New Physics: Sae Mulli,
Vol. 74, No. 1, January 2024, pp. 46∼51
http://dx.doi.org/10.3938/NPSM.74.46

Check for updates

Fragment Comparative Study of DJBUU and SQMD with Na Isotope

Dae Ik KIM* · Chang-Hwan LEE†
Department of Physics, Pusan National University, Busan 46241, Korea

Kyungil KIM
Institute for Rare Isotope Science, Institute for Basic Science, Daejeon 34000, Korea

Youngman KIM
Center for Exotic Nuclear Studies, Institute for Basic Science, Daejeon 34126, Korea

Sangyong JEON
Department of Physics, McGill University, Montreal, Quebec H3A2T8, Canada

(Received 19 October 2023 : revised 31 October 2023 : accepted 31 October 2023)

In this research, we perform numerical simulations of ^{20}Na+^{208}Pb reactions to study heavy ion collisions with an isotope that will be produced at RAON accelerator. We use two different models, Daejeon Boltzmann-Uheling-Ulenbeck (DJBUU) transport model and Sindong Quantum Molecular Dynamics (SQMD) transport model. We compare fragments identified at the end of simulation time. We find that there are noticeable differences in the biggest fragment(BF) produced between DJBUU and SQMD. To describe heavy ion collisions more precisely, We discuss initial conditions in transport model simulation, such as distance between projectile and target nuclei, and improvement plans of each models.

Keywords: Heavy-ion collision, Transport model, Fragment production

나트륨 동위원소 빔 중이온 충돌 모사에서 파편핵 생성 비교

김대익* · 이창환†
부산대학교 물리학과, 부산 46241, 대한민국

김경일
기초과학연구원 중이온가속기연구소, 대전 34000, 대한민국

김영만
기초과학연구원 희귀핵연구단, 대전 34126, 대한민국

전상용
맥길대학교 물리학과, 몬트리올, 퀘백 H3A2T8, 캐나다

(2023년 10월 19일 받음, 2023년 10월 31일 수정본 받음, 2023년 10월 31일 게재 확정)

This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

본 연구에서는 국내 건설된 중이온가속기 라온(RAON)에서 생성될 동위원소를 사용한 중이온 충돌을 연구하기 위해 ^{20}Na+^{208}Pb 충돌계에 대해 수치 모사를 수행한다. 서로 다른 방식으로 중이온 충돌을 모사하는 수송 모형인 DJBUU (DaeJeon Boltzmann-Uheling-Ulenbeck) 모형과 SQMD (Sindong Quantum Molecular Dynamics) 모형을 이용하여 결과를 비교한다. 비교 대상은 시뮬레이션의 종료 시간에 확인된 파편핵이다. DJBUU와 SQMD에서 형성된 가장 큰 파편핵(BF) 사이에 큰 차이가 있음을 확인한다. 보다 정확하게 중이온 충돌을 모사하기 위해서, 표적핵과 빔 사이 거리 등 수송 모형 모사에서의 초기 조건과 모형 별 개선점에 대해 논한다.

Keywords: 중이온 충돌, 수송 모형, 파편핵 생성

I. 소 개

건설되고 있거나 가동 중인 세계 각지의 희귀동위원소 빔 시설은 중성자 과잉 또는 양성자 과잉 동위원소 등을 생성하고 이를 이용한 중이온 충돌 실험을 가능하게 하여 핵물리학, 천체물리학 등 학문 분야에 크게 기여할 수 있을 뿐만 아니라 중입자 의료 등 의료 분야나 핵폐기물 처리 등 여러 문제에 유용한 정보를 제공할 것으로 기대된다 [1, 2]. 국내에서 건설된 희귀동위원소 빔 시설인 중이온 가속기 라온(Rare isotope Accelerator complex for ON-line experments: RAON)은 최근 나트륨을 포함한 여러 동위원소의 생성 및 검출에 성공하고, 희귀동위원소를 이용한 실험을 앞두고 있어 큰 기대를 얻고 있다.

이에 발 맞추어 희귀동위원소 빔을 이용한 중이온 충돌을 수치 모사할 수 있는 여러 가지 이론 모형이 개발되어 왔으며, 수송 모형은 그 중 하나이다. 수송 모형은 전체 시간 변화에 따른 전체 중이온 충돌을 모사할 수 있어, 중간에 생성된 높은 중입자 밀도 환경의 영향을 연구할 수 있다는 장점을 가지고 있다. 수송 모형은 크게 두 가지 모형으로 나눌 수 있다. 첫 번째는 볼츠만 방정식에 기반한 볼츠만-우헬링-울렌벡(BUU) 모형으로 pBUU [3], GIBUU [4], SMASH [5]등이 있다. 두 번째는 분자역학 모형에 양자효과를 포함하여 확장한 양자분자역학(QMD) 모형으로 AMD [6], IQMD [7], UrQMD [8]등이 있다. 이들은 가정과 적용된 상태방정식, 세부 모사 방식등에서 차이를 가지며, 비교 연구가 활발히 이루어지고 있다 [9–12]. 국내에서도 라온에서 수행될 중이온 충돌을 수치 모사하기 위한 목적으로 각각 BUU 모형과 QMD 모형에 속하는 DJBUU (Daejeon Boltzmann-Uheling-Ulenbeck) 모형과 SQMD (Sindong Quantum Molecular Dynamics) 모형을 개발 및 발전시켜왔다 [13,14].

본 연구는 DJBUU 충돌 모사에서 빔과 표적 사이 질량 사이가 큰 경우, 작은 충격 변수에도 큰 파편핵이 생성되는 현상을 SQMD를 통해 모사하고 비교한 Ref. 15의 후속 연구로 진행되었다. 라온에서 생성될 수 있는 동위원소 빔을 활용한 중이온 충돌에서 해당 현상을 확인하기 위해 질량수의 차이가 큰 ^{20}Na+^{208}Pb 충돌계를 DJBUU와 SQMD로 모사하였다. 반감기가 447.9(2.3) ms로 매우 짧은 ^{20}Na를 빔으로, 상대적으로 크고 안정한 ^{208}Pb를 표적으로 하였으며, 충돌 빔 에너지 $E_{\rm beam}$는 50 AMeV와 100 AMeV, 충격 변수 b 는 0, 3, 6 fm의 세 가지 값으로 하였다. 본 연구는 라온에서 생성될 Na 동위원소가 DJBUU와 SQMD에서 모사될 수 있는 지에 대한 여부 및 이를 이용한 파편핵 연구에 대한 가능성, 그리고 두 모형의 개선점 확인등을 목적으로 하였다.

본 논문의 구성은 아래와 같다. Section II에서는 중이온 충돌을 모사하는 두 수송 모형 DJBUU와 SQMD를 차이점 위주로 소개한다. Section III에서는 본 연구의 계산 결과로 얻어진 가장 큰 파편핵을 중심으로 결과의 차이를 비교 분석한다. 마지막으로 Sec. IV는 결론과 앞으로의 전망을 논의한다.

II. 모형 간의 차이

DJBUU와 SQMD 모형은 모두 수송 모형으로 준고전적, 미시적으로 중이온 충돌을 모사하는 공통점이 있으나, 각각 서로 다른 종류의 수송 모형 분류인 BUU 모형과 QMD 모형에 속하며, 핵력에 대응되는 상태 방정식이나 세부 모사 방식 등에도 다소 차이가 있다. 아래에서는 두 모형의 차이 중심으로 모형을 간략히 설명한다.

1. 핵자 묘사 및 초기화

두 모형은 서로 다른 방식으로 핵자를 모사하며 이는 BUU 모형과 QMD 모형의 차이점이기도 하다. DJBUU의 경우 BUU 모형에서 흔히 채택하는 시험 입자 가정(test

*Correspondence to: di.kim.phys@gmail.com
†Correspondence to: clee@pusan.ac.kr

particle ansatz)을 활용하였다. 이는 핵자를 여러 개의 시험 입자의 모음으로 묘사하는 방식이다. 시험 입자의 분포 함수는 일반적인 BUU 방정식에서는 디락 델타 함수(점 입자를 기술)와 가우시안 분포가 많이 쓰이나, DJBUU의 경우 아래와 같은 다항식 형태를 활용한 것이 특징이다.

$$g(u) = \mathcal{N}_{m,n}(1 - (u/a_{\rm cut})^m)^n \text{ for } 0 < u/a_{\rm cut} < 1 \quad (1)$$

$\mathcal{N}_{m,n}$는 규격화 상수이며, $m = 2$, $n = 3$, $a_{\rm cut} = 4.2$ fm 이다.

SQMD의 경우 핵자를 가우시안 파동 패킷으로 취급한다. 이는 QMD 모형에서 흔히 활용하는 방식이다. σ_r는 핵자의 폭에 해당하며 1.3 fm의 고정된 값이 적용되었다.

$$\psi_i(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi\sigma_r^2)^{3/4}} \exp\left(-\frac{(\vec{r}-\vec{r_i})^2}{4\sigma_r^2} + \frac{i}{\hbar}(\vec{p_i}\cdot\vec{r})\right) \quad (2)$$

각 수송 모형에서는 핵자를 특정 기준에 따라 분포시켜 빔과 표적에 해당하는 핵의 초기 상태를 표현하며, 이를 초기화라고 부른다. DJBUU에서는 현실적인 핵을 표현하기 위해, 핵구조 계산에서 얻어진 핵 밀도 분포에 맞게 핵자에 해당하는 시험 입자를 분포시키고, 페르미 운동량 이하의 운동량을 부여하는 방식으로 초기화를 수행한다. 본 연구에서는 상대론적 토마스 페르미 모형을 활용하였다. SQMD에서는 알려져 있는 핵 반지름과 페르미 운동량보다 작은 임의의 위치와 운동량를 갖는 핵자들을 생성한다. 이후 생성된 핵의 결합 에너지가 기준에 만족할 때까지 이를 반복하는 방식으로 초기화하여 현실적인 핵을 표현한다.

2. 전파 및 적용된 상태방정식

DJBUU와 SQMD는 각 시험입자(핵자)에 대해 운동 방정식을 풀어 새로운 위치와 운동량을 부여하는 전파(propagation)와 핵자-핵자 충돌을 단위 시간에 대해 모사하며, 이를 빔과 표적에 대응되는 전체 입자에 대해 초기 시간부터 최종 시간까지 반복하여 전체 중이온 충돌의 시간에 따른 과정을 모사한다. 핵자-핵자 충돌의 기준은 두 수송 모형에 큰 차이가 없어, 본 논문에서는 전파에서의 차이를 위주로 서술한다. DJBUU는 볼츠만-우헬링-울렌벡(Boltzmann-Uheling-Ulenbeck) 방정식, SQMD는 다체 해밀토니안으로부터 각각 시험 입자(핵자)에 대한 운동방정식을 얻을 수 있다. 각각에는 핵자가 느끼는 퍼텐셜이 적용되어 있으며 서로 다른 상태방정식에 맞춘 핵력이 반영되어 있다. DJBUU에는 상대론적 평균장 이론에 근거한 라그랑지안을 활용하며, C++ 기반으로 작성되어 모형 및 상태방정식을 비교적 쉽게 적용할 수 있어 활발히 활용되고 있다 [16]. 본 연구에서는 RMF에서 가장 흔히 활용되는 모형 중 하나인 Walecka model이 적용되었다. 이에 대한 라그랑지안은 아래와 같다.

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}\big[i\gamma_\mu\partial^\mu - g_\omega\gamma_0\omega^0 - g_\rho\gamma_0\tau_3\rho_3^3 - \frac{e}{2}\gamma_0(1+\tau^3)A^0 - (m_N + g_\sigma\sigma)\big]\psi \quad (3)$$

보존 커플링 상수 g_σ, g_ω, g_ρ는 각각 비압축성 계수 $K = 240$ MeV, 핵포화 밀도에서 결합 에너지 -16 MeV에 대응되는 파라미터 모음이다.

SQMD에는 QMD 모형에서 가장 흔히 활용되는 스컴퍼텐셜이 적용되어 있다.

$$U_{\rm skyrme} = \alpha\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right) + \beta\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^\gamma \quad (4)$$

α, β, γ는 각각 -218 MeV, 164 MeV, 4/3이며, 이는 각각 비압축성 계수 $K = 236$ MeV, 핵포화 밀도에서 결합 에너지 -16 MeV에 대응되는 파라미터 모음이다.

3. 파편핵 및 클러스터링

SQMD를 비롯한 QMD 모형의 경우 사건 별(event-by-event) 분석이 가능하여 본 연구에서 적용된 Minimul Spanning Tree (MST) 등 알고리즘을 이용하여 비교적 용이하게 파편핵을 확인할 수 있으나, DJBUU 모형을 비롯한 BUU 모형의 경우 시험 입자 방식의 탓으로 사건 별 분석이 어려운 특성을 보인다. 본 연구에서는 DJBUU를 이용한 중이온 충돌 모사에서 빔과 표적 사이 크기 차이가 큰 경우 충격 변수가 작은 중심 충돌(central collision)에서도 Fig. 1과 같이 충돌 후 큰 핵과 같은 덩어리가 남는 현상을 확인하고, 이를 해당 중이온 충돌 모사해서 확인된 가장 큰 파편핵(BF)으로 해석하였다.

본 연구에서는 두 모형에서 BF를 서로 다르게 정의하였다. DJBUU에서는 형성된 BF를 구성하는 핵자를 제외한 나머지 양성자와 중성자는 충분히 시간이 지난 경우 흩어져 매우 낮은 중입자 밀도가 됨을 근거로 하여 전체 위치 공간를 1 fm^3 단위 부피로 나눈 뒤 0.1 ρ_0 이상인 단위 부피 안의 양성자와 중성자의 갯수를 세어 반올림하는 방식으로 덩어리를 구성하는 원자 번호와 질량수를 얻어내었다. SQMD의 경우 MST 알고리즘을 활용하여 얻어낸 사건 별 형성된 파편핵 중 가장 질량수가 큰 원자핵을 BF로 정의하였다.

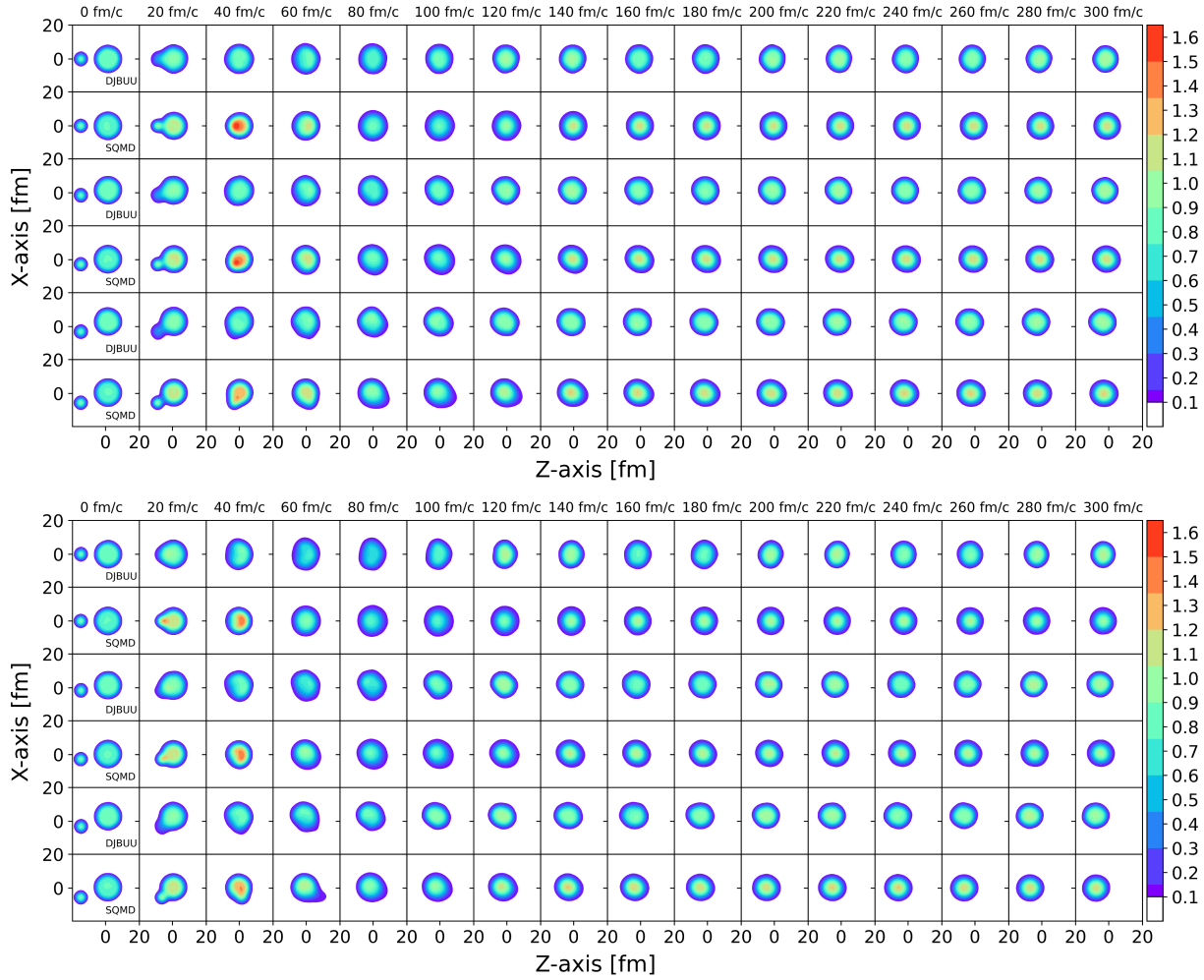

Fig. 1. (Color online) Density distribution in reaction plane. For comparison, the results of DJBUU and SQMD are shown alternatively. From top to bottom, the systems are ^{20}Na+^{208}Pb at $E_{\rm beam}$ = 50 AMeV (top), at $E_{\rm beam}$ = 100 AMeV (bottom), respectively. In each figure, impact parameters are $b = 0$ fm in the first two lows, $b = 3$ fm in the middle, and $b = 6$ fm in the last two lows, Central region is plotted up to 20 fm for the x and z directions. The colors denote the baryon number density in unit of ρ_0.

III. 결 과

DJBUU와 SQMD를 이용하여 ^{20}Na+ ^{208}Pb 중이온 충돌을 모사하였으며, DJBUU의 경우 핵자 당 50개의 시험 입자로 3회의 사건을 수행하여, 총 150번의 사건에 대응되며, SQMD의 경우 모형 차이의 변동성을 보완하기 위해 더 많은 1,000번의 사건이 수행되었다. 전체 시간에 따른 반응 과정은 Fig. 1과 같다.

본 비교 연구에서는 반응이 일어나고 충분한 시간이 지난 t = 300 fm/c에서 확인된 BF을 비교하였다. 두 BF는 바닥 상태에 비해 온도가 높은 상태로 실험과의 비교를 위해서는 통계 모형등을 활용한 후처리가 필요하나, 두 이론 모형 사이 비교에 초점을 맞추고, 추가 모형의 불확도를 배제하기 위해 활용하지 않았다. 모사 결과는 Table 1에 정리하였으며, 이를 통해 볼 수 있는 경향성은 아래와 같았다.

1. 같은 계에 대한 두 모형 사이 차이는 기존 ^{208}Pb+^{40,48}Ca 결과에 비해 큰 편이였으며, DJBUU가 SQMD에 비해 30% 정도 핵자가 많은 BF를 형성하였다. 본 현상은 아래에서 추가로 논의한다.

2. 두 모형 모두 빔 에너지가 큰 경우가 작은 경우에 비해 작은 BF를 생성하는 것을 확인할 수 있었다. 이는 핵자들의 운동량이 더 커 포획되지 않고 빠져나가는 핵자가 많았던 것으로 설명할 수 있다.

3. 두 모형 모두 빔 에너지가 50 AMeV인 경우 충격변수에 따른 차이는 미미했다. ^{20}Na이 ^{208}Pb에 비해

Table 1. The biggest fragments (BFs) produced in DJBUU and SQMD simulation; the BFs from the three runs of DJBUU and the most abundantly produced three BFs from SQMD runs, numbers in braket are the number of events produce certain BF.

E_{beam}	b	DJBUU	SQMD
50 AMeV	0	$^{226}_{92}$U(1), $^{227}_{93}$Np(1), $^{228}_{93}$Np(1)	$^{173}_{73}$Ta(18), $^{175}_{76}$Os(17), $^{176}_{74}$W(15)
	3 fm	$^{226}_{92}$U(2), $^{227}_{93}$Np(1)	$^{174}_{73}$Ta(18), $^{179}_{77}$Ir(17), $^{172}_{74}$W(16)
	6 fm	$^{226}_{92}$U(3)	$^{178}_{76}$Os(18), $^{174}_{72}$Hf(14), $^{176}_{75}$Re(14)
100 AMeV	0	$^{223}_{91}$Pa(2), $^{224}_{91}$Pa(1)	$^{154}_{65}$Tb(16), $^{148}_{63}$Eu(12), $^{151}_{63}$Eu(11)
	3 fm	$^{222}_{90}$Th(3)	$^{147}_{64}$Gd(13), $^{153}_{65}$Tb(13), $^{145}_{61}$Pm(11)
	6 fm	$^{218}_{88}$Ra(1), $^{220}_{89}$Ac(1), $^{219}_{88}$Ra(1)	$^{168}_{71}$Lu(18), $^{164}_{71}$Lu(17), $^{165}_{70}$Yb(16)

충분히 크지 않아, 본 연구의 최대 충격 변수인 6 fm 에서도 ^{20}Na의 상당량의 핵자가 충돌에 참여하며, 참여하지 않은 일부 또한 비교적 작은 운동량을 가져 빠져 나가지 못하고 BF로 포획된 것으로 이해된다. 빔 에너지가 100 AMeV의 경우 또한 충격 변수에 따른 차이는 크진 않았으나, 충격 변수가 큰 경우가 작은 경우에 비해 각각 DJBUU의 경우 더 크고, SQMD의 경우 더 작은 BF를 형성하는 것으로 나타나 그 경향성이 반대였다. 이는 아래에서 추가로 논의한다.

전반적으로 DJBUU가 SQMD보다 전반적으로 약 30% 더 큰 BF를 생성하여 충격 변수가 작은 경우에선 거의 같은 크기의 BF를 생성했던 기존 ^{208}Pb+^{40,48}Ca 충돌 결과에 비해 모형 따른 차이가 큰 것을 확인할 수 있었다. 특히 DJBUU의 경우 모두 표적보다 큰 BF을 형성하고, SQMD의 경우 표적보다 작은 BF을 형성해, 각각 빔의 핵자들이 표적에 포획되고, 빔이 표적의 핵자를 떼어낸 것으로 해석되어 그 경향성을 달리 하였다.

이러한 현상을 이해하는 방법 중 하나는 두 모형에서 형성된 빔의 시간에 따른 밀도 분포에 대한 차이가 결과에 미치는 영향을 확인하는 것이다. Reference 9와 같이 수송 모형에서 형성된 핵의 밀도 분포는 현실적인 핵 구조로 초기화되지만, 시간에 따라 그 구조가 무너지는 것을 볼 수 있으며, 이러한 효과는 비교적 작은 핵에서 더 클 것으로 예상할 수 있다. 이를 확인하기 위해 ^{20}Na+^{20}Na (E_{beam} = 50 AMeV) 충돌 계에서 추가로 모사하였으며, 충분히 큰 충격 변수(20 fm)를 설정하여 중이온 충돌이 일어나지 않는 상황에서 핵 자체만의 구조 변화를 보고자 하였다. Figure 2와 같이 ^{20}Na가 짧은 시간(20 fm/c)에도 유의한 밀도 변화를 보였으며, DJBUU와 SQMD에서 각각 중심 밀도가 낮아지고, 높아졌다. 이를 통해 DJBUU와 SQMD를 이용한 ^{20}Na+ ^{208}Pb 충돌 모사에서 ^{20}Na 빔이 표적에 충돌 하기 전 핵 밀도 변화의 정반대의 경향성이 생성된 BF의 차이를 만든 것으로 해석할 수 있다.

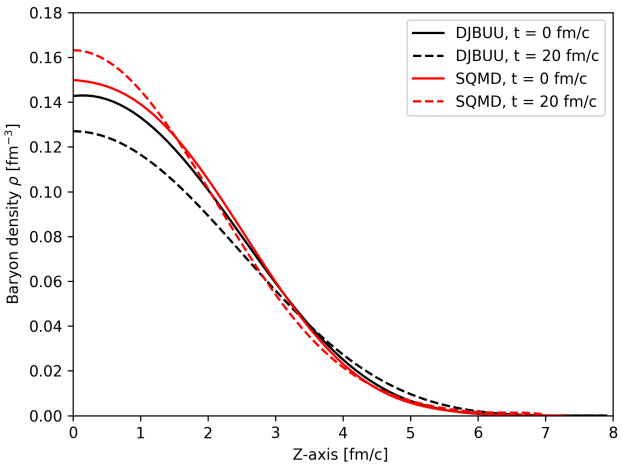

Fig. 2. (Color online) Time evolution of density profile of ^{20}Na in DJBUU (black line) and SQMD (red line). Solid and dash lines are profiles at t = 0 and 20 fm/c, respectively.

빔 에너지 100 AMeV에서 충격 변수에 대한 경향성 또한 같은 이유로 이해된다. DJBUU의 경우 충돌 전 핵자가 외각으로 이동하여 BF 생성에 참여하는 핵자의 수가 상대적으로 적어져 상대적으로 작은 BF를 형성하고, SQMD의 경우 핵자가 중심부로 몰려 충돌 상황에서 참여자 수가 많아져 더 큰 BF를 형성한 것으로 해석된다.

모형 별 차이점의 분석을 통해 두 가지 시사점을 얻을 수 있었으며, 첫 번째는 빔과 표적의 중심 사이 초기 z-축 간격 조절의 필요성이다. 특히, 이번 ^{20}Na 빔과 같이 초기화된 핵 구조가 빠르게 변하는 경우에 대해서는 초기 간격을 가능한 가깝게 조절하여 핵 구조가 변하기 전에 충돌이 시작된다면, 해당 효과로 인한 모형 사이 차이점을 최소화 할 수 있으며, 더 정확한 중이온 충돌을 모사할 수 있을 것이다. 두 번째는 초기화된 핵의 안정성 문제의 개선 필요성이며, DJBUU와 SQMD에 각각 예정되어 있는 표면항과 시간 의존성 파동 폭을 적용함을 통해 이를 개선 할 수 있을 것으로 기대된다.

IV. 요 약

서로 다른 이론적 기반을 바탕으로 개발된 두 수송 모형 DJBUU와 SQMD를 이용하여 라온에서 검출된 동위원소를 빔으로 한 ^{20}Na+^{208}Pb 중이온 충돌을 각각 모사하고 생성된 파편핵 중 가장 큰 파편핵을 비교하였다. 두 모형 사이 결과는 기존 ^{208}Pb+^{40,48}Ca 연구에 비해 상대적으로 큰 차이를 보였으며, 이는 ^{20}Na 핵종에 대한 모사 안정성 문제로 볼 수 있었다. 성공적으로 후속 연구가 이뤄져 DJBUU에서 표면항이 적용되고, SQMD에 시간 의존적 파동 폭이 적용되면 좀 더 넓은 범위의 핵종들을 안정적으로 모사하여 실험 데이터를 예측하는 데 중요한 역할을 할 수 있을 것으로 기대한다.

감사의 글

이 논문은 국가초고성능컴퓨팅센터로부터 초고성능컴퓨팅 자원과 기술지원을 받아 수행된 연구성과임(KSC-2023-CRE-0170). 본 연구는 현대차 정몽구 재단 장학생으로서 지원을 받아 수행된 연구입니다.

REFERENCES

[1] K. Tshoo *et al.*, Nucl. Instrum. Meth. B **317**, 242 (2013).

[2] S. Jeong, P. Papakonstantinou, H. Ishiyama and Y. Kim, J. Korean Phys. Soc. **73**, 516 (2018).

[3] P. Danielewicz and G. F. Bertsch, Nucl. Phys. A **533**, 712 (1991).

[4] O. Buss *et al.*, Phys. Rep. **512**, 1 (2012).

[5] J. Weil *et al.* [SMASH], Phys. Rev. C **94**, 054905 (2016).

[6] A. Ono, H. Horiuchi, T. Maruyama and A. Ohnishi, Prog. Theor. Phys. **87**, 1185 (1992).

[7] J. Aichelin, Phys. Rep. **202**, 233 (1991).

[8] S. A. Bass *et al.*, Prog. Part. Nucl. Phys. **41**, 255 (1998).

[9] J. Xu *et al.* [TMEP], Phys. Rev. C **93**, 044609 (2016).

[10] Y. X. Zhang *et al.* [TMEP], Phys. Rev. C **97**, 034625 (2018).

[11] A. Ono *et al.* [TMEP], Phys. Rev. C **100**, 044617 (2019).

[12] M. Colonna *et al.* [TMEP], Phys. Rev. C **104**, 024603 (2021).

[13] M. Kim, C.-H. Lee, Y. Kim and S. Jeon, New Phys.: Sae Mulli **66**, 1563 (2016).

[14] K. Kim, Y. Kim and K. S. Lee, J. Korean Phys. Soc. **71**, 628 (2017).

[15] D. I. Kim *et al.*, J. Korean Phys. Soc. **81**, 1204 (2022).

[16] M. Kim *et al.*, Phys. Rev. C **101**, 064614 (2020).