

# 在膨胀夸克-胶子等离子体相变过程中 包含夸克碎块效应的动力学<sup>\*</sup>

李 盘 林

(苏州铁道师范学院物理系 苏州 215009)

吴 华 许梦杰

(上海大学数学系(嘉定校区) 上海 201800)

1996-04-08收稿

## 摘要

数值求解了( $1+1$ )维的,包含有夸克碎块效应源项的相对性流体力学方程,分析了极端高能下核碰撞时可能产生的相变过程中特征物理量:体系的能量密度、流速快度和重子数密度的演化.源项中的夸克碎块效应则是通过唯象 $SU(3)$ 弦模型味动力学进行描写的.数值结果与 Kajantie 等人的结果进行了比较,也即间接地与实测结果相一致.模型物理图象清晰,结果表明了这种唯象自洽理论模型的合理性.

**关键词** 相变, 夸克碎块效应, 演化.

## 1 引言

众所周知,强子是由夸克和胶子组成的束缚态,这早已为轻子对强子的深度非弹性散射的实验所证实.尽管目前还没有找到自由状态的夸克,但是对于强子内部的夸克却有不少了解;人们通过对在极端相对论性能量下,中心碰撞( $E_{cm} > 10 \text{ GeV/u}$ ;  $b \approx 0$ )时所产生的现象的研究,以期得到关于核物质的禁闭—退禁闭相变的信息.到目前为止,大量的研究工作提出了许多方法来探讨相变发生时所显示的特征,以诊断过程中是否有夸克-胶子等离子体这种新的物质相的存在<sup>[1]</sup>.

由于核物质的强相互作用缘故,与禁闭现象有关的非微扰问题的处理尚未得到彻底解决,目前的理论研究都采用唯象或半唯象的模型,以克服在描述相对论性轻夸克体系的困难.最广泛采用的理论方案是相对论性流体力学模型,在相对论性流体力学中所建立的方程,就是体系在演化过程中重子数、能量-动量和色荷守恒律的表述<sup>[2]</sup>.

\* 国家自然科学基金资助.

根据 Bjorken 的膨胀流体模型<sup>[3]</sup>, 原子核在极端相对论能量下的中心碰撞后, 发生了退禁闭相变, 系统相关的自由度是夸克和胶子。在  $0 \leq t < t_0$  时段, 由于渐近自由, 这些激发的自由度之间的相互作用是很弱的, 系统的动力学行为是“自由流”。直到  $t = t_0$  时刻, 它们之间的相互作用才变得足够强, 以致系统产生了局部的热平衡, 系统开始作流体力学流动。此时系统的时空演化可由相对论性流体力学方程  $\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0$ , 以及系统重子数守恒律:  $\partial_\mu J_B^\mu = 0$  来描述<sup>[4]</sup>。在一定的初始条件下求解方程组, 可以得到许多关于系统在准静态近似下的演化特征<sup>[5]</sup>。

然而, 碰撞后的系统动力学膨胀而进入相对论性流体力学流动时, 其内部的过程是十分复杂的, 但有两点是必须首要考虑的, 即膨胀和碰撞的产生。因此, 需建立一个带有源项的流体力学方程, 在源项中应该包含有味动力效应, 即夸克碎块效应。

## 2 方程的描述及数值解法

### 2.1 带有源项的相对论性流体力学方程

带有源项的相对论性流体力学方程<sup>[6]</sup>为:

$$\partial_\mu T^{\mu\nu} = \Sigma^\nu, \quad (2.1)$$

$$\partial_\mu J_B^\mu = \sigma, \quad (2.2)$$

其中  $T^{\mu\nu} = (\varepsilon + p)u^\mu u^\nu - pg^{\mu\nu}$  是能量-动量张量;  $J_B^\mu = n_B u^\mu$  是重子数流密度;  $u^\mu = \gamma(1, v)$  是四维速度, 本文退化为二维;  $\varepsilon$  是体系的能量密度;  $p$  是体系的定域压强;  $\gamma = [1 - v^2]^{-\frac{1}{2}}$  是 Lorentz 因子,  $g^{\mu\nu}$  是度规张量。

体系的演化是借助于能量密度  $\varepsilon(x, t)$ 、重子数密度  $n_B(x, t)$  和流速  $v(x, t)$  来描写的; 状态方程  $p = p(\varepsilon, n_B)$  联接了定域压强、能量密度和重子数密度。

对于方程组(2.1)和(2.2)采用光锥坐标:

$$x^\pm = t \pm x, \quad \tau = (x^+ x^-)^{\frac{1}{2}} = (t^2 - x^2)^{\frac{1}{2}}, \quad (2.3)$$

并进一步作变量变换, 使得变量成为具有最简单的 Lorentz 不变量;

$$\begin{cases} \hat{t} = \log \left[ \frac{\tau}{\tau_0} \right] = \frac{1}{2} \log \left[ \frac{x^+ x^-}{\tau_0} \right], \\ y = \frac{1}{2} \log \left[ \frac{x^+}{x^-} \right]. \end{cases} \quad (2.4)$$

同时对源项  $\Sigma, \sigma$  进行线性组合:

$$\begin{cases} \Sigma^0 \cosh \theta - \Sigma^1 \sinh \theta, \\ -\Sigma^0 \sinh \theta + \Sigma^1 \cosh \theta. \end{cases} \quad (2.5)$$

$$\begin{cases} (\partial_i + \bar{v}\partial_y)\epsilon + (\epsilon + p)(\bar{v}\partial_i + \partial_y)\theta = \frac{e^i}{\cosh(\theta - y)} (\Sigma^0 \cosh\theta - \Sigma^1 \sinh\theta), \\ (\bar{v}\partial_i + \partial_y)p + (\epsilon + p)(\partial_i + \bar{v}\partial_y)\theta = \frac{e^i}{\cosh(\theta - y)} (-\Sigma^0 \sinh\theta + \Sigma^1 \cosh\theta), \\ (\partial_i + \bar{v}\partial_y)n_B + n_B(\bar{v}\partial_i + \partial_y)\theta = \frac{e^i}{\cosh(\theta - y)} \sigma, \end{cases} \quad (2.6)$$

初始条件取为:

$$\epsilon(y, \hat{t}=0) = 0; \quad \theta(y, \hat{t}=0) = y; \quad n_B(y, \hat{t}=0) = 0, \quad (2.7)$$

其中

$$\bar{v} = \bar{v}(y, \hat{t}=0) = \tanh(\theta - y). \quad (2.8)$$

为确定  $\Sigma^v$  和  $\sigma$ , 则要对所有碰撞求和(在  $0 \leq t' \leq d$  范围内)

$$\sum_{\text{所有碰撞}} = N_A \equiv n_0 2R_A = n_0 \sinh y_B^* \int_0^{d_i} dt',$$

其中  $A$  是碰撞核的核子数, 本文中取  $A = 238$ .

$$\begin{aligned} \sigma(x, t) &= n_0 \sinh y_B^* \int dt' \rho_N \left[ \frac{1}{2} \log \left( \frac{t - t' + x}{t - t' - x} \right) \right] 2\delta[(t - t')^2 - x^2 - 1] \\ &= n_0 \sinh y_B^* \rho_N [\log(\sqrt{x^2 + 1} + x)] \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} \Theta(x, t), \end{aligned}$$

类似地可以得到:

$$\begin{aligned} \Sigma^0(x, t) &= n_0 \sinh y_B^* \sum_i \bar{m}_i \rho_i [\log(\sqrt{x^2 + 1} + x)] \Theta(x, t), \\ \Sigma^1(x, t) &= \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \Sigma^0(x, t), \end{aligned}$$

其中阶跃函数

$$\Theta = \begin{cases} 1, & \text{在源范围内,} \\ 0, & \text{在源范围外.} \end{cases}$$

方程的源项  $\Sigma^v$  和  $\sigma$  描写强子粒子是如何产生出来的及其如何进入流体力学膨胀系统的.

## 2.2 方程的源项和夸克碎块效应的味动力学处理

方程的源项的表达式见文献 [6]. 为了在禁闭  $\rightarrow$  退禁闭相变过程中充分考虑夸克-胶子的碎块效应, 采用了唯象的  $SU(3)$  弦模型<sup>[7]</sup>理论计算, 以使本工作在理论处理方面有自治性.

在最低阶的微扰 QCD 中, 只有两类反应能改变夸克-胶子等离子体的化学组份:

$$\begin{cases} g + g \rightleftharpoons q + \bar{q}, [g - q], \\ q_1 + \bar{q}_1 \rightleftharpoons q_2 + \bar{q}_2, [q - q]. \end{cases} \quad (2.9)$$

按照  $SU(3)$  味动力学, 由于有 3 种可能的味, 则以上类型的反应分别包含有 3 种不同的类

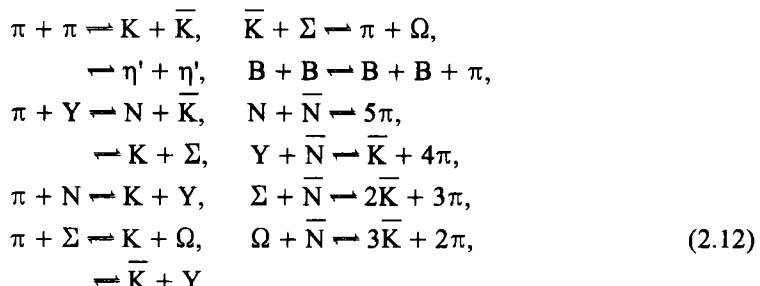
[gu, gd, gs; ud, us, ds].

随着夸克-胶子等离子体体系的体积的不断膨胀, 必须采用非微扰QCD 处理才能适用。膨胀时, 夸克之间的间隔变大, 以致使夸克感到了禁闭力的作用, 特别是在弦模型的图象中, 相邻的 $q\bar{q}$ 之间的弦形成; 禁闭力随着弦的长度的增长而增大, 最终使旧的弦(夸克对)破裂而产生一对新的弦。依赖着各自能量的多寡, 新的弦或者形成强子, 或者还继续存留在夸克-胶子等离子体相中。于是, 我们简单地考虑以下过程:

$$\begin{aligned} q_1 - \bar{q}_2 &\rightarrow q_1 - q_3 \bar{q}_3 - \bar{q}_2, \\ &\rightarrow (q_1 \bar{q}_3) q_3 - \bar{q}_2, \\ &\rightarrow q_1 - \bar{q}_3 (q_3 \bar{q}_2), \\ &\rightarrow (q_1 \bar{q}_3) (q_3 \bar{q}_2). \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} q_1 - q_2 - q_3 &\rightarrow q_1 q_2 - q_4 \bar{q}_4 - q_3, \\ &\rightarrow (q_1 q_2 q_4) q_4 - q_3, \\ &\rightarrow q_1 q_2 - q_4 (q_4 \bar{q}_3), \\ &\rightarrow (q_1 q_2 q_4) (\bar{q}_4 q_3). \end{aligned} \quad (2.11)$$

其中括号 $(q\bar{q})$ 表示介子组态, 括号 $(qq\bar{q})$ 表示重子组态。强子一旦形成, 它们并不马上逃逸, 相互之间还要发生碰撞和反应, 进一步改变味的组份, 我们仅考虑 $m_i \leq 2\text{GeV}$ 的强子粒子, 因而只考虑有以下可能的强子反应模式:



体系的能量变化方程和压强平衡关系<sup>[7]</sup>:

$$\frac{d}{dt} \sum_i \beta_i V \varepsilon_i(n_i, T) = -p \frac{d}{dt} V, \quad (2.13a)$$

$$\frac{d}{dt} \sum_i \phi_i p_i(n_i, T) = 0 \quad (2.13b)$$

以及描述夸克化学动力学的粒子数变化的速率方程

$$V \dot{n}_i = \dot{N}_i - n_i (\dot{\beta}_i V + \beta_i \dot{V}), \quad (2.13c)$$

联立得到一个耦合方程组

$$\begin{cases} A\dot{\beta} + B\dot{T} = C, \\ D\dot{\beta} + E\dot{T} = F, \end{cases} \quad (2.14)$$

详细的推导可参阅文献[7]。

数值求解后可以得到体系的能量密度、压强和各类强子粒子的数密度的时空演化。详细的计算见文献[8]。图1是其中的一个典型的数值结果。由(2.13)式从 $SU(3)$ 味动力学理论计算出源项中的 $\rho_\mu(x, t)$ , 方程组(2.6)右端的源项即可表达, 并对方程组数值求解。

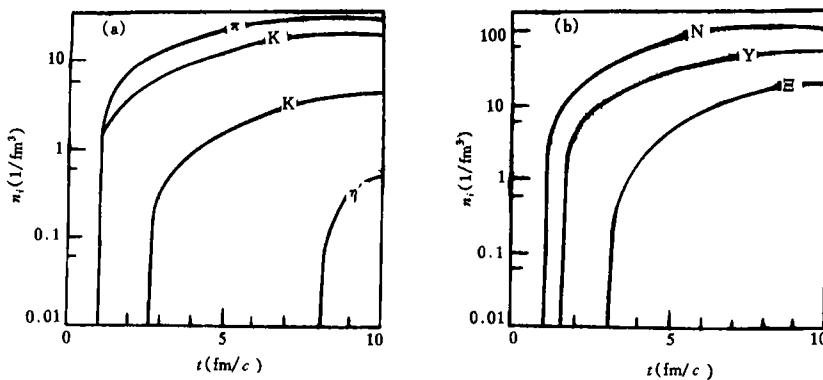


图1 强子粒子数密度的时空演化曲线

(a)介子粒子; (b)重子粒子. 初始体积 $V_0=100\text{fm}^3$ , 初始重子数密度 $n_B^{(0)}=0.63\text{fm}^{-3}$ , 初始温度 $T_0=180\text{MeV}$ .

### 2.3 数值求解

对于方程组(2.6)中的头两个方程,采用包含一个小的粘滞项的隐式差分格式,然后用牛顿法和最速下降法相结合的混合算法进行迭代求解,以达到解的收敛及加快收敛的目的. 对其中的第三个方程求解时,在时间上采用后差、空间上则采用前差的左偏显式差分格式.

## 3 数值结果与讨论

在对方程组(2.6)进行数值求解时,首先在 $y=2y_B^*=6.8$ 时对 $U+U$ 中的中心碰撞<sup>[6]</sup>进行了计算,且对于中心快度区范围的强子产生率直接采用了强子粒子快度密度的观测值(只包含两种强子粒子: $\pi$ 介子和 $N$ 核子)<sup>[6]</sup>

$$\begin{cases} \rho_\pi(y) = \rho_0(1-x_\pi)^n = \rho \left( -\frac{\bar{m}_\pi}{m_N} \frac{\cosh y}{\cosh y_B^*} \right)^n, & n = 3, \\ \rho_N(y) = \frac{\cosh y}{\sinh y_B^*}, \end{cases} \quad (3.1)$$

其中

$$\rho_0 = 2.4, \bar{m}_\pi = (m_\pi^2 + \langle P_T^2 \rangle_\pi)^{\frac{1}{2}} = 0.5\text{GeV}$$

作为方程组(2.6)右端的源项 $\Sigma^0$ 、 $\Sigma^1$ 和 $\sigma$ 中的粒子快度密度. 计算结果示于图2中,它很好地再现了文献[6]中的结果. 通过与其数值结果比较,得到的数值解(等高线图)的走向及数量级基本上是一致的,由此,从数值试验方面较好地表明了我们的数值方法的收敛性和有效性.

在以上数值校验的基础上,对于方程组(2.6)的源项 $\Sigma^0$ 、 $\Sigma^1$ 、 $\sigma$ 中 $\rho_i$ 和 $\rho_N$ 则由 $SU(3)$ 味动力学理论方法计算得到,在计算中,考虑了质量 $m_i \leq 2\text{GeV}$ 的所有强子粒子:介子计有 $\pi$ 、 $K$ 、 $\bar{K}$ 和 $\eta$ ;重子计有 $N$ 、 $Y$ 、和 $\bar{E}$ . 对方程组(2.6)进行数值计算,其计算结果示于图

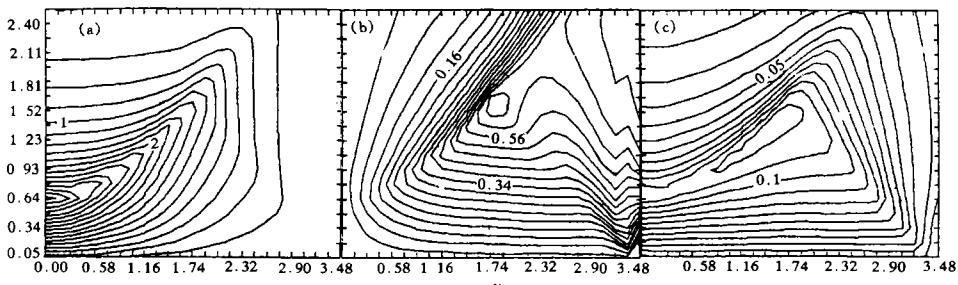


图 2 各种物理量的等高线

(a) 能量密度等高线; (b) 流快度等高线; (c) 粒子数密度等高线.

在  $y = 2y_B^* = 6.8$  时,  $U + U$  中心碰撞, 中心范围内强子产生率采用文献 [6] 所提出的末态粒子快度密度的观测值, 且只包含两种强子粒子:  $\pi$  介子和核子.

3 中, 与文献 [6] 的结果进行比较, 除等能密度曲线外, 等流快度和等重子数快度密度曲线的分布走向及数量级方面与之相符. 比较等能密度曲线, 发现本文的计算结果表明极值  $\varepsilon_{\max} \approx 3.8 \text{ GeV} / \text{fm}^3$  是在  $y = 1.5$  附近, 而文献 [6] 中则是在  $y = 0$  处. 为了进一步探究这个问题, 我们将作为源项的粒子快度密度的理论值, 也如文献 [6] 中那样, 只取了包含  $\pi$  和核子两项, 以使之与 Kajantie 等人的计算条件一致, 计算结果绘于图 4 中. 由图 4(a) 的等能密度曲线分布, 也能看到  $\varepsilon_{\max} \approx 1.5 \text{ GeV} / \text{fm}^3$  在  $y \approx 1.5$  而不是在  $y = 0$  处. 关于这一差异, 我们认为: 在所考察的夸克-胶子等离子体系中, 最先时刻该体系确实处于极端压缩状态, 体系的能密度在这个时刻是处于最大值, 然而这里没有着重讨论它. 随后体系膨胀, 同时由于夸克-胶子携有相当多的能量, 发生碰撞且有如下反应:

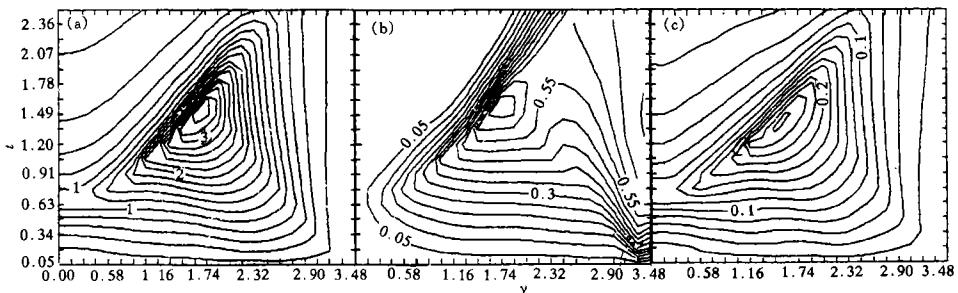
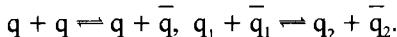


图 3 各种物理量的等高线

(a) 能量密度等高线; (b) 流快度等高线; (c) 粒子数密度等高线.

$U + U$  中心碰撞,  $y = 2y_B^* = 6.8$ , 中心范围内强子产生率是  $SU(3)$  弦模型味动力学计算的理论结果, 即在方程源项  $\Sigma^0$ 、 $\Sigma^1$  和  $\sigma$  中采用包含质量  $m < 2 \text{ GeV}$  的强子粒子快度密度理论值的各种等高线分布.

在经历连续不断的膨胀过程中, 按照弦模型理论, 在式 (2.10) — (2.12) 所列的弦破裂和味动力学规定的种种可能的重组反应发生了. 在这两步过程中, 流体膨胀和夸克、胶子间不断碰撞以及弦的破裂(夸克碎块)都不断耗费体系的能量, 致使能量密度变小; 然而味动力学所造成的夸克间的重组反应一旦发生, 继而强子粒子“冻结”, 就会释放大量的反应能, 以致体系的能密度将会上升. 同时有一定量的“冻结”出的强子粒子逃逸出体系. 在强子

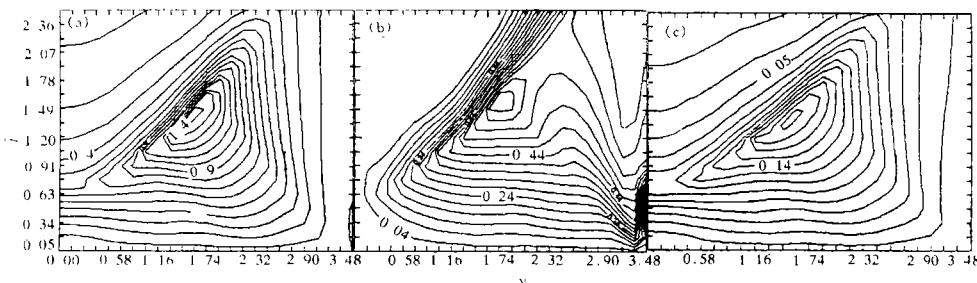


图4 各种物理量的等高线

(a)、(b)、(c)说明及条件与图3同,但强子粒子只包含两种:  $\pi$ 和核子.

粒子产生乃至“冻结”到末态粒子的发射之间存在着一段“漫长”的物理过程,诸如在式(2.12)中所描述的强子粒子的再碰撞及味的再重组. 我们所描述的就是这段过程中体系内演化的物理内容,并不是像文献[6]中那样,把观测的末态粒子的快度密度直接地与体系在强子化过程中产生出来的强子粒子快度密度等同起来(体现在方程的源项中),这种简单的关联是缺乏渐进演化观点的.

另外,还可以从等流快度和等重子数快度密度曲线的比较中看到:本文计算结果表明流快度及重子数快度密度的最大值也都是在  $y \approx 1.5$  附近,而 Kajantie 等人的结果中的流快度和重子数快度密度的极值确出现于  $y \approx 1.5$  而不是在  $y = 0$  处. 我们认为这种特征的同一性可以作为上述论点的一种佐证. 因为对体系演化的看法上的差别,在方程组数值求解产生出一些各异的结果是很自然的.

由于考虑到物理问题的各种可能的初始条件等因素,我们也用下述初始值:

$$\varepsilon(y, \hat{t} = 0) = 0.01; \theta(y, \hat{t} = 0) = y; n_B(y, \hat{t} = 0) = 0$$

做了计算,其结果表明,当初始值有微小变化时,解的变化不大,从而说明我们所采用的差分格式的稳定性.

综上,本文给出了在采用相对论性流体力学来描述膨胀夸克-胶子等离子体相变过程中考虑夸克碎块效应的一种自治的理论处理方法.

### 参 考 文 献

- [1] K. Kajantie, H. I. Miettinen, *Z. Phys.*, **C9**(1981)341;  
László P. Csernai, *Phys. Rev.*, **D29**(1984)1945;  
C. Cale, J. Kapusta, *Nucl. Phys.*, **A471**(1987)350.
- [2] S. A. Chin, *Phys. Lett.*, **78B**(1978)552.
- [3] D. Bjorken, *Phys. Rev.*, **D27**(1983)140.
- [4] I. L. Rozental, *Sov. Phys. UPS.*, **18**(1975)430.
- [5] G. Baym, B. L. Friman, J. P. Blaizot *et al.*, *Nucl. Phys.*, **A407**(1983)541.
- [6] K. Kajantie, R. Ratio, P. V. Ruuskanen, *Nucl. Phys.*, **B222**(1983)152.
- [7] H. W. Barz, B. L. Friman, J. Knoll *et al.*, *Nucl. Phys.*, **A484**(1988)661.
- [8] 施心慧, 上海大学数学系硕士论文, 1993.
- [9] D. Potter, *Computational Physics* (John Wiley Sons, London, 1973) p.67.

# Dynamics of Phase Transition Including Quark-Fragment Effects for an Expansion Quark-Gluon Plasma

Li Panlin

(*Department of physics, Suzhou Railway Normal College, Suzhou 215009*)

Wu Hua Xu Mengjie

(*Department of Mathematics, Shanghai University, Shanghai 201800*)

Received 8 April 1996

## Abstract

(1+1) dimensional relativistic hydrodynamics equation with a source term including the quark-fragment effects is numerically solved and the evolution of the energy density, flow rapidity and baryon number density as the characteristic values of the phase transition which is possible to be produced in the nuclear collisions at extreme high energy are also analysed. The quark-fragment effects in the source term are described by using the phenomenal  $SU(3)$  string model with a flavor dynamics. The numerical results are compared with Kajantie's data. It illustrates indirectly that the results are in agreement with the experimental data. The physics picture of our model presented in this paper shows that this phenomenological self-consistent model is reasonable.

**Key words** phase transition, quark-fragment effect, evolution.