

文章编号: 1007-4627(2018)03-0250-07

# 轴对称奇A核系统的强耦合临界点对称性

安思雨, 姜鹤, 董文婷, 张宇<sup>†</sup>

(辽宁师范大学物理与电子技术学院, 辽宁 大连 116029)

**摘要:** 鉴于临界点对称性方法在描述原子核形状相变中的成功应用, 在强耦合方案下对原有描述偶偶核球形到长椭形状相变的临界点对称性模型  $X(n)(n=3,4,5)$  进行扩展, 据此建立描述轴对称奇A核系统的  $SX(n)$  临界点对称性。通过对  $X(n)$  模型与  $SX(n)$  模型的转动谱结构进行对比分析, 揭示了  $SX(n)$  临界点模型的动力学结构受模型维数  $n$  的影响较小且更接近刚性转子的模型特征, 这些模型特征进一步通过检验过渡区核素  $^{150,151,152,153}\text{Sm}$  以及  $^{172,173,174,175}\text{Os}$  中的相关转动带结构得到了初步证实。

**关键词:** 形状相变; 临界点对称性; 强耦合; 集体模型

中图分类号: O571.42

文献标志码: A

DOI: [10.11804/NuclPhysRev.35.03.250](https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.35.03.250)

## 1 引言

从量子相变的观点来认识中重质量区核结构演化规律(原子核形状相变)是近二十年来核结构领域广泛关注的热点问题。原子核形状相变的典型例子就是中子数  $N = 90$  附近稀土区偶偶核素(例如  $^{152}\text{Sm}$  等)。从集体模型(几何模型)的角度来看, 这类原子核系统的低激发集体结构既不是典型的近球形系统的简谐振动模式也不是标准的长椭球转动模式, 而是介于两者之间的过渡模式或者说是形状相变模式。原子核形状相变理论的一个标志性的突破就是临界点对称性概念的提出, 为传统最难描述的处于形状相变模式的原子核集体结构提供了鉴别标准, 进而成为描述原子核形状相变的标准模型方法之一。此外, 临界点对称性能够对相变核系统提供不依赖参数的理论预言, 这些预言一定程度上也成为了相关实验研究的热点课题。临界点对称性的概念最初是由 Iachello<sup>[1-2]</sup>基于集体模型框架提出来的, 其中最受关注的两个临界点模型就是  $E(5)$  和  $X(5)$  临界点对称性。这两个模型不仅在实验上得到广泛检验<sup>[3-4]</sup>, 在理论上也得到了积极扩展。例如从高维向低维扩展得到  $E(2)$ <sup>[5-6]</sup>,  $E(3)$ <sup>[7]</sup>,  $Z(4)$ <sup>[8]</sup>,  $X(3)$ <sup>[9]</sup>,  $X(4)$ <sup>[10]</sup> 以及  $T(4)$ <sup>[11]</sup> 临界点模型。另外, 临界点对称性的概念也从描述偶偶核形状相变扩展到描述奇A核形状相变。典型的例子有, 应用于描述球形到轴对称不稳定形状相变的  $E(5/4)$ <sup>[12]</sup> 和  $E(5/12)$ <sup>[13]</sup> 临界点超对称性, 以及应用

于描述球形到长椭形状相变的  $X(5/2j+1)$ <sup>[14]</sup> 临界点对称性。

本文的研究目的就是利用强耦合方案将原有描述偶偶核系统球形到长椭形状相变的  $X(n)(n=3,4,5)$  临界点对称性扩展到奇A核系统, 藉此建立描述与该类型相变偶偶核素相邻的轴对称奇A核的临界点对称性模型, 从相变角度认识过渡区中奇A核系统建立在一定单粒子态位形上的转振结构。本文具体安排如下, 第2章: 推导强耦合临界点对称性的哈密顿量以及能量本征值方程的解析解; 第3章: 对比分析新建立奇A核临界点对称性与原  $X(n)$  临界点对称性的典型谱结构; 第4章: 利用已有实验数据初步检验新建立临界点对称性的模型效果; 第5章: 总结全文。

## 2 强耦合临界点对称性及其近似解析解

奇A核临界点对称性的哈密顿量在强耦合极限下可以表示为<sup>[15]</sup>

$$H = H_{\text{CPS}} + H_{\text{sp}}, \quad (1)$$

其中:  $H_{\text{CPS}}$  代表用来描述奇A核系统偶偶核心集体运动的临界点对称性哈密顿量;  $H_{\text{sp}}$  代表偶偶核心外未配对奇核子的单粒子哈密顿量。对于轴对称情形( $\gamma = 0^\circ$ ), 奇A核系统的偶偶核心部分采用  $X(n)$  临界点对称性( $n = 3, 4, 5$ ) 来描述, 其哈密顿量的具体形式为

收稿日期: 2018-03-02; 修改日期: 2018-05-09

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11875158, 11375005)

作者简介: 安思雨(1993-), 女, 辽宁锦州人, 硕士研究生, 从事原子核结构研究; E-mail: [lsphysics\\_15ansiyu@163.com](mailto:lsphysics_15ansiyu@163.com)

† 通信作者: 张宇, E-mail: [dlzhangyu\\_physics@163.com](mailto:dlzhangyu_physics@163.com)。

$$H_{X(n)} = -\frac{\hbar^2}{2B} \left[ \frac{1}{\beta^{n-1}} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^{n-1} \frac{\partial}{\partial \beta} - \frac{1}{3(\beta \hbar)^2} \hat{L}^2 \right] + V(\beta), \quad (2)$$

其中,

$$V(\beta) = \begin{cases} 0, & \beta \leq \beta_W, \\ \infty, & \beta > \beta_W. \end{cases} \quad (3)$$

为了方便描述, 我们在本文中对于  $X(5)$  临界点对称性<sup>[2]</sup>只考虑  $\beta$  振动激发和转动激发, 而对于  $\gamma$  振动激发部分由于激发能较高在本文中不予考虑; 而对于  $X(3)$ <sup>[9]</sup> 和  $X(4)$ <sup>[10]</sup> 临界点对称性, 由于  $\gamma$  自由度已经冻结在  $\gamma=0^\circ$ , 所以我们可以把3种不同维临界点对称性的集体哈密顿量的微分形式统一表达为式(2)(有关  $X(n)$  临界点对称性更为具体地描述可以参考文献[2, 9–10])。对于单粒子激发, 我们采用形变壳模型哈密顿量来描述<sup>[16]</sup>, 其具体形式为

$$H_{\text{sp}} = \sum_i E_{\Omega_i}^i f_{i\Omega_i}^\dagger f_{i\Omega_i}. \quad (4)$$

其中:  $f_{i\Omega_i}^\dagger$  ( $f_{i\Omega_i}$ ) 是第  $i$  条 Nilsson 轨道上价核子的产生(湮灭)算符, 而  $E_{\Omega_i}^i$  代表对应的单粒子能级。利用角动量公式

$$\hat{L}^2 = (\hat{J} - \hat{j})^2 = \hat{j}^2 + \hat{j}^2 - 2(\hat{J}_z \hat{j}_z) - \hat{J}_+ \hat{j}_- - \hat{J}_- \hat{j}_+, \quad (5)$$

(其中  $\hat{j}_\pm = \mp(\hat{j}_x \pm i\hat{j}_y)$ ), 可以将总哈密顿量重新分解为

$$H = H'_{X(n)} + H_{\text{sp}} + H'. \quad (6)$$

其中

$$H'_{X(n)} = -\frac{\hbar^2}{2B} \left[ \frac{1}{\beta^{n-1}} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^{n-1} \frac{\partial}{\partial \beta} - \frac{1}{3(\beta \hbar)^2} \hat{j}^2 \right] + V(\beta), \quad (7)$$

$$H' = \frac{\hat{j}^2}{6B\langle \beta^2 \rangle} - \frac{2(\hat{J}_z \hat{j}_z) + \hat{J}_+ \hat{j}_- + \hat{J}_- \hat{j}_+}{6B\langle \beta^2 \rangle}. \quad (8)$$

在式(8)中,  $\beta^2$  已经由其在基态下的平均值  $\langle \beta^2 \rangle$  来近似取代。在具体计算中,  $H'$  经常作为小量而忽略<sup>[17]</sup>。在这样的近似下, 本征方程  $H\Psi = E\Psi$  可以分成两部分:

$$H'_{X(n)}\varphi(\beta, \theta_k) = E_\beta\varphi(\beta, \theta_k) \quad (9)$$

及

$$H_{\text{sp}}|\phi_{\Omega_i}\rangle = E_{\Omega_i}^i |\phi_{\Omega_i}\rangle. \quad (10)$$

其中, 集体波函数的形式为

$$\varphi(\beta, \theta_k) = \sqrt{\frac{2J+1}{8\pi^2}} \xi(\beta) D_{M,K}^J(\theta_k), \quad (11)$$

而单粒子波函数满足

$$\hat{j}_z |\phi_{\Omega_i}\rangle = \Omega_i \hbar |\phi_{\Omega_i}\rangle, \quad (12)$$

总的波函数则可以表示为

$$\Psi(\beta, \theta_k; \Omega_i) = \sqrt{\frac{2J+1}{8\pi^2}} \xi(\beta) D_{M,K}^J(\theta_k) |\phi_{\Omega_i}\rangle, \quad (13)$$

而总能量为  $E = E_\beta + E_{\Omega_i}^i$ 。另外, 由于轴对称量子系统绕对称轴的集体转动是不可观测的<sup>[17]</sup>, 所以系统总角动量在内禀对称轴上的投影与单粒子角动量的三分量相等, 即  $K = \Omega_i$ 。容易看出,  $H'_{X(n)}$  描述的是集体激发, 而  $H_{\text{sp}}$  描述的是单粒子激发。奇  $A$  核的集体转动带通常建立在明确的单粒子激发位形上的, 而带内结构由集体运动决定。基于这样的考虑, 式(4)中的单粒子激发能  $E_{\Omega_i}^i$  就可以简单地通过拟合集体带的带头能量实验值来决定。利用变量代换  $\varepsilon_\beta = 2BE_\beta/\hbar^2$  和  $u = 2BV/\hbar^2$ , 可以将本征值方程

$$H'_{X(n)}\varphi(\beta, \theta_k) = E_\beta\varphi(\beta, \theta_k) \quad (14)$$

进行分离变量得到

$$\hat{j}^2 D_{M,K}^J(\theta_k) = J(J+1)\hbar^2 D_{M,K}^J(\theta_k) \quad (15)$$

和

$$\left[ -\frac{1}{\beta^{n-1}} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^{n-1} \frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{1}{3\beta^2} J(J+1) + u(\beta) \right] \xi(\beta) = \varepsilon_\beta \xi(\beta). \quad (16)$$

代入  $F(\beta) = \beta^{(n-2)/2} \xi(\beta)$  以及  $z = \beta \sqrt{\varepsilon_\beta}$ , 可以将方程(16)在无限深势阱内部的情形进一步表示为贝塞尔方程

$$F'' + \frac{F'}{z} + \left[ 1 - \frac{v^2}{z^2} \right] F = 0. \quad (17)$$

其中, 贝塞尔方程的阶次为

$$v = \sqrt{\frac{J(J+1)}{3} + \frac{(n-2)^2}{4}}. \quad (18)$$

利用无限深势阱边界条件  $\xi(\beta_W) = 0$ , 可得到本征值  $\varepsilon_{\beta;s,J} = (k_{s,J})^2$ , 其中  $k_{s,J} = \frac{x_{s,J}}{\beta_W}$ , 而  $x_{s,J}$  代表贝塞尔函数  $J_v(k_{s,J}\beta)$  的第  $s$  个零点值。相关本征函数可以进一步表示为

$$\xi_{s,J}(\beta) = c_{s,J} \beta^{-(n-2)/2} J_v(k_{s,J}\beta), \quad (19)$$

其中归一化常数  $c_{s,J}$  可以由归一化条件

$$\int_0^{\beta_W} \xi_{s,J}^2(\beta) \beta^{n-1} d\beta = 1 \quad (20)$$

来决定。经过对称化, 总波函数最后可以表示为

$$\Psi(\beta, \theta_k; \eta) = \sqrt{\frac{2J+1}{16\pi^2}} \xi(\beta) [D_{M,K}^J(\theta_k) |\phi_K\rangle + (-)^{J+K} D_{M,-K}^J(\theta_k) |\phi_{\bar{K}}\rangle], \quad (21)$$

其中:  $|\phi_{\bar{K}}\rangle$  是  $|\phi_K\rangle$  的时间反演态。上述建立奇  $A$  核临界点对称性的过程是通过将原有  $X(n)$  临界点对称性在强耦合极限下耦合上单个费米子来实现的, 故相关临界点对称性可命名为  $SX(n)$ 。需要指出的是,  $SX(3)$  临界点对称性的哈密顿量已经在我们之前工作中给出<sup>[15]</sup>, 而这里我们把强耦合方案扩展到任意  $n$  维情形, 来建立  $SX(n)$  临界点对称性。

为了进一步计算电四极跃迁几率, 这里采用的四极跃迁算符由两部分构成, 既  $T^{(E2)} = T_B + T_F$ 。其中,  $T_B$  只作用在系统的偶偶核心部分, 而  $T_F$  作用在单粒子部分。如果只考虑集体部分的贡献, 则只需考虑  $T_B$  的贡献即可, 其具体定义为

$$T_B = t\beta[D_{u,0}^2 \cos \gamma + \frac{1}{\sqrt{2}}(D_{u,2}^2 + D_{u,-2}^2) \sin \gamma], \quad (22)$$

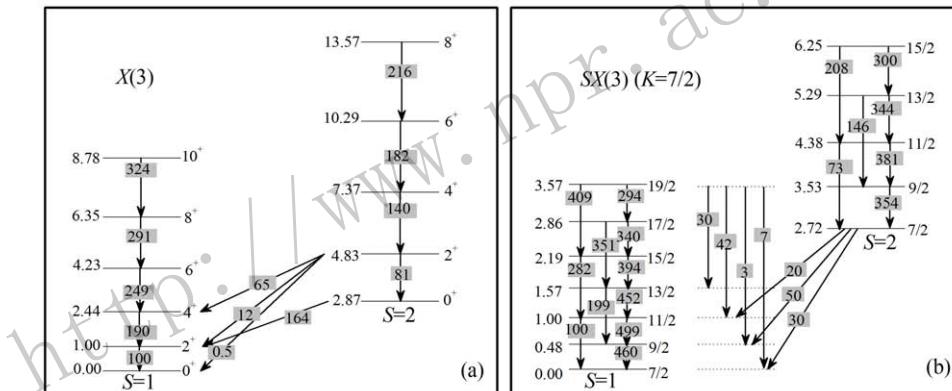


图 1 (a)  $X(3)$  临界点对称性的基态带( $s=1$ )和 $\beta$ 振动带( $s=2$ )的能谱结构(对应  $K=0$ ); (b)  $SX(3)$  临界点对称性基于  $K=7/2$  单粒子位形的强耦合转动带( $s=1$ )及相应的 $\beta$ 振动带( $s=2$ )的能谱结构, 其中, 所有激发能级已经归一化到  $E[(K+2)_1] = 1$ , 而所有电四极跃迁几率归一化到  $B(E2; (K+2)_1 \rightarrow K_1) = 100$

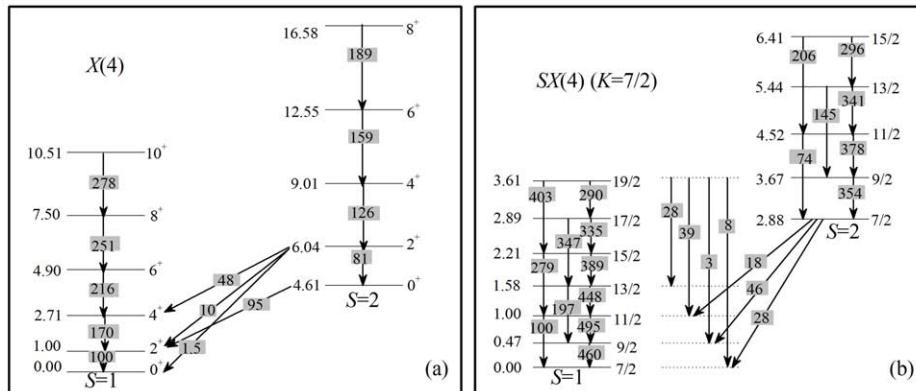


图 2 (a)  $X(4)$  临界点对称性的基态带( $s=1$ )和 $\beta$ 振动带( $s=2$ )的能谱结构(对应  $K=0$ ); (b)  $SX(4)$  临界点对称性基于  $K=7/2$  单粒子位形的强耦合转动带( $s=1$ )及相应的 $\beta$ 振动带( $s=2$ )的能谱结构, 其中, 所有激发能级已经归一化到  $E[(K+2)_1] = 1$ , 而所有电四极跃迁几率归一化到  $B(E2; (K+2)_1 \rightarrow K_1) = 100$

其中  $t$  代表有效电荷。由于  $\gamma$  自由度已经冻结在  $\gamma=0^\circ$ , 导致只有  $\Delta K=0$  的跃迁是允许的。经过推导, 带内电四极跃迁几率最后可以解析地表达为

$$B(E2; KsJ \rightarrow K's'J') = t^2 \langle JK20 | J'K \rangle^2 I_{sJ; s'J'}^2, \quad (23)$$

其中的径向积分部分如下给出:

$$I_{sJ; s'J'} = \int_0^{\beta_W} \xi_{s,J}(\beta) \xi_{s',J'}(\beta) \beta^n d\beta. \quad (24)$$

### 3 奇偶临界点对称性比较

为了认识  $SX(n)$  临界点对称性的动力学结构, 我们以价核子占据  $K=7/2$  Nilsson 轨道为例, 在图 1~3 中分别给出了  $SX(3)$ ,  $SX(4)$  和  $SX(5)$  模型的强耦合转动带及相应  $\beta$  振动带的谱结构。另外, 为了与其对应的

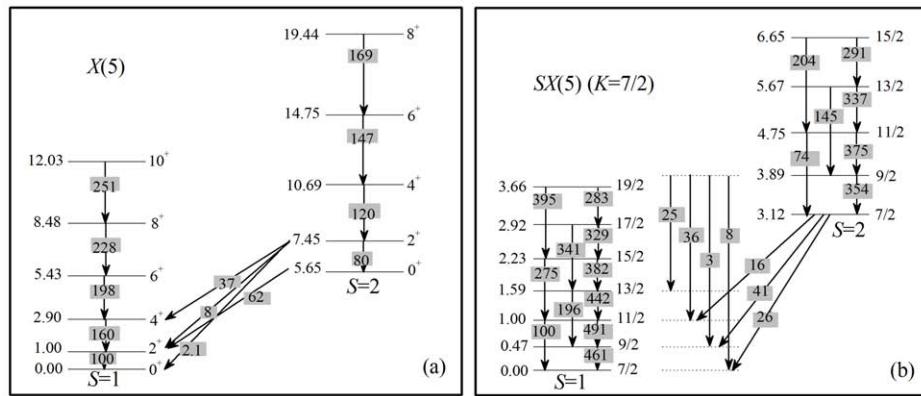


图3 (a) \$X(5)\$临界点对称性的基态带(\$s=1\$)和\$\beta\$振动带(\$s=2\$)的能谱结构(对应\$K=0\$); (b) \$SX(5)\$临界点对称性于\$K=7/2\$单粒子位形的强耦合转动带(\$s=1\$)及相应的\$\beta\$振动带(\$s=2\$)的能谱结构, 其中, 所有激发能级已经归一化到\$E[(K+2)\_1]=1\$, 而所有电四极跃迁几率归一化到\$B(E2; (K+2)\_1 \rightarrow K\_1)=100\$

偶偶核临界点对称性进行比较, 我们在图中也相应给出了\$X(n)(n=3,4,5)\$临界点对称性的基态带和\$\beta\$振动带的激发谱结构。从图1中可以看到, \$SX(3)\$临界点对称性低激发谱由\$\Delta J=1\$转动带组成, 而\$X(3)\$临界点对称性的低激发结构是由\$\Delta L=2\$转动带组成, 所以\$SX(3)\$模型的能级密度要比\$X(3)\$模型的能级密度大得多, 相应能谱结构也复杂得多。进一步还可以看到, \$SX(3)\$模型中\$\Delta J=2\$的带内电四极跃迁几率随角动量增加是单调递增的, 而\$\Delta J=1\$带内电四极跃迁几率随角动量增加几乎是单调递减的。同样演化特征也出现在更为简单的刚性转子模型中, 这一点可以从刚性转子模型所对应的Alaga rules来理解, 即刚性轴对称转子带内电四极跃迁几率比(只依赖相应CG系数)可以解析地表示为

$$\frac{B(E2; J+\Delta J \rightarrow J)}{B(E2; J \rightarrow J-\Delta J)} = \frac{\langle (J+\Delta J)K | 20 | JK \rangle^2}{\langle JK | 20 | (J-\Delta J)K \rangle^2}。 \quad (25)$$

利用上式可以发现相邻态之间的跃迁几率比当\$\Delta J=2\$时总是大于1, 而当\$\Delta J=1\$时则小于1, 进而可知轴对称刚性转子模型的带内电四极跃迁几率随角动量的演化特征与\$SX(3)\$模型的特征是定性一致的。从式(23)容易看到两个模型的带内跃迁几率比只差一个径向积分的贡献, 而这部分贡献并不改变跃迁几率比随角动量变化的单调性。另外可以看到, \$SX(3)\$模型的带间电四极跃迁几率比带内跃迁几率要小大概一个量级。从图2和图3中看到, 随着模型维数\$n\$增加, \$X(n)\$临界点对称性的能谱特征则越趋向转动结构, 这点可以从典型能级比\$E(4\_1)/E(2\_1)\$随\$n\$的变化来体现。具体地, 这一能级比在\$X(3), X(4)\$和\$X(5)\$模型中分别为2.44, 2.71和2.90, 而刚性轴对称转子的\$L(L+1)\$规律给出该能级比为3.33。另外, 能级比\$E(0\_2)/E(2\_1)\$在\$X(3),

\$X(4)\$和\$X(5)\$模型中分别为2.87, 4.16和5.65, 进一步体现了\$X(n)\$临界点对称性的能谱结构受维数\$n\$影响较大。与之相比, \$SX(n)\$临界点对称性的能谱结构随\$n\$增加, 变化相对较小。例如, 相应的典型能级比\$E((K+4)\_1)/E((K+2)\_1)\$在\$SX(3), SX(4)\$和\$SX(5)\$模型中分别为2.19, 2.21和2.23, 而刚性轴对称转子的\$J(J+1)\$规则表明该能级比为2.4。此外, 典型能级比\$E(K\_2)/E((K+2)\_1)\$在\$SX(3)SX(4)\$和\$SX(5)\$模型中分别为2.72, 2.88和3.12。总体来说, 与\$X(n)\$临界点对称性相比, \$SX(n)\$临界点对称性的动力学结构随模型维数\$n\$变化较小, 而且其转动特征更接近刚性轴对称转子, 这一特点将在下一节中得到进一步检验。

#### 4 模型检验

为了检验\$SX(n)\$临界点对称性的模型效度, 我们选择\$^{150,151,152,153}\text{Sm}\$<sup>[19-22]</sup>作为实验对应。选择这些核素的原因是基于\$^{150,152}\text{Sm}\$通常被考虑为\$X(n)\$临界点对称性的实验候选者<sup>[4]</sup>, 所以其相邻同位素\$^{151,153}\text{Sm}\$自然可以作为本文中的\$SX(n)\$临界点模型的实验对应。我们在图4中列出了相关模型计算的特定转动带的转动能和带内电四极跃迁几率随角动量变化的行为。图4中的实验值为偶Sm核素基态带的结果以及奇Sm核素中建立在Nilsson轨道\$11/2[505]\$上的转动带的结果。从图4(a)和图4(c)中可以看到, \$X(n)\$临界点对称性与刚性转子相比相当于一个\$\beta\$软的轴对称转子。此外, \$X(n)\$的计算结果可以合理地再现临界核\$^{150,152}\text{Sm}\$基态带性质随角动量的演化行为, 进而肯定了这些临界核素的转振相变特征。而从图4(b)和图4(d)中可以看到, 当\$X(n)\$临界点对称性耦合上一个单粒子后, 所得到的\$SX(n)\$临界点模型的动力学性质

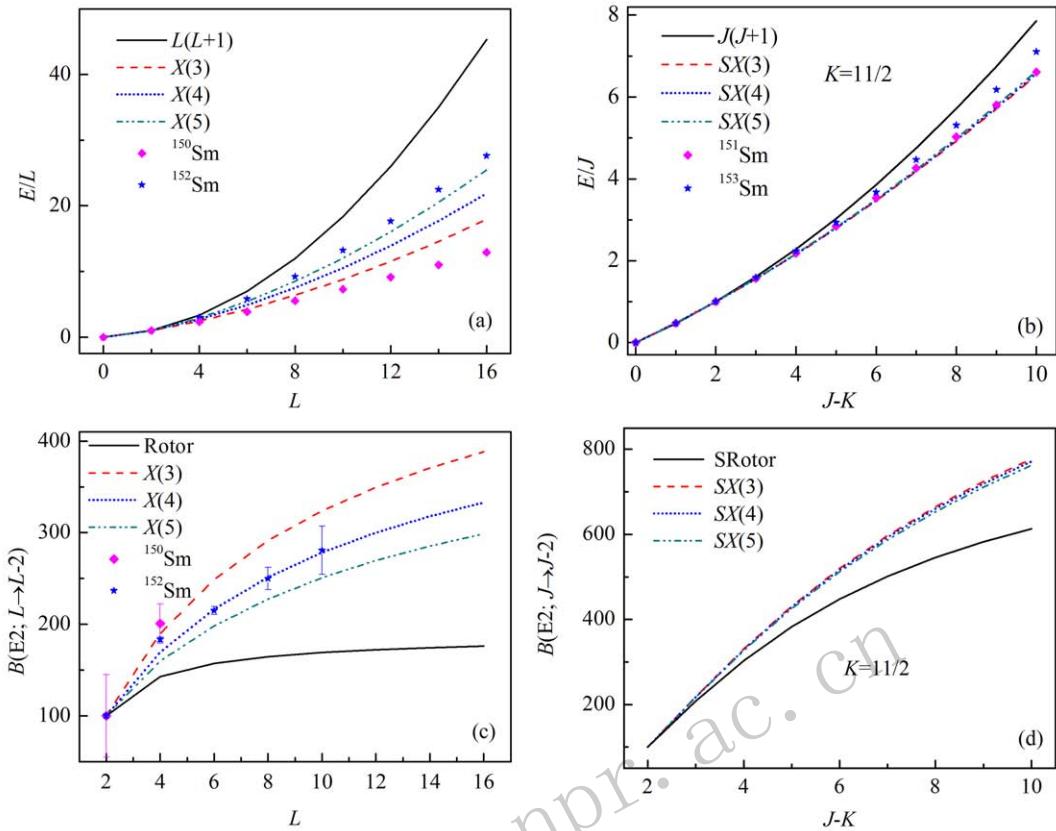


图 4 (在线彩图)(a) 相关模型对 $^{150,152}\text{Sm}$ 基态带的能级描述, 其中理论值和实验值已经归一化到 $E(2_1) = 1$ ; (b) 相关模型对 $^{151,153}\text{Sm}$ 中建立在 $11/2[505]\text{Nilsson}$ 轨道位形上的强耦合转动带能级的描述, 其中所有计算值已经减去带头能并归一化到 $E(15/2^-) = 1$ ; (c) 与子图(a)中对应的基态带带内四极跃迁几率随角动量变化行为, 其中理论和实验值已经归一化到 $B(\text{E}2; 2_1 \rightarrow 0_1) = 100$ , 图中“Rotor”代表轴对称刚性转子模型的计算结果<sup>[18]</sup>; (d) 与子图(b)中对应的强耦合带带内四极跃迁几率随角动量变化行为, 其中理论和实验值已经归一化到 $B(\text{E}2; 15/2^- \rightarrow 11/2^-) = 100$ , 图中“SRotor”代表强耦合极限下轴对称粒子转子模型的计算结果<sup>[17]</sup>, 相关实验数据取自文献<sup>[19–22]</sup>

在  $n$  不同时差别不大, 且与强耦合极限下粒子转子模型之间的差别也明显小于图 4(a) 和图 4(c) 中显示的临界点对称性  $X(n)$  与刚性转子模型的差别。简而言之, 这些结果表明与临界偶偶核相邻的强耦合奇  $A$  核系统的性质应该变得更接近刚性转子, 或者说这些临界点附近的强耦合奇  $A$  核系统的形状更接近长椭球, 这一点也恰恰反映了相变核系统形状随核子数迅速变化的特点。进一步从图 4(b) 中看到,  $^{151,153}\text{Sm}$  的强耦合转动带随角动量的演化行为可以由  $SX(n)$  临界点对称性的结果合理地再现, 且略向刚性转子方向偏离, 一定程度上肯定了上面的理论预言: 即在临界偶偶核中增加一个价核子, 系统的形变将增加。这一点与相变偶偶核系统(例如稀土区  $N = 90$  核素)在增加两个中子后基态形变明显增加的图像是一致的<sup>[23]</sup>, 不过奇  $A$  核的形变驱动效应与价核子轨道位形密切相关, 所以本文中提到的有关临界奇  $A$  核系统形变增加更多指的是临界奇  $A$  核中强耦合带对应的系统形变与相邻偶偶核的基

态形变相比更接近轴对称刚性转子(长椭球形变)。由于 $^{172}\text{Os}$ 可以作为  $X(3)$  临界点对称性的实验候选者<sup>[9]</sup>, 所以其相邻核素也可以拿来检验  $SX(n)$  临界点对称性的模型效度和理论预言。为此, 我们在图 5 中给出了 $^{172,173,174,175}\text{Os}$ <sup>[24–27]</sup>的相关实验数据与有关模型计算。其中, 奇 Os 核素的转动结构是建立在 Nilsson 轨道  $5/2[512]$  位形上强耦合转动带。从图 5 中可以看到, 奇偶 Os 核的实验结果可以分别在  $X(n)$  和  $SX(n)$  临界点对称性中合理地再现。而且与图 4 中的情形类似, 图 5 中的结果表明奇 Os 核基于  $5/2[512]$  强耦合带结构相比于其相邻偶 Os 同位素更接近于刚性转子, 进一步肯定了  $SX(n)$  临界点对称性的模型特征。需要指出的是, 临界奇  $A$  核系统低激发结构中有可能存在着多种形状共存的现象<sup>[28]</sup>, 而上面的讨论的结果只是针对强耦合转动结构而言。另外, 由于缺少 $^{151,153}\text{Sm}$ ,  $^{173,175}\text{Os}$  核以及 $^{174}\text{Os}$  的电四极跃迁实验数据, 图 4(d) 和图 5(d) 中有关电四极跃迁几率的理论结果仍有待检验。

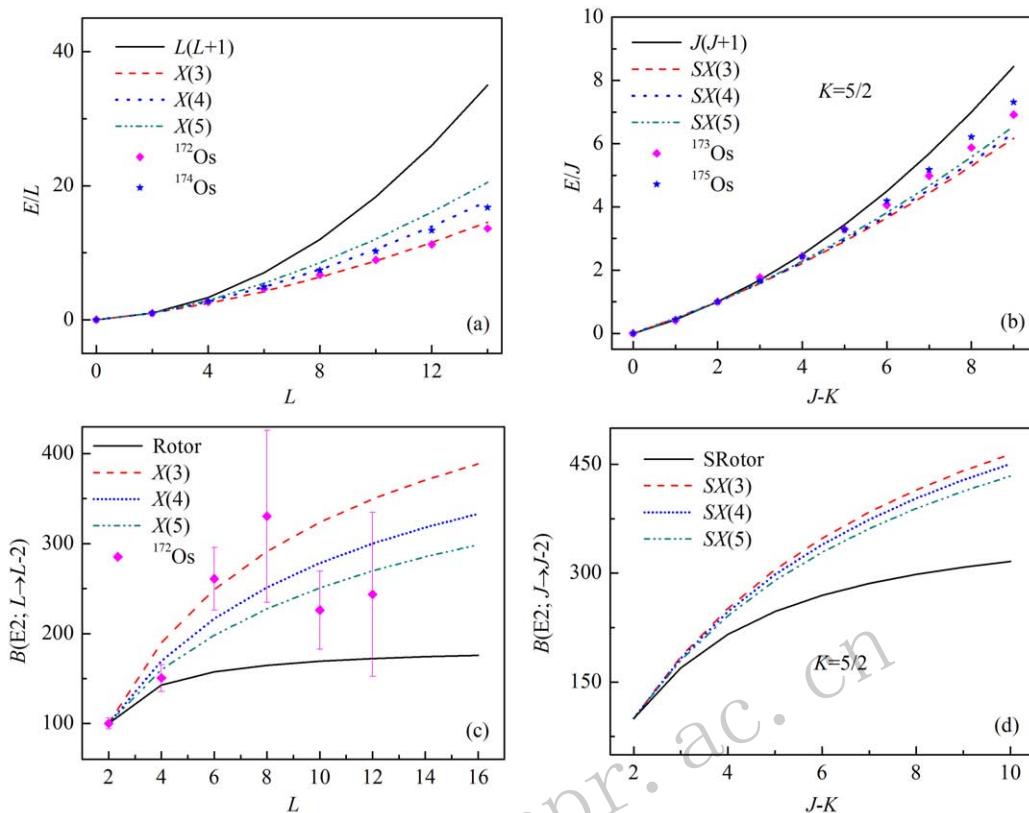


图 5 (在线彩图) (a) 相关模型对 $^{172},^{174}\text{Os}$ 基态带的能级的描述, 其中理论值和实验值已经归一化到 $E(2_1)=1$ ; (b) 相关模型对 $^{173},^{175}\text{Os}$ 中建立在 $5/2[512]$ Nilsson轨道位形上的强耦合转动带能级的描述, 其中所有计算值已经减去带头能并归一化到 $E(9/2^-)=1$ ; (c) 与子图(a)中对应的基态带带内四极跃迁几率随角动量变化行为, 其中理论和实验值已经归一化到 $B(E2; 2_1 \rightarrow 0_1)=100$ , 图中“Rotor”代表轴对称刚性转子模型的计算结果<sup>[18]</sup>; (d) 与子图(b)中对应的强耦合带带内四极跃迁几率随角动量变化行为, 其中理论和实验值已经归一化到 $B(E2; 9/2^- \rightarrow 5/2^-)=100$ , 图中“SRotor”代表强耦合极限下轴对称粒子转子模型的计算结果<sup>[17]</sup>。相关实验数据取自文献[24–27]

## 5 结论

临界点对称性概念对于认识相变点附近的偶偶核系统动力学结构及其演化规律起到了非常重要的作用, 是描述原子核形状相变的标准模型方法之一。与偶偶核系统相比, 奇A核的低激发结构通常既包含集体激发又包含单粒子激发, 因而更为复杂。为了认识球形到长椭球形状相变点附近的奇A核结构, 本文在强耦合极限下, 将原有一组描述偶偶核系统球形到长椭球形状相变的 $X(n)$ ( $n=3, 4, 5$ )临界点对称性扩展到奇A核系统, 建立了 $SX(n)$ 临界点对称性模型。经过推导, 我们给出了 $SX(n)$ 临界点模型的近似解析解。以 $K=7/2$ 为例, 通过与原有 $X(n)$ 临界点对称性进行比较, 本文进一步分析了 $SX(n)$ 临界点对称性的典型谱特征。利用该模型, 检验了相关Sm与Os核素在转动动力学性质上的奇偶差别, 初步证实 $SX(n)$ 临界点对称性可以合理地描述临界奇Sm和奇Os核素中的强耦合结构, 并揭示这些奇A核中的强耦合转动结构与相邻的临界偶偶核结

构相比更加接近刚性转子特征。由于尚缺少有关奇Sm核和奇Os核强耦合转动带的电四极跃迁实验数据, 所以对 $SX(n)$ 临界点对称性的进一步系统检验仍是非常必要的, 这将是我们的后续研究工作。另外需要指出的是, 由于本文旨在讨论奇A核系统的强耦合极限情形, 故在求解 $SX(n)$ 模型时忽略了式(7)中 $H'$ 项来得到一个近似解析解, 更精确的计算显然需要考虑此项的贡献, 进而可以更合理地考虑科里奥利力对 $SX(n)$ 模型中强耦合转动带结构的影响。此外, 奇A核的转动谱中还存在很多退耦合带, 此时科里奥利力将起到非常重要的作用而不能忽略<sup>[29]</sup>, 如何将 $X(n)$ 模型进行推广以描述临界奇A核谱中的退耦合带也将是我们今后的研究方向。

## 参考文献:

- [1] IACHELLO F. Physical Review Letter, 2000, **85**: 3580.
- [2] IACHELLO F. Physical Review Letter, 2001, **87**: 052502.
- [3] CASTEN R F, ZAMFIR N V. Physical Review Letter, 2000, **85**: 3584.

- [4] CASTEN R F, ZAMFIR N V. Physical Review Letter, 2001, **87**: 052503.
- [5] CLARK R M, MACCHIAVELLI A O, FORTUNATO L, et al. Physical Review Letter 2006, **96**: 032501.
- [6] ZHANG Yu, PAN Feng, LIU Yuxin, et al. Journal of Physics B, 2010 **43**: 225101.
- [7] ZHANG Yu, HOU Zhanfeng, CHEN Huan, et al. Physical Review C, 2008, **78**: 024314.
- [8] BONATSOS D, LENIS D, PETRELLIS D, et al. Physics Letter B, 2005 **621**: 102.
- [9] BONATSOS D, LENIS D, PETRELLIS D, et al. Physics Letter B, 2006 **632**: 238.
- [10] BUDACA R, BUDACA A I. Physics Letter B, 2016 **759**: 349.
- [11] ZHANG Yu, PAN Feng, LIU Yuxin, et al. Physical Review C, 2017, **96**: 034323.
- [12] IACHELLO F. Physical Review Letter, 2005, **95**: 052503.
- [13] ALONSO C E, ARIAS J M, VITTURI A. Physical Review Letter, 2007, **98**: 052301.
- [14] ZHANG Yu, PAN Feng, LIU Yuxin, et al. Physical Review C, 2010, **82**: 034327.
- [15] ZHANG Yu, PAN Feng, LIU Yuxin, et al. Physical Review C, 2011, **84**: 054319.
- [16] NILSSON S G, RAGNARSSON I. Shapes and Shells in Nuclear Structure[M]. Cambridge: Cambridge University Press, England, 1995.
- [17] GREINER W, MARUHN J A. Nuclear Models[M]. Springer-Verlag, Berlin, 1996.
- [18] LI Qiuyue, WANG Xiaoxia, ZUO Yan, et al. Chinese Physics C, 2016, **40**: 014101.
- [19] DER MATEOSIAN E, TULI T K. Nuclear Data Sheets, 1995, **75**: 827.
- [20] ARTNA-COHEN A. Nuclear Data Sheets, 1996, **79**: 1.
- [21] SINGH B. Nuclear Data Sheets, 1997, **80**: 263.
- [22] HELMER R G. Nuclear Data Sheets, 2006, **107**: 507.
- [23] CASTEN R F, MCCUTCHAN E A. Journal of Physics G, 2007 **34**: R285.
- [24] SINGH B. Nuclear Data Sheets, 1995, **75**: 199.
- [25] SHIRLEY V S. Nuclear Data Sheets, 1995, **75**: 377.
- [26] BROWNE E, JUNDE H. Nuclear Data Sheets, 1999, **87**: 15.
- [27] BASUNIA M S. Nuclear Data Sheets, 2004, **102**: 719.
- [28] ZHANG Yu, PAN Feng, LIU Yuxin, et al. Physical Review C, 2013, **88**: 014304.
- [29] ZHANG Yu, PAN Feng, LUO Yanan, et al. Physical Review C, 2012, **86**: 044312.

## Strong-coupling Critical Point Symmetries for Axially-symmetric Odd-*A* Nuclei

• AN Siyu, JIANG He, DONG Wenting, ZHANG Yu<sup>†</sup>

(School of Physics and Electronic Technology, Liaoning Normal University, Dalian 116029, Liaoning, China)

**Abstract:** In view of the successful application of the methods based on critical point symmetries (CPSs) in nuclear shape phase transitions, the new CPSs named *SX(n)* are established in this work for axially-symmetric odd-*A* nuclei through extending the original *X(n)* CPSs with *n* = 3, 4, 5, which were used to describe the spherical to prolate shape phase transitions in even-even nuclei, in the strong-coupling scheme. By comparing the spectral structures in between the *X(n)* and the *SX(n)* CPSs, it is revealed that the dynamical structures of *SX(n)* are closer to the rigid rotor and less changed with the model dimension in comparison with *X(n)*. Moreover, these features of *SX(n)* are preliminarily verified by checking the rotational structures of <sup>150,151,152,153</sup>Sm and <sup>172,173,174,175</sup>Os nuclei.

**Key words:** shape phase transition; critical point symmetry; strong coupling; collective model

Received date: 2 Mar. 2018; Revised date: 9 May 2018

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (11875158, 11375005)

<sup>†</sup> Corresponding author: ZHANG Yu, E-mail: dlzhangyu.physics@163.com.