergebnisse im Target einschließt, in deren Folge der Detektor lediglich von Sekundärteilchen getroffen wurde.

Es gibt ein Maximum von $N_{\text{ep}}^{\text{target}}(E_i, \theta_f)$ im Bereich mit $E_i \in [135 \text{ MeV}, 155 \text{ MeV}]$ und $\theta_f \in [20^\circ, 45^\circ]$. Die Beiträge der Streuereignisse mit $\theta_f \in [20^\circ, 25^\circ]$ in diesem Bereich bedingen den in Abbildung 100 magentafarben gezeichneten Beitrag zur Trefferverteilung des SiO_2 -Rings durch Primär-Elektronen mit $\theta_f \notin [25^\circ, 45^\circ]$ maßgeblich. Es ist aufgrund der großen Targetlänge von 600 mm sowie der hohen geforderten Detektorakzeptanz in θ_f von $\delta\theta_f = 20^\circ$ nicht möglich, den Cherenkov-Detektor gegen diese Elektronen abzuschirmen, ohne einen Teil der Bahnkurven der im Experiment nachzuweisenden Elektronen zu stören.

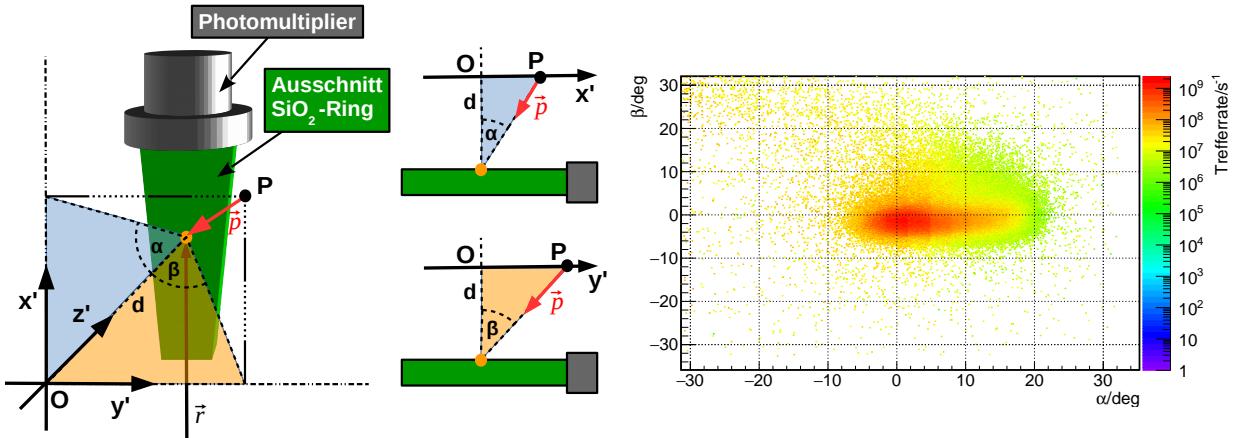


Abbildung 102: Verteilung der Auftreffwinkel der im P2-Experiment nachzuweisenden Elektronen aus elastischer e-p-Streuung mit Streuwinkeln $\theta_f \in [25^\circ, 45^\circ]$. Die linke Abbildung dient zur Veranschaulichung der Auftreffwinkel α und β der Teilchen auf der Oberfläche des SiO_2 -Rings. Die Definition der beiden Winkel findet sich im Text. Auf der rechten Seite ist die Ratenverteilung der im Target elastisch an Protonen unter Winkeln $\theta_f \in [25^\circ, 45^\circ]$ gestreuten Elektronen in Abhängigkeit von α und β dargestellt.

Im Bereich mit $\theta_f \approx 5^\circ$ und $E_i \in [130 \text{ MeV}, 155 \text{ MeV}]$ gibt es ein zweites Maximum von $N_{\text{ep}}^{\text{target}}(E_i, \theta_f)$. Es wird hauptsächlich von Detektortreffern durch Sekundärteilchen mit vergleichsweise niedrigen Energien $E_{\text{kin}} \sim 10 \text{ MeV}$ bedingt, die den Detektor infolge von Treffern des Gamma-Schildes durch Primär-Elektronen mit Streuwinkeln $\theta_f \in [6^\circ, 10^\circ]$ erreicht haben. Der vergleichsweise hohe Wert von $N_{\text{ep}}^{\text{target}}$ in diesem Bereich ist auf den Umstand zurückzuführen, dass die durch Gleichung (51) gegebene Rosenbluth-Formel mit kleiner werdendem θ_f stark ansteigt.

Die Ausläufer von $N_{\text{ep}}^{\text{target}}(E_i, \theta_f)$ zu großen Streuwinkeln $\theta_f > 45^\circ$ für $120 \text{ MeV} \leq E_i \leq 155 \text{ MeV}$ werden ebenfalls durch Detektortreffer von Sekundärteilchen bedingt, die infolge von Treffern der Streukammer, der Bleiabschirmung des Solenoiden sowie des Eisenjochs des Magneten durch Primär-Elektronen und Sekundär-Photonen aus elastischer e-p-Streuung im Target freigesetzt wurden.

Die Beiträge zu $N_{\text{ep}}^{\text{target}}$ im Bereich $\theta_f \in [60^\circ, 85^\circ]$ und $E_i \in [90 \text{ MeV}, 120 \text{ MeV}]$ sind auf direkte Treffer des SiO_2 -Rings durch Primär-Elektronen aus dem Target sowie Sekundärteilchen, die infolge von Treffern des Gamma-Schildes durch Primär-Elektronen entstanden sind, zurückzuführen. Abbildung 104 zeigt ein Beispiel für den Verlauf der Bahnkurven dieser Primär-Elektronen, das mithilfe der in Kapitel 6 vorgestellten Raytracing-Simulation erstellt wurde. Es ist bei dem vorgesehenen Messaufbau aufgrund der großen Ausdehnung des ℓH_2 -Targets entlang der Strahlachse nicht möglich, den Detektor gegen diese Elektronen abzuschirmen, ohne einen erheblichen Teil der Bahnkurven der im Experiment nachzuweisenden Elektronen mit Streuwinkeln $25^\circ \leq \theta_f \leq 45^\circ$ ebenfalls abzuschirmen.

Für die Gesamtzahl der simulierten elastischen Elektron-Proton-Streuereignisse im Target, die einen Beitrag zu $N_{\text{ep}}^{\text{target}}(E_i, \theta_f)$ innerhalb der Zeit $T/2$ leisten, gilt:

$$\int_0^{E_{\text{beam}}} dE_i \int_{5^\circ}^{175^\circ} d\theta_f [N_{\text{ep}}^{\text{target}}(E_i, \theta_f)] \approx 2,77 \cdot 10^{18}. \quad (285)$$

Man beachte, dass die Gesamtzahl der Teilchen, die den Detektor innerhalb von $T/2$ infolge

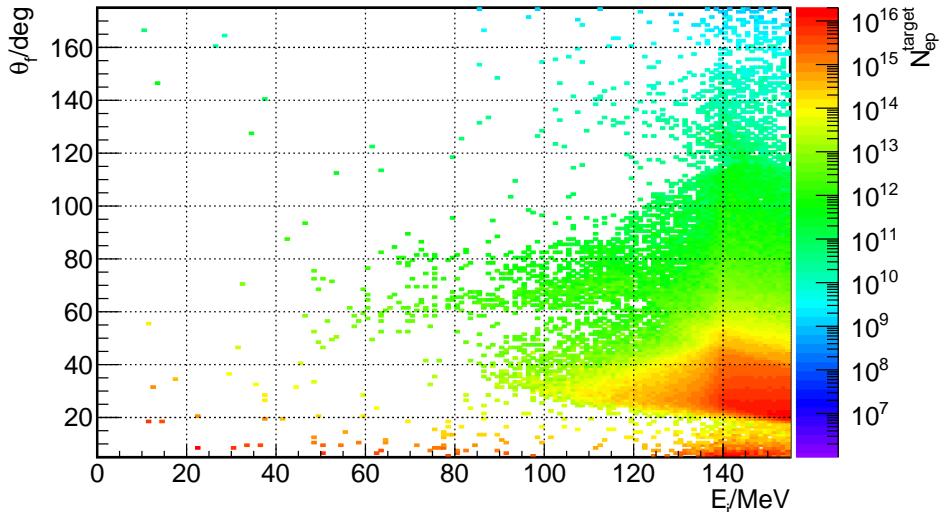


Abbildung 103: Im P2-Experiment erwartete Anzahl N_{ep}^{target} von elastischen Elektron-Proton-Streuereignissen im Target, die innerhalb der Hälfte der Messdauer $T/2 = 5 \cdot 10^3$ h zur Trefferverteilung des Cherenkov-Detektors beitragen, in Abhängigkeit von der Energie E_i der Elektronen im Anfangszustand des Streuprozesses sowie des Elektron-Streuwinkels θ_f .

elastischer e-p-Streuung im Target treffen, $6,04 \cdot 10^{18}$ beträgt, wie man aus den in Tabelle 16 gegebenen Raten folgern kann. Dieser Wert ist um den Faktor 2,2 größer als der in Gleichung (285) gegebene Wert. Dieser Umstand ist darauf zurückzuführen, dass die im Target gestreuten Elektronen mit den Materialien des Messaufbaus wechselwirken und somit die Erzeugung von Sekundärteilchen bedingen, die ebenfalls den Detektor treffen.

Für die im Experiment erwartete Gesamtzahl der Untergrundteilchen N_{bg}^{target} , die innerhalb der Zeitdauer $T/2$ aus dem Target hervortreten, ergibt sich:

$$N_{bg}^{target} \approx 2,04 \cdot 10^{19}. \quad (286)$$

Infolge dieser Ereignisse erwartet man $2,14 \cdot 10^{19}$ Detektortreffer innerhalb einer Zeitspanne von $T/2$, wie man mittels der in Tabelle 16 angegebenen Raten berechnen kann. Dieser Wert ist mit N_{bg}^{target} vergleichbar. Die aus dem Target hervortretenden Teilchen interagieren zwar auch mit den Materialien des Messaufbaus und setzen dabei Sekundärteilchen frei. Viele der Untergrundteilchen aus dem Target werden durch die Abschirmung jedoch am Erreichen des Detektors gehindert.

Die in Abbildung 100 gezeigte Gesamtrate der den Detektor treffenden Teilchen wird vom Beitrag der Photonen aus Untergrundprozessen über das Intervall $r \in [450 \text{ mm}, 900 \text{ mm}]$ hinweg dominiert. Den zweitgrößten Beitrag in diesem Radiusintervall stellen Sekundär-Photonen aus elastischen Elektron-Proton-Streuereignissen im Target, und erst der drittgrößte Beitrag zur Gesamtrate stammt von den im Experiment nachzuweisenden Elektronen, wie man Tabelle 16 entnehmen kann. Unter diesen Umständen ist eine integrierende Messung der paritätsverletzenden Asymmetrie der elastischen Elektron-Proton-Streuung nur dann erfolgreich durchführbar, wenn der hierzu eingesetzte Detektor nicht sensitiv auf Treffer des aktiven Mediums durch Photonen ist.

Die P2-Kollaboration hat sich daher zum Einsatz eines Cherenkov-Detektors zur Asymmetriemessung entschieden. Man erkennt anhand von Abbildung 105, dass die meisten der den Detektor treffenden Photonen Energien besitzen, die kleiner sind als die Cherenkov-Schwellenenergie $E_{th} = 0,71 \text{ MeV}$ für Elektronen in SiO_2 , die durch Gleichung (188) gegeben

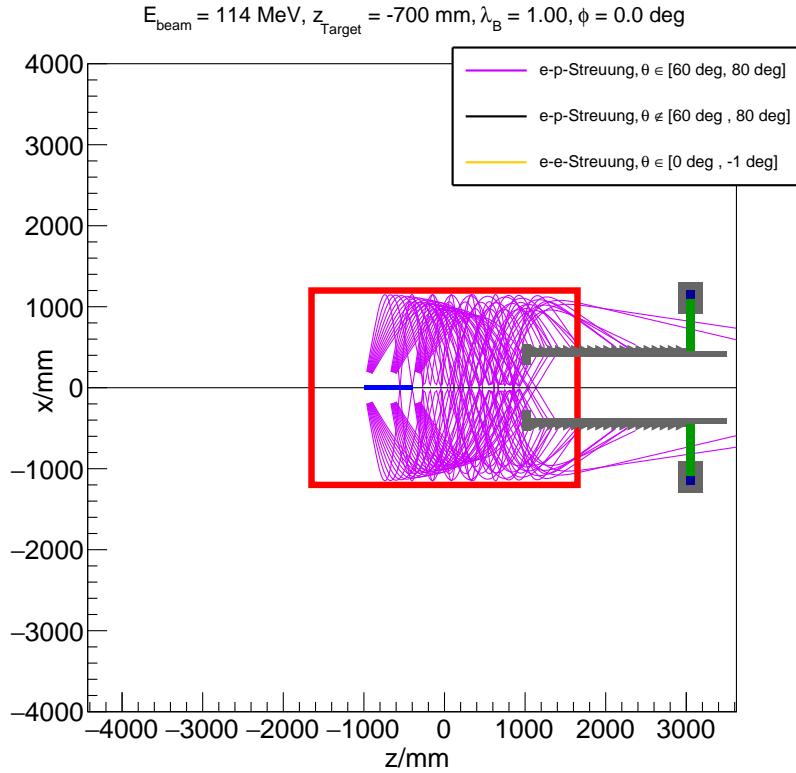


Abbildung 104: Projektionen von mit der Raytracing-Simulation berechneten Bahnkurven im Target elastisch an Protonen gestreuter Elektronen mit $\theta_f \in [60^\circ, 80^\circ]$. Als Strahlenergie wurde für diese Simulation $E_{\text{beam}} = 114 \text{ MeV}$ gewählt. Das Target ist in Blau, der Solenoid in Rot, die Abschirmung in Grau und der SiO_2 -Ring des Cherenkov-Detektors in Grün dargestellt. Man erkennt, dass einige der gestreuten Elektronen den Cherenkov-Detektor treffen und somit direkt zu $N_{\text{ep}}^{\text{target}}$ beitragen. Weitere Beiträge zu $N_{\text{ep}}^{\text{target}}$ sind durch die Erzeugung von Sekundärteilchen infolge von Treffern der Abschirmung möglich.

ist. Es ist diesen Photonen nicht möglich zur Bildung von Cherenkov-Licht im Detektor beizutragen. In Abwesenheit von Lumineszenz können Photonen mit Energien $> E_{\text{th}}$ nur indirekt zum Signal eines Cherenkov-Detektors beitragen, indem sie mit dem Cherenkov-Medium interagieren und dabei geladene Teilchen freisetzen, deren Energie oberhalb der Schwellenenergie zur Erzeugung von Cherenkov-Licht liegt. Daher sind Cherenkov-Detektoren im Allgemeinen nicht sensitiv auf Treffer durch Photonen. Man erwartet daher eine drastische Reduktion des von Photonen stammenden relativen Beitrags zum Ausgangssignal des Cherenkov-Detektors gegenüber dem relativen Anteil dieser Teilchen an der Trefferrate auf der Detektoroberfläche.

Man kann Abbildung 105 ebenfalls entnehmen, dass die meisten Elektronen aus Untergrundprozessen sowie Sekundär-Elektronen aus elastischer Elektron-Proton-Streuung im Target vergleichsweise niedrige kinetische Energien $E_{\text{kin}} \leq 10 \text{ MeV}$ besitzen.

Man kann folgern, dass zur Vorhersage der im Experiment zu messenden Asymmetrie die Kenntnis des Antwortverhaltens des Cherenkov-Detektors von großer Bedeutung ist. Im nachfolgenden Abschnitt wird dargestellt, auf welche Weise das Antwortverhalten in der Simulation berücksichtigt wird, und es werden entsprechende Resultate diskutiert.

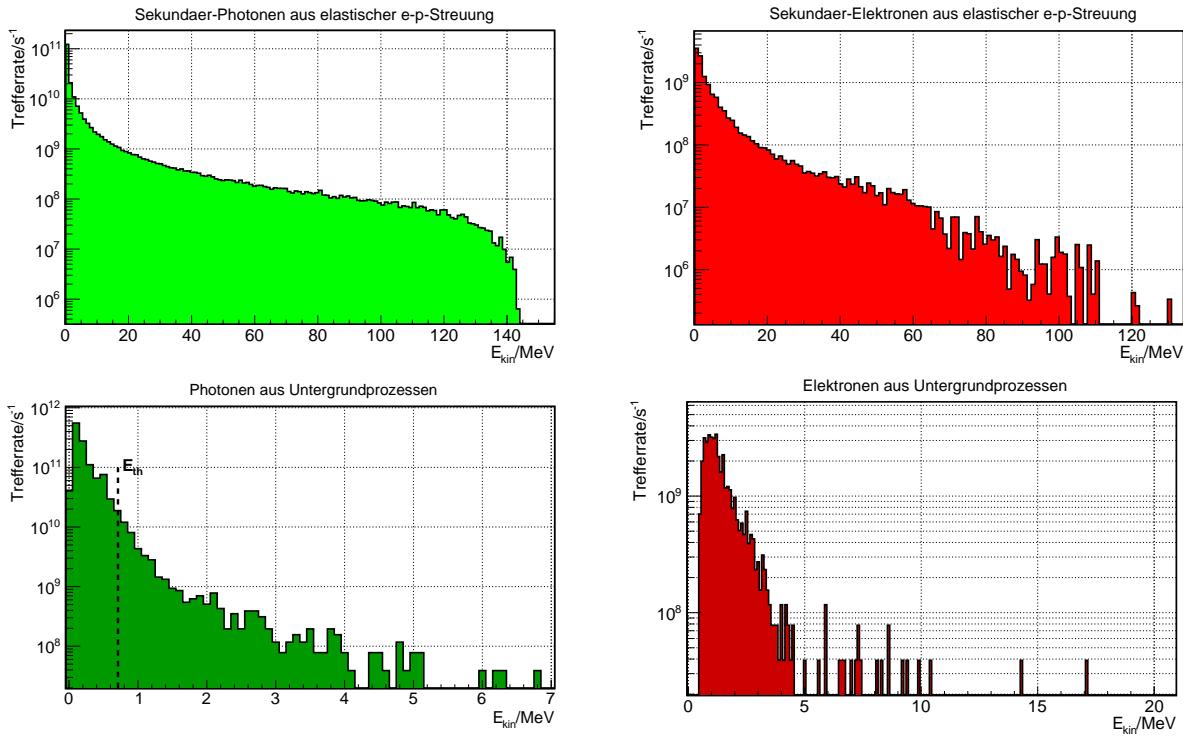


Abbildung 105: Ratenverteilungen von Photonen und Elektronen aus Sekundär- und Untergrundprozessen, die den SiO_2 -Ring des Cherenkov-Detektors an der Stelle $z = 3000 \text{ mm}$ treffen, in Abhängigkeit von der kinetischen Energie E_{kin} der Teilchen. Oben links ist die Verteilung für Photonen gezeigt, die im Rahmen der Simulation elastischer Elektron-Proton-Streuereignisse im Target den Detektor erreicht haben. Unten links ist die Ratenverteilung für Photonen aus Untergrundprozessen im Target gezeigt, die den Cherenkov-Detektor getroffen haben. Man erkennt, dass die meisten der Photonen kinetische Energien aufweisen, die kleiner sind als die Schwellenenergie $E_{\text{th}} = 0,71 \text{ MeV}$ für Elektronen zur Erzeugung von Cherenkov-Licht in SiO_2 . Rechts oben ist die Ratenverteilungen für Sekundärelektronen gezeigt, die im Rahmen der Simulation elastischer e-p-Streuung im Target den Detektor erreicht haben. Unten rechts ist die Ratenverteilung der Elektronen dargestellt, die den SiO_2 -Ring infolge von Untergrundprozessen im Target getroffen haben.

7.7 Verteilung des Photoelektronen-Stroms im Cherenkov-Detektor

Das Prinzip zum Teilchennachweis mit dem Cherenkov-Ringdetektor ist in Abschnitt 4.7.3 beschrieben: Geladene Teilchen, die sich mit einer Geschwindigkeit durch die SiO_2 -Volumina des Cherenkov-Detektors bewegen, die größer ist als die Lichtgeschwindigkeit in SiO_2 , führen zur Bildung von Cherenkov-Licht. Die Cherenkov-Photonen lösen an den Kathoden der Photomultiplier durch den Photoeffekt Elektronen aus, die im weiteren Verlauf als „Photoelektronen“ bezeichnet werden. Der Strom dieser Elektronen wird im Folgenden als „Photoelektronen-Strom“ bezeichnet. Der Photoelektronen-Strom wird mithilfe eines Dynodenstrangs verstärkt, so dass an der Anode des Photomultipliers ein messbares elektrisches Signal abgegriffen werden kann.

Die Geant4-Simulation des P2-Experiments gestattet es, eine Vorhersage für den Photoelektronen-Strom zu treffen, den man während der Asymmetriemessung im Experiment an den Kathoden der Photomultiplier erwartet. Im Folgenden wird zunächst das Prinzip vorgestellt, nach

dem die Vorhersage für die Verteilung des Photoelektronen-Stroms getroffen wird. Im Anschluß werden entsprechende Simulationsergebnisse vorgestellt und diskutiert. Mithilfe der Verteilung des Photoelektronen-Stroms kann man die Erwartungswerte des negativen Viereimpulsübertragsquadrats Q^2 und der paritätsverletzenden Asymmetrie $A_{\text{ep}}^{\text{PV}}$ der elastischen Elektron-Proton-Streuung vorhersagen.

7.7.1 Methode zur Bestimmung der Verteilung des Photoelektronen-Stroms

Die Simulation der Erzeugung und Ausbreitung von Cherenkov-Photonen in den SiO_2 -Volumina des Detektors ist im Rahmen einer umfassenden Simulation des P2-Experiments aus Effizienzgründen nicht sinnvoll: Es müsste infolge jedes Detektortreffers durch ein geladenes Teilchen, dessen Energie oberhalb der Cherenkov-Schwellenenergie liegt, eine Vielzahl von Cherenkov-Photonen durch die SiO_2 -Volumina des Detektors verfolgt werden. Ferner müsste man für jedes Cherenkov-Photon, das einen der Photomultiplier erreicht, den Photoeffekt im Kathodenmaterial simulieren, um die Anzahl der dort ausgelösten Photoelektronen bestimmen zu können. Bei einem typischen Simulationslauf mit $\sim 10^7$ simulierten Strahl elektronen pro Prozessorkern läge die hierfür benötigte Laufzeit des Programms im Bereich mehrerer Jahre.

Zur Bestimmung des Photoelektronen-Stroms wird daher eine Parametrisierung der Photoelektronen-Ausbeute benutzt, die im Rahmen der Dissertation von K. Imai [151] angefertigt wurde. Die Parametrisierung gestattet die Bestimmung von Erwartungswert und Standardabweichung der Anzahl infolge eines Detektortreffers ausgelösten Photoelektronen in Abhängigkeit vom Zustand des den Detektor treffenden Teilchens. Der Zustand des Teilchens wird festgelegt durch:

- Den Teilchentyp;
- Die kinetischen Energie E_{kin} des Teilchens am Auftreffort;
- Die Impulsrichtung des Teilchens am Auftreffort, die durch die in Abschnitt 7.6 definierten Winkel α und β parametrisiert wird.

Die Parametrisierung gestattet gegenwärtig eine Bestimmung der Photoelektronen-Ausbeute für Elektronen und Photonen. Detektortreffer durch Positronen werden in Folge dessen wie Treffer durch Elektronen behandelt. Für andere Teilchentypen, die von der Parametrisierung nicht eingeschlossen werden, wird eine konstante Photoelektronen-Ausbeute von 0 angenommen, um eine korrekte Normierung bei der Berechnung des Photoelektronen-Stroms gewährleisten zu können.

Die Parametrisierung der Detektorantwort wurde mithilfe einer zu diesem Zweck entwickelten Geant4-Simulation erstellt. Im Folgenden wird das Prinzip dieser Simulation kurz beschrieben. Es wurde ein Detektormodul bestehend aus SiO_2 -Volumen, Licht reflektierender Mantelung sowie einem Photomultiplier modelliert, wie es in Abbildung 52 auf der rechten Seite zu sehen ist. Zur Berechnung der Photoelektronen-Ausbeute wurde das Modul mit einzelnen Elektronen oder Photonen so beschossen, dass die Teilchen unabhängig von der Wahl ihrer Impulsrichtung den geometrischen Schwerpunkt der Oberfläche des SiO_2 -Volumens durchquerten, wie in Abbildung 102 auf der linken Seite dargestellt.

Für jede Konfiguration bestehend aus Teilchentyp, -energie und -impulsrichtung wurde eine hohe Anzahl von Detektortreffern simuliert. Für jeden Detektortreffer wurde die Erzeugung und Ausbreitung von Cherenkov-Licht im Medium sowie Untergrundprozesse, wie der

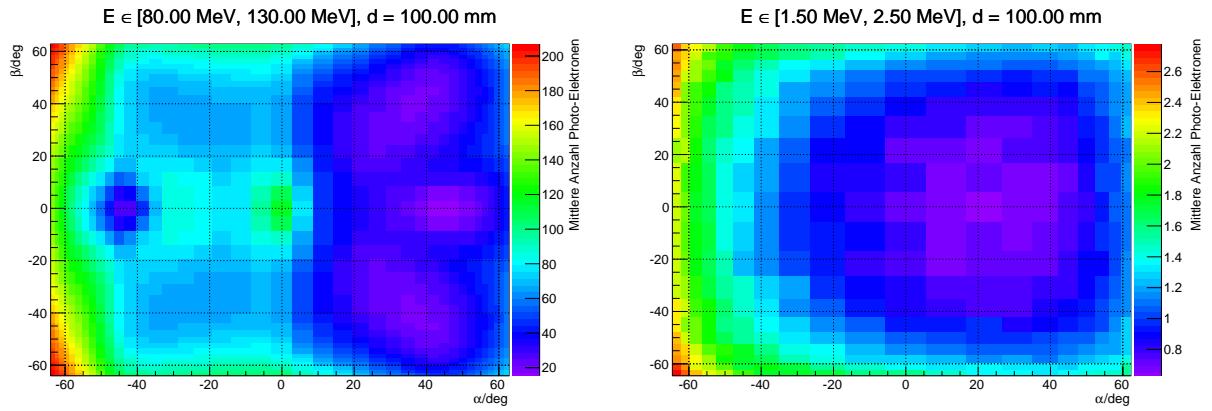
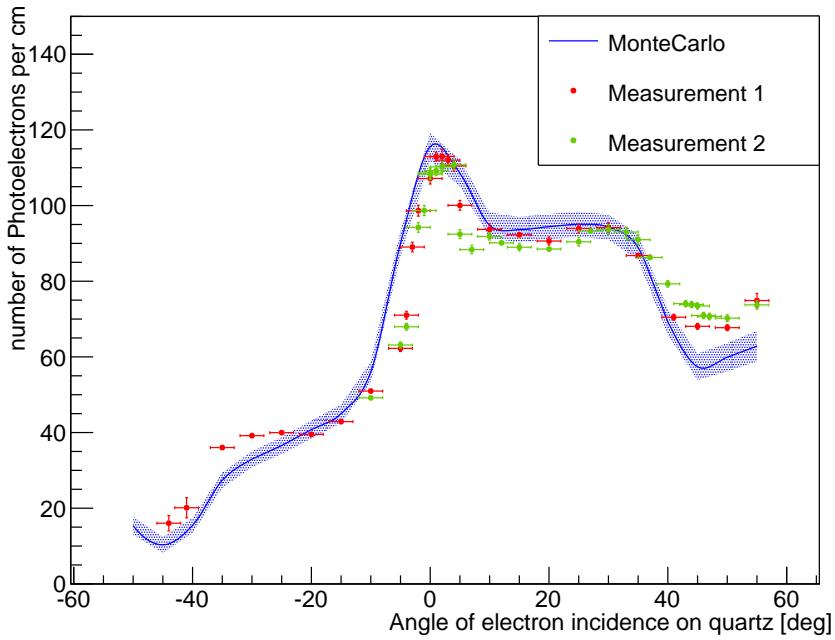


Abbildung 106: Verteilungen der Erwartungswerte der Photoelektronen-Ausbeuten für den Detektor treffende Elektronen und Photonen. Links ist der Erwartungswert der Ausbeute für Elektronen mit Energien $E \in [80 \text{ MeV}, 130 \text{ MeV}]$ in Abhängigkeit von den Einfalls winkeln α und β dargestellt. Man erkennt ein lokales Maximum der Photoelektronen-Ausbeute bei $(\alpha = 0^\circ, \beta = 0^\circ)$, welches durch Totalreflexion der Cherenkov-Photonen an den Grenz flächen des SiO_2 -Volumens bei der gewählten Detektorgeometrie bedingt wird. Die lokalen Maxima bei $\alpha = -60^\circ$ erklären sich aus dem Umstand, dass die Elektronen in diesem Fall einen langen Weg im Cherenkov-Medium zurücklegen und die Photokathode des Multipliers in geringem Abstand passieren. Auf der rechten Seite ist die Verteilung des Erwartungswerts der Photoelektronen-Ausbeute für Photonen mit Energien $E \in [1,5 \text{ MeV}, 2,5 \text{ MeV}]$ in Abhängigkeit von α und β gezeigt.

Möller-Streuprozess, die Compton-Streuung, Innere Konversion, Paarbildung sowie die Erzeugung von Bremsstrahlung mit den von Geant4 bereitgestellten Methoden simuliert. Bei der Simulation der Ausbreitung des Cherenkov-Lichts im aktiven Volumen wurden Reflexion, Absorption und Transmission der Photonen an den Grenzflächen des Detektormoduls berücksichtigt. Die Simulation des Photomultipliers wurde auf die Berechnung der Photoelektronen-Ausbeute an der Photokathode durch den Photoeffekt beschränkt. Dabei wurde der von der Wellenlänge der Photonen abhängige Mittelwert der Quanteneffizienz des Kathodenmaterials berücksichtigt. Aus der Häufigkeitsverteilung der ausgelösten Photoelektronen wurden Erwartungswert und Standardabweichung bestimmt. Die Simulation gestattet es, den Typ, die kinetische Energie E_{kin} und die Auftreffwinkel α und β des den Detektor treffenden Teilchens systematisch zu variieren. Auf diese Weise konnten Parametrisierungen des Erwartungswerts und der Standardabweichung der Anzahl ausgelöster Photoelektronen in Abhängigkeit von diesen Variablen erstellt werden.

Abbildung 106 zeigt einen Auszug aus der Parametrisierung der Photoelektronen-Ausbeute. Die vollständige Parametrisierung, die im Rahmen der vorliegenden Arbeit verwendet wurde, ist in Anhang C dargestellt. Die in Abbildung 106 dargestellte Photoelektronen-Ausbeute für niederenergetische Photonen ist sehr viel geringer als die ebenfalls gezeigte Photoelektronen-Ausbeute für die im Experiment nachzuweisenden Elektronen. Dies entspricht der Erwartung, da Photonen, wie in Abschnitt 7.6 ausgeführt, nur indirekt zur Produktion von Cherenkov-Licht im Medium beitragen können.

Die Detektormodul-Simulation reproduziert die Ergebnisse von Prototypen-Tests, welche die P2-Kollaboration im Zeitraum von 2013 bis 2017 am Teilchenbeschleuniger MAMI in Mainz durchgeführt hat. Bei diesen Experimenten wurden verschiedene Modul-Geometrien,



Energie E	195 MeV
Strahlrate	3 kHz
Cherenkov-Medium	Spectrosil 2000
Oberflächenpolitur	Optische Politur
Geometrie	s. Abbildung 53
Photomultiplier	Hamamatsu R11410 ZK6862 Assy
Reflektierende Mantelung	Alanod 4300UP
Lichtdichte Mantelung	0,3 mm Vinyl

Abbildung 107: Vergleich von Messergebnissen der an MAMI durchgeföhrten Prototypen-Tests mit Resultaten der Detektormodul-Simulation. Die Abbildung und die Tabelle wurden [26] entnommen, die Abbildung wurde von K. Imai (P2-Kollaboration) erstellt. Im Experiment wurden zwei gleichartige, aber unterschiedliche Detektormodul-Prototypen mit Strahlelektronen beschossen und die Ausbeute an Photoelektronen an der Kathode der Photomultiplier bestimmt. Die experimentellen Bedingungen sowie die Konfiguration der Detektormodule in Experiment und Simulation sind in der Tabelle aufgeführt. In der Abbildung ist die Anzahl der ausgelösten Photoelektronen pro Wegstück der Strahlelektronen in SiO_2 in Abhängigkeit vom Einfallswinkel α der Elektronen dargestellt. Es sind Ergebnisse zweier unabhängiger Messreihen gezeigt, die durch die roten und grünen Punkte repräsentiert werden. Die blaue Linie gibt den Erwartungswert der mit der Detektormodul-Simulation berechneten Anzahl an Photoelektronen pro Weglänge an, das blau gepunktete Band repräsentiert die Standardabweichung der Anzahl ausgelöster Photoelektronen.

Cherenkov-Medien, reflektierende Mantelungen sowie Photomultiplier hinsichtlich ihrer Eignung für das P2-Experiment studiert, indem die Photoelektronen-Ausbeute bestimmt wurde. Eine Diskussion der Resultate dieser Studien wird in [151] gegeben werden. Abbildung 107 zeigt die Resultate zweier Messreihen im Vergleich mit den Ergebnissen der Detektormodul-

Simulation, mit der die Parametrisierung der Photoelektronen-Ausbeute erstellt wurde. Man erkennt, dass die Vorhersage der Detektormodul-Simulation für die Ausbeute an Photoelektronen mit den gezeigten Resultaten der an MAMI durchgeführten Testmessungen vereinbar ist. Im Rahmen der Testmessungen wurde festgestellt, dass die Photoelektronen-Ausbeute in guter Näherung vom Auftreffort der Elektronen auf der Oberfläche der Detektormodule unabhängig ist. Aus diesem Grund wurde der Auftreffort der Teilchen auf dem SiO_2 -Volumen beim Erstellen der Parametrisierung der Detektorantwort nicht berücksichtigt. Aufgrund der Übereinstimmung der Resultate der Testmessungen und der Simulationsergebnisse kann davon ausgegangen werden, dass die Parametrisierung der Photoelektronen-Ausbeute eine realistische Vorhersage des Photoelektronen-Stroms mit der Simulation des P2-Experiments ermöglicht.

Aus der in Abbildung 100 dargestellten Trefferverteilung des SiO_2 -Rings des Cherenkov-Detektors kann man unter Einbeziehung der Parametrisierung der Photoelektronen-Ausbeute die Verteilung des Photoelektronen-Stroms I_{ph} an den Kathoden der Photomultiplier des Detektors vorhersagen. Hierzu wird für jeden Treffer des SiO_2 -Rings der Erwartungswert der Anzahl ausgelöster Photoelektronen bestimmt und mit dem Gewichtungsfaktor des simulierten Ereignisses multipliziert.

7.7.2 Erwartete Verteilung des Photoelektronen-Stroms

Die im P2-Experiment erwartete Verteilung der Photoelektronen-Rate in Abhängigkeit vom Radius r des Auftrefforts der Teilchen auf dem SiO_2 -Ring an der Stelle $z = 3000 \text{ mm}$ ist in Abbildung 108 dargestellt. Sie wurde mit der in Abschnitt 7.7.1 vorgestellten Methode aus der in Abbildung 100 dargestellten Trefferverteilung des SiO_2 -Rings errechnet.

Der Hauptbeitrag zur Photoelektronen-Rate stammt von Detektortreffern durch Elektronen, die im Target elastisch an Protonen gestreut wurden. Die in Abbildung 108 gezeigte Photoelektronen-Rate für Treffer durch die im Experiment nachzuweisenden Elektronen liegt um etwa zwei Größenordnungen höher als die radiale Verteilung der Trefferrate dieser Elektronen, welche in Abbildung 100 gezeigt ist. Dies entspricht der Erwartung: Aus der in Abschnitt 7.6 diskutierten Trefferverteilung des Cherenkov-Detektors folgt, wie in Gleichung (278) angegeben, dass der Erwartungswert der kinetischen Energie für die im Experiment nachzuweisenden Elektronen $\langle E_{\text{kin}} \rangle = 115 \text{ MeV}$ beträgt. Ferner betragen die Erwartungswerte der in Abbildung 102 dargestellten Verteilung der Auftreffwinkel α und β der im Experiment nachzuweisenden Elektronen gemäß Gleichung (282) $\langle \alpha \rangle = 2,32^\circ$ und $\langle \beta \rangle = -0,66^\circ$. Richtet man die Detektormodule, wie in Abbildung 53 dargestellt, senkrecht zur Strahlachse aus, so entspricht die mittlere Photoelektronen-Ausbeute für ein im Experiment nachzuweisendes Elektron etwa 120, was dem lokalen Maximum im Zentrum der in Abbildung 106 auf der linken Seite gezeigten Verteilung entspricht.

Der Vorteil einer derartigen Wahl der Ausrichtung der Detektormodule liegt in der niedrigen relativen Schwankungsbreite der mittleren Photoelektronen-Ausbeute von ca. 14 %, wie man anhand der in Anhang C dargestellten Parametrisierung der Photoelektronen-Ausbeute erkennen kann.

Im Hinblick auf apparative Asymmetriebeträge kann es jedoch nachteilig sein, ein scharfes, lokales Maximum der Photoelektronen-Ausbeute zu wählen, da kleine helizitätskorrelierte Schwankungen der Winkel α und β zu starken helizitätskorrelierten Schwankungen der Photoelektronen-Ausbeute führen können. Im Falle starker helizitätskorrelierter Schwankungen der Strahllage könnte die Wahl des Plateaus der Photoelektronen-Ausbeute bei $\alpha \approx 20^\circ$ und $\beta \approx 0^\circ$ in Abbildung 107 von Vorteil sein, da sich die Photoelektronen-Ausbeute hier nur

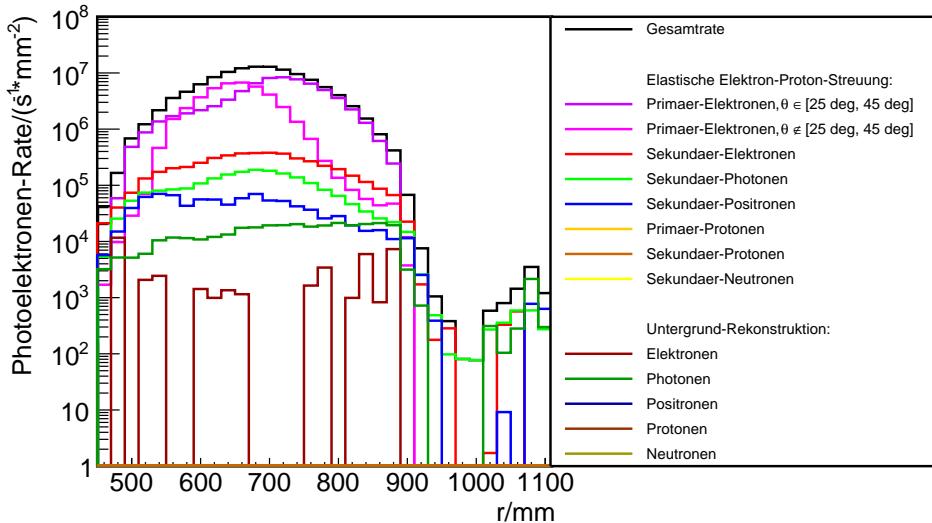


Abbildung 108: Simulierte Verteilung der erwarteten Photoelektronen-Rate in Abhängigkeit vom Radius r der den Detektor treffenden Teilchen. Die Raten sind auf die Ringflächen in der x - y -Ebene, welche zu den Breiten der Histogrammbalken in radialer Richtung korrespondieren, normiert. Die gezeigte Verteilung wurde aus der in Abbildung 100 dargestellten Trefferverteilung des Cherenkov-Detektors unter Verwendung der Parametrisierung der Photoelektronen-Ausbeute errechnet.

unwesentlich mit den Winkeln ändert und somit falsche Asymmetriebeiträge aus Änderungen der Auf treffwinkel minimiert werden können.

Die P2-Kollaboration hat noch nicht festgelegt, wie die einzelnen Module des Cherenkov-Ringdetektors relativ zur Strahlachse ausgerichtet sein werden. Im Rahmen dieser Arbeit wurde daher angenommen, dass der SiO₂-Ring, wie in Abbildung 85 dargestellt, senkrecht zur Strahlachse ausgerichtet sein wird.

Abbildung 109 zeigt im oberen Teil die Verteilung der innerhalb von $T/2 = 5 \cdot 10^3 \text{ h}$ erwarteten Anzahl Ψ_{ep} der Photoelektronen, die im Detektor infolge elastischer Elektron-Proton-Streuung im Target ausgelöst werden, in Abhängigkeit von der Energie E_i der Elektronen im Anfangszustand der elastischen e-p-Streuung und des Elektron-Streuwinkels θ_f . Die Verteilung $\Psi_{\text{ep}}(E_i, \theta_f)$ geht aus der in Abbildung 103 gezeigten Verteilung von $N_{\text{ep}}^{\text{target}}(E_i, \theta_f)$ durch die Berücksichtigung des Erwartungswerts der Photoelektronen-Ausbeute für jeden einzelnen Detektortreffer hervor. Im unteren Teil von Abbildung 109 ist die Verteilung der mittleren Anzahl $\bar{\Psi}_{\text{ep}}(E_i, \theta_f) \equiv \Psi_{\text{ep}}(E_i, \theta_f)/N_{\text{ep}}^{\text{target}}(E_i, \theta_f)$ im Cherenkov-Detektor ausgelöster Photoelektronen pro elastischem Elektron-Proton-Streuereignis im Target dargestellt.

Die Verteilungen $\Psi_{\text{ep}}(E_i, \theta_f)$ und $\bar{\Psi}_{\text{ep}}(E_i, \theta_f)$ besitzen ausgeprägte Maxima im Bereich $\theta_f \in [20^\circ, 45^\circ]$ und $E_i \in [135 \text{ MeV}, 155 \text{ MeV}]$. Die Maxima werden durch die in Abbildung 108 lila- und magentafarben gezeichneten Beiträge der im Experiment nachzuweisenden Primärelektronen mit $\theta_f \in [25^\circ, 45^\circ]$ und der Primärelektronen mit $\theta_f \notin [25^\circ, 45^\circ]$ hervorgerufen.

Beim Vergleich der in Abbildung 103 dargestellten Verteilung von $N_{\text{ep}}^{\text{target}}(E_i, \theta_f)$ mit den in Abbildung 109 dargestellten Verteilungen von $\Psi_{\text{ep}}(E_i, \theta_f)$ und $\bar{\Psi}_{\text{ep}}(E_i, \theta_f)$ fällt auf, dass die hohen Beiträge zu $N_{\text{ep}}^{\text{target}}$ im kinematischen Bereich mit $E_i \in [130 \text{ MeV}, 155 \text{ MeV}]$ und $\theta_f \in [5^\circ, 20^\circ]$ durch die Einbeziehung der Detektorantwort stark unterdrückt werden, da es kaum Beiträge zu $\Psi_{\text{ep}}(E_i, \theta_f)$ und $\bar{\Psi}_{\text{ep}}(E_i, \theta_f)$ in diesem Bereich gibt. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die meisten Detektortreffer, die Beiträge zu $N_{\text{ep}}^{\text{target}}$ in diesem kinema-

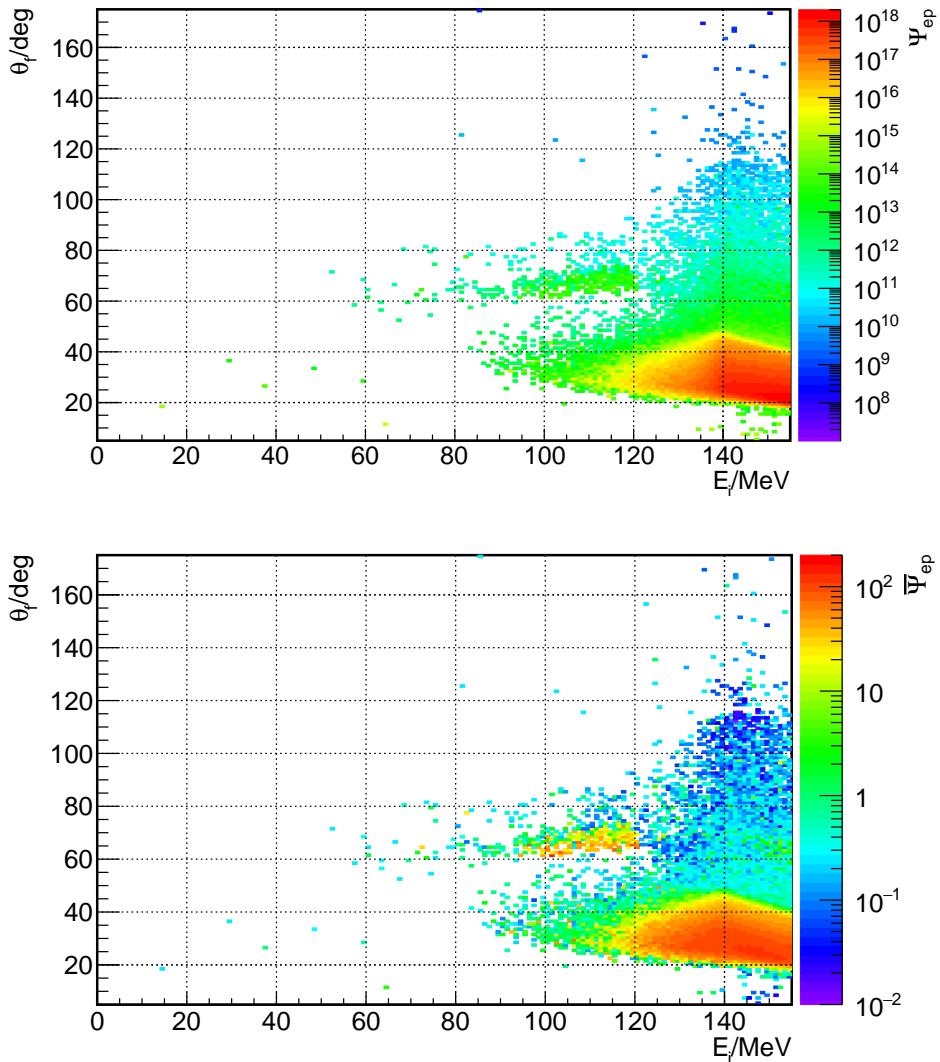


Abbildung 109: Oben: Innerhalb der halben Messdauer $T/2 = 5 \cdot 10^3$ h erwartete Anzahl Ψ_{ep} im Detektor infolge elastischer Elektron-Proton-Streuung im Target ausgelöster Photoelektronen in Abhängigkeit von der Anfangszustands-Energie E_i und dem Streuwinkel θ_f der im Target gestreuten Elektronen. Unten: Verlauf der mittleren Anzahl $\bar{\Psi}_{ep}(E_i, \theta_f) \equiv \Psi_{ep}(E_i, \theta_f)/N_{ep}^{\text{target}}(E_i, \theta_f)$ im Cherenkov-Detektor pro elastischem Elektron-Proton-Streuereignis im Target ausgelöster Photoelektronen in Abhängigkeit von E_i und θ_f .

tischen Bereich nach sich ziehen, durch niederenergetische Sekundärteilchen stattfinden, die lediglich zu einer geringen Anzahl ausgelöster Photoelektronen führen. Man erkennt anhand der Verteilung von $\bar{\Psi}_{ep}(E_i, \theta_f)$ im Bereich mit $E_i \in [100 \text{ MeV}, 120 \text{ MeV}]$ und $\theta_f \in [60^\circ, 80^\circ]$ deutlich das lokale Maximum, das durch direkte Detektortreffer von im Target elastisch an Protonen gestreuten Elektronen verursacht wird. Abbildung 104 zeigt exemplarisch Bahnkurven von Elektronen aus entsprechenden Streuereignissen.

Für die Gesamtzahl Ψ_{ep}^{tot} der durch elastische Elektron-Proton-Streuung innerhalb der Hälfte der Messdauer $T/2 = 5 \cdot 10^3$ h im Cherenkov-Detektor ausgelösten Photoelektronen findet

Teilchentyp	$I_{\text{ph}}/\mu\text{A}$	$\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{exp}}/\text{ppb}$
Elastische Elektron-Proton-Streuung:		
Primär-Elektronen, $\theta_f \in [25^\circ, 45^\circ]$	0,98 (59,4 %)	-22,92 (70,4 %)
Primär-Elektronen, $\theta_f \notin [25^\circ, 45^\circ]$	0,55 (33,3 %)	-7,41 (22,8 %)
Sekundär-Elektronen	0,06 (3,6 %)	-1,36 (4,2 %)
Sekundär-Photonen	0,03 (1,8 %)	-0,60 (1,8 %)
Sekundär-Positronen	0,01 (0,6 %)	-0,27 (0,8 %)
Untergrund-Prozesse:		
Elektronen	$5,6 \cdot 10^{-4}$ (0,03 %)	0 (0,0 %)
Photonen	$4,8 \cdot 10^{-3}$ (0,29 %)	0 (0,0 %)
Gesamt	1,65	-32,57

Tabelle 17: Beiträge zum Erwartungswert des Photoelektronen-Stroms und der paritätsverletzenden Asymmetrie der elastischen Elektron-Proton-Streuung $\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{exp}}$.

man:

$$\Psi_{\text{ep}}^{\text{tot}} \equiv \int_0^{E_{\text{beam}}} dE_i \int_{5^\circ}^{175^\circ} d\theta_f [\Psi_{\text{ep}}(E_i, \theta_f)] = 1,84 \cdot 10^{20}. \quad (287)$$

Analog zur Definition von $\Psi_{\text{ep}}^{\text{tot}}$ wird $\Psi_{\text{bg}}^{\text{tot}}$ als die Anzahl an Photoelektronen definiert, die durch Untergrundereignisse im Target ausgelöst wurden. Die Simulation ergibt, dass

$$\Psi_{\text{bg}}^{\text{tot}} = 6,03 \cdot 10^{17}. \quad (288)$$

Tabelle 17 listet die Anteile der Teilchentypen, zwischen denen in der Simulation unterschieden wird, am erwarteten Photoelektronen-Strom auf. Durch den Einsatz des Cherenkov-Detektors werden die Beiträge von Untergrundprozessen zum im P2-Experiment erwarteten Photoelektronen-Strom stark unterdrückt.

7.7.3 Erwarteter Impulsübertrag

Mithilfe der in Abbildung 109 dargestellten Verteilung $\Psi_{\text{ep}}(E_i, \theta_f)$ der im Cherenkov-Detektor ausgelösten Anzahl an Photoelektronen kann man den Erwartungswert $\langle Q^2 \rangle_{\text{exp}}$ des negativen Viererimpulsübertragsquadrats für das P2-Experiment berechnen. Es gilt:

$$\langle Q^2 \rangle_{\text{exp}} \equiv \frac{\int_{m_e c^2}^{155 \text{ MeV}} dE_i \int_{0^\circ}^{180^\circ} d\theta_f \{ \Psi_{\text{ep}}(E_i, \theta_f) \cdot Q^2(E_i, \theta_f) \}}{\int_{m_e c^2}^{155 \text{ MeV}} dE_i \int_{0^\circ}^{180^\circ} d\theta_f \{ \Psi_{\text{ep}}(E_i, \theta_f) \}}. \quad (289)$$

Hierin ist Q^2 durch Gleichung (35) gegeben, und $\Psi_{\text{ep}}(E_i, \theta_f)$ dient als Gewichtungsfunktion bei der Integration über die Energie E_i der Elektronen im Anfangszustand der elastischen Elektron-Proton-Streuung im Target und den Elektron-Streuwinkel θ_f . Die Bezeichnung „exp“ in $\langle Q^2 \rangle_{\text{exp}}$ deutet an, dass es sich um den im Experiment erwarteten Wert handelt, da $\langle Q^2 \rangle_{\text{exp}}$ unter Berücksichtigung aller e-p-Streuereignisse im Target, die in der Simulation zum Detektorsignal beitragen, bestimmt wird, indem $\Psi_{\text{ep}}(E_i, \theta_f)$ als Gewichtungsfunktion Verwendung findet.

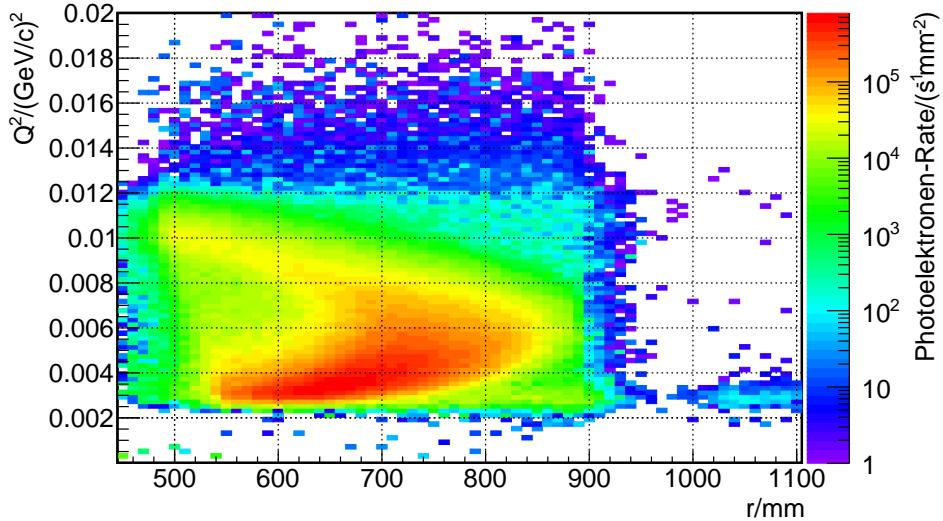


Abbildung 110: Verteilung der Photoelektronen-Rate im Cherenkov-Detektor in Abhängigkeit von Q^2 und dem Radius r des Auftrefforts der Teilchen auf dem SiO_2 -Ring des Detektors. Die Photoelektronen-Rate wurde auf die zur Breite der Histogrammbalken in r -Richtung korrespondierenden Ringflächen normiert.

Die numerische Auswertung von Gleichung (289) unter Verwendung der Sehnentrapezformel, die durch Gleichung (209) gegeben ist, ergibt:

$$\langle Q^2 \rangle_{\text{exp}} = 4,82 \cdot 10^{-3} (\text{GeV}/c)^2. \quad (290)$$

Dieser Wert ist gegenüber dem Wert von $\langle Q^2 \rangle_{\text{sig}} = 6 \cdot 10^{-3} (\text{GeV}/c)^2$ aus Tabelle 9, den man analog zu Gleichung (195) berechnet, indem man lediglich Elektronen aus elastischer e-p-Streuung im Target mit Streuwinkeln $\theta_f \in [25^\circ, 45^\circ]$ betrachtet, um ca. 20 % reduziert. Die Gründe für diese Reduktion liegen in der realistischen Behandlung der Energieverluste der Strahlelektronen im Target bei der Berechnung von $\langle Q^2 \rangle_{\text{exp}}$ sowie der Beimischung von e-p-Streuereignissen mit Streuwinkeln $\theta_f \notin [25^\circ, 45^\circ]$ bei der Auswertung von Gleichung (289). Abbildung 110 zeigt die Photoelektronen-Rate im Cherenkov-Detektor in Abhängigkeit von Q^2 und dem Radius r des Auftrefforts der Teilchen auf dem SiO_2 -Ring des Detektors.

7.7.4 Erwartungswert der paritätsverletzenden Asymmetrie

Analog zur Berechnung des Erwartungswerts von Q^2 nach Gleichung (289) kann der im P2-Experiment erwartete Wert der paritätsverletzenden Asymmetrie $\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{exp}}$ der elastischen Elektron-Proton-Streuung berechnet werden. Es gilt:

$$\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{exp}} \equiv \frac{\frac{155 \text{ MeV}}{m_{\text{ec}}^2} \int_{0^\circ}^{180^\circ} dE_i \int_{0^\circ}^{180^\circ} d\theta_f \{ \Psi_{\text{ep}}(E_i, \theta_f) \cdot A_{\text{ep}}^{\text{PV}}(E_i, \theta_f) \}}{\frac{155 \text{ MeV}}{m_{\text{ec}}^2} \int_{0^\circ}^{180^\circ} dE_i \int_{0^\circ}^{180^\circ} d\theta_f \{ \Psi_{\text{ep}}(E_i, \theta_f) \} + \Psi_{\text{bg}}^{\text{tot}}}. \quad (291)$$

Hierin ist $A_{\text{ep}}^{\text{PV}}$ der durch Gleichung (70) gegebene Ausdruck für die paritätsverletzende Asymmetrie der elastischen Elektron-Proton-Streuung. $\Psi_{\text{ep}}(E_i, \theta_f)$ ist die Anzahl der Photoelektronen, die infolge elastischer Elektron-Proton-Streuung im Target mit den kinematischen Variablen $\{E_i, \theta_f\}$ im Cherenkov-Detektor über die Hälfte der Messdauer $T/2 = 5 \cdot 10^3$ h hinweg ausgelöst werden. Analog hierzu ist $\Psi_{\text{bg}}^{\text{tot}}$ die Gesamtzahl an Photoelektronen, die über

die Hälfte der Messdauer hinweg durch Untergrundereignisse im Target in den Photomultipliern des Cherenkov-Detektors ausgelöst werden. Die Bezeichnung „exp“ in $\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{exp}}$ deutet an, dass es sich um den im Experiment erwarteten Wert der Asymmetrie handelt, der unter Berücksichtigung aller Elektron-Proton-Streuereignisse im Target, die in der Simulation zum Detektorsignal beitragen, sowie der Beiträge von elektromagnetischen Untergrundprozessen im Target zum Detektorsignal bestimmt wird, indem $\Psi_{\text{ep}}(E_i, \theta_f)$ und $\Psi_{\text{bg}}^{\text{tot}}$ als Gewichtungsfunktionen bei der Berechnung benutzt werden. Man beachte, dass die Polarisation $P = 85\%$ des Elektronenstrahls in Gleichung (291) nicht berücksichtigt wird.

Die numerische Auswertung von Gleichung (291) unter Verwendung der durch Gleichung (209) gegebenen Sehnentrapezformel ergibt

$$\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{exp}} = -32,57 \text{ ppb.} \quad (292)$$

In Tabelle 17 sind die Beiträge der in der Simulation unterschiedenen Teilchentypen zu $\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{exp}}$ angeführt. Zur Berechnung dieser Asymmetriebeiträge wurde im Zähler von Gleichung (291) jeweils nur der Beitrag des betrachteten Teilchentyps zu $\Psi_{\text{ep}}(E_i, \theta_f)$ berücksichtigt, im Nenner wurde stets die in Abbildung 109 dargestellte Verteilung eingesetzt, so dass die Asymmetriebeiträge aufsummiert den Erwartungswert von $\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{exp}}$ ergeben.

Der Betrag von $\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{exp}} = -32,57 \text{ ppb}$ ist gegenüber dem Betrag von $\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{sig}} = -55,25 \text{ ppb}$, der sich aus Gleichung (195) ergibt, indem man lediglich den Signalprozess der elastischen Elektron-Proton-Streuung mit $E_i = 155 \text{ MeV}$ und $\theta_f \in [25^\circ, 45^\circ]$ berücksichtigt, um 41 % reduziert. Der Wert von $\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{sig}}$ kann direkt aus dem in Tabelle 9 gegebenen Wert von

$$\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{sig}} = P \cdot \langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{sig}} = -44,41 \text{ ppb} \quad (293)$$

mit $P = 85\%$ errechnet werden.

Mithilfe der in Tabelle 17 angegebenen Werte für die Photoelektronen-Ströme und Asymmetriebeiträge bestimmt man den Erwartungswert der Asymmetrie $\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{exp}}^{\text{signal e-}}$ der im Experiment nachzuweisenden Elektronen mit Streuwinkeln $\theta_f \in [25^\circ, 45^\circ]$ zu

$$\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{exp}}^{\text{signal e-}} \equiv -22,92 \text{ ppb} \cdot \frac{1,65 \mu\text{A}}{0,98 \mu\text{A}} = -38,25 \text{ ppb.} \quad (294)$$

$\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{exp}}^{\text{signal e-}}$ ist gegenüber $\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{sig}}$ betragsmäßig um 31 % reduziert. Diese Reduktion ist darauf zurückzuführen, dass bei der Berechnung von $\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{exp}}$ im Rahmen der Geant4-Simulation der Energieverlust der Strahlelektronen im Target sowie durch den Messaufbau bedingte Verluste in der Akzeptanz des Cherenkov-Detektors auf realistische Weise berücksichtigt werden. Die verbleibende Reduktion von ca. 10 % von $\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{exp}}$ gegenüber $\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{sig}}$ ist größtenteils auf die Beimischung von e-p-Streuereignissen im Target mit $\theta_f \notin [25^\circ, 45^\circ]$ zurückzuführen. Ein geringer Beitrag $\sim 1\%$ zur Reduktion wird durch die „Ausdünnung“ von $\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{exp}}$ aufgrund elektromagnetischer Untergrundprozesse im Target bedingt.

7.8 Erwartete Unsicherheit bei der Bestimmung des Weinbergwinkels

Mithilfe der in Abschnitt 7.7 vorgestellten erwarteten Verteilung des Photoelektronen-Stroms im Cherenkov-Detektor kann eine Vorhersage für die im P2-Experiment erwartete Unsicherheit bei der Messung der Asymmetrie und der Bestimmung des elektroschwachen Mischungswinkels getroffen werden. Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass die im Experiment

zu messende Rohasymmetrie $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}}$, die sämtliche systematischen Effekte einschließt, in hinreichend guter Näherung durch den Ausdruck

$$\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}} = P \cdot [(1 - f) \cdot \{\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{exp}} + \langle A_{\text{H2}} \rangle\} + f \cdot \langle A_{\text{eAl}}^{\text{PV}} \rangle] + A^{\text{false}} \quad (295)$$

gegeben ist. In Gleichung (295) ist P der Grad der longitudinalen Strahlpolarisation. Der Ausdruck für $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}}$ berücksichtigt den Asymmetriebeitrag, der sich durch die paritätsverletzende Streuung der Strahlelektronen an den Aluminium-Fenstern der Targetzelle ergibt. Der Faktor f charakterisiert das Ratenverhältnis zwischen elastischer Elektron-Proton- und Elektron-Aluminium-Streuung im Target, und der Erwartungswert der paritätsverletzenden Asymmetrie der Elektron-Aluminium-Streuung ist durch $\langle A_{\text{eAl}}^{\text{PV}} \rangle$ gegeben. Eine Diskussion dieses Beitrags zu $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}}$ findet sich in Abschnitt 4.3.1. Gleichung (295) berücksichtigt ferner den Asymmetriebeitrag $\langle A_{\text{H2}} \rangle$, der sich aus der Polarisation des ℓH_2 -Targets im Magnetfeld des Solenoiden ergibt, gemäß der in Abschnitt 4.3.2 gegebenen Diskussion. Die Beiträge zu $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}}$, die sich aus helizitätskorrelierten Schwankungen der Strahl- und Targeteigenschaften ergeben, sind in A^{false} zusammengefasst. In Gleichung (295) ist $\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{exp}}$ der durch Gleichung (291) gegebene Erwartungswert der paritätsverletzenden Asymmetrie der elastischen Elektron-Proton-Streuung. Der Asymmetriebeitrag, der sich aus einer Fehlstellung der Spins der Strahlelektronen ergibt, ist der Diskussion in Abschnitt 4.3.3 gemäß vernachlässigbar und wurde in Gleichung (295) nicht berücksichtigt.

Ausgehend von Gleichung (295) wurden Fehlerfortpflanzungsrechnungen zur Bestimmung der im P2-Experiment erwarteten Unsicherheiten $\Delta\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}}$ und $\Delta\hat{s}_Z^2$ der Rohasymmetrie und des Sinus-Quadrats des elektroschwachen Mischungswinkels $\hat{s}_Z^2 = \sin^2(\hat{\theta}_W)(\mu = m_Z c)$ durchgeführt. Da eine analytische Bestimmung der zur Berechnung von $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}}$ auszuführenden Integrale nicht möglich ist, wurden die Fehlerfortpflanzungsrechnungen analog zu dem in Abschnitt 5.1 vorgestellten Verfahren ausgeführt. Das Verfahren wird im Folgenden vorgestellt.

7.8.1 Methode zur Berechnung der erwarteten Unsicherheit

Die Berechnung der erwarteten Unsicherheit der im Experiment zu messenden Asymmetrie und des Sinus-Quadrats des elektroschwachen Mischungswinkels erfolgt im Rahmen einer Fehlerfortpflanzungsrechnung unter Anwendung der Monte Carlo-Methode. Der hierzu verwendete Algorithmus basiert auf dem in Abschnitt 5.1 beschriebenen Verfahren, es wird im Folgenden kurz rekapituliert.

Das Verfahren gestattet die Bestimmung der Unsicherheit $\Delta\chi$ einer Größe

$$\chi \equiv \Gamma(\{\lambda_l\}), \quad (296)$$

die durch eine reelle, stetige Funktion Γ gegeben ist, welche wiederum von einem Satz reeller Parameter $\{\lambda_l\}$, mit $l \in \mathbb{N}$, abhängt. Jeder der Parameter wird als normalverteilte Zufallsvariable mit Erwartungswert λ_l und Standardabweichung $\Delta\lambda_l$ aufgefasst. Es werden $N \in \mathbb{N}$ voneinander unabhängige Zufallsverteilungen von χ vom Umfang $M \in \mathbb{N}$ bestimmt. Hierzu werden $N \cdot M$ voneinander unabhängige Zufallswerte χ'_{mn} von χ bestimmt, wobei $m = 1, 2, \dots, M$ und $n = 1, 2, \dots, N$. Die Werte χ'_{mn} werden berechnet, indem Variationen $(\delta\lambda_l)_{mn}$ der Parameter λ_l gemäß den ihnen zugewiesenen Wahrscheinlichkeitsdichten bestimmt werden, so dass

$$\chi'_{mn} \equiv \Gamma(\{\lambda_l + (\delta\lambda_l)_{mn}\}). \quad (297)$$

Aus der Menge zufallsverteilter Werte $\{\chi'_{mn}\}$ kann man N Erwartungswerte $\{\chi_n\}$ und Standardabweichungen $\{\Delta\chi_n\}$ bestimmen. Für den n -ten Erwartungswert gilt:

$$\chi_n \equiv \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \chi'_{mn}. \quad (298)$$

Die n -te Standardabweichung ist:

$$\Delta\chi_n \equiv \sqrt{\frac{1}{M-1} \sum_{m=1}^M [\chi'_{mn} - \chi_n]^2}. \quad (299)$$

Für den Erwartungswert $\Delta\chi$ der N Standardabweichungen gilt

$$\Delta\chi \equiv \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \Delta\chi_n, \quad (300)$$

und die Standardabweichung $\Delta(\Delta\chi)$ ist

$$\Delta(\Delta\chi) \equiv \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N [\Delta\chi - \Delta\chi_n]^2}. \quad (301)$$

Die Bestimmung der Beiträge einzelner Parameter λ_k zu $\Delta\chi$ erfolgt, indem bei der Berechnung der χ'_{mn} gemäß Gleichung (297) lediglich λ_k variiert wird, während alle übrigen Parameter λ_l mit $l \neq k$ auf ihren Erwartungswerten festgehalten werden.

Zur Berechnung der im Experiment erwarteten Unsicherheit der Rohasymmetrie wird $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}}$ mit χ identifiziert und die rechte Seite von Gleichung (295) mit der Funktion $\Gamma(\{\lambda_l\})$.

Da die statistische Unsicherheit der paritätsverletzenden Asymmetrie der elastischen Elektron-Proton-Streuung von der Anzahl der experimentell nachgewiesenen Elektron-Proton-Streuereignisse im Target abhängt, ist es von Vorteil, die nach Gleichung (291) zur Berechnung von $\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{exp}}$ notwendigen Gewichte $\Psi_{\text{ep}}(E_i, \theta_f)$ und $\Psi_{\text{bg}}^{\text{tot}}$ wie folgt zu faktorisieren:

$$\begin{aligned} \Psi_{\text{ep}}(E_i, \theta_f) &\equiv N_{\text{ep}}^{\text{target}}(E_i, \theta_f) \cdot \bar{\Psi}_{\text{ep}}(E_i, \theta_f), \\ \Psi_{\text{bg}}^{\text{tot}} &\equiv N_{\text{bg}}^{\text{target}} \cdot \bar{\Psi}_{\text{bg}}. \end{aligned} \quad (302)$$

Hierin ist $N_{\text{ep}}^{\text{target}}(E_i, \theta_f)$ die Anzahl elastischer Elektron-Proton-Streuereignisse im Target mit durch E_i und θ_f festgelegter Kinematik, die innerhalb der Hälfte der Messdauer zu einem Signal im Cherenkov-Detektor geführt haben, und $\bar{\Psi}_{\text{ep}}(E_i, \theta_f)$ ist die mittlere Photoelektronen-Ausbeute für die $N_{\text{ep}}^{\text{target}}(E_i, \theta_f)$ Streuereignisse. Es gilt:

$$\bar{\Psi}_{\text{ep}}(E_i, \theta_f) \equiv \frac{1}{N_{\text{ep}}^{\text{target}}(E_i, \theta_f)} \cdot \sum_{j=1}^{N_{\text{ep}}^{\text{detektor}}(E_i, \theta_f)} (n_{\text{PE}})_j, \quad (303)$$

wobei die Summe über die $N_{\text{ep}}^{\text{detektor}}(E_i, \theta_f)$ Treffer des Detektors durch Teilchen läuft, die im Rahmen der $N_{\text{ep}}^{\text{target}}(E_i, \theta_f)$ Streuereignisse stattgefunden haben, und $(n_{\text{PE}})_j$ den Erwartungswert der Photoelektronen-Ausbeute für den j -ten Detektortreffer bezeichnet. Man beachte, dass $N_{\text{ep}}^{\text{target}}$ und $N_{\text{ep}}^{\text{detektor}}$ nicht notwendigerweise gleich sein müssen, da es infolge eines Streuereignisses im Target zu mehreren Treffern des Detektors kommen kann, z. B. wenn ein

im Target gestreutes Elektron auf dem Weg zum Detektor Bremsstrahlung erzeugt, die den Detektor ebenfalls trifft. In Analogie zu Gleichung (303) ist

$$\bar{\Psi}_{\text{bg}} \equiv \frac{1}{N_{\text{bg}}^{\text{target}}} \cdot \sum_{j=1}^{N_{\text{bg}}^{\text{detektor}}} (n_{\text{PE}})_j, \quad (304)$$

wo $N_{\text{bg}}^{\text{target}}$ die Anzahl an Untergrundteilchen bezeichnet, die innerhalb der Zeitspanne $T/2$ aus dem ℓH_2 -Target hervortreten, und $N_{\text{bg}}^{\text{detektor}}$ die korrespondierende Anzahl der Detektortreffer durch Teilchen aus Untergrundprozessen im Target darstellt. Die Zerlegung von Ψ_{ep} und $\Psi_{\text{bg}}^{\text{tot}}$ gemäß Gleichung (302) gestattet die Bestimmung eines Beitrags zur Unsicherheit von $\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{exp}}$, der von statistischen Schwankungen der Streuereignishäufigkeiten im Target herröhrt, sowie eines Beitrags, der von statistischen Fluktuationen der Photoelektronen-Ausbeute im Cherenkov-Detektor stammt.

Um eine Unsicherheit für $\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{exp}}$ berechnen zu können, müssen die Unsicherheiten von $\Psi_{\text{ep}}(E_i, \theta_f)$, $\Psi_{\text{bg}}^{\text{tot}}$ und $A_{\text{ep}}^{\text{PV}}(E_i, \theta_f)$ bestimmt werden. Für die Unsicherheiten von $\Psi_{\text{ep}}(E_i, \theta_f)$ und $\Psi_{\text{bg}}^{\text{tot}}$ ergibt sich im Rahmen einer Fehlerfortpflanzung nach Gauß:

$$\begin{aligned} \Delta \Psi_{\text{ep}}(E_i, \theta_f) &= \sqrt{N_{\text{ep}}^{\text{target}}(E_i, \theta_f) \cdot \left(N_{\text{ep}}^{\text{target}}(E_i, \theta_f) \cdot \Delta \bar{\Psi}_{\text{ep}}^2(E_i, \theta_f) + \bar{\Psi}_{\text{ep}}^2(E_i, \theta_f) \right)}, \\ \Delta \Psi_{\text{bg}}^{\text{tot}} &= \sqrt{N_{\text{bg}}^{\text{target}} \cdot \left(N_{\text{bg}}^{\text{target}} \cdot \Delta \bar{\Psi}_{\text{bg}}^2 + \bar{\Psi}_{\text{bg}}^2 \right)}. \end{aligned} \quad (305)$$

In (305) wurde der Poisson-Statistik folgend

$$\Delta N_{\text{ep, bg}}^{\text{target}} \equiv \sqrt{N_{\text{ep, bg}}^{\text{target}}} \quad (306)$$

gesetzt. Für die Unsicherheiten von $\bar{\Psi}_{\text{ep}}(E_i, \theta_f)$ und $\bar{\Psi}_{\text{bg}}$ gilt nach Gauß:

$$\Delta \bar{\Psi}_k = \frac{1}{N_k^{\text{target}}} \sqrt{\sum_{j=1}^{N_k^{\text{detektor}}} (\Delta n_{\text{PE}})_j^2 + \frac{1}{N_k^{\text{target}}} \left(\sum_{j=1}^{N_k^{\text{detektor}}} \langle n_{\text{PE}} \rangle_j \right)^2}, \quad (307)$$

wobei $k \in \{\text{ep, bg}\}$ und $(\Delta n_{\text{PE}})_j$ die Standardabweichung der Photoelektronen-Ausbeute infolge des j -ten Detektortreffers ist. Die statistische Unsicherheit $\Delta A_{\text{ep}}^{\text{PV}}(E_i, \theta_f)$ der paritätsverletzenden Asymmetrie der elastischen Elektron-Proton-Streuung kann von der Beziehung

$$A_{\text{ep}}^{\text{PV}}(E_i, \theta_f) = \frac{1}{P} \cdot \frac{(N_{\text{ep}}^{\text{target}})^+(E_i, \theta_f) - (N_{\text{ep}}^{\text{target}})^-(E_i, \theta_f)}{(N_{\text{ep}}^{\text{target}})^+(E_i, \theta_f) + (N_{\text{ep}}^{\text{target}})^-(E_i, \theta_f)}, \quad (308)$$

ausgehend hergeleitet werden. Hierin ist $(N_{\text{ep}}^{\text{target}})^{\pm}(E_i, \theta_f)$ die Anzahl der elastischen e-p-Streuereignisse von Strahlelektronen mit Helizität $h = \pm 1$, die innerhalb der Zeitspanne T zu Treffern des Cherenkov-Detektors geführt haben. Man beachte, dass der Faktor P^{-1} auf der rechten Seite von Gleichung (308) stehen muss, da $A_{\text{ep}}^{\text{PV}}$ unabhängig von der Strahlpolarisierung P definiert ist, die im Experiment erwartete Anzahl der Streuereignisse $(N_{\text{ep}}^{\text{target}})^{\pm}$ jedoch von P abhängt. Fehlerfortpflanzung nach Gauß liefert

$$\Delta A_{\text{ep}}^{\text{PV}}(E_i, \theta_f) = \frac{1}{P} \cdot \sqrt{(A_{\text{ep}}^{\text{PV}}(E_i, \theta_f) \cdot \Delta P)^2 + \frac{1}{2 \cdot N_{\text{ep}}^{\text{target}}(E_i, \theta_f)}} \quad (309)$$

als statistische Unsicherheit für $A_{\text{ep}}^{\text{PV}}(E_i, \theta_f)$, wobei angenommen wurde, dass $(N_{\text{ep}}^{\text{target}})^{\pm}(E_i, \theta_f) \approx N_{\text{ep}}^{\text{target}}(E_i, \theta_f)$. Bei der Anwendung des Monte Carlo-Verfahrens zur Bestimmung von $\Delta\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}}$ muss jeder Wert von $N_{\text{ep}}^{\text{target}}(E_i, \theta_f)$ und jeder Wert von $\bar{\Psi}_{\text{ep}}(E_i, \theta_f)$ mit einer der in Gleichung (296) auftretenden Zufallsvariablen identifiziert werden. Da dies bei einer numerischen Rechnung nicht praktikabel ist, wurden $N_{\text{ep}}^{\text{target}}$ und $\bar{\Psi}_{\text{ep}}$ in Abhängigkeit von E_i und θ_f segmentiert, wie in den Abbildungen 103 und 109 dargestellt. Die Segmentierung in E_i und θ_f wurde so gewählt, dass eine Variation der Segmentierung keine Änderung der signifikanten Stellen bei der Berechnung von $\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{exp}}$ nach sich zog.

Aus der ermittelten Zufallsverteilung von $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}}$ lässt sich eine Verteilung für das Sinus-Quadrat des elektroschwachen Mischungswinkels bestimmen. Hierzu stellt man Gleichung (295) nach \hat{s}_Z^2 um. Man findet:

$$\hat{s}_Z^2 = \langle B_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{exp}}^{-1} \left[\frac{P^{-1} \cdot (\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}} - A^{\text{false}}) - f \cdot \langle A_{\text{eAl}}^{\text{PV}} \rangle}{1 - f} - \langle A_{\text{H2}} \rangle - \langle C_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{exp}} \right], \quad (310)$$

wobei $B_{\text{ep}}^{\text{PV}}$ und $C_{\text{ep}}^{\text{PV}}$ durch die Gleichungen (198) und (199) gegeben sind, und die Erwartungswerte $\langle B_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{exp}}$ und $\langle C_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{exp}}$ analog zum Erwartungswert $\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{exp}}$ gemäß Gleichung (291) berechnet werden. Zur Berechnung der Zufallsverteilungen von \hat{s}_Z^2 sind die zufallsverteilten Werte von $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}}$ in Gleichung (310) einzusetzen. Für die übrigen auf der rechten Seite von Gleichung (310) auftretenden Parameter sind die Erwartungswerte einzusetzen, die zur Berechnung der Zufallsverteilungen von $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}}$ gewählt wurden. Aus den so gewonnenen Verteilungen für \hat{s}_Z^2 kann man anschließend Erwartungswerte und Standardabweichungen für \hat{s}_Z^2 bestimmen.

Das in diesem Abschnitt beschriebene Verfahren zur Vorhersage von $\Delta\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}}$ und $\Delta\hat{s}_Z^2$ wurde in einem Computerprogramm unter Linux implementiert. Es wird der in ROOT [122] enthaltene Pseudozufallszahlengenerator „TRandom3“ zur Variation der Parameter $\{\lambda_l\}$ verwendet, der auf dem Pseudozufallszahlengenerator „Mersenne Twister MT 19937“ mit einer Periodenlänge von ca. $4,3 \cdot 10^{6001}$ [123] basiert.

Durch die Verwendung der in Abschnitt 7.7 vorgestellten Simulationsresultate zur Bestimmung von $\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{exp}}$ wird eine realistische Bestimmung der im Experiment erwarteten Unsicherheit bei der Bestimmung der Rohasymmetrie und des elektroschwachen Mischungswinkels ermöglicht. Der Algorithmus berücksichtigt

- ein realistisches geometrisches Modell des geplanten Messaufbaus;
- die Wechselwirkung des Elektronenstrahls mit dem 600 mm langen ℓH_2 -Target;
- die Bahnkurven der geladenen Teilchen im Magnetfeld des FOPI-Solenoiden;
- die Beiträge elastischer Elektron-Proton-Streuung im Target zum Signal des Cherenkov-Detektors;
- die Beiträge von Untergrundprozessen im Target zum Signal des Cherenkov-Detektors;
- systematische Effekte bei der Bestimmung der Rohasymmetrie;
- elektroschwache Strahlungskorrekturen bei der Berechnung der paritätsverletzenden Asymmetrie der elastischen Elektron-Proton-Streuung.

Im weiteren Verlauf werden die Eingangsgrößen, die zur Berechnung von $\Delta\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}}$ und $\Delta\hat{s}_Z^2$ nach dem in diesem Abschnitt vorgestellten Verfahren benötigt werden, vorgestellt.

7.8.2 Eingangsgrößen zur Berechnung der erwarteten Unsicherheit

Zur Bestimmung von $\Delta\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}}$ und $\Delta\hat{s}_Z^2$ wird eine Zufallsverteilung von $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}}$ nach dem in Abschnitt 7.8.1 vorgestellten Verfahren berechnet. Im Folgenden werden die Erwartungswerte und Standardabweichungen der Eingangsgrößen, die zur Durchführung dieser Berechnung notwendig sind, vorgestellt.

In Tabelle 18 sind diejenigen Eingangsgrößen aufgelistet, deren Erwartungswerte und Standardabweichungen im Rahmen der Fehlerfortpflanzungsrechnungen als konstant angenommen wurden.

Zur Berechnung von $\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{exp}}$ nach Gleichung (291) werden die in Abschnitt 7.7.4 vorgestellten Resultate der Simulation des P2-Experiments verwendet. Die zur Erzeugung dieser Resultate verwendete Konfiguration der Simulation ist in Tabelle 15 wiedergegeben. Der Verlauf von $N_{\text{ep}}^{\text{target}}(E_i, \theta_f)$ ist in Abbildung 103 gezeigt, der Verlauf von $\bar{\Psi}_{\text{ep}}(E_i, \theta_f)$ ist in Abbildung 109 dargestellt. Die Verteilung der relativen Unsicherheiten $\Delta N_{\text{ep}}^{\text{target}}/N_{\text{ep}}^{\text{target}}(E_i, \theta_f)$ und $\Delta\bar{\Psi}_{\text{ep}}/\bar{\Psi}_{\text{ep}}(E_i, \theta_f)$ von $N_{\text{ep}}^{\text{target}}$ und $\bar{\Psi}_{\text{ep}}$ sind in Abbildung 111 in Abhängigkeit von der Energie E_i der Elektronen im Anfangszustand der elastischen e-p-Streuung sowie des Elektron-Streuwinkels θ_f dargestellt. Die Unsicherheiten $\Delta N_{\text{ep}}^{\text{target}}$ und $\Delta\bar{\Psi}_{\text{ep}}$ wurden nach den Gleichungen (306) und (307) unter Verwendung der Simulationsergebnisse berechnet. Dasselbe gilt für $\Delta N_{\text{bg}}^{\text{target}}$ und $\Delta\bar{\Psi}_{\text{bg}}$, die Resultate sind in Tabelle 18 aufgeführt.

Zur Berechnung von $A_{\text{ep}}^{\text{PV}}$ nach Gleichung (70) wurden die in Abschnitt 5.2.5 und Anhang A vorgestellten Parametrisierungen der Nukleon-Formfaktoren verwendet. Wie in Abschnitt 5.3.1 diskutiert, wurde angenommen, dass die P2-Kollaboration eine Reduktion der Unsicherheiten der Parametrisierungen von G_E^s , G_M^s und $G_A^{\text{p}, \text{Z}}$, wie in Tabelle 8 angegeben, durch eine Formfaktormessung unter Rückwärtswinkeln erreichen wird.

Die in Abschnitt 2.3.2 diskutierten Quantenkorrekturen zu $A_{\text{ep}}^{\text{PV}}$ aus Boxgraphen wurden berücksichtigt. Dabei wurde der Diskussion in 2.3.2 folgend angenommen, dass die Gesamtunsicherheit der Boxgraph-Korrekturen im Wesentlichen durch die Unsicherheit gegeben ist, mit welcher der Beitrag des γ -Z-Boxgraphen bestimmt werden kann. Der Wert dieser Unsicherheit ist in Tabelle 18 angegeben.

	λ_l	$\Delta\lambda_l$
P	85 %	0,425 %
f	0,010	0,0005
$\langle A_{\text{eAl}}^{\text{PV}} \rangle$	400 ppb	6 ppb
$\langle A_{\text{H}_2} \rangle (T = 15 \text{ K})$	0,086 ppb	0,01 ppb
A^{false}	0 ppb	0,1 ppb
$\text{Re}(\square_{\gamma Z})$	0,001 06	0,000 19
$N_{\text{bg}}^{\text{target}}$	$2,04 \cdot 10^{19}$	$4,52 \cdot 10^9$
$\bar{\Psi}_{\text{bg}}$	$2,96 \cdot 10^{-2}$	$6,58 \cdot 10^{-12}$

Tabelle 18: Zusammenstellung von Erwartungswerten und Standardabweichungen von Eingangsgrößen, die zur Durchführung der Fehlerfortpflanzungsrechnungen gewählt wurden.

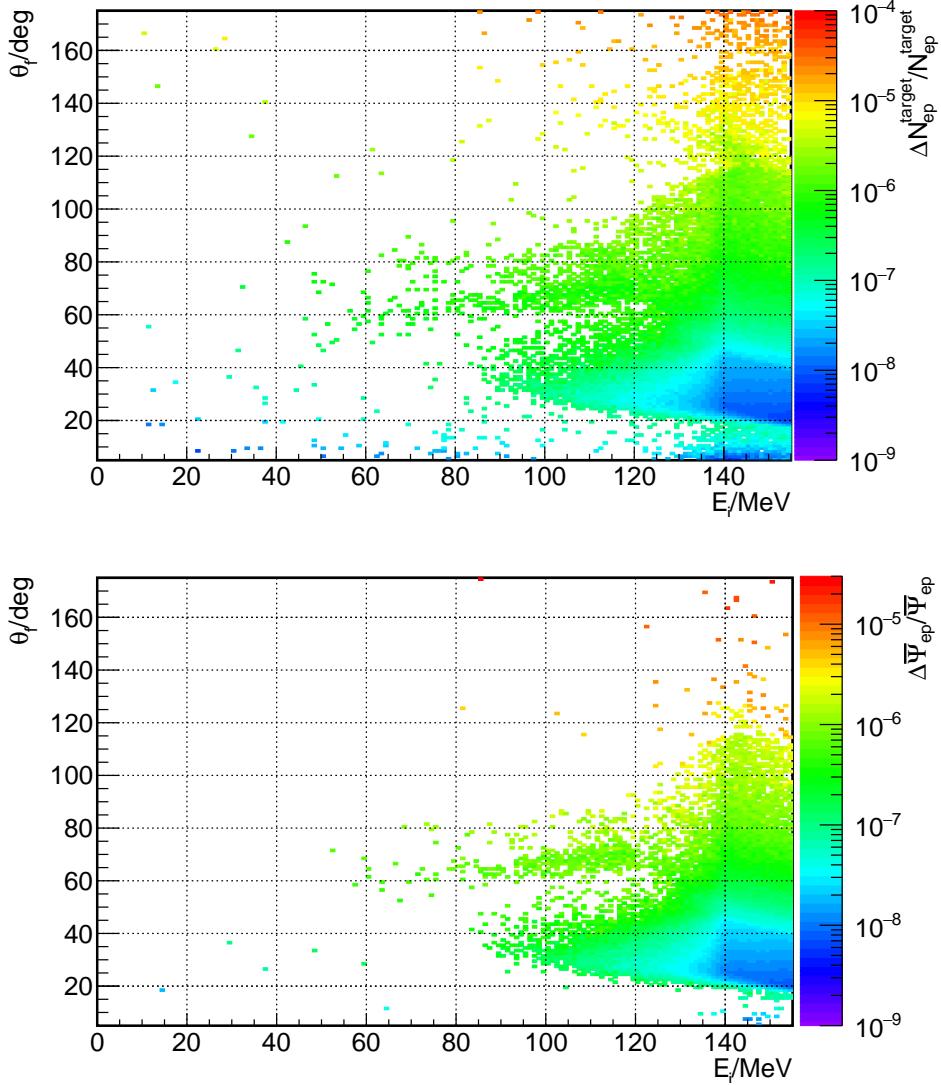


Abbildung 111: Verteilung der relativen Unsicherheiten $\Delta N_{\text{ep}}^{\text{target}}/N_{\text{ep}}^{\text{target}}(E_i, \theta_f)$ und $\Delta \bar{\Psi}_{\text{ep}}/\bar{\Psi}_{\text{ep}}(E_i, \theta_f)$ in Abhängigkeit von der Energie E_i der Elektronen im Anfangszustand der elastischen e-p-Streuung sowie des Elektron-Streuwinkels θ_f . Es wurde eine Zeitdauer von $T/2 = 5 \cdot 10^3$ h zur Bestimmung der statistischen Unsicherheiten angenommen, was der angedachten Messdauer mit jedem der beiden Helizitätszustände der Strahlelektronen entspricht. Oben ist die Verteilung von $\Delta N_{\text{ep}}^{\text{target}}/N_{\text{ep}}^{\text{target}}$ gezeigt, unten die Verteilung von $\Delta \bar{\Psi}_{\text{ep}}/\bar{\Psi}_{\text{ep}}$.

7.8.3 Resultate für die erwartete Unsicherheit

Im Folgenden werden die Resultate der Fehlerfortpflanzungsrechnungen zur Bestimmung der im P2-Experiment erwarteten Unsicherheiten von $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}}$ und \hat{s}_Z^2 vorgestellt und diskutiert. Zur Bestimmung der erwarteten Unsicherheit $\Delta \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}}$ von $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}}$ und jedes Beitrags zu $\Delta \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}}$ wurden $N = 10$ voneinander unabhängige Werte $(\Delta \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}})_n$ bestimmt, wobei $n = 1, 2, \dots, N$. Jeder der zehn Werte wurde aus einer Verteilung von $M = 24000$ zufallsverteilten Werten $(\langle A^{\text{raw}} \rangle'_{\text{exp}})_{mn}$ mit $m = 1, 2, \dots, M$ ermittelt. Aus jedem Wert $(\langle A^{\text{raw}} \rangle'_{\text{exp}})_{mn}$ wurde gemäß der Beschreibung in Abschnitt 7.8.1 ein Wert $(\Delta \hat{s}_Z^2)'_{mn}$ bestimmt, so dass auch zur Bestimmung von $\Delta \hat{s}_Z^2$ und jedes Beitrags zu $\Delta \hat{s}_Z^2$ $N = 10$ voneinander unabhängige Werte $(\Delta \hat{s}_Z^2)_n$ vorlagen. Die Berechnungen wurden parallel auf 24 handelsüblichen Prozessorkernen

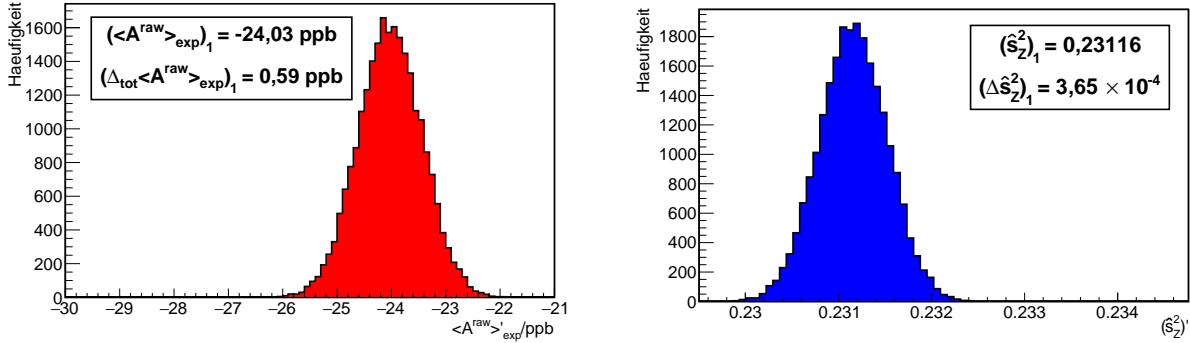


Abbildung 112: Im Zuge der Bestimmung von $\Delta\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}}$ und $\Delta\hat{s}_Z^2$ berechnete Häufigkeitsverteilung von $\langle A^{\text{raw}} \rangle'_{\text{exp}}$ und $(\hat{s}_Z^2)'$. Die Verteilung von $(\hat{s}_Z^2)'$ wurde aus der Verteilung von $\langle A^{\text{raw}} \rangle'_{\text{exp}}$ mittels Gleichung (310), wie in Abschnitt 7.8.1 beschrieben, ermittelt.

ausgeführt und dauerten ca. 30 Stunden.

Abbildung 112 zeigt repräsentative, zueinander korrespondierende Häufigkeitsverteilungen von $\langle A^{\text{raw}} \rangle'_{\text{exp}}$ und $(\hat{s}_Z^2)'$, die sich im Zuge der Berechnung der Gesamtunsicherheiten von $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}}$ und \hat{s}_Z^2 ergaben. Die aus den Fehlerfortpflanzungsrechnungen resultierenden Verteilungen $\{(\Delta_{\lambda_i} \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}})_n\}$ und $\{(\Delta_{\lambda_i} \hat{s}_Z^2)_n\}$ sind in Anhang D aufgelistet. Tabelle 19 gibt einen Überblick über die Resultate der Fehlerfortpflanzungsrechnungen.

Es ergibt sich ein Erwartungswert von

$$\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}} = -24,024 \text{ ppb} \quad (311)$$

für die im Experiment zu messende Rohasymmetrie. Die erwartete Unsicherheit bei der Messung von $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}}$ innerhalb einer Messdauer von $T = 10^4 \text{ h}$ beträgt

$$\Delta\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}} = 0,558(2) \text{ ppb}, \quad (312)$$

wobei die Unsicherheit $\Delta(\Delta\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}})$, mit der die letzte Dezimalstelle bestimmt wurde, in runden Klammern angegeben ist. Setzt man den Wert von $\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{exp}} = -32,57 \text{ ppb}$ aus Gleichung (292) in Gleichung (295) ein, so erhält man $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}} = -23,94 \text{ ppb}$, was mit dem in Gleichung (311) gegebenen Wert im Rahmen seiner Unsicherheit vereinbar ist. Bei der Bestimmung von $\Delta\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}}$ wurden die Beiträge der Unsicherheiten von $\text{Re}(\square_{\gamma Z})$ und der Nukleon-Formfaktoren nicht berücksichtigt, da $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}}$ als eine im Experiment durch Messen zu bestimmende Größe aufzufassen ist, und die Unsicherheiten der Formfaktoren und Quantenkorrekturen erst bei der Extraktion von $\Delta\hat{s}_Z^2$ aus den Messdaten berücksigt werden müssen. Daher wird zwischen $\Delta\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}}$ und der in Abbildung 112 angegebenen Größe $\Delta_{\text{tot}}\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}}$ unterschieden, wobei zur Bestimmung von $\Delta_{\text{tot}}\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}}$ die Beiträge aller explizit und implizit in Gleichung (295) auftretender Parameter berücksichtigt werden sind. $\Delta\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}}$ wird vom statistischen Fehlerbeitrag dominiert, wie man Tabelle 19 entnehmen kann. Der statistische Fehlerbeitrag wiederum wird stark von den statistischen Schwankungen der Streuereignishäufigkeiten im Target dominiert, der von statistischen Fluktuationen des Photoelektronen-Stroms an den Kathoden der Photomultiplier stammende Beitrag zur statistischen Unsicherheit von $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}}$ für eine Messzeit von 10^4 h ist von der Größenordnung $\mathcal{O}(10^{-12} \text{ ppb})$ und somit vernachlässigbar klein. Die relative Unsicherheit bei der Bestimmung der Rohasymmetrie ist

$$\frac{\Delta\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}}}{\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}}} = 2,32 \%. \quad (313)$$

Neg. Viererimpulsübertragsquadrat:	
$\langle Q^2 \rangle_{\text{exp}}$	$4,82 \cdot 10^{-3} \text{ (GeV/c)}^2$
Rohasymmetrie:	
$\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}}$	-24,024 ppb
$\Delta \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}}$	0,558(2) ppb [2,32 %]
Beiträge zu $\Delta \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}}$:	
Statistik	0,500(2) ppb [2,08 %]
e-Al-Streuung in Targetfenstern	0,191(1) ppb [0,80 %]
Strahlpolarisation	0,120(0) ppb [0,50 %]
Apparative Asymmetrie	0,100(0) ppb [0,42 %]
Targetpolarisation im Magnetfeld	0,008(0) ppb [0,03 %]
Elektroschwacher Mischungswinkel:	
\hat{s}_Z^2	0,231 160 0
$\Delta \hat{s}_Z^2$	$3,661(16) \cdot 10^{-4}$ [0,16 %]
Beiträge zu $\Delta \hat{s}_Z^2$:	
Statistik	$3,103(9) \cdot 10^{-4}$ [0,13 %]
e-Al-Streuung in Targetfenstern	$1,185(5) \cdot 10^{-4}$ [0,05 %]
Strahlpolarisation	$0,746(2) \cdot 10^{-4}$ [0,03 %]
Apparative Asymmetrie	$0,621(2) \cdot 10^{-4}$ [0,03 %]
Targetpolarisation im Magnetfeld	$0,052(0) \cdot 10^{-4}$ [0,00 %]
$\text{Re}(\square_{\gamma Z})$	$0,432(2) \cdot 10^{-4}$ [0,02 %]
Nukleon-Formfaktoren gesamt	$1,106(4) \cdot 10^{-4}$ [0,05 %]
$G_E^{p,\gamma}$	$0,004(0) \cdot 10^{-4}$ [0,00 %]
$G_M^{p,\gamma}$	$0,002(0) \cdot 10^{-4}$ [0,00 %]
$G_E^{n,\gamma}$	$0,050(0) \cdot 10^{-4}$ [0,00 %]
$G_M^{n,\gamma}$	$0,006(0) \cdot 10^{-4}$ [0,00 %]
G_E^s	$0,755(3) \cdot 10^{-4}$ [0,03 %]
G_M^s	$0,554(2) \cdot 10^{-4}$ [0,02 %]
$G_A^{p,z}$	$0,423(2) \cdot 10^{-4}$ [0,02 %]
$G_E^{u\bar{d}}$	$0,344(1) \cdot 10^{-4}$ [0,01 %]
$G_M^{u\bar{d}}$	$0,214(1) \cdot 10^{-4}$ [0,01 %]

Tabelle 19: Resultate der Fehlerfortpflanzungsrechnungen zur Bestimmung der im P2-Experiment erwarteten Unsicherheiten von $\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{exp}}$ und \hat{s}_Z^2 . Die Resultate wurden für eine Messdauer von $T = 10^4 \text{ h}$ berechnet, es wurden die in Abschnitt 7.8.2 vorgestellten Eingangsgrößen zur Berechnung der dargestellten Unsicherheiten verwendet. Die Unsicherheiten $\Delta(\Delta_{\lambda_i} \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}})$ bzw. $\Delta(\Delta_{\lambda_i} \hat{s}_Z^2)$ der absoluten Fehlerbeiträge sind in runden Klammern angegeben. Die relativen Unsicherheiten der Fehlerbeiträge sind in eckigen Klammern angegeben und beziehen sich auf den jeweiligen Erwartungswert.

Zur erwarteten Unsicherheit bei der Messung der Rohasymmetrie korrespondiert die Unsicherheit

$$\Delta \hat{s}_Z^2 = 3,661(16) \cdot 10^{-4}, \quad (314)$$

die man bei der Extraktion von \hat{s}_Z^2 erwartet. Auch hier ist der Wert von $\Delta(\Delta \hat{s}_Z^2)$ in runden Klammern angegeben. Der Wert von $\Delta \hat{s}_Z^2$ berücksichtigt die Unsicherheiten sämtlicher in Gleichung (295) explizit und implizit auftretender Parameter und korrespondiert somit zum in Anhang D gegebenen Wert für $\Delta_{\text{tot}} \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}} = 0,590(3) \text{ ppb}$. Für die erwartete relative Unsicherheit bei der Bestimmung von \hat{s}_Z^2 innerhalb von $T = 10^4 \text{ h}$ findet man

$$\frac{\Delta \hat{s}_Z^2}{\hat{s}_Z^2} = \frac{3,661 \cdot 10^{-4}}{0,231\,160\,0} = 0,16\%. \quad (315)$$

Die schwache Ladung des Protons ergibt sich gemäß Gleichung (71) zu

$$Q_W^{\text{1-loop}}(p) = (\rho_{\text{nc}} + \Delta_e) (1 - 4 \cdot \kappa \cdot \hat{s}_Z^2 + \Delta'_e) = 4,460\,57 \cdot 10^{-2}. \quad (316)$$

Für die erwartete Unsicherheit bei der Bestimmung von $Q_W^{\text{1-loop}}(p)$ findet man

$$\Delta Q_W^{\text{1-loop}}(p) = \left| \frac{\partial Q_W^{\text{1-loop}}(p)}{\partial \hat{s}_Z^2} \cdot \Delta \hat{s}_Z^2 \right| = 1,5101 \cdot 10^{-3}, \quad (317)$$

so dass sich

$$\frac{\Delta Q_W^{\text{1-loop}}(p)}{Q_W^{\text{1-loop}}(p)} = 3,39 \% \quad (318)$$

für die relative Unsicherheit von $Q_W^{\text{1-loop}}(p)$ bei einer Messdauer von $T = 10^4 \text{ h}$ ergibt.

7.8.4 Variation der Messdauer

Da die statistische Unsicherheit von $\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{exp}}$ den dominanten Beitrag zu $\Delta \hat{s}_Z^2$ leistet, kann eine Verringerung von $\Delta \hat{s}_Z^2$ durch eine Verlängerung der Messdauer T erreicht werden. Abbildung 113 zeigt den Verlauf der relativen Unsicherheit $\Delta \hat{s}_Z^2 / \hat{s}_Z^2$ von \hat{s}_Z^2 in Abhängigkeit von der Messdauer.

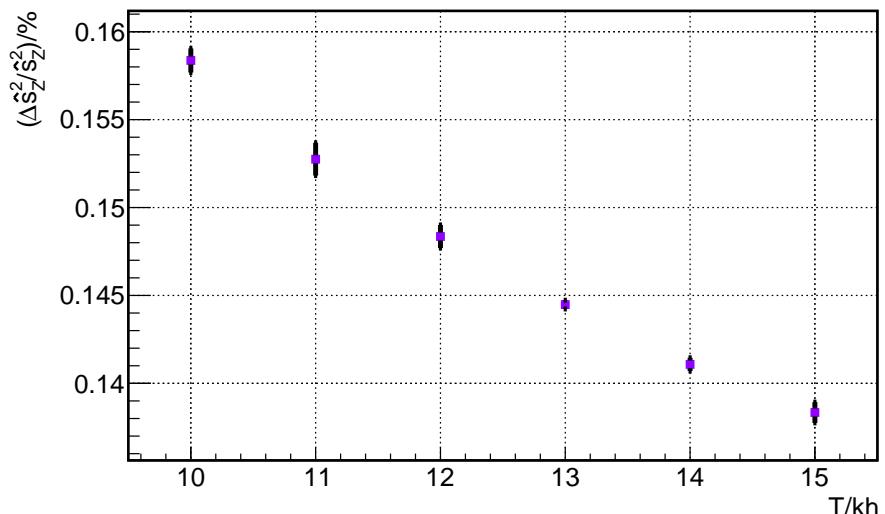


Abbildung 113: Verlauf der relativen Unsicherheit $\Delta \hat{s}_Z^2 / \hat{s}_Z^2$ in Abhängigkeit von der Messzeit T . Die lila farbenen Vierecke markieren die Erwartungswerte $\Delta \hat{s}_Z^2$, die vertikalen Fehlerbalken entsprechen den Unsicherheiten $\Delta(\Delta \hat{s}_Z^2)$.

Man kann der Abbildung entnehmen, dass für sich Messdauern $T \geq 11 \cdot 10^3$ h relative Unsicherheiten $\leq 0,15\%$ für \hat{s}_Z^2 ergeben.

7.8.5 Abschätzung des Effekts von QED-Korrekturen auf die erwartete Unsicherheit

Die in diesem Kapitel vorgestellten Resultate wurden unter Vernachlässigung von QED-Korrekturen zur paritätsverletzenden Elektron-Proton-Streuung berechnet. In Abschnitt 2.3.3 wird ausgeführt, dass die Emission reeller Photonen im Rahmen der elastischen Elektron-Proton-Streuung zu einer Reduktion von Q^2 führt, und dass die Streukinematik in diesem Fall nicht mehr eindeutig durch die Angabe von E_i und θ_f festgelegt ist.

Um den Effekt der QED-Korrekturen auf die im P2-Experiment geplante Asymmetriemessung im Vorfeld der Messung genau quantifizieren zu können, bedarf es eines Ereignisgenerators zur Simulation der elastischen Elektron-Proton-Streuung im ℓH_2 -Target, der die Erzeugung reeller Photonen im Endzustand des Prozesses berücksichtigt. Der Prototyp eines solchen Ereignisgenerators wurde von R. D. Bucoveanu und H. Spiesberger entwickelt und in Zusammenarbeit in der Geant4-Simulation des P2-Experiments implementiert. Zum Zeitpunkt der Anfertigung der vorliegenden Arbeit befindet sich dieser Ereignisgenerator noch in der Erprobungs- und Optimierungsphase, so dass auf die Präsentation von mit diesem Ereignisgenerator erstellten Resultaten verzichtet wird.

Daher werden die Effekte der Erzeugung reeller Photonen im Endzustand der elastischen e-p-Streuung auf die im P2-Experiment geplante Asymmetriemessung im Folgenden mithilfe des in Abschnitt 7.2 vorgestellten Ereignisgenerators abgeschätzt, welcher die Simulation des Streuprozesses auf dem Baumgraphen-Niveau gestattet.

Zur Abschätzung des Effekts ist zunächst die maximale im P2-Experiment zu erwartende Verschiebung von Q^2 aufgrund der Erzeugung von Bremsstrahlung im Endzustand der elastischen e-p-Streuung zu bestimmen. Hierzu ist eine Abschätzung der minimalen Elektron-Endzustandsenergie E_f^{\min} , für welche die gestreuten Elektronen ein Signal im Cherenkov-Detektor auslösen, vonnöten. E_f^{\min} kann mithilfe der Resultate der Simulation des P2-Experiments abgeschätzt werden; Abbildung 114 zeigt die simulierte Photoelektronen-Rate im Cherenkov-Detektor, die von elastischen e-p-Streuereignissen im Target herrührt, in Abhängigkeit von der Endzustandsenergie E_f der im Target elastisch an Protonen gestreuten Elektronen. Man kann anhand der Verteilung erkennen, dass die Wahl $E_f^{\min} = 45$ MeV zur Abschätzung der Verschiebung in Q^2 geeignet ist.

Nach den in Abbildung 12 gezeigten Resultaten für die prozentuale Verschiebung von Q^2 in Abhängigkeit vom Elektron-Streuwinkel θ_f und E_f^{\min} kann die maximal zu erwartende betragsmäßige Verschiebung δQ^2 von Q^2 mit $\delta Q^2/Q^2 = 5\%$ abgeschätzt werden.

Um die Auswirkungen einer solchen Verschiebung von Q^2 auf den Erwartungswert der Rohasymmetrie und die erwartete Unsicherheit bei der Bestimmung von \hat{s}_Z^2 abzuschätzen, wurde die Endzustands-Energie E_f jedes im ℓH_2 -Target simuliert an einem Proton gestreuten Elektrons um 5 % reduziert. Eine Reduktion von E_f um 5 % entspricht einer Reduktion von Q^2 um 5 %, wie in Gleichung (35) angegeben, linear von E_f abhängt. Auf die Simulation eines reellen Photons im Endzustand der elastischen Elektron-Proton-Streuung wurde verzichtet, da die Sichtlinie zwischen Target und Cherenkov-Detektor durch den Gamma-Schild abgeschirmt wird, und somit kein signifikanter Beitrag dieser Photonen zum Detektorsignal zu erwarten ist.

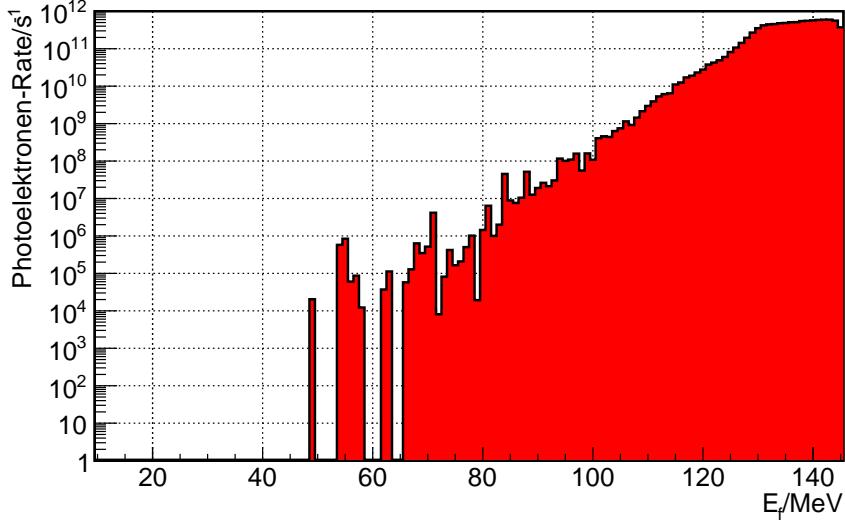


Abbildung 114: Photoelektronen-Rate im Cherenkov-Detektor infolge elastischer Elektron-Proton-Streuung im Target in Abhängigkeit von der Endzustands-Energie E_f der im Target elastisch an Protonen gestreuten Elektronen.

Da der Radius der helixförmigen Bahnkurve relativistischer Elektronen im solenoidalen Magnetfeld nach Gleichung (265) in guter Näherung linear von E_f abhängt, wurde die Stärke des simulierten Magnetfelds ebenfalls global um 5 % reduziert, so dass die im Target elastisch an Protonen gestreuten Elektronen keine starken Änderungen der Bahnkurven aufgrund der Reduktion von E_f erfuhren und den Cherenkov-Detektor erreichen konnten. Die resultierende Ratenverteilung der in den Photomultipliern des Cherenkov-Detektors ausgelösten Photoelektronen in Abhängigkeit vom Radius r des Auftrefforts der Teilchen auf dem SiO_2 -Ring des Detektors ist in Abbildung 115 dargestellt. Beim Vergleich dieser Verteilung mit der in Abbildung 108 gezeigten Verteilung der Photoelektronen-Rate, die ohne Reduktion von E_f und der Magnetfeldstärke berechnet wurde, lässt sich kein signifikanter Unterschied im Verlauf der Verteilungen feststellen. Man kann also folgern, dass die Reduktion der Magnetfeldstärke die Reduktion in E_f näherungsweise ausgleicht, was den Verlauf der Bahnkurven der Elektronen angeht.

Für den Erwartungswert des Photoelektronen-Stroms im Cherenkov-Detektor ergibt sich:

$$I_{\text{ph}} \Big|_{\frac{\delta Q^2}{Q^2} = 5\%} = 1,48 \mu\text{A}. \quad (319)$$

Dies entspricht einer Reduktion von ca. 10 % gegenüber dem in Tabelle 17 gegebenen Wert von $I_{\text{ph}} = 1,65 \mu\text{A}$. Für den Erwartungswert der paritätsverletzenden Asymmetrie der elastischen Elektron-Proton-Streuung findet man:

$$\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{exp}} \Big|_{\frac{\delta Q^2}{Q^2} = 5\%} = -30,84 \text{ ppb}. \quad (320)$$

Dieser Wert ist gegenüber dem in Tabelle 17 gegebenen Wert von $\langle A_{\text{ep}}^{\text{PV}} \rangle_{\text{exp}} = -32,57 \text{ ppb}$ betragsmäßig um 5,3 % reduziert. Dies entspricht der Erwartung, da man für kleine Q^2 Werte aufgrund von Gleichung (61) im Wesentlichen eine lineare Abhängigkeit von $A_{\text{ep}}^{\text{PV}}$ von Q^2 erwartet.

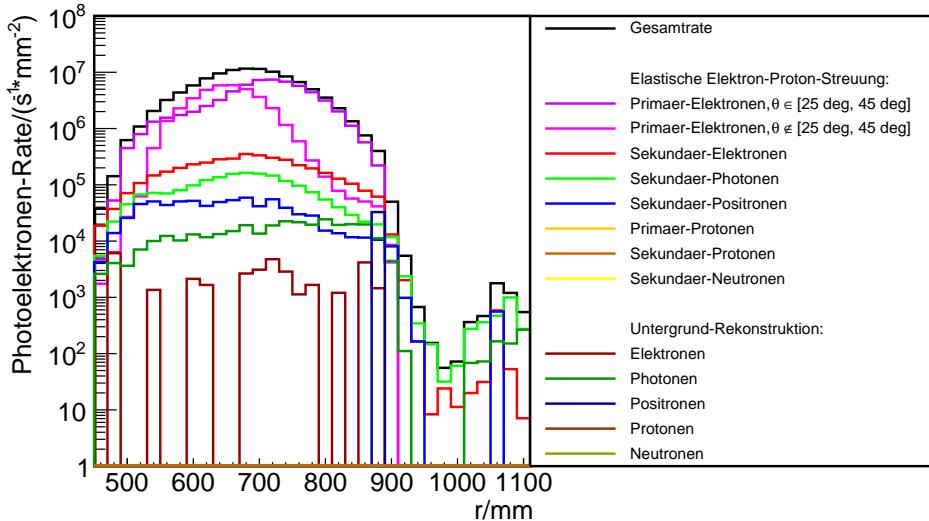


Abbildung 115: Simulierte Ratenverteilung der in den Photomultipliern des Cherenkov-Detektors ausgelösten Photoelektronen in Abhängigkeit vom Radius r des Auftrefforts der Teilchen auf dem SiO_2 -Ring des Detektors. Die Rate wurde auf die Ringflächen, die zu den Breiten der Histogrammbalken in radialer Richtung korrespondieren, normiert. In der zugehörigen Simulation wurden die Endzustandsenergien E_f der im Target elastisch an Protonen gestreuten Elektronen ebenso wie die Stärke des Magnetfelds um 5 % reduziert.

Auf Grundlage der Simulationsergebnisse wurde eine Fehlerfortpflanzungsrechnung mit dem in Abschnitt 7.8.1 beschriebenen Verfahren durchgeführt. Um die Vergleichbarkeit mit den in Tabelle 19 angeführten Resultaten sicherzustellen, wurde die Fehlerfortpflanzungsrechnung unter identischen Bedingungen wie die in Abschnitt 7.8.3 beschriebene Rechnung durchgeführt.

Für die im Experiment zu messenden Rohasymmetrie ergibt sich ein Erwartungswert von

$$\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}} \Bigg|_{\frac{\delta Q^2}{Q^2} = 5\%} = -22,583 \text{ ppb.} \quad (321)$$

Für die Unsicherheit der Rohasymmetrie findet man

$$\Delta \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}} \Bigg|_{\frac{\delta Q^2}{Q^2} = 5\%} = 0,579(2) \text{ ppb,} \quad (322)$$

so dass für die relative Unsicherheit der Rohasymmetrie

$$\frac{\Delta \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}}}{\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}}} \Bigg|_{\frac{\delta Q^2}{Q^2} = 5\%} = 2,56 \% \quad (323)$$

gilt. Zur bestimmten Unsicherheit der Rohasymmetrie korrespondiert eine Unsicherheit bei der Extraktion des elektroschwachen Mischungswinkels von

$$\Delta \hat{s}_Z^2 \Bigg|_{\frac{\delta Q^2}{Q^2} = 5\%} = 3,950(15) \cdot 10^{-4}. \quad (324)$$

Dies entspricht einer relativen Unsicherheit von

$$\frac{\Delta \hat{s}_Z^2}{\hat{s}_Z^2} \Bigg|_{\frac{\delta Q^2}{Q^2} = 5\%} = \frac{3,950 \cdot 10^{-4}}{0,231\,160\,0} = 0,17 \%. \quad (325)$$

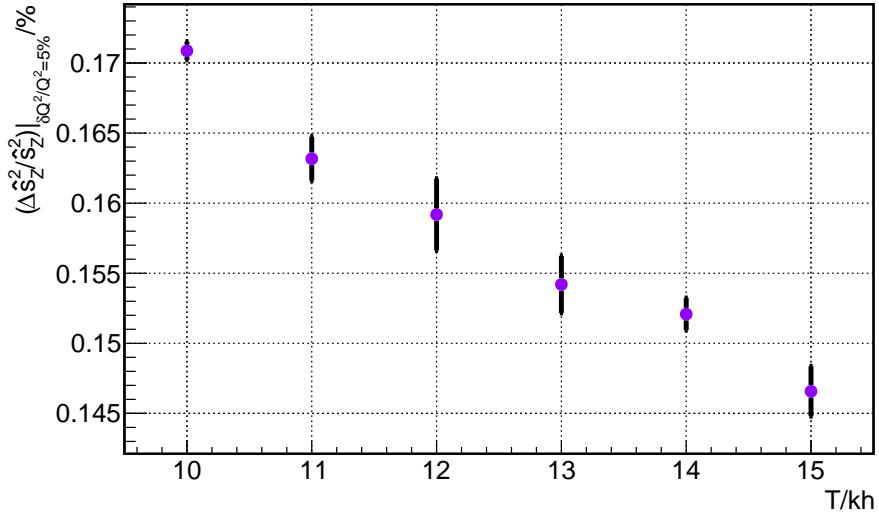


Abbildung 116: Verlauf von $\frac{\Delta \hat{s}_Z^2}{\hat{s}_Z^2} \Big|_{\frac{\delta Q^2}{Q^2} = 5\%}$ in Abhängigkeit von der Messdauer T .

Hieraus ergibt sich eine relative Unsicherheit von

$$\frac{\Delta Q_W^{1\text{-loop}}(p)}{Q_W^{1\text{-loop}}(p)} \Big|_{\frac{\delta Q^2}{Q^2} = 5\%} = 3,65\% \quad (326)$$

für $Q_W^{1\text{-loop}}(p)$.

$\Delta \hat{s}_Z^2 \Big|_{\frac{\delta Q^2}{Q^2} = 5\%}$ ist gegenüber $\Delta \hat{s}_Z^2$ um 7,3 % reduziert. Da $\Delta \hat{s}_Z^2 \Big|_{\frac{\delta Q^2}{Q^2} = 5\%}$ ebenso wie $\Delta \hat{s}_Z^2$ durch den Beitrag der statistischen Unsicherheit von der paritätsverletzenden Asymmetrie der elastischen Elektron-Proton-Streuung dominiert wird, kann auch hier eine Reduktion der relativen Unsicherheit in der Bestimmung des elektroschwachen Mischungswinkels durch eine Verlängerung der Messdauer T erreicht werden, wie man anhand von Abbildung 116 erkennen kann. Der Erwartungswert für die relative Unsicherheit des Sinus-Quadrats des elektroschwachen Mischungswinkels erreicht ab einer Messdauer von $T \geq 1,3 \cdot 10^4$ h Werte von näherungsweise 0,15 %.

8 Zusammenfassung und Ausblick

Mit diesem Kapitel schließt die erste Dissertation, die zum P2-Experiment angefertigt wurde. Das Ziel der P2-Kollaboration ist es, eine hochpräzise Bestimmung der schwachen Ladung $Q_W(p)$ des Protons und des Sinus-Quadrats des elektroschwachen Mischungswinkels $\sin^2(\theta_W)$ durch eine Präzisionsmessung der paritätsverletzenden Asymmetrie A_{ep}^{PV} der elastischen Elektron-Proton-Streuung bei kleinen Viererimpulsüberträgen innerhalb einer Messdauer von $T = 10^4$ h am neuen Elektronenbeschleuniger MESA in Mainz durchzuführen.

Im Verlauf dieser Arbeit wurde die Kinematik der elastischen Elektron-Proton-Streuung zur Durchführung des Experiments im Rahmen von Fehlerfortpflanzungsrechnungen festgelegt. Das P2-Experiment wird voraussichtlich bei einer Strahlenergie von $E_{beam} = 155$ MeV durchgeführt werden, wobei elastisch an Protonen unter Winkeln $25^\circ \leq \theta_f \leq 45^\circ$ gestreute Elektronen zur Asymmetriemessung nachgewiesen werden.

Nach der Festlegung der Streukinematik wurde ein grundlegendes Konzept für den Messaufbau des P2-Experiments entwickelt, indem die Bahnkurven von elastisch im Target gestreuten Elektronen in verschiedenen Magnetfeldern simuliert wurden: Bei der Messung wird ein großer Solenoid zum Einsatz kommen, der die im Target gestreuten Elektronen auf einen Cherenkov-Detektor fokussieren wird und die Signalteilchen von Elektronen im Endzustand des Möller-Streuprozesses separieren wird. Eine massiver Bleischild wird die Sichtlinie zwischen ℓH_2 -Target und Cherenkov-Detektor verdecken und den Beitrag von aus dem Target hervortretender Bremsstrahlung zum Detektorsignal minimieren.

Um die Durchführbarkeit des P2-Experiments unter Beweis zu stellen, wurde das Experiment schließlich mittels einer eigens zu diesem Zweck entwickelten Computeranwendung unter Verwendung der Monte Carlo-Methode simuliert. Die Simulationsanwendung erlaubt unter anderem die Berechnung des Erwartungswerts des negativen Viererimpulsübertragsquadrats

$$\langle Q^2 \rangle_{\text{exp}} = 4,82 \cdot 10^{-3} (\text{GeV}/c)^2. \quad (327)$$

der elastischen Elektron-Proton-Streuung sowie des Erwartungswerts

$$\langle A_{ep}^{PV} \rangle_{\text{exp}} = -32,57 \text{ ppb} \quad (328)$$

der paritätsverletzenden Asymmetrie, wobei QED-Korrekturen zum Streuprozess bei den Berechnungen vernachlässigt wurden.

Auf Grundlage der Simulationsergebnisse wurden Fehlerfortpflanzungsrechnungen unter Beachtung statistischer und systematischer Unsicherheiten bei der Asymmetriebestimmung ausgeführt, um die im Experiment erwartete Unsicherheit bei der Bestimmung der schwachen Ladung des Protons und des elektroschwachen Mischungswinkels vorherzusagen. Es ergaben sich

$$\frac{\Delta Q_W^{1\text{-loop}}(p)}{Q_W^{1\text{-loop}}(p)} = 3,39 \% \quad (329)$$

und

$$\frac{\Delta \hat{s}_Z^2}{\hat{s}_Z^2} = 0,16 \%, \quad (330)$$

wobei auch hier die Effekte von QED-Korrekturen zur elastischen Elektron-Proton-Streuung vernachlässigt wurden.

Es wurde eine Obergrenze für die Reduktion der im P2-Experiment erreichbaren Präzision bei der Bestimmung von $Q_W(p)$ und \hat{s}_Z^2 abgeschätzt, welche sich aus der Berücksichtigung

von QED-Effekten zum Prozess der elastischen e-p-Streuung ergibt: Es ist zu erwarten, dass im P2-Experiment eine relative Unsicherheit

$$3,39\% \leq \frac{\Delta Q_W^{1\text{-loop}}(p)}{Q_W^{1\text{-loop}}(p)} < 3,65\% \quad (331)$$

bei der Extraktion der schwachen Ladung der Protons und eine relative Unsicherheit von

$$0,16\% \leq \frac{\Delta \hat{s}_Z^2}{\hat{s}_Z^2} < 0,17\% \quad (332)$$

bei der Bestimmung von \hat{s}_Z^2 innerhalb einer Messdauer von $T = 10^4$ h erreicht werden kann. Nach dem durch Gleichung (98) gegebenen Ausdruck

$$\frac{\Lambda}{g_{\text{neu}}} \approx \frac{1}{\sqrt{\sqrt{2}G_F|\Delta Q_W(p)|}} \quad (333)$$

für die Energieskala Λ einer möglichen neuen Kontaktwechselwirkung mit Kopplungskonstante g_{neu} korrespondiert die im P2-Experiment erwartete Unsicherheit für $Q_W(p)$ zu einer Sensitivität auf Verhältnisse von Λ und g_{neu} im Energiebereich

$$\left. \frac{\Lambda}{g_{\text{neu}}} \right|_{\text{P2}} \approx 6 \text{ TeV.} \quad (334)$$

Verwendet man die Konvention $g_{\text{neu}} = 2\pi$, welche für Modelle üblich ist, in denen die im Standardmodell punktförmigen Fermionen aus elementaren Teilchen bestehen, welche durch eine neue, nicht perturbativ berechenbare Wechselwirkung gebunden sind, so folgt, dass

$$\left. \Lambda \right|_{\text{P2}} \approx 38 \text{ TeV.} \quad (335)$$

Die bislang weltweit präziseste Bestimmung von $Q_W(p)$ wurde im Rahmen des QWeak-Experiments durchgeführt und ergab [81]:

$$Q_W(p) = 0,0719 \pm 0,0045, \quad (336)$$

was zu einer relativen Unsicherheit von

$$\left. \frac{\Delta Q_W(p)}{Q_W(p)} \right|_{\text{QWeak}} \approx 6,3\% \quad (337)$$

sowie einem Verhältnis von

$$\left. \frac{\Lambda}{g_{\text{neu}}} \right|_{\text{QWeak}} \approx 3,7 \text{ TeV} \quad (338)$$

korrespondiert, wenn man das Resultat des QWeak-Experiments in Gleichung (98) einsetzt. Die für das P2-Experiment bestimmte Sensitivität bezüglich hypothetischer neuer Kontaktwechselwirkungen ist somit um 62 % höher als die im QWeak-Experiment erreichte Sensitivität, und das P2-Experiment wird bei erfolgreicher Durchführung die weltweit präziseste Bestimmung der schwachen Ladung des Protons ermöglichen.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass eine hochpräzise Messung der paritätsverletzenden Asymmetrie der elastischen Elektron-Proton-Streuung mit dem vorgestellten Messaufbau

möglich ist. Der Entwicklungsprozess der Experimentieranordnung ist nicht abgeschlossen, und die in dieser Arbeit vorgestellten Simulationsanwendungen sollten erweitert werden, um eine genauere Vorhersage der im Experiment erwarteten Präzision bei der Messung der Asymmetrie treffen zu können.

Es ist vor allem auf die Notwendigkeit zur Berücksichtigung von QED-Korrekturen bei der Simulation der elastischen Elektron-Proton-Streuung im Flüssigwasserstoff-Target hinzuweisen. Zwar wurden die Effekte der Erzeugung von Bremsstrahlung im Rahmen der Streuung in der vorliegenden Arbeit konservativ abgeschätzt, die Implementierung eines Ereignisgenerators, der die QED-Korrekturen berücksichtigt, wird jedoch eine weitergehende Optimierung des Messaufbaus und eine Präzisierung der Vorhersage der im Experiment erwarteten Genauigkeit bei der Bestimmung von $\sin^2(\theta_f)$ ermöglichen.

Es sei ferner darauf hingewiesen, dass die radiale Ausdehnung des SiO_2 -Rings des Cherenkov-Detektors weiter optimiert werden kann. Dies sollte geschehen, wenn das Magnetfeld des Solenoiden, der im P2-Experiment zum Einsatz kommen wird, genau bekannt ist, da erst dann eine abschließende Vorhersage der Bahnkurven im Magnetfeld möglich ist. Im Rahmen der Vorstudien, deren Resultate in dieser Arbeit präsentiert werden, wurde die Feldkarte des FOPI-Solenoiden verwendet. Da die Feldspule des FOPI-Solenoiden im P2-Experiment nicht wiederverwendet werden kann, werden voraussichtlich eine neue Feldspule und ein neuer Kryostat zum Einsatz kommen.

Die neue Feldspule und der neue Kryostat des Solenoiden sollten in der Simulation des P2-Experiments modelliert werden. Es ist voraussichtlich notwendig, den Kryostaten gegen Strahlung aus dem Target abzuschirmen, um eine ausreichende Kühlung der Feldspulen bei nominellem Strahlstrom während des Experimentierbetriebs sicherzustellen. Eine korrekte Konzipierung der zur Abschirmung des Solenoiden notwendigen Schilde kann nur mit einem hinreichend genauen geometrischen Modell des Kryostaten und der Feldspule durchgeführt werden.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde die Genauigkeit, mit der apparative Beiträge zur im Experiment zu messenden Asymmetrie innerhalb der Messdauer von $T = 10^4$ h bestimmt werden können, mit $\Delta A^{\text{false}} = 0,1 \text{ ppb}$ abgeschätzt. Diese Abschätzung basiert auf Erfahrungswerten, welche die A4-Kollaboration bei der Durchführung des A4-Experiments an MAMI gewonnen hat. Es ist notwendig, die Größe der falschen Asymmetriebeiträge, die sich für den Messaufbau des P2-Experiments ergeben, abzuschätzen. Die Simulation des P2-Experiments kann hier womöglich wertvolle Beiträge leisten, da sie die Berechnung der Elektron-Bahnkurven im Magnetfeld des Solenoiden gestattet und somit die Berechnung von mit Änderungen der Strahleigenschaften korrelierten Änderungen des Erwartungswerts der paritätsverletzenden Asymmetrie ermöglicht.

Es ist ein Konzept zur Messung der Nukleon-Formfaktoren $G_A^{\text{p}, \text{Z}}$ und G_M^{s} unter Rückwärts-Streuwinkeln zu erstellen und in das Messaufbau-Konzept zur Asymmetriemessung unter Vorwärtswinkeln zu integrieren. Die Simulation des P2-Experiments kann zur Konzipierung und Verifikation der Durchführbarkeit der Formfaktor-Messung eingesetzt werden.

Zur Überwachung der Strahl- und Target-Eigenschaften bei der Asymmetriemessung werden Luminositätsmonitore zum Einsatz kommen. Dabei handelt es sich um Detektoren, welche eine Überwachung des aus dem Target hervortretenden Teilchenflusses ermöglichen. Die Detektoren sollten möglichst den gesamten Azimutwinkel abdecken, wobei eine Segmentierung im Azimut zur Minimierung systematischer Fehler bei der relativen Luminositätsmessung von Vorteil ist. Die Luminositätsmonitore sollten unabhängig vom Cherenkov-Detektor operieren, und es sollten nicht die Elektronen aus elastischer Elektron-Proton-Streuung zur Luminositätsüberwachung nachgewiesen werden, da die relative Bestimmung der Luminosität mithilfe des asymmetriebehafteten Signalprozesses eine Normierung der Signale des

Cherenkov-Detektors auf die Signale der Luminositätsmonitore erschwert. Die Simulation des P2-Experiments kann eingesetzt werden, um geeignete Position für Luminositätsmonitore zu finden und die Durchführbarkeit der Luminositätsmessung zu sichern.

A Parametrisierungen der Nukleon-Formfaktoren

Im Folgenden werden Details zu den in Abschnitt 5.2.5 beschriebenen Parametrisierungen der Nukleon-Formfaktoren gegeben, welche bei den Fehlerfortpflanzungsrechnungen zur Bestimmung von $\Delta\hat{s}_Z^2$ zum Einsatz kommen. In Kapitel 5 wird angenommen, dass jeder der zur Bestimmung von A^{PV} benötigten Nukleon-Formfaktoren durch eine Funktion $\Gamma(\{\lambda_l\}, Q^2)$ parametrisiert werden kann, die stetig ist und von einem Satz reeller Parameter $\{\lambda_l\}$ sowie dem negativen Viererimpulsübertragsquadrat Q^2 abhängt. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden entsprechende Parametrisierungen erstellt. Diese basieren zum Teil auf Kurvenanpassungen an Formfaktor-Daten. Die Kurvenanpassungen wurden mithilfe von ROOT [122] ausgeführt. Zur Optimierung der reellen Kurvenparameter $\{\lambda_l\}$ wurde dabei die Methode der χ^2 -Minimierung verwendet. Der Fokus beim Erstellen der Parametrisierungen lag nicht auf der akkurate Anpassung von Kurven an gegebene Datensätze, sondern auf einer hinreichend guten Abbildung der Unsicherheiten der Formfaktor-Daten bei kleinen Viererimpulsüberträgen $Q^2 \sim 5 \cdot 10^{-3} \text{ (GeV/c)}^2$, welche zur Berechnung von $\Delta\hat{s}_Z^2$ beitragen.

In den folgenden Unterabschnitten werden die zur Kurvenanpassung verwendeten Daten, die an diese Daten angepasste Kurve sowie der Verlauf der sich hieraus ergebenden Parametrisierung $\Gamma(\{\lambda_l\}, Q^2)$ für jeden Formfaktor vorgestellt. Erwartungswert $\langle\Gamma\rangle$ und Standardabweichung $\Delta\Gamma$ einer jeden Parametrisierung wurden dabei mit dem selben Monte Carlo-Verfahren bestimmt, welches zur Berechnung von $\langle\hat{s}_Z^2\rangle$ und $\Delta\hat{s}_Z^2$ verwendet wurde. Dabei wurde der gleiche Quellcode benutzt. Auf diese Weise wurde sichergestellt, dass die Formfaktoren mithilfe des in Abschnitt 5.1 diskutierten Algorithmus korrekt berechnet werden. Das verwendete Verfahren zur Bestimmung von $\langle\Gamma\rangle$ und $\Delta\Gamma$ wird im Folgenden kurz erläutert.

Für festgehaltenes Q^2 kann ein zufallsverteilter Wert Γ'_i des zu berechnenden Formfaktors bestimmt werden, indem die Parameter λ_l unabhängig voneinander gemäß den ihnen zugewiesenen Normalverteilungen variiert und Zufallswerte $\{\lambda'_l\}$ berechnet werden:

$$\Gamma'_i = \Gamma_i(\{\lambda'_l\}, Q^2). \quad (339)$$

Durch die Berechnung von N voneinander unabhängigen Werten von Γ'_i erhält man eine Verteilung von Γ'_i -Werten mit dem Erwartungswert

$$\langle\Gamma_i\rangle(Q^2) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Gamma'_i \quad (340)$$

und der Standardabweichung

$$\Delta\Gamma_i(Q^2) = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N [\langle\Gamma\rangle(Q^2) - \Gamma'_i(Q^2)]^2}. \quad (341)$$

Zur Variation der λ_l wurde der von ROOT bereitgestellte Pseudozufallszahlengenerator „TRandom3“ benutzt, welcher auf dem Pseudozufallszahlengenerator „Mersenne Twister MT 19937“ [123] basiert. Dieser Generator verfügt über eine Periodenlänge von $2^{19937} - 1 \approx 4,3 \cdot 10^{6001}$ und kann in bis zu 623 Dimensionen gleichverteilte Zufallszahlen generieren.

In sämtlichen der in diesem Abschnitt dargestellten Abbildungen wurde $N = 10^4$ zur Bestimmung von $\langle\Gamma_i\rangle(Q^2)$ und $\Delta\Gamma(Q^2)$ für jeden Q^2 -Wert gewählt.

A.1 Elektromagnetische Formfaktoren des Protons

In Abschnitt K 2.2.3 von [127] finden sich die Daten, welche zur Kurvenanpassung für die elektromagnetischen Formfaktoren des Protons benutzt wurden. Es handelt sich um aus dem von Bernauer et al. entwickelten Dipol x Polynomial - Modell resultierende Werte für $G_E^{p,\gamma}$ und $G_M^{p,\gamma}$ im Intervall $5 \cdot 10^{-4} \text{ (GeV/c)}^2 \leq Q^2 \leq 5 \cdot 10^{-4} \text{ (GeV/c)}^2$. An diese Daten wurden die Funktionen

$$\begin{aligned} G_E^{p,\gamma}(Q^2) &= G_{\text{dipole}}^{\text{std}}(Q^2) \cdot G_E^{\text{poly}}(Q^2), \\ G_M^{p,\gamma}(Q^2) &= (\mu_P/\mu_N) \cdot G_{\text{dipole}}^{\text{std}}(Q^2) \cdot G_M^{\text{poly}}(Q^2) \end{aligned} \quad (342)$$

angepasst, wo

$$G_{\text{dipole}}^{\text{std}}(Q^2) = \left(1 + \frac{Q^2}{0,71 \text{ (GeV/c)}^2} \right)^{-2} \quad (343)$$

und

$$G_{E,M}^{\text{poly}}(Q^2) = 1 + \sum_{i=1}^8 \left(\lambda_i^{\text{pE,M}} \cdot Q^{2i} \right) \quad (344)$$

mit dem magnetischen Moment des Protons $\mu_P = 2,792847356 \cdot \mu_N$ und dem Kernmagneton $\mu_N = (e\hbar)/(2m_p)$.

Für $G_E^{p,\gamma}$ liefert die Kurvenanpassung unter Einbeziehung des gesamten verfügbaren Q^2 -Intervalls die nachfolgend aufgelisteten Parameterwerte:

i	$\lambda_i^{\text{pE}}/(\text{GeV}/c)^{-2i}$	$\Delta\lambda_i^{\text{pE}}/(\text{GeV}/c)^{-2i}$
1	$-4,701\,987 \cdot 10^{-1}$	$1,133\,586 \cdot 10^{-2}$
2	$4,342\,292 \cdot 10^0$	$6,849\,265 \cdot 10^{-2}$
3	$-2,068\,202 \cdot 10^1$	$1,718\,847 \cdot 10^{-1}$
4	$4,406\,141 \cdot 10^1$	$3,152\,484 \cdot 10^{-1}$
5	$-2,474\,794 \cdot 10^1$	$5,080\,538 \cdot 10^{-1}$
6	$-5,087\,120 \cdot 10^1$	$7,708\,359 \cdot 10^{-1}$
7	$8,101\,379 \cdot 10^1$	$1,055\,087 \cdot 10^0$
8	$-3,302\,248 \cdot 10^1$	$1,047\,902 \cdot 10^0$
χ^2	ndf	χ^2/ndf
$5,32 \cdot 10^{-1}$	37	$1,44 \cdot 10^{-2}$

Hierin ist ndf die Anzahl der Freiheitsgrade bei der Kurvenanpassung. Die Parameterwerte werden mit der numerischen Präzision angegeben, mit der sie im Rahmen der Kurvenanpassung bestimmt worden sind, um die Reproduzierbarkeit der Parametrisierung zu gewährleisten. Abbildung 117 zeigt die aus [127] stammenden Daten zusammen mit der an diese angepassten Kurve sowie der sich ergebenden Parametrisierung für $G_E^{p,\gamma}$.

Die Schwankungen in $\langle \Gamma \rangle(Q^2)$ und $\Delta\Gamma(Q^2)$ sind statistischer Natur und werden durch das Monte Carlo-Verfahren, das zur Berechnung dieser Größen verwendet wurde, bedingt. Abbildung 118 zeigt den Verlauf der Parametrisierung von $G_E^{p,\gamma}$ bei niedrigen Q^2 -Werten, welche

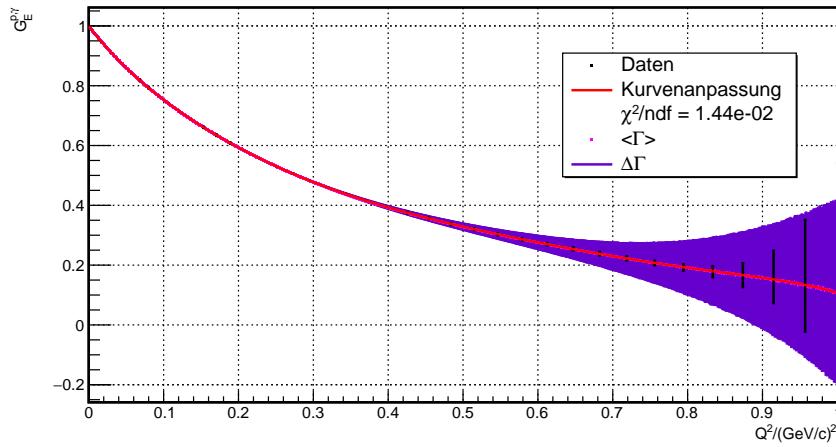


Abbildung 117: Zur Parametrisierung von $G_E^{p,\gamma}$ als Funktion von Q^2 : Der Datensatz aus [?] wird durch die schwarz dargestellten Punkte und deren Fehlerbalken repräsentiert. Die an diese Daten angepasste Kurve ist in Rot gezeichnet. Die Erwartungswerte $\langle \Gamma \rangle$ der sich aus der Kurvenanpassung ergebenden Parametrisierung $\Gamma(Q^2)$ sind in Magenta eingezeichnet, sie kommen erwartungsgemäß mit der angepassten Kurve zur Deckung. Der Verlauf der Standardabweichung $\Delta\Gamma(Q^2)$ ist durch das lilaarbene Band dargestellt.

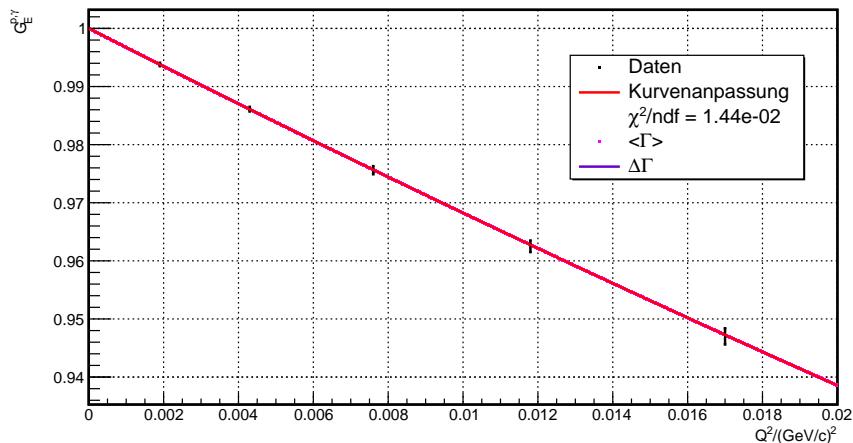


Abbildung 118: Verlauf der Formfaktor-Daten (schwarz) zusammen mit der an diese angepassten Kurve (rot) und der sich ergebenden Parametrisierung $\Gamma(Q^2)$ (lila) für niedrige Werte von Q^2 .

zur Vorhersage der erreichbaren Unsicherheit bei der Bestimmung des elektroschwachen Mischungswinkels im P2-Experiment von Relevanz sind.

Für den magnetischen Formfaktor des Protons $G_M^{p,\gamma}$ führt die Kurvenanpassung an die in [127] gegebenen Daten zu folgenden λ_l -Werten:

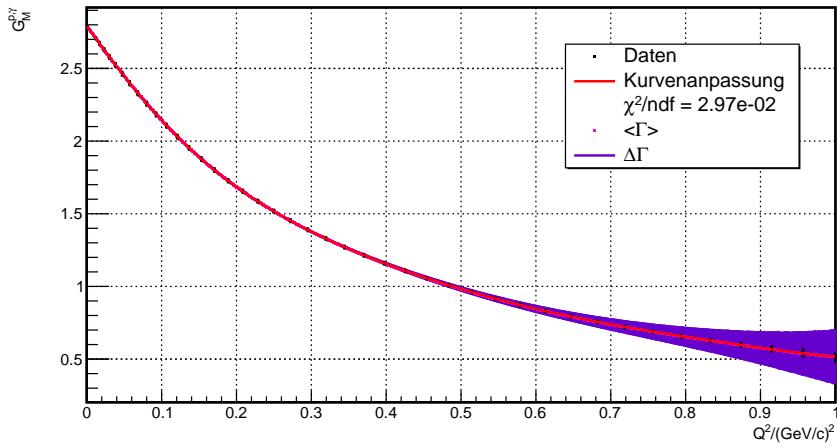


Abbildung 119: Zur Parametrisierung von $G_M^{p,\gamma}$: Die [127] entnommenen Daten sind schwarz dargestellt. Die an diese Daten angepasste Kurve ist rot gezeichnet. Die Erwartungswerte $\langle\Gamma\rangle$ der sich aus der Kurvenanpassung ergebenden Parametrisierung sind magentafarben markiert. Die Unsicherheit $\Delta\Gamma$ ist durch das in Lila dargestellte Band gekennzeichnet.

i	$\lambda_i^{\text{pM}}/(\text{GeV}/c)^{-2i}$	$\Delta\lambda_i^{\text{pM}}/(\text{GeV}/c)^{-2i}$
1	$2,445\,791 \cdot 10^{-1}$	$1,285\,954 \cdot 10^{-2}$
2	$-4,387\,620 \cdot 10^0$	$4,832\,165 \cdot 10^{-2}$
3	$2,244\,408 \cdot 10^1$	$8,019\,477 \cdot 10^{-2}$
4	$-4,477\,354 \cdot 10^1$	$1,120\,105 \cdot 10^{-1}$
5	$2,507\,312 \cdot 10^1$	$1,455\,939 \cdot 10^{-1}$
6	$3,475\,912 \cdot 10^1$	$1,827\,526 \cdot 10^{-1}$
7	$-5,305\,466 \cdot 10^1$	$2,105\,056 \cdot 10^{-1}$
8	$1,976\,824 \cdot 10^1$	$1,874\,455 \cdot 10^{-1}$
χ^2	ndf	χ^2/ndf
$1,13 \cdot 10^0$	38	$2,97 \cdot 10^{-2}$

Abbildung 119 zeigt den aus dieser Wahl der Parameter resultierenden Verlauf von $G_M^{p,\gamma}$ zusammen mit den zur Kurvenanpassung verwendeten Daten. Abbildung 120 zeigt den Verlauf der Parametrisierung für kleine Q^2 -Werte, welche im P2-Experiment von Interesse sind.

A.2 Elektromagnetische Formfaktoren des Neutrons

Die Parametrisierung von $G_E^{n,\gamma}$ und $G_M^{n,\gamma}$ erfolgt wie in [128].

$G_E^{n,\gamma}$ wird nach Galster [129] parametrisiert:

$$G_E^{n,\gamma}(Q^2) = \frac{\lambda_1^{\text{nE}}\tau}{1 + \lambda_2^{\text{nE}}\tau} \cdot G_{\text{dipole}}^{\text{std}}(Q^2). \quad (345)$$

Die Anpassung von (345) an die in [128] gegebenen Daten im Intervall $10^{-3}(\text{GeV}/c)^2 \leq Q^2 \leq 3,1(\text{GeV}/c)^2$ führt zu den folgenden Kurvenparametern:

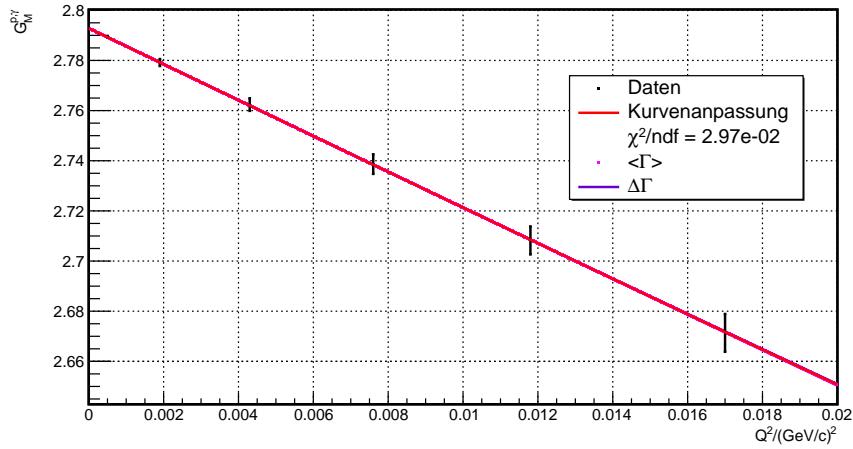


Abbildung 120: Verlauf der Parametrisierung Γ von $G_M^{p,\gamma}$ zusammen mit den Daten aus [127] sowie der an diese angepassten Kurve für kleine Werte von Q^2 .

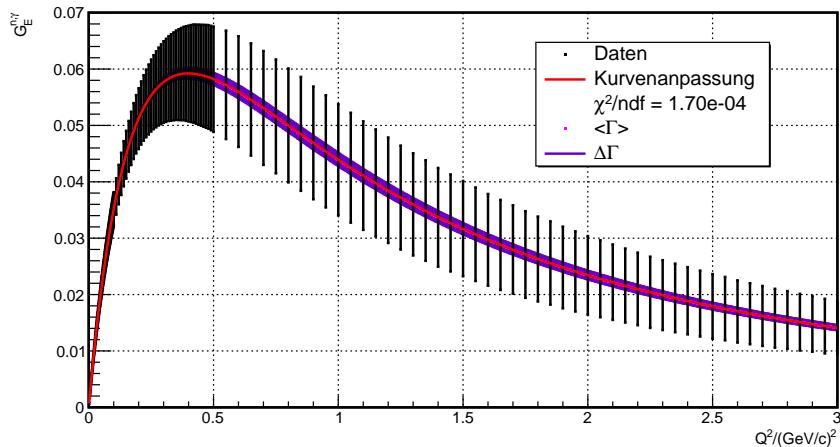


Abbildung 121: Zur Parametrisierung von $G_E^{n,\gamma}$: In Schwarz sind die Datenpunkte aus [128] dargestellt, an welche die in Rot gezeichnete Kurve unter Verwendung von Gleichung (345) angepasst wurde. Die Erwartungswerte der sich hieraus ergebenden Parametrisierung $\langle \Gamma \rangle$ sind in Magenta, die Standardabweichungen $\Delta \Gamma$ in Lila dargestellt.

i	λ_i^{nE}	$\Delta \lambda_i^{nE}$
1	$1,770\,221 \cdot 10^0$	$1,454\,643 \cdot 10^{-2}$
2	$3,425\,350 \cdot 10^0$	$2,075\,773 \cdot 10^{-1}$
χ^2	ndf	χ^2/ndf
$3,20 \cdot 10^{-2}$	188	$1,70 \cdot 10^{-4}$

Abbildung 121 zeigt den Verlauf der sich aus diesen Parametern ergebenden Parametrisierung gemeinsam mit den [128] entnommenen Daten.

Abbildung 122 zeigt einen Ausschnitt aus Abbildung 121 für kleine Viererimpulsüberträge, wie sie im P2-Experiment auftreten werden.

$G_M^{n,\gamma}$ wird analog zu der in [128] gewählten Vorgehensweise mithilfe eines Polynoms 9. Grades

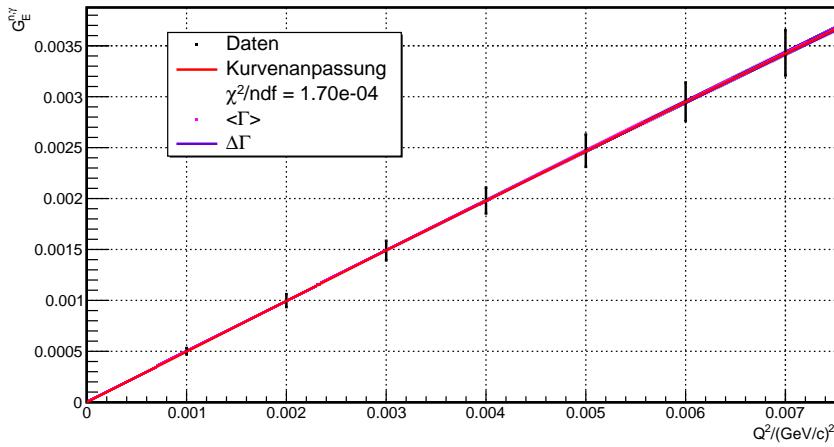


Abbildung 122: Verlauf der Parametrisierung Γ von $G_E^{n,\gamma}$ zusammen mit den [128] entnommenen Daten (schwarz) sowie den an diese Daten angepasste Kurve (rot) für niedrige Q^2 -Werte. Die Erwartungswerte $\langle \Gamma \rangle$ sind in Magenta, die Standardabweichungen $\Delta \Gamma$ in Lila gezeichnet.

parametrisiert:

$$G_M^{n,\gamma}(Q^2) = \sum_{i=0}^9 \lambda_i^{nM} Q^{2i}. \quad (346)$$

Die Kurvenanpassung mittels ROOT an die in [128] aufgelisteten Werte mündet in folgenden Parameter-Werten:

i	$\lambda_i^{nM}/(\text{GeV}/c)^{-2i}$	$\Delta \lambda_i^{nM}/(\text{GeV}/c)^{-2i}$
0	$-1,916\,029 \cdot 10^0$	$4,589\,687 \cdot 10^{-4}$
1	$7,092\,145 \cdot 10^0$	$3,229\,584 \cdot 10^{-2}$
2	$-3,329\,785 \cdot 10^1$	$1,602\,581 \cdot 10^{-1}$
3	$1,574\,668 \cdot 10^2$	$4,007\,755 \cdot 10^{-1}$
4	$-4,144\,474 \cdot 10^2$	$9,176\,047 \cdot 10^{-1}$
5	$1,627\,159 \cdot 10^2$	$2,025\,616 \cdot 10^0$
6	$1,152\,293 \cdot 10^3$	$4,366\,665 \cdot 10^0$
7	$-2,117\,386 \cdot 10^2$	$9,120\,974 \cdot 10^0$
8	$-4,908\,379 \cdot 10^3$	$1,819\,254 \cdot 10^1$
9	$5,114\,440 \cdot 10^3$	$3,374\,769 \cdot 10^1$
χ^2	ndf	χ^2/ndf
$2,51 \cdot 10^1$	130	$1,93 \cdot 10^{-1}$

Abbildung 123 zeigt die zur Kurvenanpassung benutzten Daten aus [128] zusammen mit der angepassten Kurve und der sich ergebenden Parametrisierung von $G_M^{n,\gamma}$.

Abbildung 124 zeigt den Verlauf der Parametrisierung von $G_M^{n,\gamma}$ für kleine Werte von Q^2 .

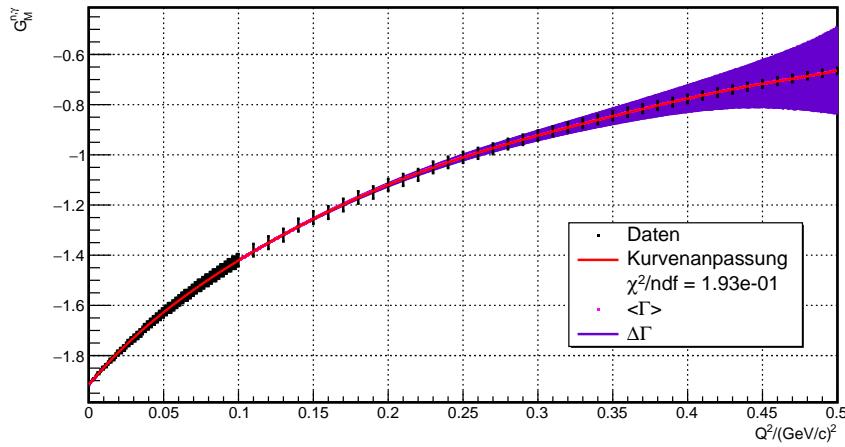


Abbildung 123: Q^2 -Abhängigkeit der Parametrisierung von $G_M^{n,\gamma}$: In Schwarz sind die Datenpunkte aus [128] dargestellt. Der Verlauf der an die Daten angepassten Kurve ist in Rot gezeigt. Die Erwartungswerte $\langle \Gamma \rangle$ der sich ergebenden Parametrisierung sind in Magenta, die Standardabweichungen $\Delta \Gamma$ der Parametrisierung Γ in Lila eingezeichnet. Für $Q^2 \leq 0,1 \text{ (GeV/c)}^2$ ist die Dichte der Datenpunkte größer, als für höhere Q^2 -Werte.

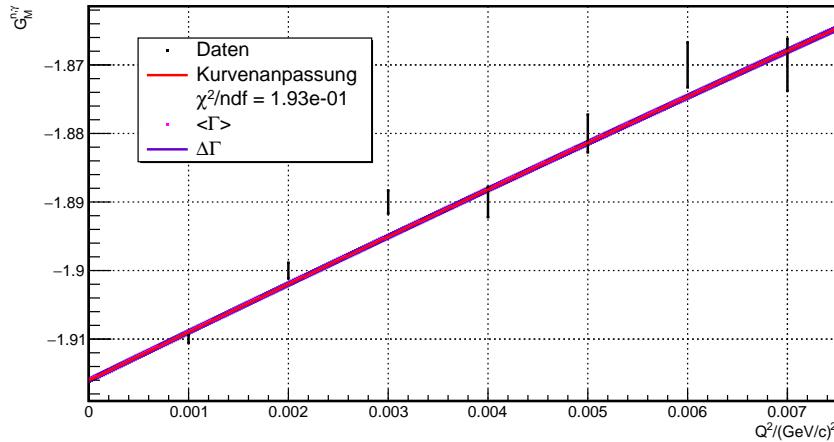


Abbildung 124: Verlauf der in Abbildung 123 dargestellten Parametrisierung von $G_M^{n,\gamma}$ für kleine Q^2 -Werte, welche im P2-Experiment von Relevanz sind.

A.3 Strangeness-Formfaktoren

Die Parametrisierung von G_E^s erfolgt nach Galster [129], so dass

$$G_E^s(Q^2) = \frac{\lambda_1^{sE} \tau}{1 + \lambda_2^{sE} \tau} \cdot G_{\text{dipole}}^{\text{std}}(Q^2). \quad (347)$$

Die Anpassung von (347) an die in [129] aufgeführten Werte im Intervall $0,1 \text{ (GeV/c)}^2 \leq Q^2 \leq 0,63 \text{ (GeV/c)}^2$ liefert:

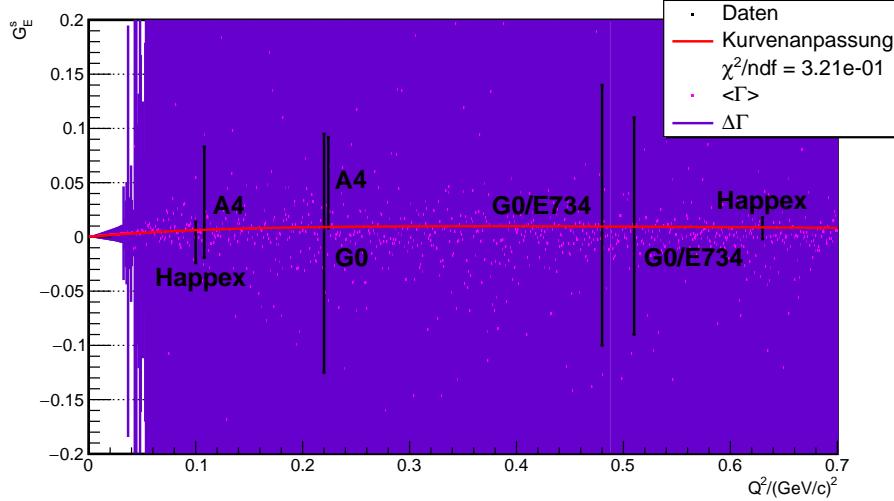


Abbildung 125: Zur Parametrisierung von G_E^s : In Schwarz dargestellt sind die Messdaten, welche von verschiedenen Kollaborationen veröffentlicht worden sind. An diese wurde die in Rot gezeichnete Kurve angepasst. Die Erwartungswerte der hieraus resultierenden Parametrisierung $\langle \Gamma \rangle$ sind in Magenta, die Standardabweichungen $\Delta \Gamma$ der Parametrisierung in Lila gezeichnet. Weiter Diskussion im Text.

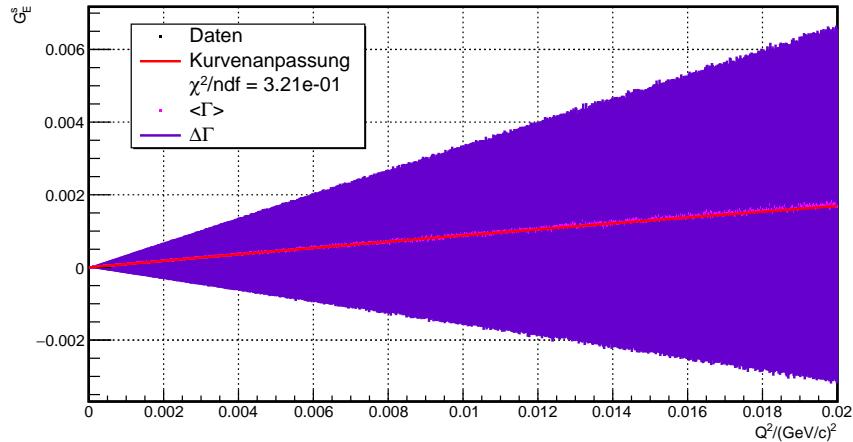


Abbildung 126: Verlauf der Parametrisierung von $G_E^s(Q^2)$ für kleine Werte von Q^2 . In dem für das P2-Experiment relevanten Q^2 -Intervall existieren bislang keine Messdaten.

i	λ_i^{sE}	$\Delta \lambda_i^{\text{sE}}$
1	$3,231\,461 \cdot 10^{-1}$	$8,871\,228 \cdot 10^{-1}$
2	$4,704\,640 \cdot 10^0$	$3,000\,726 \cdot 10^1$
χ^2	ndf	χ^2/ndf
$1,61 \cdot 10^0$	5	$3,21 \cdot 10^{-1}$

Abbildung 125 zeigt die Daten aus [129] zusammen mit der an die Daten angepassten Kurve und der resultierenden Parametrisierung Γ von $G_E^s(Q^2)$.

Der rapide Anstieg von $\Delta \Gamma(Q^2)$ für $Q^2 \geq 0.05 \text{ (GeV/c)}^2$ resultiert aus dem Umstand, dass λ_2 in (347) im Nenner steht und die Kurvenanpassung einen vergleichsweise großen Wert für

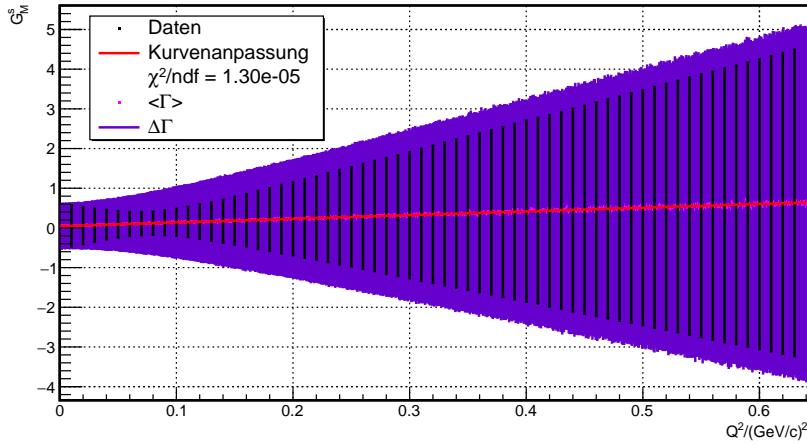


Abbildung 127: Zur Parametrisierung von G_M^s : Die zur Kurvenanpassung verwendeten Daten aus [135] sind in Schwarz gezeichnet. Die an diese Daten angepasste Kurve ist rot dargestellt. Die Erwartungswerte $\langle \Gamma \rangle$ der Parametrisierung Γ sind durch die in Magenta gezeichneten Punkte dargestellt, die Standardabweichung $\Delta\Gamma$ wird durch das lilafarbene Band repräsentiert.

$\Delta\lambda_2$ ergibt. Von Interesse für die Vorhersage des im P2-Experiment erreichbaren Wertes von $\Delta\hat{s}_Z^2$ ist die Parametrisierung von $G_E^s(Q^2)$ für $Q^2 \leq 0,05 \text{ (GeV/c)}^2$. Abbildung 126 zeigt den Verlauf der Parametrisierung für dieses Q^2 -Intervall.

Für die Q^2 -Abhängigkeit von G_M^s gilt nach [135]:

$$G_M^s = \lambda_0^{\text{sM}} + \lambda_1^{\text{sM}} \cdot Q^2. \quad (348)$$

Für die Unsicherheit von G_M^s wird in [135] folgender Ausdruck angegeben:

$$\Delta G_M^s(Q^2) = \sqrt{0,34 + 47,8 \cdot Q^4/(\text{GeV/c})^4}. \quad (349)$$

Eine Kurvenanpassung an die in [135] gegebenen Daten im Intervall $0,01 \text{ (GeV/c)}^2 \leq Q^2 \leq 0,63 \text{ (GeV/c)}^2$ führt zu folgenden Werten für λ_0 und λ_1 :

i	$\lambda_i^{\text{sM}}/(\text{GeV/c})^{-2i}$	$\Delta\lambda_i^{\text{sM}}/(\text{GeV/c})^{-2i}$
0	$4,411\,866 \cdot 10^{-2}$	$1,393\,027 \cdot 10^{-1}$
1	$9,312\,301 \cdot 10^{-1}$	$1,016\,812 \cdot 10^0$
χ^2	ndf	χ^2/ndf
$7,92 \cdot 10^{-4}$	61	$1,30 \cdot 10^{-5}$

Abbildung 127 zeigt die zur Kurvenanpassung verwendeten Daten zusammen mit dem Verlauf der aus den obigen Parameterwerten resultierenden Parametrisierung Γ in Abhängigkeit von Q^2 .

Da Korrelation zwischen den Parametern in (348) bei der Berechnung von $\Delta\Gamma$ vernachlässigt werden, überschätzt die erstellte Parametrisierung die Unsicherheit in G_M^s für größere Q^2 -Werte systematisch. Die Parametrisierung reproduziert jedoch die Unsicherheit der Daten aus [135] für Q^2 -Werte, die im P2-Experiment von Relevanz sind. Abbildung 128 zeigt den Verlauf bei entsprechenden Q^2 -Werten.

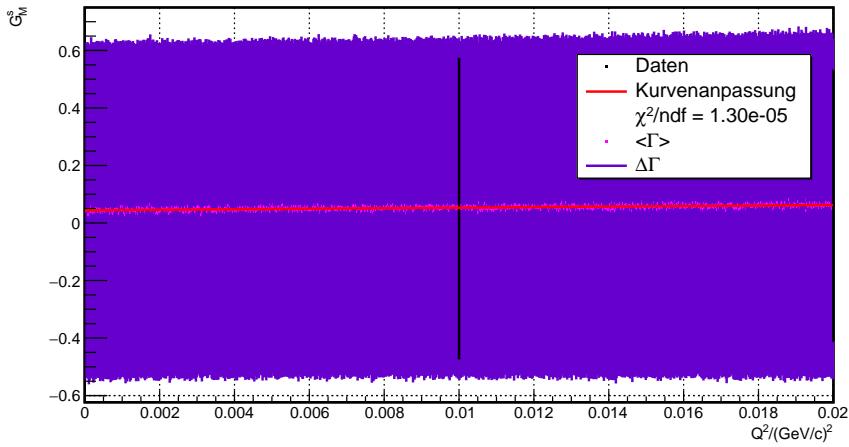


Abbildung 128: Ausschnitt aus Abbildung 127. Gezeigt ist der Verlauf der Parametrisierung von G_M^s für niedrige Werte von Q^2 , wie sie im P2-Experiment erwartet werden.

A.4 Axialer Formfaktor des Protons

Für den axialen Formfaktor des Protons $G_A^{p, Z}$ wurde im Rahmen dieser Arbeit keine Parametrisierung erstellt. Eine zur Durchführung der Fehlerfortpflanzungsrechnungen geeignete Parametrisierung wurde von Musolf et al. [13] erstellt und wird zur Berechnung von $\Delta\hat{s}_Z^2$ übernommen. Es ist

$$G_A^{p, Z}(Q^2) = \lambda_0^{pA} \cdot \left(1 + \frac{Q^2}{(\lambda_1^{pA})^2}\right)^{-2}, \quad (350)$$

wobei

i	$\lambda_i^{pA}/(\text{GeV}/c)^i$	$\Delta\lambda_i^{pA}/(\text{GeV}/c)^i$
0	-1,136	0,411
1	1,032	0,036

Abbildung 129 zeigt den Verlauf der Parametrisierung als Funktion von Q^2 und zum Vergleich die mit dem zur Fehlerfortpflanzungsrechnung verwendeten Monte Carlo-Verfahren berechneten Werte der selben Parametrisierung des axialen Formfaktors. Die Werte stimmen erwartungsgemäß über den gesamten betrachteten Q^2 -Bereich hinweg überein.

A.5 Isospin-brechende elektromagnetische Formfaktoren

Zur Parametrisierung der Formfaktoren G_E^{ud} und G_M^{ud} werden die von P. Larin [138] mittels eines graphischen Verfahrens aus [139] extrahierten Daten verwendet. Die Formfaktoren werden mithilfe von Polynomen vierten Grades parametrisiert, so dass

$$G_{E, M}^{ud} = \sum_{i=0}^4 \lambda_i^{udE, M} \cdot Q^{2i}. \quad (351)$$

Die Kurvenanpassung von (351) an die in [138] für G_E^{ud} aufgelisteten Daten im Intervall $Q^2 \in [0 \text{ (GeV/c)}^2, 0,275 \text{ (GeV/c)}^2]$ mündet in folgenden Kurvenparameter:

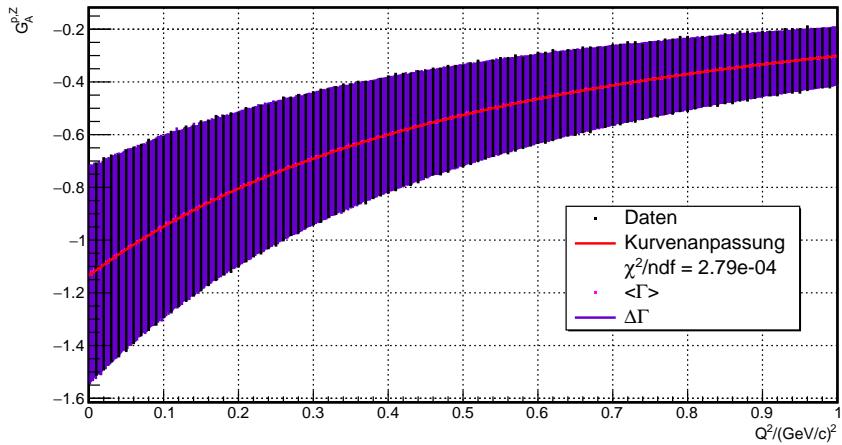


Abbildung 129: Verlauf der Parametrisierung von G_A^p, Z als Funktion von Q^2 . Man erkennt eine gute Übereinstimmung im Rahmen der statistischen Schwankungen zwischen den mittels Gleichung (350) analytisch bestimmten Werten (schwarz) und der Parametrisierung Γ , welche mit dem Monte Carlo-Verfahren berechnet wurde.

i	$\lambda_i^{\text{udE}}/(\text{GeV}/c)^{-2i}$	$\Delta\lambda_i^{\text{udE}}/(\text{GeV}/c)^{-2i}$
0	$1,344\,573 \cdot 10^{-13}$	$1,000\,000 \cdot 10^{-7}$
1	$5,669\,833 \cdot 10^{-2}$	$2,772\,295 \cdot 10^{-2}$
2	$-2,465\,694 \cdot 10^{-1}$	$6,866\,436 \cdot 10^{-1}$
3	$5,813\,392 \cdot 10^{-1}$	$4,856\,379 \cdot 10^0$
4	$-7,002\,228 \cdot 10^{-1}$	$1,023\,000 \cdot 10^1$
χ^2	ndf	χ^2/ndf
$1,83 \cdot 10^{-3}$	8	$2,29 \cdot 10^{-4}$

In Abbildung 130 sind die zur Kurvenanpassung verwendeten Daten gemeinsam mit der sich ergebenden Parametrisierung für G_E^{ud} gezeigt.

Der Anstieg von $\Delta\Gamma$ mit wachsendem Q^2 ist primär auf den Wert von $\Delta\lambda_4$ zurückzuführen. Abbildung 131 zeigt den Verlauf der Parametrisierung Γ für im P2-Experiment relevante Q^2 -Werte.

Für die Variablen $\{\lambda_i^M\}$ der Parametrisierung von G_M^{ud} ergibt die Anpassung von (351) an die in [138] aufgeführten Werte im Intervall $0 \text{ (GeV}/c)^2 \leq Q^2 \leq 0,3 \text{ (GeV}/c)^2$ folgende Werte:

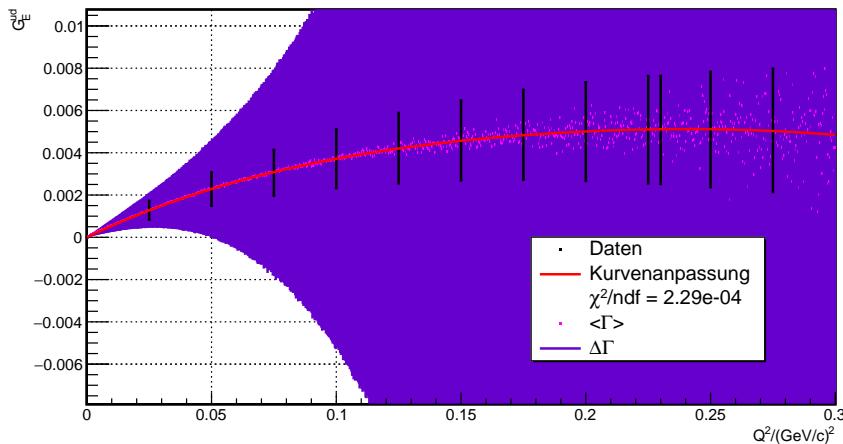


Abbildung 130: Zur Parametrisierung von G_E^{ud} : Die [138] entnommenen Daten sind als schwarze Linien dargestellt, die an diese Daten angepasste Kurve ist rot gezeichnet. Die magentafarbenen Punkte markieren die Erwartungswerte $\langle \Gamma \rangle$ der sich ergebenden Parametrisierung, der Verlauf der Standardabweichung $\Delta \Gamma$ ist durch das lila Band dargestellt.

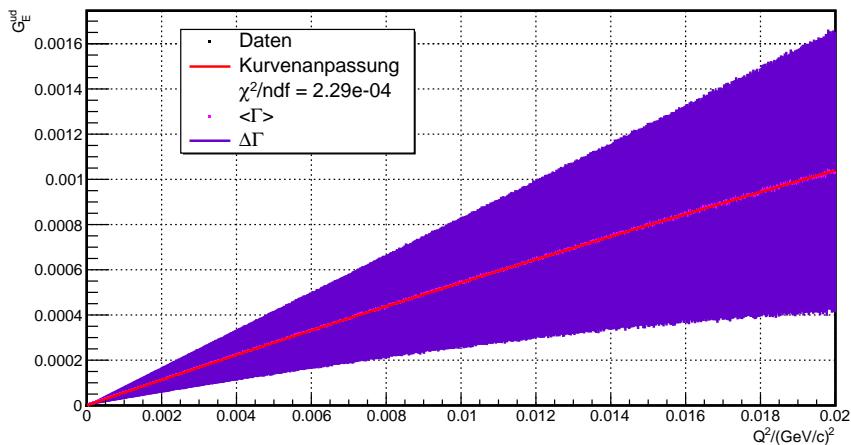


Abbildung 131: Verlauf der Parametrisierung von G_E^{ud} für kleine Q^2 -Werte.

i	$\lambda_i^{\text{udM}}/(\text{GeV}/c)^{-2i}$	$\Delta \lambda_i^{\text{udM}}/(\text{GeV}/c)^{-2i}$
0	$2,474\,684 \cdot 10^{-2}$	$1,824\,655 \cdot 10^{-2}$
1	$6,787\,448 \cdot 10^{-2}$	$7,769\,135 \cdot 10^{-1}$
2	$-3,042\,028 \cdot 10^{-2}$	$1,003\,967 \cdot 10^1$
3	$-4,367\,643 \cdot 10^{-1}$	$4,767\,653 \cdot 10^1$
4	$8,468\,409 \cdot 10^{-1}$	$7,470\,339 \cdot 10^1$
χ^2	ndf	χ^2/ndf
$1,93 \cdot 10^{-4}$	8	$2,41 \cdot 10^{-5}$

Abbildung 132 zeigt den Verlauf der sich aus der Kurvenanpassung ergebenden Parametrisierung von G_M^{ud} zusammen mit den Daten aus [138].

Abbildung 133 zeigt den Verlauf der Parametrisierung von G_M^{ud} für kleine Q^2 -Werte.

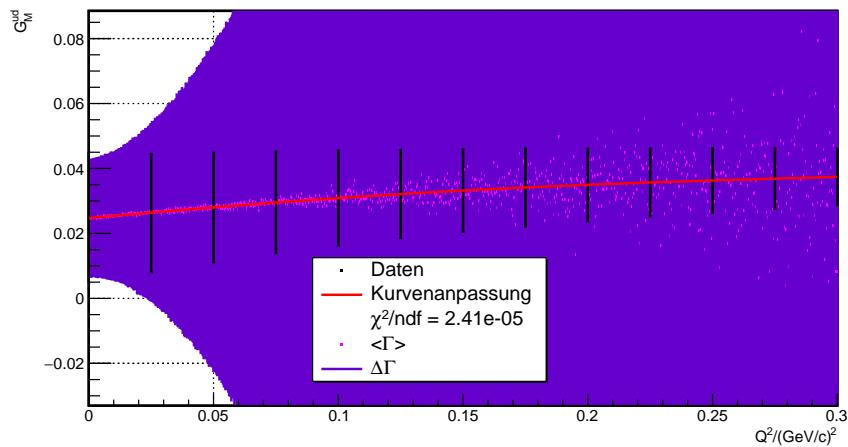


Abbildung 132: Zur Parametrisierung von G_M^{ud} : Die [138] entnommenen Werte und deren Unsicherheiten sind durch die schwarzen Linien dargestellt. An diese wurde die rot gezeichnete Kurve angepasst. Ferner sind die Erwartungswerte der Parametrisierung $\langle \Gamma \rangle$ sowie deren Unsicherheiten $\Delta \Gamma$ in Magenta bzw. Lila gezeigt.

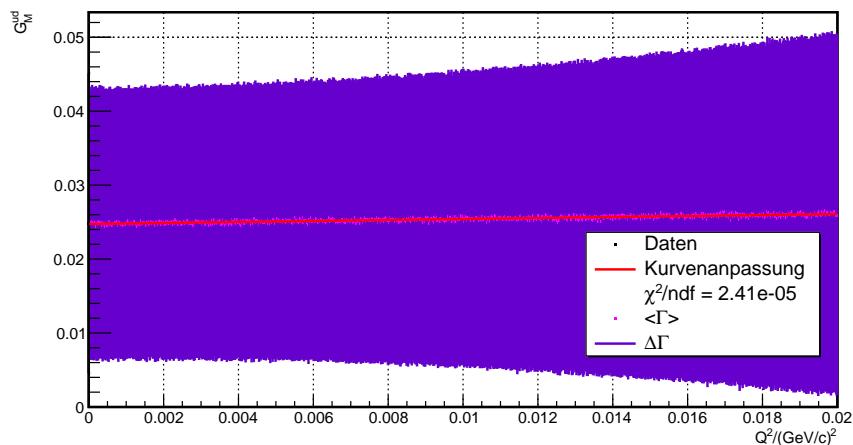


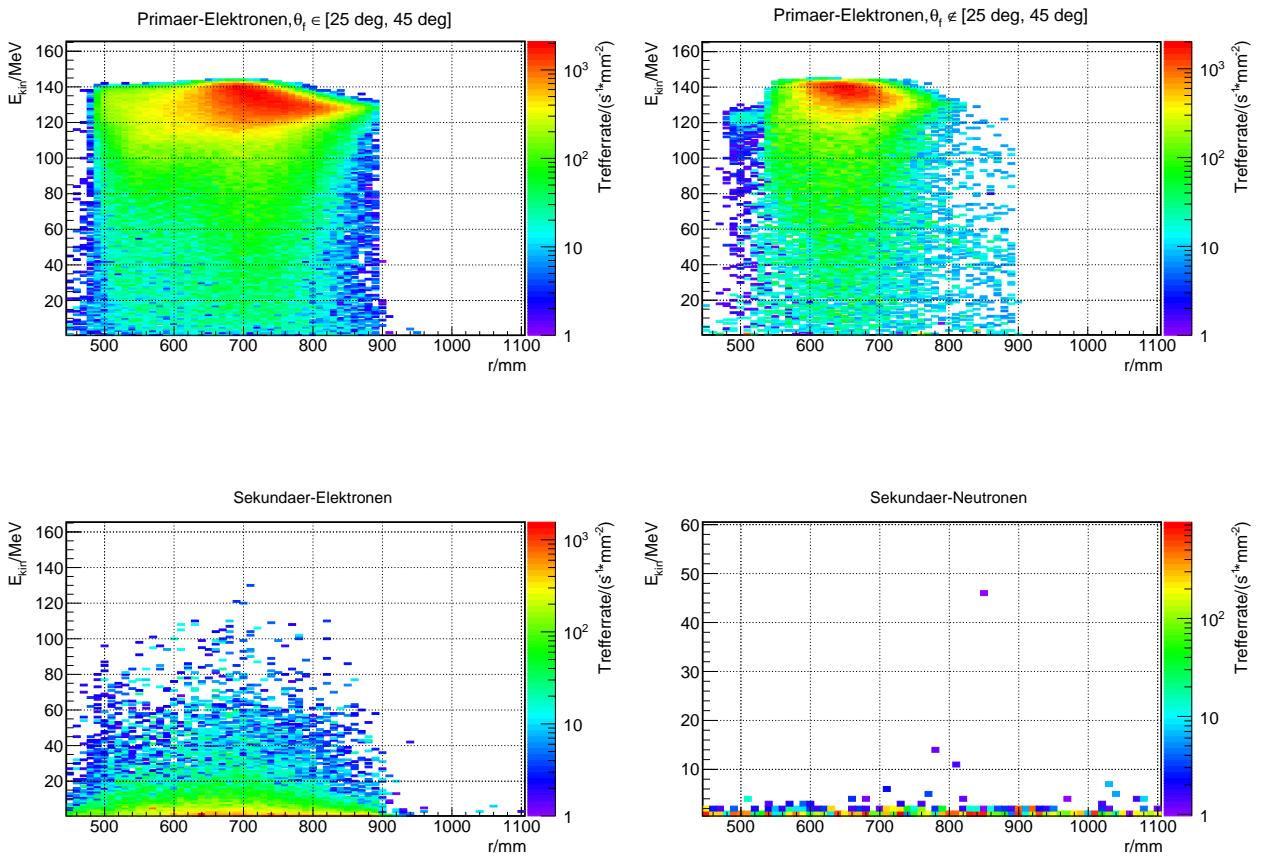
Abbildung 133: Verlauf der Parametrisierung von G_M^{ud} für kleine Q^2 -Werte. Die Erwartungswerte $\langle \Gamma \rangle$ sind in Magenta, der Verlauf der Standardabweichung $\Delta \Gamma$ ist durch das lila farbene Band gekennzeichnet.

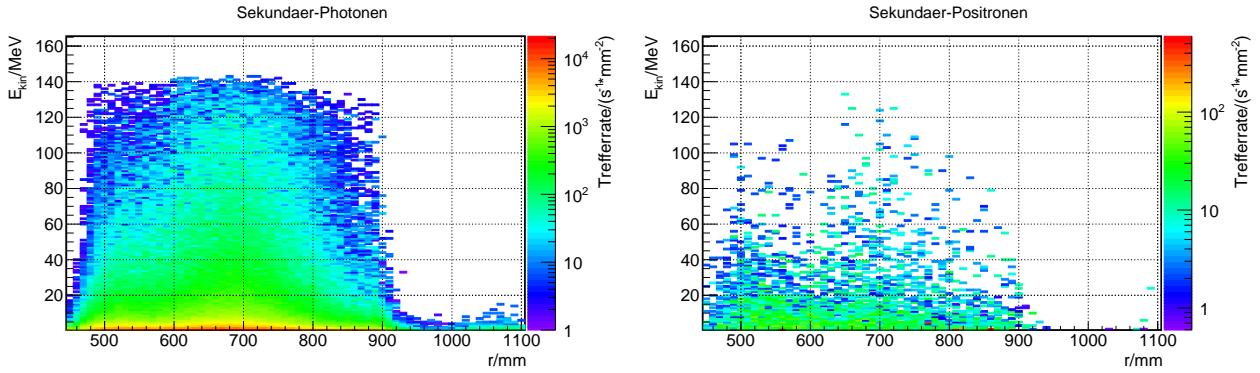
B Ratenverteilungen auf dem Cherenkov-Detektor

Im Folgenden werden, ergänzend zur Diskussion in Abschnitt 7.6, die mit der Geant4-Simulation des P2-Experiments bestimmten Ratenverteilungen auf der Oberfläche des Cherenkov-Ringdetektors vorgestellt. Die Verteilungen entsprechen den in Abbildung 100 gezeigten Ratenverteilungen. Für jeden Teilchentyp wird die im P2-Experiment erwartete Verteilung der Trefferrate in Abhängigkeit von der kinetischen Energie E_{kin} der Teilchen und dem Radius r des Auftrefforts auf dem SiO_2 -Ring des Detektors in einem Histogramm dargestellt. Die dargestellten Raten wurden auf die Flächen der Ringe normiert, die zu den Breiten der Histogrammbalken in radialer Richtung korrespondieren.

Im Folgenden werden zunächst die Verteilungen der Teilchen gezeigt, welche den Detektor im Rahmen der Simulation elastischer e-p-Streuung im ℓH_2 -Target getroffen haben. Anschließend werden die Ratenverteilungen für diejenigen Teilchen dargestellt, die den Detektor im Rahmen der Simulation von Untergrundprozessen im Target passiert haben.

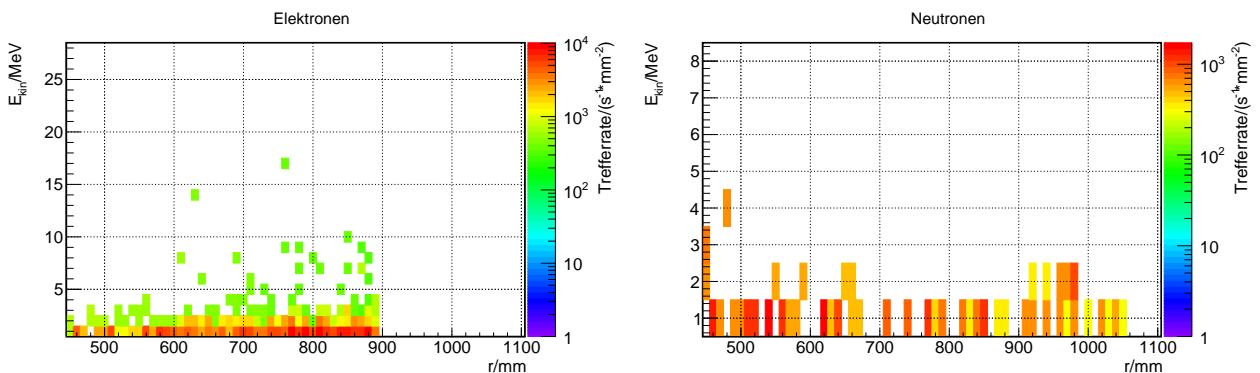
B.1 Raten aus elastischer e-p-Streuung im Target

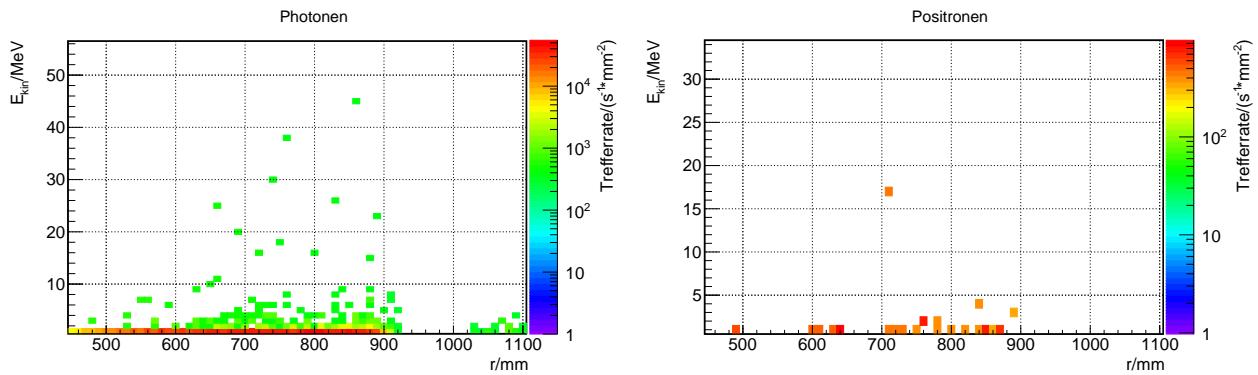




Man erkennt, dass die Energieverteilungen der Primärelektronen aus elastischer e-p-Streuung schwerpunktmäßig im Bereich der Strahlenergie liegen. Die Energien der Sekundärelektronen, die größtenteil dem Möller-Streuprozess entstammen, sind erwartungsgemäß um ein Vielfaches niedriger und liegen im Bereich einiger MeV. Gleichermaßen gilt für sekundäre Photonen, da es sich überwiegend um Bremsstrahlung handelt, deren Wirkungsquerschnitt mit steigender Photon-Energie abnimmt. Die Positronen entstammen dem Prozess der Elektron-Positron-Paarbildung, so dass es angesichts der Energieverteilung der Photonen nicht verwundert, dass auch ihre Energien im Bereich einiger weniger MeV verteilt sind. Für all diese Teilchentypen ist in den Verteilungen deutlich die Wirkung der Abschirmung der Photomultiplier erkennbar, die sich in der Simulation im Intervall $r \in [900 \text{ mm}, 1100 \text{ mm}]$ erstreckt. Lediglich für Neutronen ergibt sich erwartungsgemäß eine nahezu flache Verteilung in radialer Richtung. Sie entstammen photonuklearen Reaktionen und inelastischen Streuprozessen an Atomkernen.

B.2 Raten aus Untergrundprozessen im Target





Für die Detektortreffer in Folge von Untergrundereignissen im Target ergeben sich qualitativ ähnliche Verteilungen wie für die Sekundärteilchen aus elastischer e-p-Streuung im Target. Dies verwundert nicht, da die selben physikalischen Prozesse zur Entstehung dieser Teilchen führen.

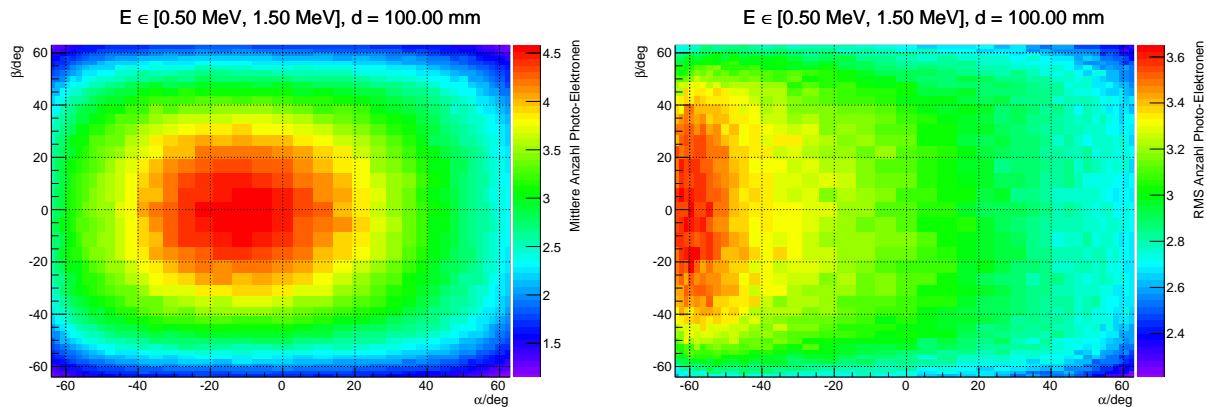
C Parametrisierung des Antwortverhaltens des Cherenkov-Detektors

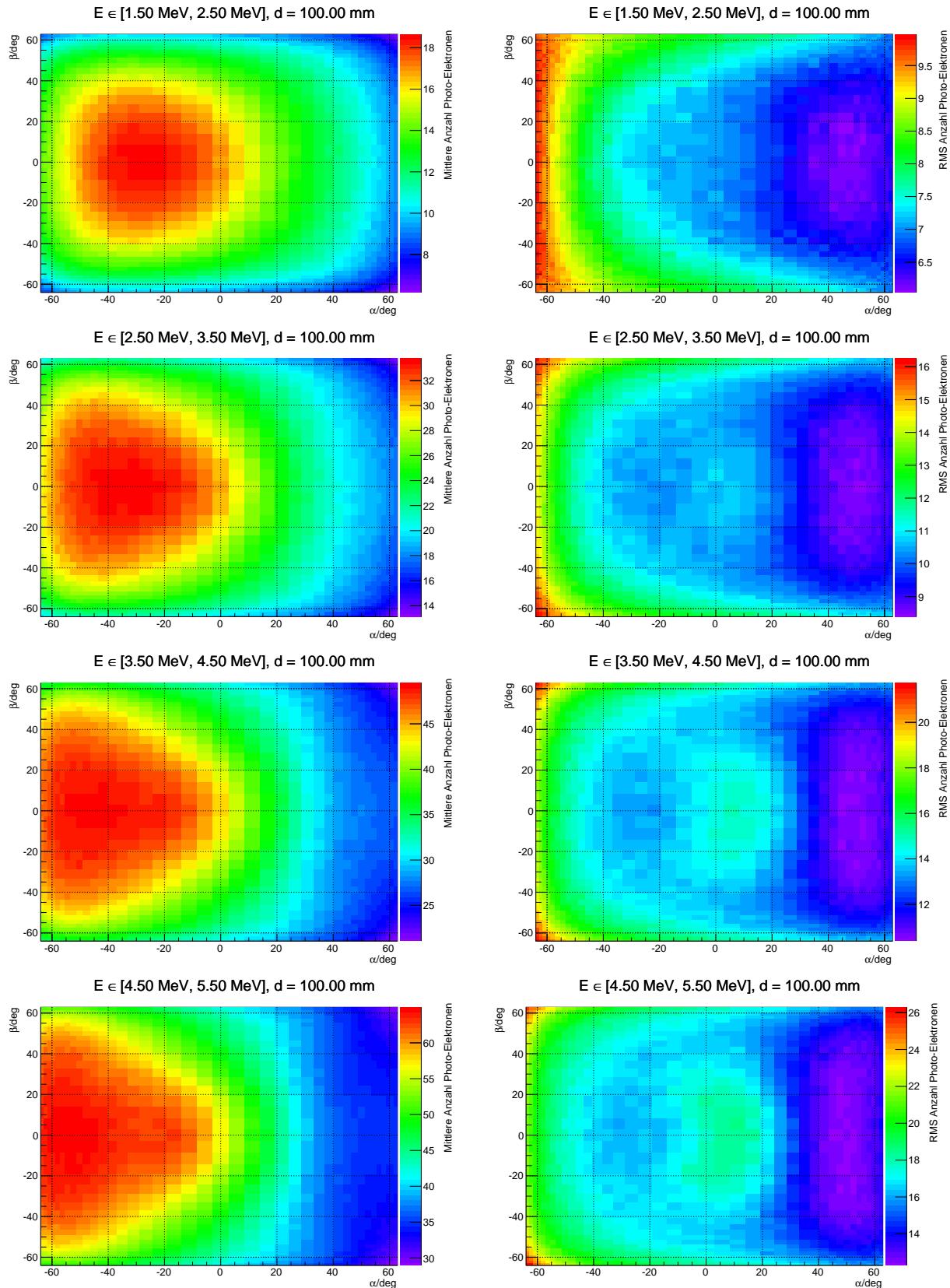
An dieser Stelle wird die Parametrisierung der Photoelektronen-Ausbeute vorgestellt, die im Rahmen der Simulation des Cherenkov-Ringdetektors verwendet wurde. Die Parametrisierung wurde im Rahmen der Dissertation von K. Imai [151] mittels einer Geant4-Simulation eines Detektormoduls erstellt. In dieser Simulation wurden Elektronen und Photonen mit unterschiedlichen Energien und Impulsrichtungen auf ein Detektormodul geschossen und die Erwartungswerte und Standardabweichungen der Ausbeute an Photoelektronen an der Photokathode des Photomultipliers bestimmt. Eine kurze Beschreibung der Detektormodul-Simulation findet sich in Abschnitt 7.7.1 der vorliegenden Arbeit.

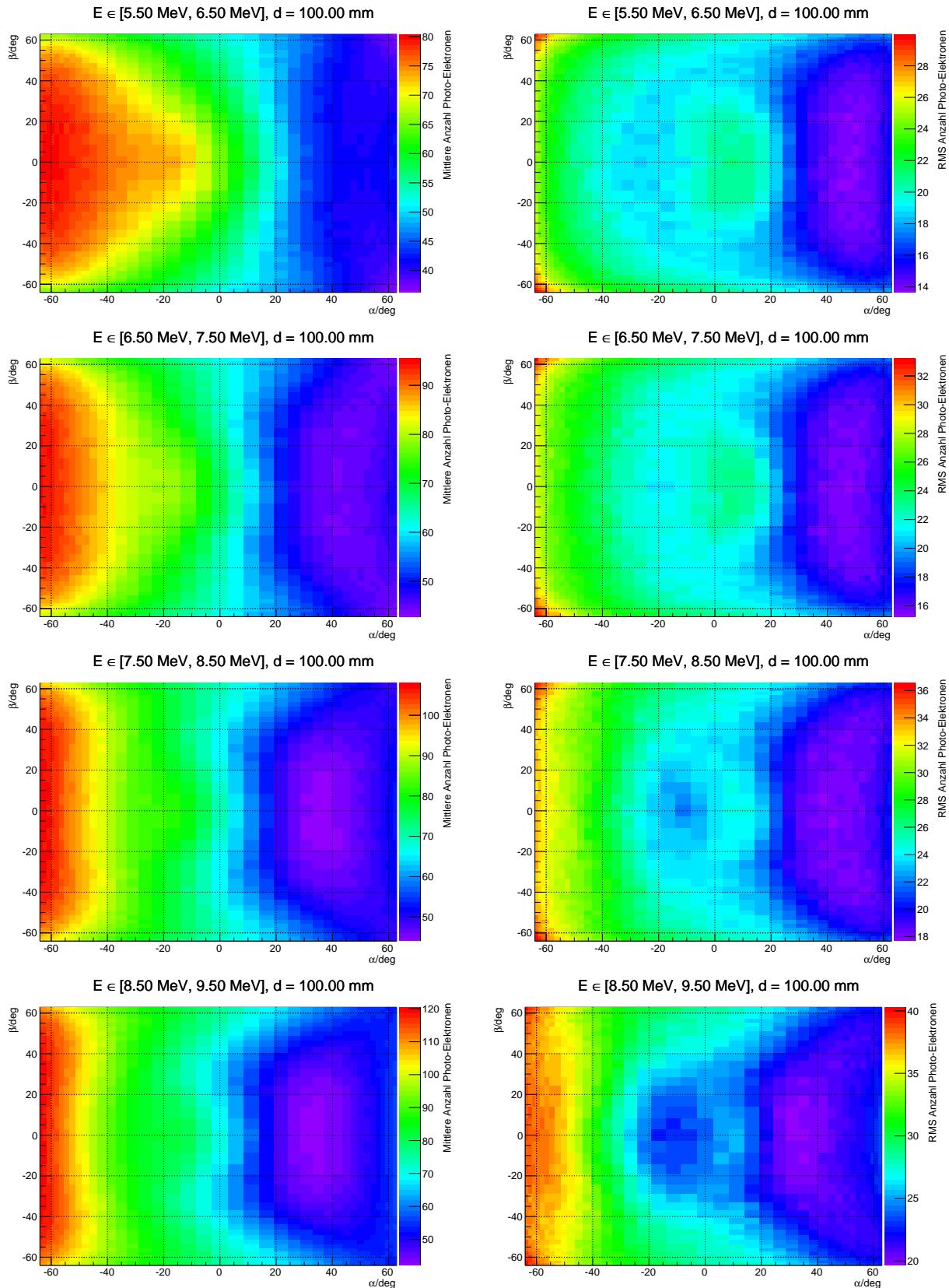
Im Folgenden werden die Resultate dieser Simulation in Form von Verteilungen dargestellt. Auf der linken Seite wird jeweils der Erwartungswert der Photoelektron-Ausbeute für ein Energieintervall des den Detektor treffenden Teilchens als Funktion der Einfallsinkel α und β angegeben. Die beiden Winkel sind, wie in Abbildung 102 dargestellt, definiert. Auf der rechten Seite wird jeweils die Verteilung der Standardabweichung der Photoelektron-Ausbeute für dasselbe Energieintervall gezeigt. Das Energieintervall bezeichnet denjenigen Energiebereich, für welchen die dargestellten Verteilungen zur Bestimmung der Anzahl der Photoelektronen in der Geant4-Simulation des P2-Experiments verwendet werden. In der Detektor-Simulation wurde jeweils der Mittelwert des angegebenen Energieintervalls zur Berechnung der dargestellten Verteilung verwendet.

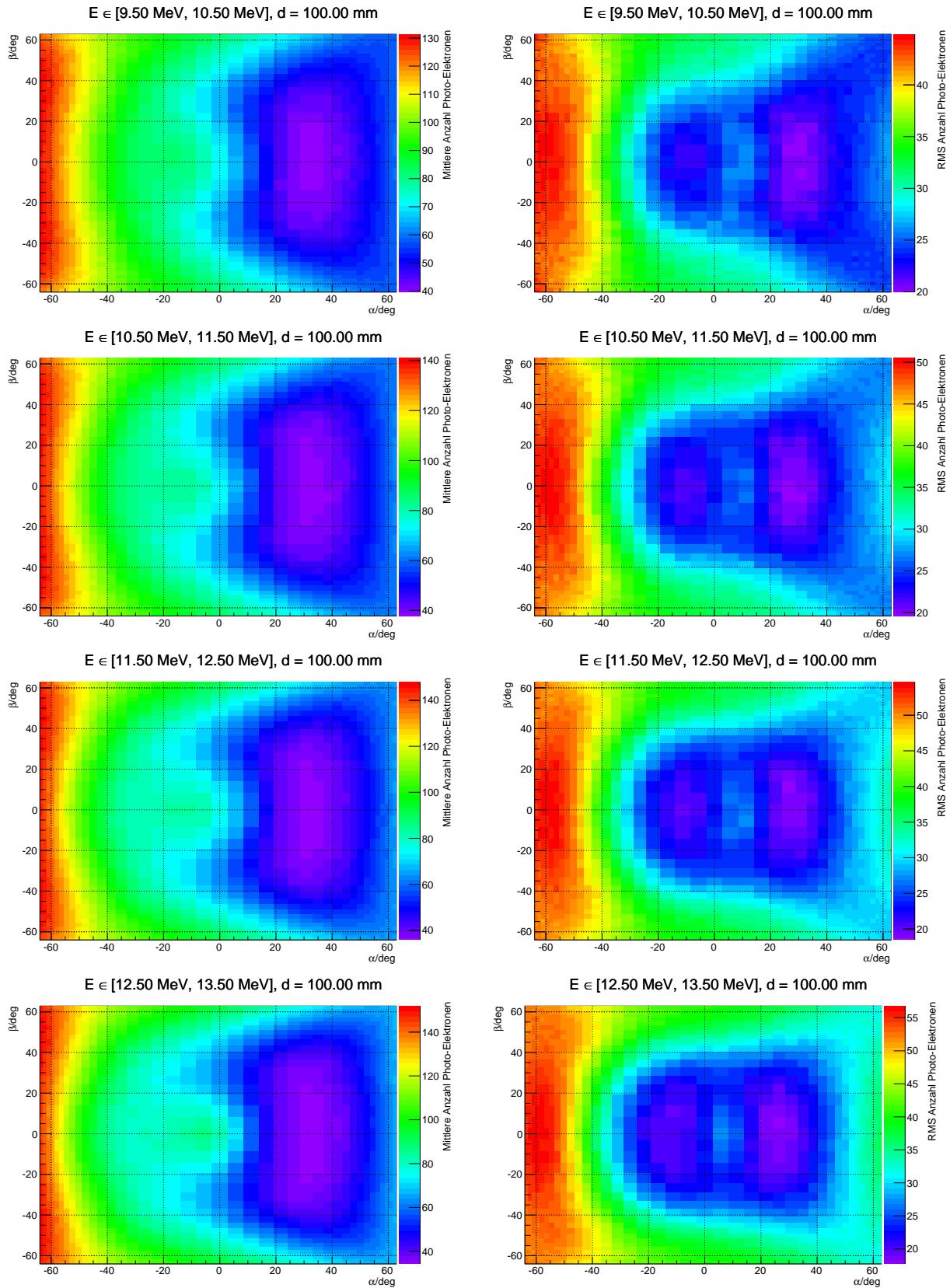
C.1 Photoelektronen-Ausbeute für Elektronen

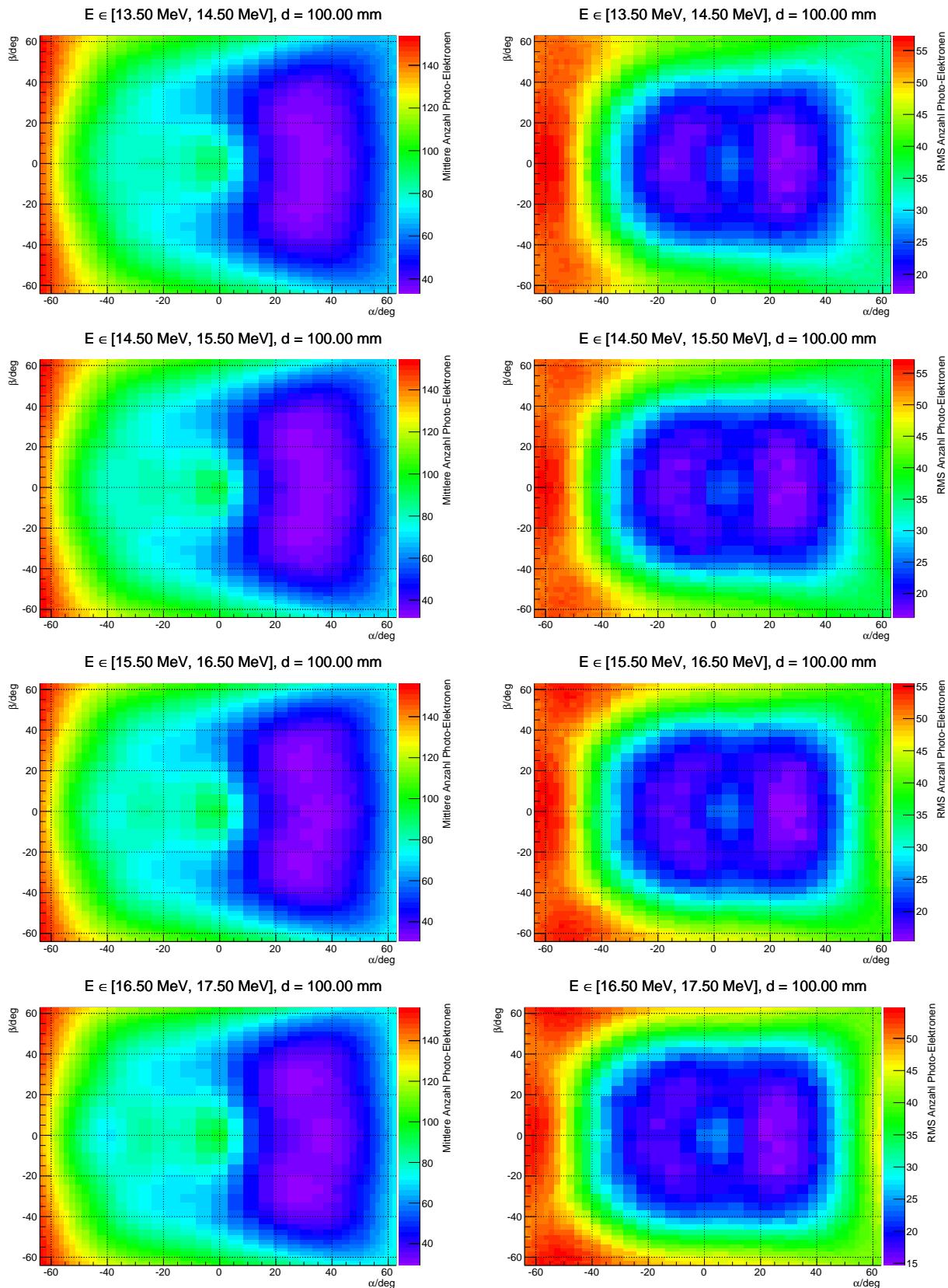
Zunächst werden die Resultate der Detektormodul-Simulation dargestellt, die sich beim simulierten Beschuss des Detektors mit Elektronen der Energie E unter den Winkeln α und β ergeben:

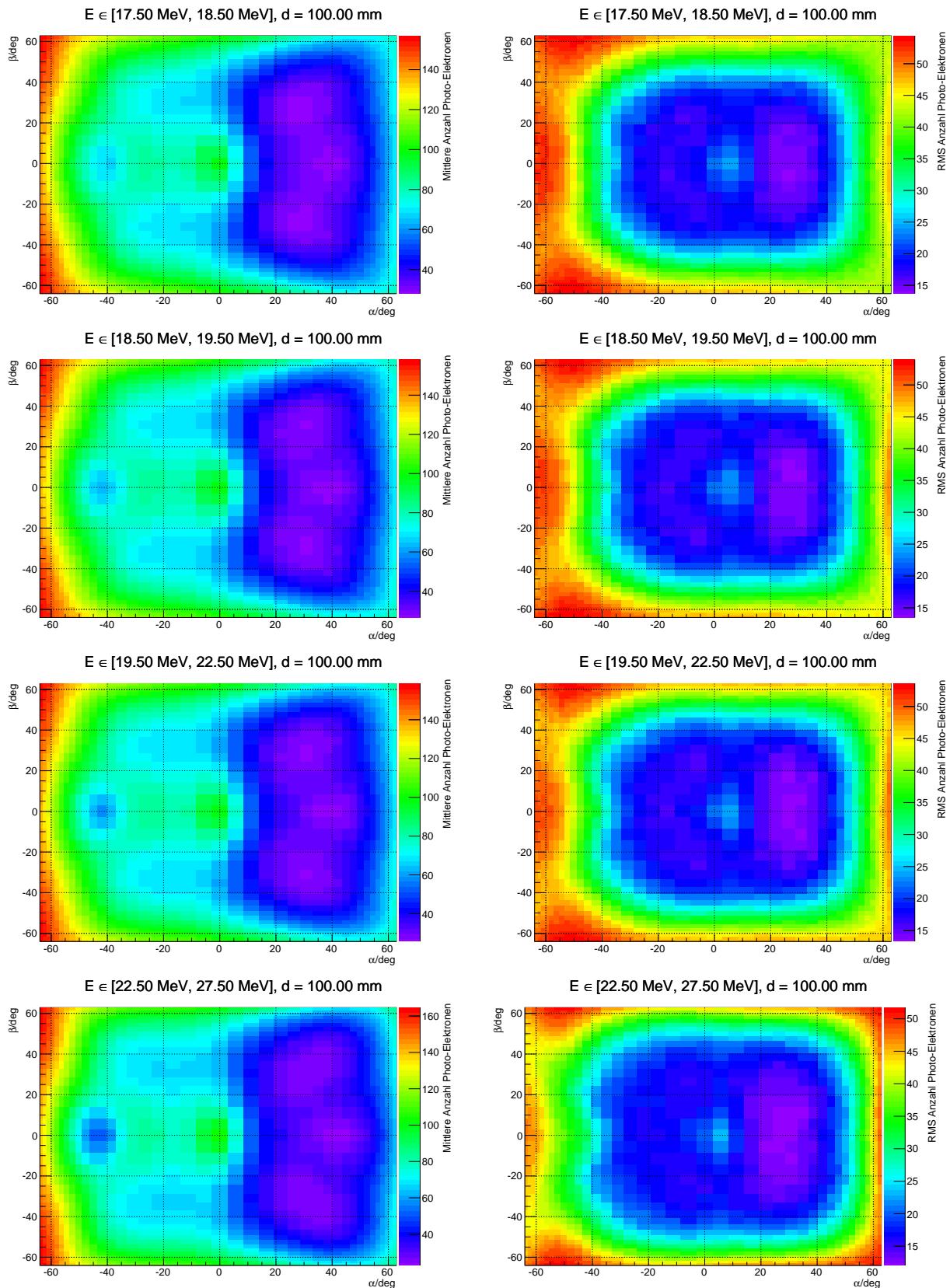


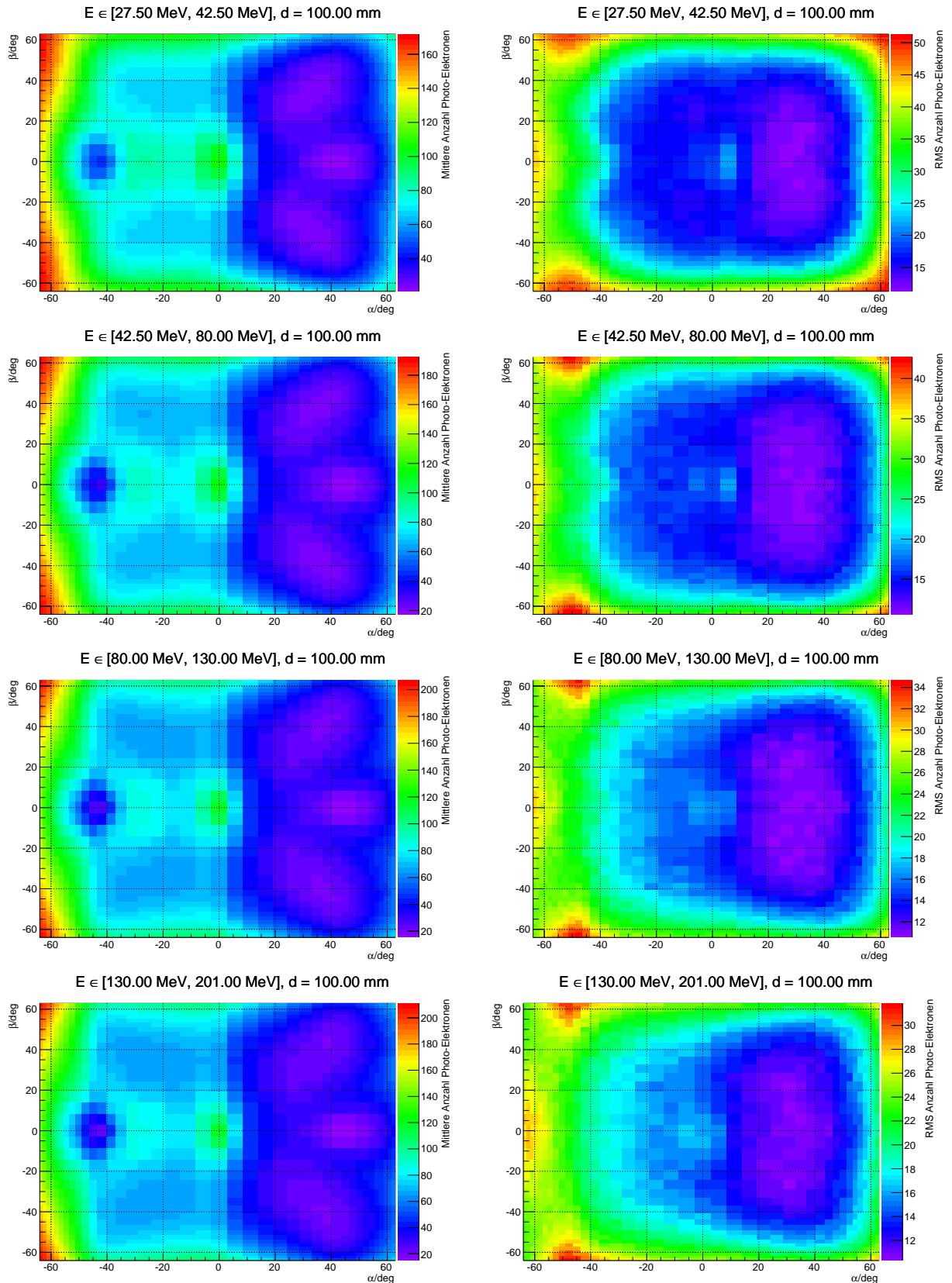












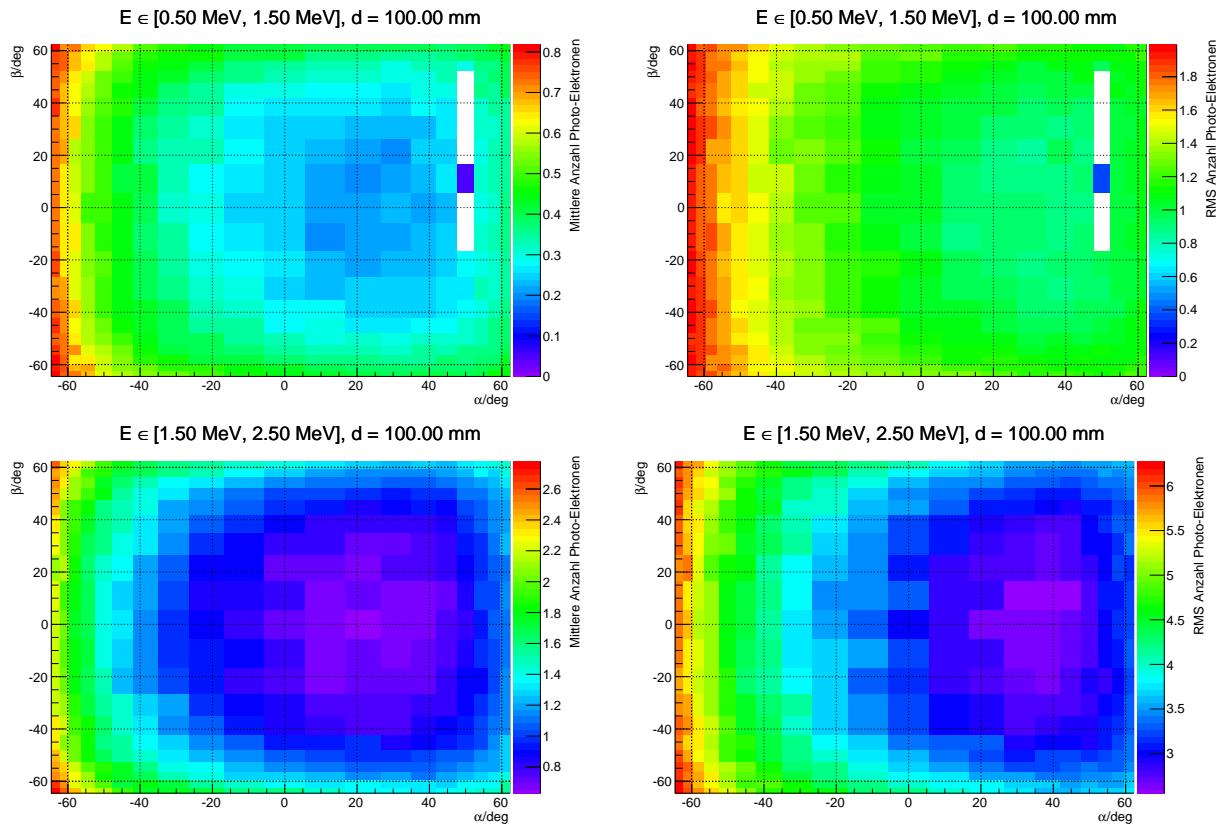
Man erkennt eine kontinuierliche Veränderung der Verteilungen bis zu einer Energie von $E \approx 12$ MeV. Für Energien > 12 MeV hängen Erwartungswert und Standardabweichung der Photoelektronen-Ausbeute nur noch unwesentlich von E ab. Der Grund hierfür ist, dass bei höheren Energien $v/c \approx 1$ gilt und sich der Winkel, unter dem das Cherenkov-Licht relativ zur Impulsrichtung des Elektrons emittiert wird, nicht mehr steigender Teilchen-Energie

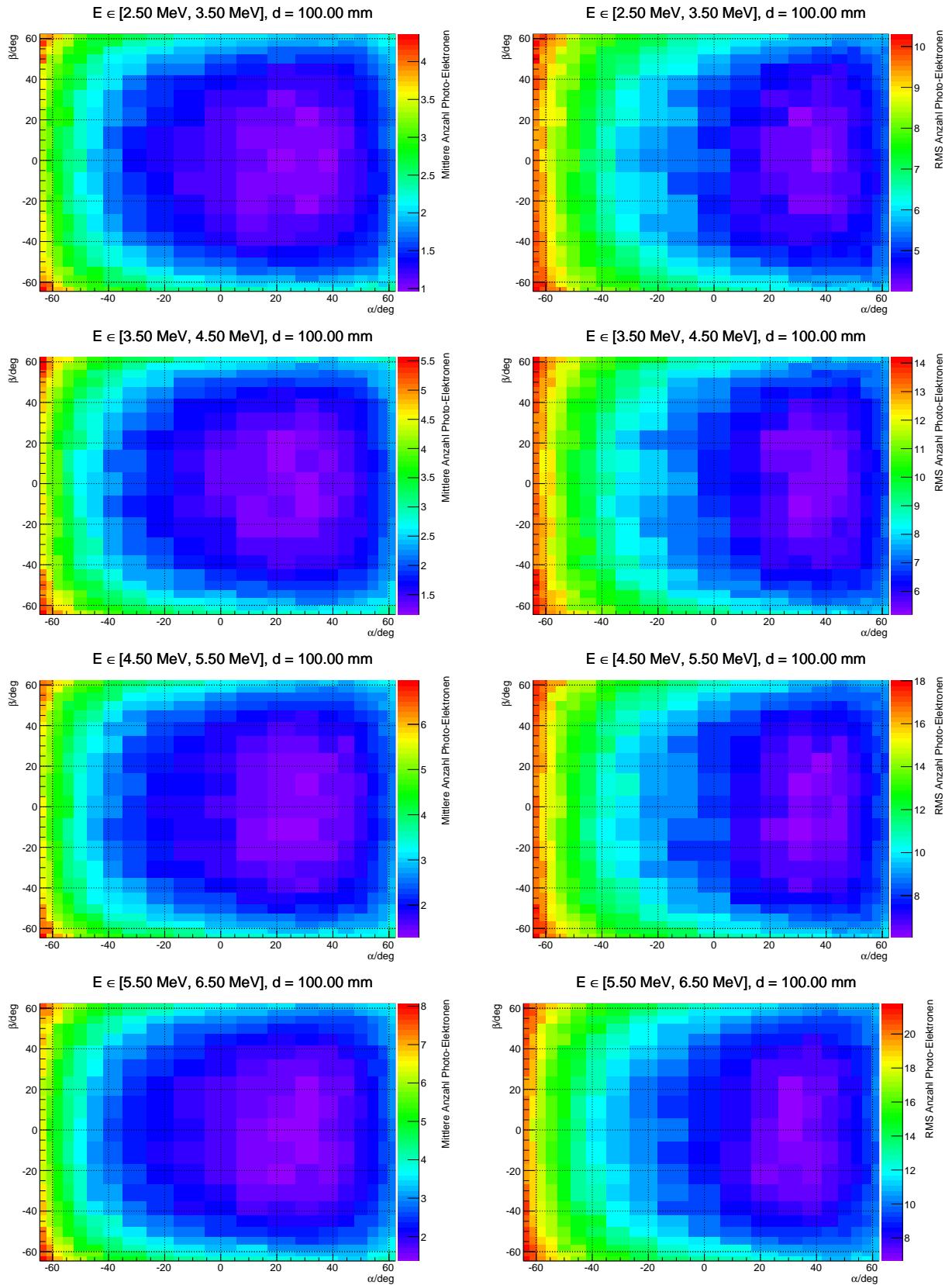
ändert.

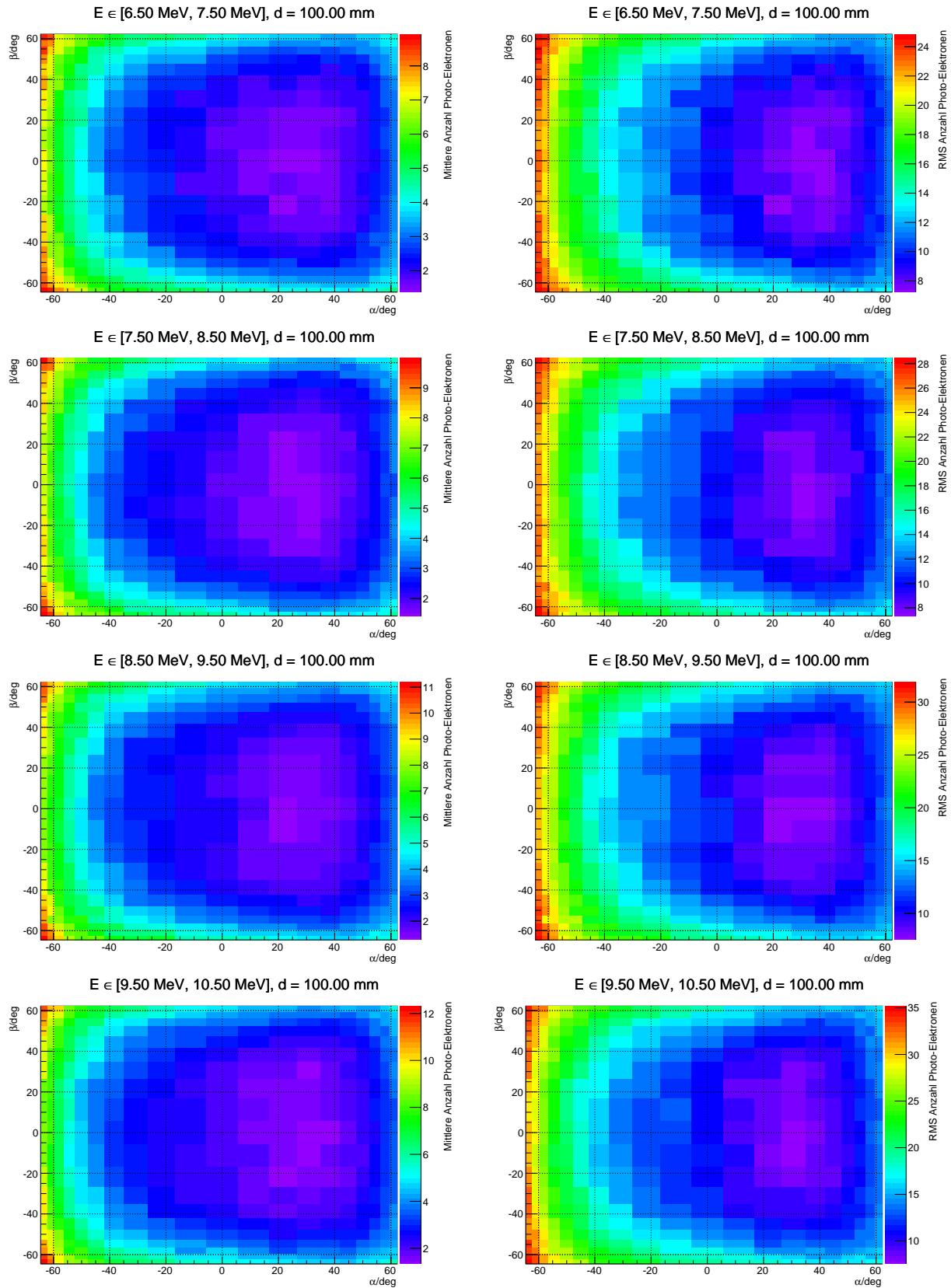
Um eine korrekte Normierung der Resultate der Geant4-Simulation des P2-Experiments gewährleisten zu können, wird für Elektronen, deren Energie oder Einfallsinkel nicht von dem hier vorgestellten Datensatz erfasst wird, eine Photoelektronen-Ausbeute von Null angenommen.

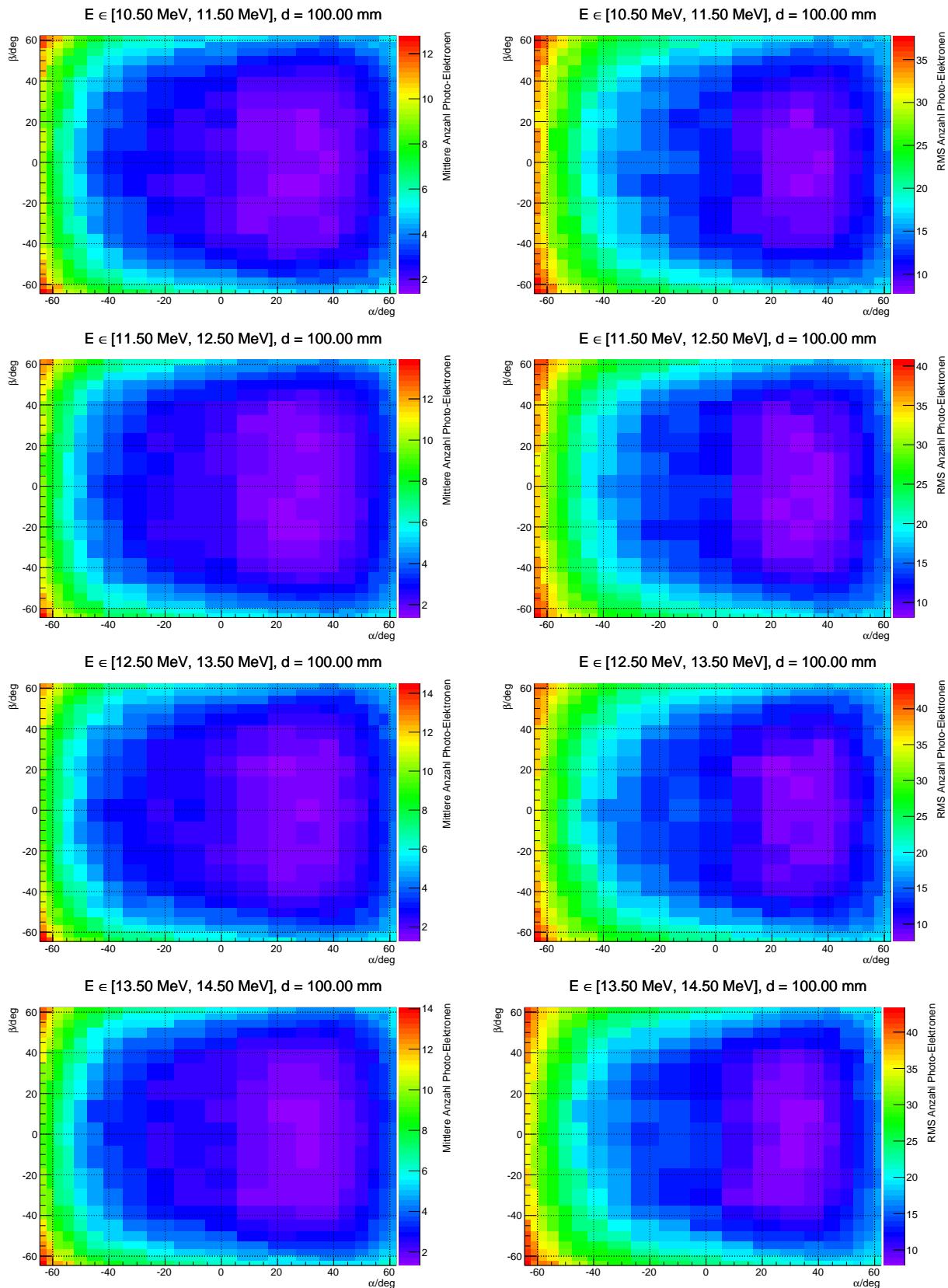
C.2 Photoelektronen-Ausbeute für Photonen

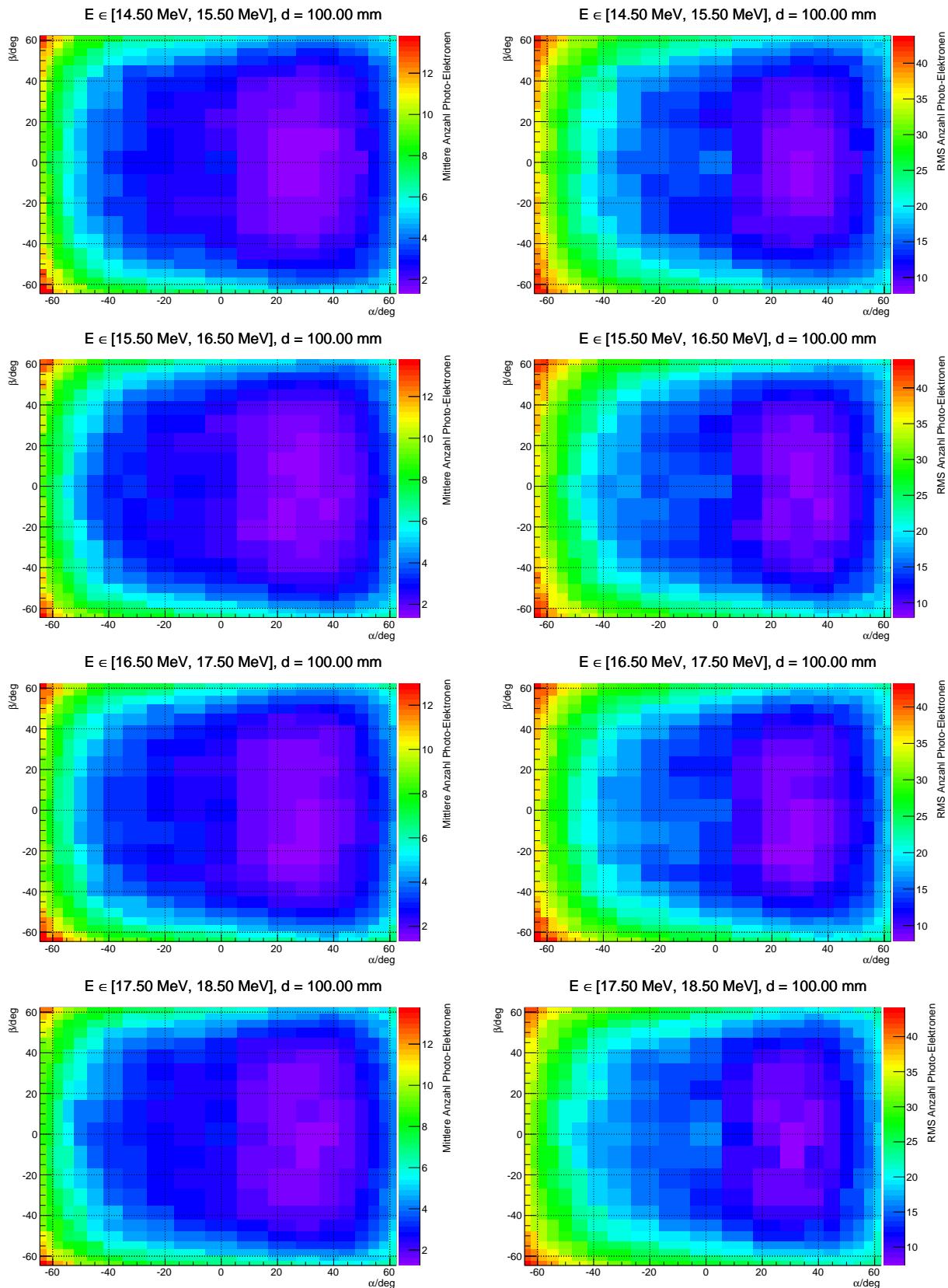
Für Photonen wurde eine analoge Berechnung der Photoelektronen-Ausbeute durchgeführt. Da Photonen keine elektrische Ladung besitzen, können sie nur indirekt nach vorhergegangener Compton-Streuung, Innerer Konversion oder Paarbildung zur Erzeugung von Cherenkov-Licht im Cherenkov-Medium beitragen. Die Photoelektronen-Ausbeute ist daher für Photonen systematisch kleiner als für Elektronen.

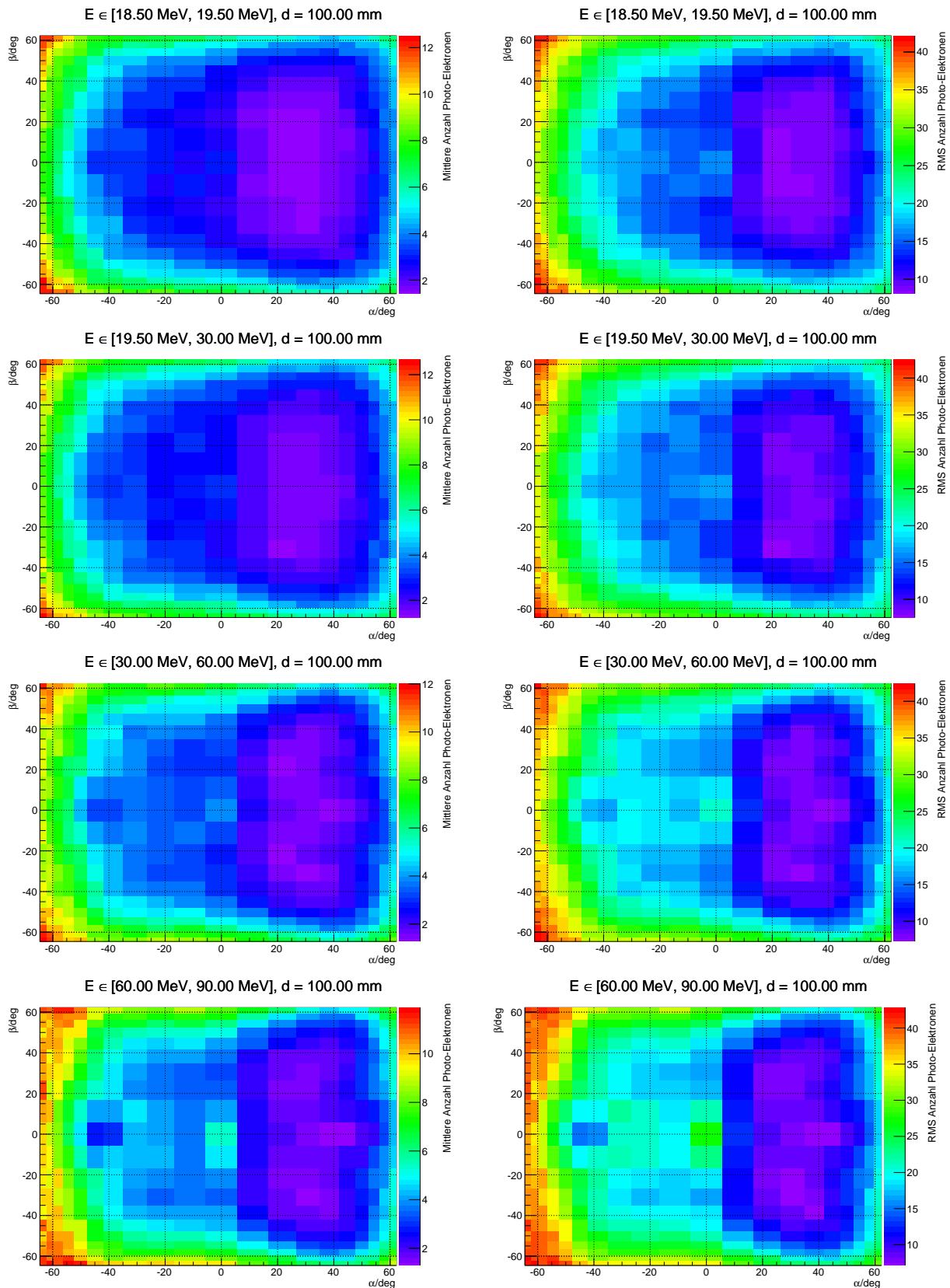


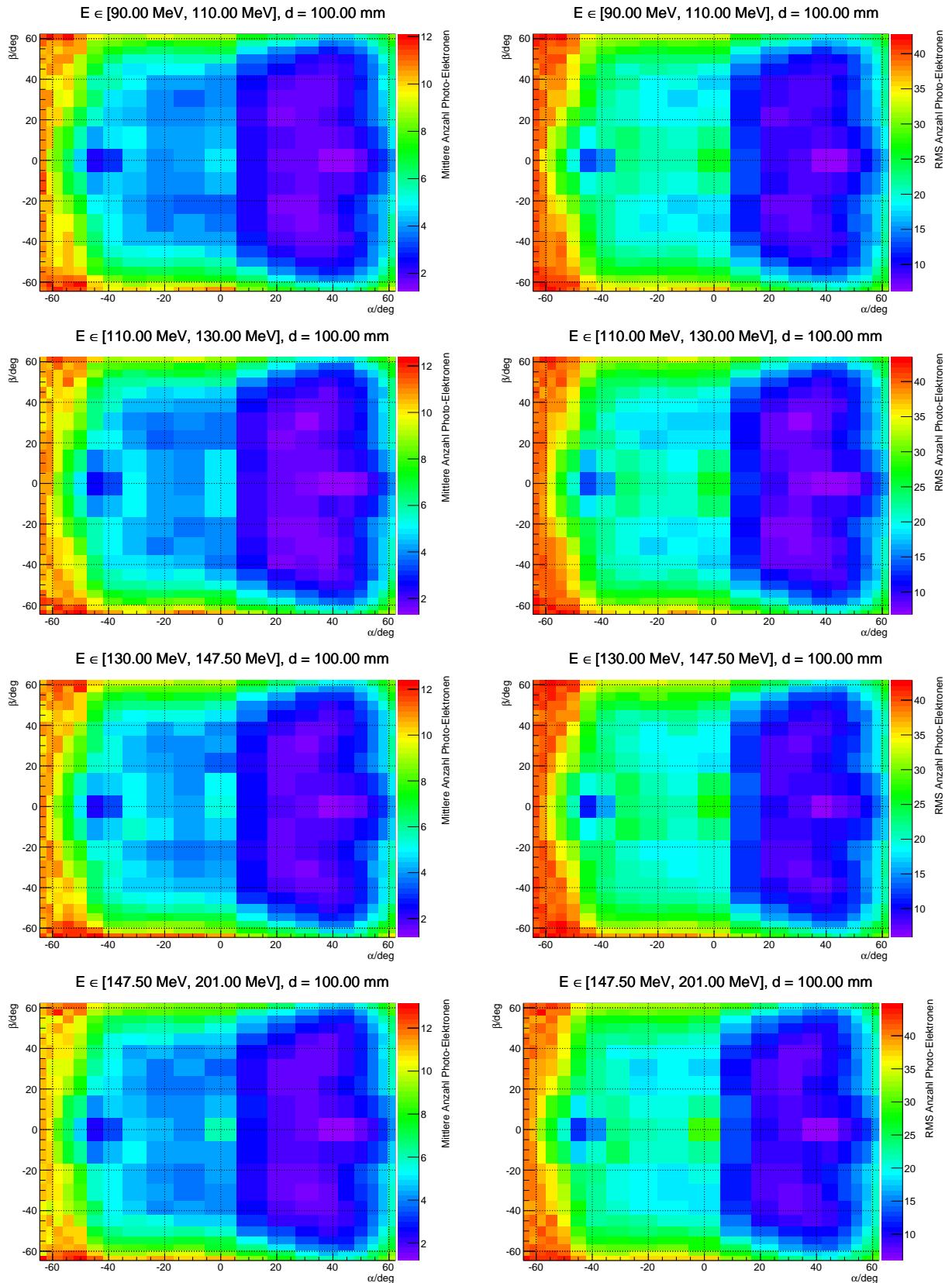












D Resultate der Fehlerfortpflanzungsrechnungen zur Bestimmung der im Experiment erwarteten Unsicherheit des Weinbergwinkels

Im Folgenden werden die Verteilungen von $\Delta\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}}$ und $\Delta\hat{s}_Z^2$ vorgestellt, die sich im Zuge der in Abschnitt 7.8 vorgestellten Berechnungen der im P2-Experiment erwarteten Unsicherheiten bei der Messung der Asymmetrie und der Extraktion des elektroschwachen Mischungswinkels ergaben.

Man beachte, dass der Wert $\Delta_{\text{tot}}\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}} = 0,590(3) \text{ ppb}$ nicht dem in Tabelle 19 angegebenen Wert von $\Delta\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}} = 0,558(2) \text{ ppb}$ entspricht. $\Delta\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}}$ schließt lediglich die experimentellen Beiträge zur Gesamtunsicherheit ein, so dass die Beiträge von $\text{Re}(\square_{\gamma Z})$ und der Nukleon-Formfaktoren ausgenommen sind. $\Delta_{\text{tot}}\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}}$ schließt die Beiträge aller Parameter zur Unsicherheit der Rohasymmetrie und somit auch den Beitrag von $\text{Re}(\square_{\gamma Z})$ und die Beiträge der Nukleon-Formfaktoren mit ein.

Zur Bestimmung jedes Beitrags zu $\Delta_{\text{tot}}\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}}$ bzw. $\Delta\hat{s}_Z^2$ wurden $N = 10$ voneinander unabhängige Zufallsverteilungen für $\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}}$ bzw. \hat{s}_Z^2 vom Umfang $M = 2,4 \cdot 10^4$ bestimmt. Für jede der N Zufallsverteilungen wurden die Standardabweichungen $(\Delta_{\lambda_l}\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}})_n$ bzw. $(\Delta_{\lambda_l}\hat{s}_Z^2)_n$ bestimmt, wobei $n = 1, 2, \dots, N$. Diese Standardabweichungen sowie deren Mittelwerte werden in den nachfolgenden Tabellen aufgelistet. Die Standardabweichung der N Standardabweichungen ist jeweils in runden Klammern angegeben.

Gesamtunsicherheit		
n	$(\Delta_{\text{tot}}\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}})_n/\text{ppb}$	$(\Delta\hat{s}_Z^2)_n$
1	$5,879\,084 \cdot 10^{-1}$	$3,649\,627 \cdot 10^{-4}$
2	$5,857\,614 \cdot 10^{-1}$	$3,636\,299 \cdot 10^{-4}$
3	$5,873\,619 \cdot 10^{-1}$	$3,646\,238 \cdot 10^{-4}$
4	$5,892\,142 \cdot 10^{-1}$	$3,657\,734 \cdot 10^{-4}$
5	$5,884\,882 \cdot 10^{-1}$	$3,653\,226 \cdot 10^{-4}$
6	$5,929\,342 \cdot 10^{-1}$	$3,680\,824 \cdot 10^{-4}$
7	$5,920\,418 \cdot 10^{-1}$	$3,675\,281 \cdot 10^{-4}$
8	$5,920\,801 \cdot 10^{-1}$	$3,675\,522 \cdot 10^{-4}$
9	$5,927\,891 \cdot 10^{-1}$	$3,679\,924 \cdot 10^{-4}$
10	$5,884\,670 \cdot 10^{-1}$	$3,653\,097 \cdot 10^{-4}$
		$\Delta\hat{s}_Z^2$
		$3,661(16) \cdot 10^{-4}$

Statistik		
<i>n</i>	$(\Delta_{\text{stat}} \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}})_n / \text{ppb}$	$(\Delta_{\text{stat}} \hat{s}_Z^2)_n$
1	$5,029\,758 \cdot 10^{-1}$	$3,122\,383 \cdot 10^{-4}$
2	$4,993\,427 \cdot 10^{-1}$	$3,099\,826 \cdot 10^{-4}$
3	$4,993\,304 \cdot 10^{-1}$	$3,099\,752 \cdot 10^{-4}$
4	$4,983\,750 \cdot 10^{-1}$	$3,093\,817 \cdot 10^{-4}$
5	$4,994\,280 \cdot 10^{-1}$	$3,100\,355 \cdot 10^{-4}$
6	$4,974\,240 \cdot 10^{-1}$	$3,087\,912 \cdot 10^{-4}$
7	$5,006\,918 \cdot 10^{-1}$	$3,108\,201 \cdot 10^{-4}$
8	$5,004\,236 \cdot 10^{-1}$	$3,106\,538 \cdot 10^{-4}$
9	$5,001\,096 \cdot 10^{-1}$	$3,104\,587 \cdot 10^{-4}$
10	$5,006\,512 \cdot 10^{-1}$	$3,107\,947 \cdot 10^{-4}$
$\Delta_{\text{stat}} \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}} / \text{ppb}$		$\Delta_{\text{stat}} \hat{s}_Z^2$
0,500(2)		$3,103(9) \cdot 10^{-4}$

Ausdünnungsfaktor f, e-Al-Streuung		
<i>n</i>	$(\Delta_f \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}})_n / \text{ppb}$	$(\Delta_f \hat{s}_Z^2)_n$
1	$1,843\,824 \cdot 10^{-1}$	$1,144\,612 \cdot 10^{-4}$
2	$1,843\,837 \cdot 10^{-1}$	$1,144\,618 \cdot 10^{-4}$
3	$1,849\,904 \cdot 10^{-1}$	$1,148\,388 \cdot 10^{-4}$
4	$1,850\,281 \cdot 10^{-1}$	$1,148\,621 \cdot 10^{-4}$
5	$1,831\,362 \cdot 10^{-1}$	$1,136\,875 \cdot 10^{-4}$
6	$1,835\,822 \cdot 10^{-1}$	$1,139\,644 \cdot 10^{-4}$
7	$1,845\,296 \cdot 10^{-1}$	$1,145\,524 \cdot 10^{-4}$
8	$1,830\,202 \cdot 10^{-1}$	$1,136\,153 \cdot 10^{-4}$
9	$1,833\,362 \cdot 10^{-1}$	$1,138\,119 \cdot 10^{-4}$
10	$1,832\,961 \cdot 10^{-1}$	$1,137\,867 \cdot 10^{-4}$
$\Delta_f \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}} / \text{ppb}$		$\Delta_f \hat{s}_Z^2$
0,184(1)		$1,142(5) \cdot 10^{-4}$

$\langle A_{\text{eAl}}^{\text{PV}} \rangle$		
n	$(\Delta_{A_{\text{eAl}}} \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}})_n / \text{ppb}$	$(\Delta_{A_{\text{eAl}}} \hat{s}_Z^2)_n$
1	$5,139\,806 \cdot 10^{-2}$	$3,190\,733 \cdot 10^{-5}$
2	$5,067\,111 \cdot 10^{-2}$	$3,145\,570 \cdot 10^{-5}$
3	$5,114\,846 \cdot 10^{-2}$	$3,175\,212 \cdot 10^{-5}$
4	$5,109\,574 \cdot 10^{-2}$	$3,171\,946 \cdot 10^{-5}$
5	$5,115\,112 \cdot 10^{-2}$	$3,175\,337 \cdot 10^{-5}$
6	$5,115\,897 \cdot 10^{-2}$	$3,175\,855 \cdot 10^{-5}$
7	$5,118\,948 \cdot 10^{-2}$	$3,177\,749 \cdot 10^{-5}$
8	$5,110\,712 \cdot 10^{-2}$	$3,172\,649 \cdot 10^{-5}$
9	$5,097\,491 \cdot 10^{-2}$	$3,164\,408 \cdot 10^{-5}$
10	$5,119\,921 \cdot 10^{-2}$	$3,178\,357 \cdot 10^{-5}$
$\Delta_{A_{\text{eAl}}} \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}} / \text{ppb}$		$\Delta_{A_{\text{eAl}}} \hat{s}_Z^2$
0,005(0)		$0,317(1) \cdot 10^{-4}$

Strahlpolarisation		
n	$(\Delta_P \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}})_n / \text{ppb}$	$(\Delta_P \hat{s}_Z^2)_n$
1	$1,202\,361 \cdot 10^{-1}$	$7,464\,025 \cdot 10^{-5}$
2	$1,203\,263 \cdot 10^{-1}$	$7,469\,619 \cdot 10^{-5}$
3	$1,195\,111 \cdot 10^{-1}$	$7,419\,034 \cdot 10^{-5}$
4	$1,203\,004 \cdot 10^{-1}$	$7,468\,005 \cdot 10^{-5}$
5	$1,206\,808 \cdot 10^{-1}$	$7,491\,632 \cdot 10^{-5}$
6	$1,196\,354 \cdot 10^{-1}$	$7,426\,740 \cdot 10^{-5}$
7	$1,198\,291 \cdot 10^{-1}$	$7,438\,757 \cdot 10^{-5}$
8	$1,204\,877 \cdot 10^{-1}$	$7,479\,633 \cdot 10^{-5}$
9	$1,200\,935 \cdot 10^{-1}$	$7,455\,180 \cdot 10^{-5}$
10	$1,201\,357 \cdot 10^{-1}$	$7,457\,800 \cdot 10^{-5}$
$\Delta_P \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}} / \text{ppb}$		$\Delta_P \hat{s}_Z^2$
0,120(0)		$0,746(2) \cdot 10^{-4}$

Apparative Asymmetrie		
<i>n</i>	$(\Delta_{\text{false}} \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}})_n / \text{ppb}$	$(\Delta_{\text{false}} \hat{s}_Z^2)_n$
1	$9,988\,506 \cdot 10^{-2}$	$6,200\,653 \cdot 10^{-5}$
2	$9,960\,514 \cdot 10^{-2}$	$6,183\,328 \cdot 10^{-5}$
3	$1,005\,180 \cdot 10^{-1}$	$6,239\,972 \cdot 10^{-5}$
4	$1,003\,774 \cdot 10^{-1}$	$6,231\,231 \cdot 10^{-5}$
5	$1,002\,159 \cdot 10^{-1}$	$6,221\,195 \cdot 10^{-5}$
6	$1,001\,344 \cdot 10^{-1}$	$6,216\,140 \cdot 10^{-5}$
7	$1,001\,369 \cdot 10^{-1}$	$6,216\,296 \cdot 10^{-5}$
8	$9,974\,536 \cdot 10^{-2}$	$6,192\,032 \cdot 10^{-5}$
9	$1,001\,163 \cdot 10^{-1}$	$6,215\,038 \cdot 10^{-5}$
10	$9,952\,099 \cdot 10^{-2}$	$6,178\,053 \cdot 10^{-5}$
	$\Delta_{\text{false}} \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}} / \text{ppb}$	$\Delta_{\text{false}} \hat{s}_Z^2$
	0,100(0)	$0,621(2) \cdot 10^{-4}$

Targetpolarisation im Magnetfeld		
<i>n</i>	$(\Delta_{\text{t.p.}} \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}})_n / \text{ppb}$	$(\Delta_{\text{t.p.}} \hat{s}_Z^2)_n$
1	$8,435\,980 \cdot 10^{-3}$	$5,237\,190 \cdot 10^{-6}$
2	$8,397\,940 \cdot 10^{-3}$	$5,213\,744 \cdot 10^{-6}$
3	$8,445\,271 \cdot 10^{-3}$	$5,242\,908 \cdot 10^{-6}$
4	$8,484\,290 \cdot 10^{-3}$	$5,267\,218 \cdot 10^{-6}$
5	$8,395\,439 \cdot 10^{-3}$	$5,211\,883 \cdot 10^{-6}$
6	$8,418\,769 \cdot 10^{-3}$	$5,226\,125 \cdot 10^{-6}$
7	$8,522\,850 \cdot 10^{-3}$	$5,291\,081 \cdot 10^{-6}$
8	$8,380\,572 \cdot 10^{-3}$	$5,202\,372 \cdot 10^{-6}$
9	$8,415\,842 \cdot 10^{-3}$	$5,224\,430 \cdot 10^{-6}$
10	$8,436\,260 \cdot 10^{-3}$	$5,237\,016 \cdot 10^{-6}$
	$\Delta_{\text{t.p.}} \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}} / \text{ppb}$	$\Delta_{\text{t.p.}} \hat{s}_Z^2$
	0,008(0)	$0,052(0) \cdot 10^{-4}$

Re($\square_{\gamma Z}$)		
n	$(\Delta_{\square\gamma Z}\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}})_n/\text{ppb}$	$(\Delta_{\square\gamma Z}\hat{s}_Z^2)_n$
1	$6,953\,591 \cdot 10^{-2}$	$4,316\,643 \cdot 10^{-5}$
2	$6,941\,603 \cdot 10^{-2}$	$4,309\,231 \cdot 10^{-5}$
3	$7,009\,411 \cdot 10^{-2}$	$4,351\,304 \cdot 10^{-5}$
4	$6,966\,534 \cdot 10^{-2}$	$4,324\,673 \cdot 10^{-5}$
5	$6,962\,299 \cdot 10^{-2}$	$4,322\,051 \cdot 10^{-5}$
6	$6,887\,983 \cdot 10^{-2}$	$4,275\,921 \cdot 10^{-5}$
7	$6,988\,925 \cdot 10^{-2}$	$4,338\,581 \cdot 10^{-5}$
8	$6,977\,859 \cdot 10^{-2}$	$4,331\,743 \cdot 10^{-5}$
9	$6,991\,678 \cdot 10^{-2}$	$4,340\,298 \cdot 10^{-5}$
10	$6,949\,668 \cdot 10^{-2}$	$4,314\,240 \cdot 10^{-5}$
$\Delta_{\square\gamma Z}\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}}/\text{ppb}$		$\Delta_{\square\gamma Z}\hat{s}_Z^2$
0,070(0)		$0,432(2) \cdot 10^{-4}$

$G_E^{\text{p},\gamma}$		
n	$(\Delta_{\text{GpE}}\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}})_n/\text{ppb}$	$(\Delta_{\text{GpE}}\hat{s}_Z^2)_n$
1	$6,266\,169 \cdot 10^{-4}$	$3,900\,139 \cdot 10^{-7}$
2	$6,246\,224 \cdot 10^{-4}$	$3,887\,347 \cdot 10^{-7}$
3	$6,338\,225 \cdot 10^{-4}$	$3,942\,757 \cdot 10^{-7}$
4	$6,259\,094 \cdot 10^{-4}$	$3,897\,882 \cdot 10^{-7}$
5	$6,276\,215 \cdot 10^{-4}$	$3,908\,851 \cdot 10^{-7}$
6	$6,266\,650 \cdot 10^{-4}$	$3,897\,057 \cdot 10^{-7}$
7	$6,260\,508 \cdot 10^{-4}$	$3,894\,312 \cdot 10^{-7}$
8	$6,249\,127 \cdot 10^{-4}$	$3,891\,514 \cdot 10^{-7}$
9	$6,321\,138 \cdot 10^{-4}$	$3,936\,816 \cdot 10^{-7}$
10	$6,330\,783 \cdot 10^{-4}$	$3,941\,122 \cdot 10^{-7}$
$\Delta_{\text{GpE}}\langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}}/\text{ppb}$		$\Delta_{\text{GpE}}\hat{s}_Z^2$
0,001(0)		$0,004(0) \cdot 10^{-4}$

$G_M^{p,\gamma}$		
n	$(\Delta_{GpM} \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}})_n / \text{ppb}$	$(\Delta_{GpM} \hat{s}_Z^2)_n$
1	$3,955\,277 \cdot 10^{-4}$	$2,472\,651 \cdot 10^{-7}$
2	$3,951\,018 \cdot 10^{-4}$	$2,467\,932 \cdot 10^{-7}$
3	$4,020\,671 \cdot 10^{-4}$	$2,507\,652 \cdot 10^{-7}$
4	$3,997\,967 \cdot 10^{-4}$	$2,498\,377 \cdot 10^{-7}$
5	$3,983\,220 \cdot 10^{-4}$	$2,490\,860 \cdot 10^{-7}$
6	$3,962\,163 \cdot 10^{-4}$	$2,474\,797 \cdot 10^{-7}$
7	$3,961\,776 \cdot 10^{-4}$	$2,476\,480 \cdot 10^{-7}$
8	$3,973\,387 \cdot 10^{-4}$	$2,484\,569 \cdot 10^{-7}$
9	$3,954\,740 \cdot 10^{-4}$	$2,473\,302 \cdot 10^{-7}$
10	$3,948\,994 \cdot 10^{-4}$	$2,466\,445 \cdot 10^{-7}$
$\Delta_{GpM} \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}} / \text{ppb}$		$\Delta_{GpM} \hat{s}_Z^2$
0,000(0)		$0,002(0) \cdot 10^{-4}$

$G_E^{n,\gamma}$		
n	$(\Delta_{GnE} \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}})_n / \text{ppb}$	$(\Delta_{GnE} \hat{s}_Z^2)_n$
1	$7,972\,170 \cdot 10^{-3}$	$4,948\,991 \cdot 10^{-6}$
2	$8,044\,505 \cdot 10^{-3}$	$4,994\,091 \cdot 10^{-6}$
3	$8,000\,962 \cdot 10^{-3}$	$4,967\,067 \cdot 10^{-6}$
4	$8,028\,431 \cdot 10^{-3}$	$4,983\,686 \cdot 10^{-6}$
5	$7,938\,341 \cdot 10^{-3}$	$4,927\,645 \cdot 10^{-6}$
6	$8,006\,919 \cdot 10^{-3}$	$4,970\,486 \cdot 10^{-6}$
7	$7,993\,256 \cdot 10^{-3}$	$4,962\,060 \cdot 10^{-6}$
8	$8,030\,806 \cdot 10^{-3}$	$4,985\,571 \cdot 10^{-6}$
9	$8,016\,901 \cdot 10^{-3}$	$4,976\,855 \cdot 10^{-6}$
10	$8,049\,656 \cdot 10^{-3}$	$4,997\,367 \cdot 10^{-6}$
$\Delta_{GnE} \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}} / \text{ppb}$		$\Delta_{GnE} \hat{s}_Z^2$
0,008(0)		$0,050(0) \cdot 10^{-4}$

$G_M^{n,\gamma}$		
n	$(\Delta_{GnM} \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}})_n / \text{ppb}$	$(\Delta_{GnM} \hat{s}_Z^2)_n$
1	$9,098\,287 \cdot 10^{-4}$	$5,651\,464 \cdot 10^{-7}$
2	$9,159\,846 \cdot 10^{-4}$	$5,693\,264 \cdot 10^{-7}$
3	$9,176\,423 \cdot 10^{-4}$	$5,704\,292 \cdot 10^{-7}$
4	$9,163\,126 \cdot 10^{-4}$	$5,695\,659 \cdot 10^{-7}$
5	$9,220\,732 \cdot 10^{-4}$	$5,728\,241 \cdot 10^{-7}$
6	$9,152\,243 \cdot 10^{-4}$	$5,687\,336 \cdot 10^{-7}$
7	$9,142\,080 \cdot 10^{-4}$	$5,683\,379 \cdot 10^{-7}$
8	$9,117\,862 \cdot 10^{-4}$	$5,665\,373 \cdot 10^{-7}$
9	$9,194\,225 \cdot 10^{-4}$	$5,714\,726 \cdot 10^{-7}$
10	$9,199\,050 \cdot 10^{-4}$	$5,717\,080 \cdot 10^{-7}$
$\Delta_{GnM} \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}} / \text{ppb}$		$\Delta_{GnM} \hat{s}_Z^2$
0,001(0)		$0,006(0) \cdot 10^{-4}$

G_E^s		
n	$(\Delta_{GsE} \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}})_n / \text{ppb}$	$(\Delta_{GsE} \hat{s}_Z^2)_n$
1	$1,219\,378 \cdot 10^{-1}$	$7,569\,680 \cdot 10^{-5}$
2	$1,216\,062 \cdot 10^{-1}$	$7,549\,089 \cdot 10^{-5}$
3	$1,220\,618 \cdot 10^{-1}$	$7,577\,343 \cdot 10^{-5}$
4	$1,215\,586 \cdot 10^{-1}$	$7,546\,119 \cdot 10^{-5}$
5	$1,218\,098 \cdot 10^{-1}$	$7,561\,719 \cdot 10^{-5}$
6	$1,217\,920 \cdot 10^{-1}$	$7,560\,662 \cdot 10^{-5}$
7	$1,205\,975 \cdot 10^{-1}$	$7,486\,469 \cdot 10^{-5}$
8	$1,216\,272 \cdot 10^{-1}$	$7,550\,382 \cdot 10^{-5}$
9	$1,218\,842 \cdot 10^{-1}$	$7,566\,337 \cdot 10^{-5}$
10	$1,209\,099 \cdot 10^{-1}$	$7,505\,852 \cdot 10^{-5}$
$\Delta_{GsE} \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}} / \text{ppb}$		$\Delta_{GsE} \hat{s}_Z^2$
0,122(0)		$0,755(3) \cdot 10^{-4}$

\mathbf{G}_M^s		
n	$(\Delta_{GsM} \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}})_n / \text{ppb}$	$(\Delta_{GsM} \hat{s}_Z^2)_n$
1	$8,963\,092 \cdot 10^{-2}$	$5,564\,118 \cdot 10^{-5}$
2	$8,940\,413 \cdot 10^{-2}$	$5,550\,024 \cdot 10^{-5}$
3	$8,930\,063 \cdot 10^{-2}$	$5,543\,603 \cdot 10^{-5}$
4	$8,886\,699 \cdot 10^{-2}$	$5,516\,677 \cdot 10^{-5}$
5	$8,931\,191 \cdot 10^{-2}$	$5,544\,326 \cdot 10^{-5}$
6	$8,931\,871 \cdot 10^{-2}$	$5,544\,703 \cdot 10^{-5}$
7	$8,858\,726 \cdot 10^{-2}$	$5,499\,348 \cdot 10^{-5}$
8	$8,903\,188 \cdot 10^{-2}$	$5,526\,933 \cdot 10^{-5}$
9	$8,941\,695 \cdot 10^{-2}$	$5,550\,848 \cdot 10^{-5}$
10	$8,951\,927 \cdot 10^{-2}$	$5,557\,204 \cdot 10^{-5}$
$\Delta_{GsM} \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}} / \text{ppb}$		$\Delta_{GsM} \hat{s}_Z^2$
0,089(0)		$0,554(2) \cdot 10^{-4}$

$\mathbf{G}_A^{p, Z}$		
n	$(\Delta_{GpA} \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}})_n / \text{ppb}$	$(\Delta_{GpA} \hat{s}_Z^2)_n$
1	$6,814\,760 \cdot 10^{-2}$	$4,230\,470 \cdot 10^{-5}$
2	$6,872\,486 \cdot 10^{-2}$	$4,266\,331 \cdot 10^{-5}$
3	$6,805\,557 \cdot 10^{-2}$	$4,224\,763 \cdot 10^{-5}$
4	$6,769\,618 \cdot 10^{-2}$	$4,202\,466 \cdot 10^{-5}$
5	$6,823\,880 \cdot 10^{-2}$	$4,236\,141 \cdot 10^{-5}$
6	$6,816\,845 \cdot 10^{-2}$	$4,231\,805 \cdot 10^{-5}$
7	$6,805\,702 \cdot 10^{-2}$	$4,224\,848 \cdot 10^{-5}$
8	$6,855\,728 \cdot 10^{-2}$	$4,255\,880 \cdot 10^{-5}$
9	$6,793\,042 \cdot 10^{-2}$	$4,216\,973 \cdot 10^{-5}$
10	$6,846\,247 \cdot 10^{-2}$	$4,249\,994 \cdot 10^{-5}$
$\Delta_{GpA} \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}} / \text{ppb}$		$\Delta_{GpA} \hat{s}_Z^2$
0,068(0)		$0,423(2) \cdot 10^{-4}$

G_E^{ud}		
n	$(\Delta_{\text{GudE}} \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}})_n / \text{ppb}$	$(\Delta_{\text{GudE}} \hat{s}_Z^2)_n$
1	$5,539\,385 \cdot 10^{-2}$	$3,438\,739 \cdot 10^{-5}$
2	$5,520\,120 \cdot 10^{-2}$	$3,426\,801 \cdot 10^{-5}$
3	$5,543\,474 \cdot 10^{-2}$	$3,441\,310 \cdot 10^{-5}$
4	$5,557\,360 \cdot 10^{-2}$	$3,449\,937 \cdot 10^{-5}$
5	$5,582\,091 \cdot 10^{-2}$	$3,465\,282 \cdot 10^{-5}$
6	$5,537\,304 \cdot 10^{-2}$	$3,437\,464 \cdot 10^{-5}$
7	$5,545\,070 \cdot 10^{-2}$	$3,442\,240 \cdot 10^{-5}$
8	$5,533\,374 \cdot 10^{-2}$	$3,435\,042 \cdot 10^{-5}$
9	$5,529\,242 \cdot 10^{-2}$	$3,432\,442 \cdot 10^{-5}$
10	$5,590\,383 \cdot 10^{-2}$	$3,470\,424 \cdot 10^{-5}$
$\Delta_{\text{GudE}} \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}} / \text{ppb}$		$\Delta_{\text{GudE}} \hat{s}_Z^2$
0,055(0)		$0,344(1) \cdot 10^{-4}$

G_M^{ud}		
n	$(\Delta_{\text{GudM}} \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}})_n / \text{ppb}$	$(\Delta_{\text{GudM}} \hat{s}_Z^2)_n$
1	$3,445\,429 \cdot 10^{-2}$	$2,138\,830 \cdot 10^{-5}$
2	$3,461\,112 \cdot 10^{-2}$	$2,148\,589 \cdot 10^{-5}$
3	$3,456\,888 \cdot 10^{-2}$	$2,145\,992 \cdot 10^{-5}$
4	$3,454\,900 \cdot 10^{-2}$	$2,144\,759 \cdot 10^{-5}$
5	$3,455\,963 \cdot 10^{-2}$	$2,145\,377 \cdot 10^{-5}$
6	$3,455\,466 \cdot 10^{-2}$	$2,145\,072 \cdot 10^{-5}$
7	$3,467\,218 \cdot 10^{-2}$	$2,152\,379 \cdot 10^{-5}$
8	$3,449\,153 \cdot 10^{-2}$	$2,141\,172 \cdot 10^{-5}$
9	$3,443\,959 \cdot 10^{-2}$	$2,137\,980 \cdot 10^{-5}$
10	$3,439\,538 \cdot 10^{-2}$	$2,135\,201 \cdot 10^{-5}$
$\Delta_{\text{GudM}} \langle A^{\text{raw}} \rangle_{\text{exp}} / \text{ppb}$		$\Delta_{\text{GudM}} \hat{s}_Z^2$
0,035(0)		$0,214(1) \cdot 10^{-4}$

Literatur

- [1] ATLAS Collaboration. Observation of a new particle in the search for the standard model higgs boson with the atlas detector at the lhc. *Physics Letters B*, 716(1):1 – 29, 2012.
- [2] T.D. Lee and C.N. Yang. Question of Parity Conservation in Weak Interactions. *Physical Review - Phys. Rev. X*, 104:254–258, 10 1956.
- [3] C.S. Wu, E. Ambler, R.W. Hayward, D.D. Hoppes, and R.P. Hudson. Experimental Test of Parity Conservation in Beta Decay. *Physical Review Letters*, 105:1413–1415, 02 1957.
- [4] R.L. Garwin, L.M. Lederman, and M. Weinrich. Observations of the failure of conservation of parity and charge conjugation in meson decays: The magnetic moment of the free muon. *Physical Review (U.S.) Superseded in part by Phys. Rev. A, Phys. Rev. B: Solid State, Phys. Rev. C, and Phys. Rev. D*, 105:1415, 2 1957.
- [5] Ya. B. Zeldovich. Parity nonconservation in the first order in the weak interaction constant in electron scattering and other effects. *Sov. Phys. JETP*, 36:964, 1959.
- [6] S. Weinberg. A Model of Leptons. *Phys. Rev. Lett.*, 19:1264–1266, 1967.
- [7] S. Weinberg. Physical Processes in a Convergent Theory of the Weak and Electromagnetic Interactions. *Phys. Rev. Lett.*, 27:1688–1691, 1971.
- [8] S. Weinberg. Recent progress in gauge theories of the weak, electromagnetic and strong interactions. *Rev. Mod. Phys.*, 46:255–277, 1974. [J. Phys. Colloq.34,no.C1,45(1973)].
- [9] C. Rubbia. Experimental Observation of the Intermediate Vector Bosons W^+ , W^- , and Z^0 . *Rev. Mod. Phys.*, 57:699–722, 1985.
- [10] F. Halzen and A.D. Martin. *Quarks and leptons: an introductory course in modern particle physics*. Wiley, 1984.
- [11] C. Patrignani and others (Particle Data Group). 2017 review of particle physics. *Chin. Phys. C*, 40:100001, 2017.
- [12] R.G. Sachs. Nucleon electromagnetic form factors at high momentum transfer. *Phys. Rev. Letters*, 12, 3 1964.
- [13] M. J. Musolf, T. W. Donnelly, J. Dubach, S. J. Pollock, S. Kowalski, and E. J. Beise. Intermediate-energy semileptonic probes of the hadronic neutral current. *Phys. Rept.*, 239:1–178, 1994.
- [14] D. B. Kaplan and A. Manohar. Strange matrix elements in the proton from neutral current experiments. *Nuclear Physics B*, 310(3-4):527547, 1988.
- [15] B. Kubis and R. Lewis. Isospin violation in the vector form factors of the nucleon. *Phys. Rev. C*, 74:015204, 2006.
- [16] M. N. Rosenbluth. High Energy Elastic Scattering of Electrons on Protons. *Phys. Rev.*, 79:615–619, 1950.

- [17] N. F. Mott and H. S. W. Massey. The Theory of Atomic Collisions. *Oxford University Press*, Third Edition, 1965.
- [18] K. Nakamura et al. Review of particle physics. *J. Phys.*, G37:075021, 2010.
- [19] M. Gorchtein, C. J. Horowitz, and M. J. Ramsey-Musolf. Model-dependence of the γZ dispersion correction to the parity-violating asymmetry in elastic ep scattering. *Phys. Rev.*, C84:015502, 2011.
- [20] J. Erler and S.-F. Su. The Weak Neutral Current. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 71:119–149, 2013.
- [21] J. Erler, A. Kurylov, and M. J. Ramsey-Musolf. The Weak charge of the proton and new physics. *Phys. Rev.*, D68:016006, 2003.
- [22] M. Veltman. Limit on mass differences in the Weinberg model. *Nucl. Phys. B.*, 123:89–99, 1977.
- [23] J. Erler and M. J. Ramsey-Musolf. The Weak mixing angle at low energies. *Phys. Rev.*, D72:073003, 2005.
- [24] J. Erler and R. Ferro-Hernández. Weak mixing angle in the thomson limit. *Journal of High Energy Physics*, 2018(3):196, 2018.
- [25] A. Czarnecki and W. J. Marciano. Polarized Moller scattering asymmetries. *Int. J. Mod. Phys.*, A15:2365–2376, 2000.
- [26] D. Becker et al. The P2 Experiment - A future high-precision measurement of the electroweak mixing angle at low momentum transfer. *arXiv:1802.04759 [nucl-ex]*, 2018.
- [27] A. Sibirtsev, P. G. Blunden, W. Melnitchouk, and A. W. Thomas. gamma-Z corrections to forward-angle parity-violating e-p scattering. *Phys. Rev.*, D82:013011, 2010.
- [28] B. C. Rislow and C. E. Carlson. Contributions from γZ box diagrams to parity violating elastic ep scattering. *Phys. Rev.*, D83:113007, 2011.
- [29] P. G. Blunden, W. Melnitchouk, and A. W. Thomas. New formulation of gamma-Z box corrections to the weak charge of the proton. *Phys. Rev. Lett.*, 107:081801, 2011.
- [30] M. Gorchtein, H. Spiesberger, and X. L. Zhang. How strange is pion electroproduction? *Phys. Lett.*, B752:135–145, 2016.
- [31] N. L. Hall, P. G. Blunden, W. Melnitchouk, A. W. Thomas, and R. D. Young. Quark-hadron duality constraints on γZ box corrections to parity-violating elastic scattering. *Phys. Lett.*, B753:221–226, 2016.
- [32] J. Erler. Precision Electroweak Measurements at Run 2 and Beyond. *ArXiv e-prints*, arXiv:1704.08330 [hep-ph], April 2017.
- [33] M. J. Ramsey-Musolf. Low Energy Precision Test of Supersymmetry. *arXiv:hep-ph/0612057v1*, 2006.
- [34] J. Erler, C. J. Horowitz, S. Mantry, and P. A. Souder. Weak Polarized Electron Scattering. *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, 64:269–298, 2014.

- [35] T. G. Rizzo. Z' Phenomenology and the LHC. *hep-ph/0610104*, page 537, 2006.
- [36] P. Langacker. The Physics of Heavy Z' Gauge Bosons. *Rev.Mod.Phys.* 81:1199, page 0801.1345, 2009.
- [37] K. S. Babu, Kolda, C. F., and J. March-Russell. Leptophobic $U(1)'$ s and the $R_b - R_c$ anomalies. *Phys. Rev. D*, 54:4635, 1996.
- [38] M. R. Buckley and M. J. Ramsey-Musolf. Precision Probes of Leptophobic Z' Boson. *Phys. Lett. B*, 712:261, 2012.
- [39] J. Erler, P. Langacker, S. Munir, and E. J. Rojas. Improved constraints on Z' bosons from electroweak precision data. *High Energy Phys.*, 0908:017, 2009.
- [40] J. Beringer et al. Review of Particle Physics. *Phys. Rev. D*, 86:010001, 2012.
- [41] H. Davoudiasl, H. S. Lee, and W. J. Marciano. "Dark" Z implications for parity violation, rare meson decays, and Higgs physics. *Phys. Rev. D*, 85:1150192, 2012.
- [42] H. Davoudiasl, H. S. Lee, and W. J. Marciano. Muon Anomaly and Dark Parity Violation. *Phys. Rev. Lett.*, 109:031802, 2012.
- [43] H. Davoudiasl, H. S. Lee, and W. J. Marciano. Dark side of Higgs diphoton decays and muon g2. *Phys. Rev. D*, 86:095009, 2012.
- [44] B. Batell, M. Pospelov, and A. Ritz. Probing a secluded $U(1)$ at B factories. *Phys. Rev. D*, 79:115008, 2009.
- [45] J. D. Bjorken, R. Essig, P. Schuster, and N. Toro. New fixed-target experiments to search for dark gauge forces. *Phys. Rev. D.*, 80:075018, 2009.
- [46] J. Jaeckel and A. Ringwald. The Low-Energy Frontier of Particle Physics. *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.*, 60:405, 2010.
- [47] The ALEPH Collaboration, the DELPHI Collaboration, the L3 Collaboration, the OPAL Collaboration, the SLD Collaboration, the LEP Electroweak Working Group, the SLD electroweak, and heavy flavour groups. Precision Electroweak Measurements on the Z Resonance. *arXiv:hep-ex/0509008*, 2005.
- [48] ALEPH Collaboration, CDF Collaboration, D0 Collaboration, DELPHI Collaboration, L3 Collaboration, OPAL Collaboration, SLD Collaboration, LEP Electroweak Working Group, Tevatron Electroweak Working Group, SLD Electroweak, and Heavy Flavour Groups. Precision Electroweak Measurements and Constraints on the Standard Model. *arXiv:1012.2367v2 [hep-ex]*, 2010.
- [49] SLD Collaboration, K. Abe, et al. High-Precision Measurement of the Left-Right Z Boson Cross-Section Asymmetry. *Phys. Rev. Lett.*, 84:5945, 2000.
- [50] K. S. Kumar, S. Mantry, W. J. Marciano, and P. A. Souder. Low-Energy Measurements of the Weak Mixing Angle. *arXiv:1302.6263v2 [hep-ex]*, 2013.
- [51] C. Wood, S. Bennett, D. Cho, B. Masterson, and J. Roberts. Measurement of Parity Nonconservation and an Anapole Moment in Cesium. *Science*, 275:1759, 1997.

- [52] C. E. Wieman. Parity nonconservation in atoms; past work and trapped atom future. *Hyperfine Interactions*, 81:27–34, 1993.
- [53] V. Dzuba, J. Berengut, V. Flambaum, and B. Roberts. Revisiting parity nonconservation in cesium. *Phys. Rev. Lett.*, 109:203003, 2012.
- [54] G. P. Zeller et al. Precise determination of electroweak parameters in neutrino-nucleon scattering. *Phys. Rev. Lett.*, 88(9):091802, 2002.
- [55] W. Bentz, I. Cloet, J. Lonergan, and A. Thomas. Reassessment of the NuTeV determination of the Weinberg angle. *Phys. Lett. B*, 693:462, 2010.
- [56] K. P. Diener, S. Dittmaier, and W. Hollik. Electroweak higher-order effects and theoretical uncertainties in deep-inelastic neutrino scattering. *Phys. Rev. D*, 72:093002, 2005.
- [57] M. Hirai, S. Kumano, and T. H. Nagai. Nuclear modification difference between u_v and d_v distributions and its relation to NuTeV $\sin^2 \theta_W$ anomaly. *Phys. Rev. D*, 71:113007, 2005.
- [58] S. J. Brodsky, I. Schmidt, and J. J. Yang. Nuclear antishadowing in neutrino deep inelastic scattering. *Phys. Rev. D*, 70:116003, 2004.
- [59] S. Davidson, S. Forte, P. Gambino, N. Rius, and A. Strumia. Old and new physics interpretations of the NuTeV anomaly. *arXiv [hep-ph]/0112302*, 2002.
- [60] K. S. Kumar, S. Mantry, W. J. Marciano, and P. A. Souder. Low-Energy Measurements of the Weak Mixing Angle. *arXiv:1302.6263v2 [hep-ex]*, 2013.
- [61] P. Souder and K. Paschke. Parity violation in electron scattering. *Front Phys.*, 11(1):111301, 2016.
- [62] C. Y. Prescott and others (SLAC-E122 Collaboration). Parity non-conservation in inelastic electron scattering. *Phys. Lett.*, 111301-27B 77:347, 1978.
- [63] W. Heil, J. Ahrens, et al. Improved limits on the weak, neutral, hadronic axial vector coupling constants from quasielastic scattering of polarized electrons. *Nucl. Phys. B*, 327(1):1, 1989.
- [64] P. Souder, R. Holmes, D. Kim, K. S. Kumar, et al. Measurement of parity violation in the elastic scattering of polarized electrons from ^{12}C . *Phys. Rev. Lett.*, 65(6):694, 1990.
- [65] J. Ashman and others (The European Muon Collaboration). A measurement of the spin asymmetry and determination of the structure function g_1 in deep inelastic muon-proton scattering. *Phys. Lett. B*, 206:364, 1988.
- [66] J. Ashman and others (The European Muon Collaboration). An investigation of the spin structure of the proton in deep inelastic scattering of polarised muons on polarised protons. *Phys. Lett. B*, 328:1, 1989.
- [67] D. T. Spayde and others (SAMPLE Collaboration). Parity violation in elastic electron–proton scattering and the proton’s strange magnetic form factor. *Phys. Rev. Lett.*, 84:1106, 2000.

- [68] T. Ito and others (SAMPLE Collaboration). Parity-violating electron deuteron scattering and the proton's neutral weak axial vector form factor. *Phys. Rev. Lett.*, 92:102003, 2004.
- [69] D. T. Spayde and others (SAMPLE Collaboration). The strange quark contribution to the proton's magnetic moment. *Phys. Lett. B*, 583:79, 2004.
- [70] K. A. Aniol and others (HAPPEX Collaboration). Parity-violating electroweak asymmetry in ep scattering. *Phys. Rev. C*, 69:065501, 2004.
- [71] A. Acha and others (HAPPEX Collaboration). Precision measurements of nucleon strange form factors at $Q^2 \sim 0.1 \text{ GeV}^2$. *Phys. Rev. Lett.*, 98:032301, 2007.
- [72] Z. Ahmed and others (HAPPEX Collaboration). New precision limit on the strange vector form factors of the proton. *Phys. Rev. Lett.*, 108:102001, 2012.
- [73] D. S. Armstrong and others (G0 Collaboration). Strange-quark contributions to parity-violating asymmetries in the forward G0 electron-proton scattering experiment. *Phys. Rev. Lett.*, 95:092001, 2005.
- [74] D. Androic and others (G0 Collaboration). Strange quark contributions to parity-violating asymmetries in the backward angle G0 electron scattering experiment. *Phys. Rev. Lett.*, 104:012001, 2010.
- [75] F. E. Maas and others (A4 Collaboration). Measurement of strange-quark contributions to the nucleon's form factors at $Q^2 = 0.230 \text{ (GeV}/c)^2$. *Phys. Rev. Lett.*, 93:022002, 2004.
- [76] F. E. Maas and others (A4 Collaboration). Evidence for strange-quark contributions to the nucleon's form factors at $Q^2 = 0.108 \text{ (GeV}/c)^2$. *Phys. Rev. Lett.*, 94(15):152001, 2005.
- [77] S. Baunack and others (A4 Collaboration). Measurement of strange quark contributions to the vector form factors of the proton at $Q^2 = 0.22 \text{ (GeV}/c)^2$. *Phys. Rev. Lett.*, 102(15):151803, 2009.
- [78] P. L. Anthony et al. Precision measurement of the weak mixing angle in møller scattering. *Phys. Rev. Lett.*, 95:081601, Aug 2005.
- [79] The QWeak Collaboration. The QWeak Experiment: A Search for New Physics at the TeV Scale via a Measurement of the Proton's Weak Charge. *PAC Proposal Update: JLab E02-020*, 2007.
- [80] D. Androic and others (The QWeak Collaboration). First Determination of the Weak Charge of the Proton. *arXiv:1307.5275 [nucl-ex]*, 2013.
- [81] The Jefferson Lab QWeak Collaboration. Precision measurement of the weak charge of the proton. *Nature*, 557:207–211, 2018.
- [82] The MOLLER Collaboration. The MOLLER Experiment: An Ultra Precise Measurement of the Weak Mixing Angle using Møller Scattering. *arXiv:1411.4088v2 [nucl-ex]*, 2014.
- [83] P. Souder and SOLID Collaboration. *AIP Conf. Proc.*, 1441:123, 2012.

- [84] <http://hallaweb.jlab.org/12GeV/SoLID/>.
- [85] H. Merkel. Internal Target Experiments at the MESA accelerator. *PoS*, BOR-MIO2016:037, 2016.
- [86] F. E. Maas et al. Measurement of strange quark contributions to the nucleon's form-factors at $Q^2 = 0.230$ (GeV/c) 2 . *Phys. Rev. Lett.*, 93:022002, 2004.
- [87] D. Androic et al. First Determination of the Weak Charge of the Proton. *Phys. Rev. Lett.*, 111(14):141803, 2013.
- [88] P. C. Souers. Hydrogen Properties for Fusion Energy. *University of California Press*, 1986.
- [89] G. E. Kinard. The Commercial Use of Liquid Hydrogen over the Last 40 Years. In *Proceedings of the Seventeenth International Cryogenic Engineering Conference*, pages 39–44, Bournemouth, 1998.
- [90] J. Essler. *Physikalische und technische Aspekte der Ortho-Para-Umwandlung von Wasserstoff*. PhD thesis, Technische Universität Dresden, 2013.
- [91] T. W. Donnelly. International School of Nuclear Physics, Nuclear and Subnuclear Degrees of Freedom and Lepton Scattering. *Prog. Part. Nucl. Phys.* 13, page 183, 1985.
- [92] B. Pasquini and M. Vanderhaeghen. Resonance estimates for single spin asymmetries in elastic electron-nucleon scattering. *Phys. Rev. C*, 70:045206, Oct 2004.
- [93] K. Aulenbacher et al. The MAMI source of polarized electrons. *Nucl. Instrum. Meth. A*, 391:498–506, 1997.
- [94] K. Ciarrocca et al. 2.45-GHz syncronised polarised electron injection at MAMI. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Research A*, 406:351, 1998.
- [95] K. Aulenbacher. Status of the polarized source at MAMI. In *AIP Conf. Proc.*, volume 675, pages 1088–1092, 2003.
- [96] S. Friederich and K. Aulenbacher. Test electron source for increased brightness emission by near band gap photoemission. In *Proceedings of IPAC2015*, 2015.
- [97] R. Heine. Current status of the MESA project. In *Proceedings of ERL2015*, 2015.
- [98] K. Aulenbacher. *Erzeugung intensiver hochpolarisierter Elektronenstrahlen mit hoher Symmetrie unter Helizitätswechsel*. Shaker-Verlag, 2007.
- [99] V. Tioukine and K. Aulenbacher. Operation of the MAMI accelerator with a Wien filter based spin rotation system . *Nucl. Instrum. Meth. A* 568:537–542, 2006.
- [100] J. Grames et al. Two Wien filter spin flipper. In *Proceedings of 2011 Particle Accelerator Conference, New York, NY, USA*, pages 862–865, (2011).
- [101] B. Ledroit. Aufbau und Test des MESA-Choppers. Master's thesis, Johannes Gutenberg - Universität Mainz, 2016.
- [102] V. Bechthold. Eine Deflektor-Kavität für den MESA-Beschleuniger. Diplomarbeit, Johannes-Gutenberg - Universität Mainz, 2013.

- [103] P. Heil. Longitudinale Emittanzanpassung durch Geschwindigkeitsmodulation im Injektionssystem an MESA. Masterarbeit, Johannes-Gutenberg - Universität Mainz, 2015.
- [104] R. Heine and K. Aulenbacher. Injector LINAC for the MESA facility. In *Proceedings of IPAC2013, Shanghai, China*, (2013).
- [105] R. Heine, K. Aulenbacher, et al. Further investigations on the MESA injector. In *Proceedings of IPAC2015, Richmond, VA, USA*, (2015).
- [106] H. Euteneuer et al. The Injector Linac for the Mainz Microton. In *Proceedings of EPAC88, Rome, Italy*, page 550, (1988).
- [107] F. Schlander, K. Aulenbacher, et al. 1.3 GHz SRF cryomodules for the Mainz Energy-recovering Superconducting Accelerator MESA. In *Proceedings of IPAC2015, Richmond, VA, USA*, 2015.
- [108] A. Gellrich and J. Kessler. Precision measurement of the Sherman asymmetry function for electron scattering from gold. *Phys. Rev. A*, 43 Nr. 1, 1991.
- [109] S. Meyer, T. Fischer, W. Blaschke, and J. Kessler. Calibration of a Mott electron polarimeter: Comparison of different methods. *Rev. Sci. Instrum.*, 64:952, 1993.
- [110] V. Tioukine, K. Aulenbacher, and E. Riehn. A Mott polarimeter operating at MeV electron beam energies. *Review of Scientific Instruments*, 82:033303, 2011.
- [111] E. Chudakov and V. Luppov. Møller polarimetry with atomic hydrogen targets. *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, 51:1533–1540, 2004.
- [112] E. Chudakov and V. Luppov. Møller polarimetry with atomic hydrogen targets. *European Physical Journal A*, 24:123–126, 02 2005.
- [113] S. D. Covrig et al. The cryogenic target for the G^0 experiment at Jefferson lab. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, 551:218–235, 2005.
- [114] J. Ritman for the FOPI Collaboration. The FOPI detector at SIS/GSI. *Nucl. Phys. Proc. Suppl.*, 44:708–715, 1995.
- [115] J. Cohen-Tanugi, M. Convery, B. Ratcliff, X. Sarazin, J. Schwiening, and J. Va’vra. Optical properties of the DIRC fused silica Cherenkov radiator. *Nucl. Instrum. Meth. A*, 515:680–700, 2003.
- [116] M. Hoek, E. D. Bennet, D. Brandford, et al. Radiation hardness study on fused silica. *Nucl. Instrum. Meth. A*, 595:190–193, 2008.
- [117] I. Peric. A novel monolithic pixelated particle detector implemented in high-voltage CMOS technology. *Nucl. Instrum. Meth.*, A582:876–885, 2007.
- [118] I. Peric and C. Takacs. Large monolithic particle pixel-detector in high-voltage CMOS technology. *Nucl. Instrum. Meth.*, A624(2):504 – 508, 2010.
- [119] I. Peric, C. Kreidl, and P. Fischer. Particle pixel detectors in high-voltage CMOS technology–New achievements. *Nucl. Instrum. Meth.*, A650:158–162, 2010.

- [120] I. Peric. Active pixel sensors in high-voltage CMOS technologies for ATLAS. *JINST*, 7:C08002, 2012.
- [121] I. Peric et al. High-voltage pixel detectors in commercial CMOS technologies for ATLAS, CLIC and Mu3e experiments. *Nucl. Instrum. Meth.*, A731:131–136, 2013.
- [122] Rene Brun and Fons Rademakers. Root — an object oriented data analysis framework. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 389(1):81 – 86, 1997. New Computing Techniques in Physics Research V.
- [123] M. Matsumoto and T. Nishimura. Mersenne Twister: A 623-diminsionally equidistributed uniform pseudorandom number generator. *ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation*, 8:3–30, 1998.
- [124] W. R. Leo. *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments: A How to Approach*. Berlin, Germany: Springer, 368 p, 1987.
- [125] H. Davies, H. A. Bethe, and L. Maximon. Theory of Bremsstrahlung and Pair Production. II. Integral Cross Section for Pair Production. *Phys. Rev. X*, 93:788–795, 1954.
- [126] <https://physics.nist.gov/PhysRefData/Star/Text/method.html>.
- [127] J. C. Bernauer. Measurement of the elastic electron-proton cross section and separation of the electric and magnetic form factor in the Q^2 range from 0.004 to 1(GeV/c) 2 . *PhD thesis, JGU Mainz*, 2010.
- [128] Marouan Abdelbaste El Yakoubi. *Contribution of the strange quark to the nucleon electromagnetic structure : The results of the A4 experiment at $Q^2 = 0.23$ (GeV/c) 2* . Theses, Université Paris Sud - Paris XI, March 2007. Fin de rédaction: le 18 Janvier 2007.
- [129] S. Galster, H. Klein, J. Moritz, K.H. Schmidt, D. Wegener, and J. Bleckwenn. Elastic electron-deuteron scattering and the electric neutron form factor at four-momentum transfers $5 \text{ fm}^{-2} < q^2 < 14 \text{ fm}^{-2}$. *Nuclear Physics B*, 32(1):221 – 237, 1971.
- [130] D. T. Spayde et al. The Strange quark contribution to the proton’s magnetic moment. *Phys. Lett.*, B583:79–86, 2004.
- [131] D. S. Armstrong et al. Strange quark contributions to parity-violating asymmetries in the forward G0 electron-proton scattering experiment. *Phys. Rev. Lett.*, 95:092001, 2005.
- [132] A. Acha et al. Precision Measurements of the Nucleon Strange Form Factors at $Q^2 \sim 0.1 \text{ GeV}^2$. *Phys. Rev. Lett.*, 98:032301, 2007.
- [133] S. Baunack et al. Measurement of Strange Quark Contributions to the Vector Form Factors of the Proton at $Q^2 = 0.22$ (GeV/c) 2 . *Phys. Rev. Lett.*, 102:151803, 2009.
- [134] D. Androic et al. Strange Quark Contributions to Parity-Violating Asymmetries in the Backward Angle G0 Electron Scattering Experiment. *Phys. Rev. Lett.*, 104:012001, 2010.

- [135] P. Wang, D. B. Leinweber, A. W. Thomas, and R. D. Young. Strange magnetic form factor of the proton at $Q^2 = 0.23 \text{ GeV}^2$. *Phys. Rev.*, C79:065202, 2009.
- [136] T. M. Ito et al. Parity violating electron deuteron scattering and the proton's neutral weak axial vector form-factor. *Phys. Rev. Lett.*, 92:102003, 2004.
- [137] D. Balaguer Rios et al. Measurement of the parity violating asymmetry in the quasielastic electron-deuteron scattering and improved determination of the magnetic strange form factor and the isovector anapole radiative correction. *Phys. Rev.*, D94(5):051101, 2016.
- [138] P. Larin. Voruntersuchungen für ein Präzisionsexperiment zur Messung der schwachen Ladung des Protons. *Bachelor thesis, JGU Mainz*, 2011.
- [139] B. Kubis and R. Lewis. Isospin violation in the vector form factors of the nucleon. *Phys. Rev.*, C74:015204, 2006.
- [140] Ronald Babich, Richard C. Brower, Michael A. Clark, George T. Fleming, James C. Osborn, Claudio Rebbi, and David Schaich. Exploring strange nucleon form factors on the lattice. *Phys. Rev. D*, 85:054510, Mar 2012.
- [141] D. B. Leinweber, S. Boinepalli, A. W. Thomas, P. Wang, A. G. Williams, R. D. Young, J. M. Zanotti, and J. B. Zhang. Strange electric form factor of the proton. *Phys. Rev. Lett.*, 97:022001, Jul 2006.
- [142] S. Baunack, D. Becker, K. Gerz, K. Kumar, and F. E. Maas. Measurement of the axial and the strangeness magnetic form factor of the proton with a P2 backward angle setup. *AIP Conf. Proc.*, 1563:73–77, 2013.
- [143] S. Agostinelli et al. GEANT4: A Simulation toolkit. *Nucl. Instrum. Meth.*, A506:250–303, 2003.
- [144] J. Allison et al. Geant4 developments and applications. *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, 53:270, 2006.
- [145] C. Runge. Über die numerische Auflösung von Differentialgleichungen. *Math. Annalen*, Band 46:167–178, 1895.
- [146] W. Kutta. Beitrag zur näherungsweisen Integration totaler Differentialgleichungen. *Z. Math. Phys.*, Band 46:435–453, 1901.
- [147] M. Hermann. *Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen, Anfangs- und Randwertprobleme*. De Gruyter Oldenbourg, 2004.
- [148] C. M. Poole, I. Cornelius, J. V. Trapp, and C. M. Langton. A CAD Interface for GEANT4. *Australasian Physical Engineering Science in Medicine*, 2012.
- [149] <http://www.thingiverse.com/thing:1718905/#files>.
- [150] <http://geant4-userdoc.web.cern.ch/geant4-userdoc/UsersGuides/PhysicsReferenceManual/BackupVersions/V10.0/fo/PhysicsReferenceManual.pdf>.
- [151] K. Imai. *Noch unveröffentlicht*. PhD thesis, Institut für Kernphysik, Johannes Gutenberg-Universität Mainz.

