

Untersuchung
neutraler π -Mesonen
mit dem
elektromagnetischen Kalorimeter
des *BABAR*-Detektors

DISSERTATION

zur Erlangung des akademischen Grades

Doctor rerum naturalium
(Dr. rer. nat.)

vorgelegt von

ENRICO MALY

geboren in
Lutherstadt Wittenberg

Institut für Kern- und Teilchenphysik
Fachrichtung Physik
Fakultät Mathematik und Naturwissenschaften
Technische Universität Dresden
2003

1. Gutachter: Prof. Dr. Klaus R. Schubert

2. Gutachter: Prof. Dr. Bernhard Spaan

3. Gutachter: Dr. Sven Menke

Datum des Einreichens der Arbeit: 16.10.2003

Kurzfassung

In dieser Arbeit werden die Kalibrierungsmethoden des elektromagnetischen Kalorimeters des *BABAR*-Experiments vorgestellt. Entwickelt wurde dabei eine Methode, die die unterschiedlichen Energieverluste zwischen Kristallrändern und Kristallmitten berücksichtigt. Es wurde dabei eine Verbesserung der Energieauflösung von Photonen, abhängig von der Energie, von bis zu 15% erreicht.

Für $\Upsilon(4S)$ - und Kontinuumsereignisse wurden die Impulsspektren und für letztere die impulsabhängigen Richtungsverteilungen inklusiv produzierter neutraler Pionen ($\Upsilon(4S) \rightarrow \pi^0 X$ bzw. $e^+e^- \rightarrow q\bar{q} \rightarrow \pi^0 X$) bestimmt. Aus diesen Verteilungen wurde die mittleren Anzahl erzeugter π^0 pro Ereignis ermittelt. Für B -Zerfälle bzw. Kontinuumsereignisse ergaben sich

$$\begin{aligned}\langle n_{\pi^0} \rangle_B &= 2,268 \pm 0,008 \pm 0,115 \text{ bzw.} \\ \langle n_{\pi^0} \rangle_{\text{cont}} &= 3,388 \pm 0,005 \pm 0,172.\end{aligned}$$

Diese Werte wurden mit Monte-Carlo-Simulationen und mit anderen Analysen verglichen.

Abstract

In this thesis the methods of calibration of the electromagnetic calorimeter of the *BABAR* experiment will be introduced. Additionally a method was developed to take into account the different energy losses between the edges and centres of the crystals. An improvement of the energy resolution of photons was achieved by 15%, depending on the energy.

For $\Upsilon(4S)$ and continuum events a momentum spectrum of inclusively produced neutral pions ($\Upsilon(4S) \rightarrow \pi^0 X$ and $e^+e^- \rightarrow q\bar{q} \rightarrow \pi^0 X$, respectively) was determined. For continuum events also a momentum depending angle distribution was determined. From these distributions the average number of produced π^0 per event was calculated. The results for B decays and continuum events are

$$\begin{aligned}\langle n_{\pi^0} \rangle_B &= 2,268 \pm 0,008 \pm 0,115 \text{ and} \\ \langle n_{\pi^0} \rangle_{\text{cont}} &= 3,388 \pm 0,005 \pm 0,172, \text{ respectively.}\end{aligned}$$

These values were compared with Monte Carlo simulations and with other analyses.

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	4
Abbildungsverzeichnis	7
Tabellenverzeichnis	9
1 Einleitung	11
2 Theoretische Betrachtungen	13
2.1 Das Standardmodell	13
2.1.1 Allgemeines	13
2.1.2 Die CKM -Matrix und das Unitaritätsdreieck	15
2.2 System der B -Mesonen und \mathcal{CP} -Verletzung	16
2.3 Die π^0 -Mesonen	17
2.3.1 Physikalische Eigenschaften	17
2.3.2 Kinematik des π^0 -Zerfalls	18
2.3.3 Nachweis im Kalorimeter	21
3 Das $BABAR$-Experiment	23
3.1 Der Speicherring $PEPII$	23
3.2 Der $BABAR$ -Detektor	24
3.2.1 SVT	25
3.2.2 DCH	26
3.2.3 DIRC	27
3.2.4 Spule und IFR	30
4 Das elektromagnetische Kalorimeter	31
4.1 Zweck	31
4.2 Aufbau	31
4.3 Funktion	33
4.3.1 Vom Teilchen zum <i>Digi</i>	34
4.3.2 Vom <i>Digi</i> zum <i>Cluster</i>	36
4.3.3 Vom <i>Cluster</i> zum Teilchen	37
4.3.4 Energie- und Ortsauflösung	39

4.4	Kalibrierung	40
4.4.1	Elektronik-Kalibrierung	40
4.4.2	Kalibrierung der Einzelkristall-Energien	41
5	Korrektur der <i>Cluster</i>-Energien	45
5.1	Die Monte-Carlo-Korrektur	46
5.2	Die π^0 -Kalibrierung	47
5.2.1	Voraussetzungen	47
5.2.2	Näherungen	47
5.2.3	Iterationsverfahren	48
5.2.4	Die Auflösung der π^0 -Masse	55
5.3	Korrektur von Effekten an den Kristallgrenzen	56
5.3.1	Einführung	56
5.3.2	Korrekturmethoden	58
5.3.3	Ergebnisse	61
5.3.4	Zusammenfassung	62
6	Impuls- und Winkelverteilung inklusiv produzierter π^0-Mesonen	67
6.1	Motivation und Einführung	67
6.2	Datensatz	67
6.3	Datenselektion	69
6.4	Bestimmung der π^0 -Ausbeute	74
6.4.1	Die Anpassungsfunktion	74
6.4.2	Die Anpassung an die $m_{\gamma\gamma}$ -Verteilungen	74
6.5	Effizienzbestimmung	78
6.6	Impulsspektrum und Winkelverteilung	81
7	Zusammenfassung und Ausblick	99
A	Tabellen	103
	Quellenverzeichnis	128
	Danksagung	145

Abbildungsverzeichnis

2.1	Das Unitaritätsdreieck	16
3.1	<i>B</i> -Fabrik am <i>SLAC</i>	23
3.2	Integrierte Luminosität	25
3.3	Aufbau des <i>BABAR</i> -Detektors	26
3.4	Quer- und Längsschnitt des Silizium-Vertexdetektor	27
3.5	Längsschnitt durch die Driftkammer	27
3.6	Schematische Ansicht des DIRCs	29
3.7	Funktionsprinzip des DIRCs	29
3.8	Darstellung eines simulierten DIRC-Ereignisses	29
3.9	Ansicht des instrumentierten Eisenjoches	30
4.1	Darstellung eines EMC-Kristalls und eines EMC-Moduls	32
4.2	Geometrie des elektromagnetischen Kalorimeters	33
4.3	Längsschnitt des <i>BABAR</i> -Kalorimeter	34
4.4	Auslese-Elektronik des Kalorimeters	36
4.5	Schematische Darstellung eines <i>Clusters</i>	37
4.6	Energie- und Ortsauflösung von Photonen	40
4.7	Schematische Darstellung der Quellenkalibrierung	42
4.8	Schematische Darstellung eines Bhabha-Ereignisses	43
5.1	π^0 -Kalibrierung, Energieintervalle	49
5.2	π^0 -Kalibrierung, ein Energieintervall als Beispiel	50
5.3	π^0 -Kalibrierung, Winkelintervalle	50
5.4	Nowsibirsk-Funktion	51
5.5	Ergebnis einer π^0 -Kalibrierung	52
5.6	π^0 -Massen-Verteilungen vor der π^0 -Kalibrierung	53
5.7	π^0 -Massenverteilungen nach der π^0 -Kalibrierung	54
5.8	π^0 -Massenauflösung vor und nach der Kalibrierung	55
5.9	Definition der relativen Koordinaten eines Kristalls	56
5.10	$E_{\text{dep}}/E_{\text{wahr}}$ in Abhängigkeit von φ bzw. ϑ	57
5.11	Iterationsschritte der Kanteneffektkorrektur	59
5.12	Energieauflösung σ_γ in Abhängigkeit von φ	60
5.13	Differenz zwischen $E_{\text{dep}}/E_{\text{wahr}}$ und der Korrekturfunktion	60

5.14	Photonenenergieauflösung vor und nach der Korrektur (1).	63
5.15	Photonenenergieauflösung vor und nach der Korrektur (2).	63
5.16	$m_{\gamma\gamma}$ -Verteilungen vor und nach der Korrektur (1).	64
5.17	$m_{\gamma\gamma}$ -Verteilungen vor und nach der Korrektur (2).	64
6.1	Verteilung der Größe R_2	70
6.2	Verteilung des lateralen Momentes L	72
6.3	Verteilung des Abstands zur nächsten Spur d_{trk}	72
6.4	Verteilung der Anzahl der Kristalle pro Cluster N_{xtl}	73
6.5	Verteilung des Kosinus des Helizitätswinkel $ \cos \vartheta_{\text{hel}} $	73
6.6	Beispiel für die Anpassungsfunktion an einem π^0 -Signal.	75
6.7	$m_{\gamma\gamma}$ -Verteilungen aus der MC-Simulation.	76
6.8	$m_{\gamma\gamma}$ -Verteilungen aus <i>off-resonance</i> -Daten.	77
6.9	Effizienzkorrekturfunktion für $\pi^0(1)$	79
6.10	Effizienzkorrekturfunktion für π^0 (2).	79
6.11	π^0 -Effizienz für $\Upsilon(4S)$ -Ereignisse.	80
6.12	π^0 -Effizienz für Kontinuumsereignisse.	80
6.13	Impulsspektrum aus $\Upsilon(4S)$ -Ereignissen.	86
6.14	Impulsspektrum aus Kontinuumsereignissen.	86
6.15	Impulsabhängige $\cos \vartheta$ -Verteilungen aus Kontinuumsereignissen (1).	87
6.16	Impulsabhängige $\cos \vartheta$ -Verteilungen aus Kontinuumsereignissen (2).	88
6.17	Impulsabhängige $\cos \vartheta$ -Verteilungen aus Kontinuumsereignissen (3).	89
6.18	Impulsabhängige $\cos \vartheta$ -Verteilungen aus Kontinuumsereignissen (4).	90
6.19	Impulsabhängige $\cos \vartheta$ -Verteilungen aus Kontinuumsereignissen (5).	91
6.20	Impulsabhängige $\cos \vartheta$ -Verteilungen aus Kontinuumsereignissen (6).	92
6.21	Impulsabhängige $\cos \vartheta$ -Verteilungen aus Kontinuumsereignissen (7).	93
6.22	Impulsabhängige $\cos \vartheta$ -Verteilungen aus Kontinuumsereignissen (8).	94
6.23	Impulsabhängige $\cos \vartheta$ -Verteilungen aus Kontinuumsereignissen (9).	95
6.24	Impulsabhängige $\cos \vartheta$ -Verteilungen aus Kontinuumsereignissen (10).	96
6.25	Abhängigkeit des Parameters A vom π^0 -Impuls (1).	97
6.26	Abhängigkeit des Parameters A vom π^0 -Impuls (2).	97
7.1	Vergleich von Impulsspektren aus $\Upsilon(4S)$ -Ereignissen.	100

Tabellenverzeichnis

2.1	Leptonen, Quarks und Austauschteilchen.	14
2.2	Parameter des Standardmodells.	14
2.3	Eigenschaften des π^0	17
2.4	Zerfallskanäle des π^0	18
3.1	Wirkungsquerschnitte von e^+e^- -Reaktionen.	24
5.1	Korrelationskoeffizient ϱ zur Abschätzung einer Näherung.	48
5.2	Photonenenergieauflösung vor und nach der Korrektur.	65
5.3	π^0 -Massenauflösung vor und nach der Korrektur.	65
5.4	π^0 -Masse vor und nach der Korrektur.	65
6.1	Verwendeter Datensatz.	68
6.2	Verwendeter Monte-Carlo-Satz.	68
6.3	Übersicht der verwendeten Schnittvariablen.	71
6.4	Impulsabhängige Energieschnitte.	71
6.5	Werte der Eingangsgrößen.	83
A.1	Eingangswerte für das Impulsspektrum aus $\Upsilon(4S)$ -Ereignissen.	104
A.2	Endwerte für das Impulsspektrum aus $\Upsilon(4S)$ -Ereignissen.	105
A.3	Eingangswerte für das Impulsspektrum aus Kontinuumsergebnissen (1).	106
A.4	Endwerte für das Impulsspektrum aus Kontinuumsergebnissen (1).	107
A.5	Eingangswerte für das Impulsspektrum aus Kontinuumsergebnissen (2).	108
A.6	Endwerte für das Impulsspektrum aus Kontinuumsergebnissen (2).	109
A.7	Eingangswerte für die Winkelverteilungen aus Kont.-ereignissen (1)	110
A.8	Endwerte für die Winkelverteilungen aus Kont.-ereignissen (1)	111
A.9	Eingangswerte für die Winkelverteilungen aus Kont.-ereignissen (2)	112
A.10	Endwerte für die Winkelverteilungen aus Kont.-ereignissen (2)	113
A.11	Eingangswerte für die Winkelverteilungen aus Kont.-ereignissen (3)	114
A.12	Endwerte für die Winkelverteilungen aus Kont.-ereignissen (3)	115
A.13	Eingangswerte für die Winkelverteilungen aus Kont.-ereignissen (4)	116
A.14	Endwerte für die Winkelverteilungen aus Kont.-ereignissen (4)	117
A.15	Eingangswerte für die Winkelverteilungen aus Kont.-ereignissen (5)	118
A.16	Endwerte für die Winkelverteilungen aus Kont.-ereignissen (5)	119
A.17	Eingangswerte für die Winkelverteilungen aus Kont.-ereignissen (6)	120

A.18 Endwerte für die Winkelverteilungen aus Kont.-ereignissen (6)	121
A.19 Eingangswerte für die Winkelverteilungen aus Kont.-ereignissen (7)	122
A.20 Endwerte für die Winkelverteilungen aus Kont.-ereignissen (7)	123
A.21 Eingangswerte für die Winkelverteilungen aus Kont.-ereignissen (8)	124
A.22 Endwerte für die Winkelverteilungen aus Kont.-ereignissen (8)	125
A.23 Eingangswerte für die Winkelverteilungen aus Kont.-ereignissen (9)	126
A.24 Endwerte für die Winkelverteilungen aus Kont.-ereignissen (9)	127
A.25 Eingangswerte für die Winkelverteilungen aus Kont.-ereignissen (10)	128
A.26 Endwerte für die Winkelverteilungen aus Kont.-ereignissen (10)	129
A.27 Eingangswerte für die Winkelverteilungen aus Kont.-ereignissen (11)	130
A.28 Endwerte für die Winkelverteilungen aus Kont.-ereignissen (11)	131
A.29 Eingangswerte für die Winkelverteilungen aus Kont.-ereignissen (12)	132
A.30 Endwerte für die Winkelverteilungen aus Kont.-ereignissen (12)	133
A.31 Eingangswerte für die Winkelverteilungen aus Kont.-ereignissen (13)	134
A.32 Endwerte für die Winkelverteilungen aus Kont.-ereignissen (13)	135
A.33 Eingangswerte für die Winkelverteilungen aus Kont.-ereignissen (14)	136
A.34 Endwerte für die Winkelverteilungen aus Kont.-ereignissen (14)	137
A.35 Parameter A der Winkelverteilungen aus den Daten (1)	138
A.36 Parameter A der Winkelverteilungen aus der MC-Simulation (1)	139
A.37 Parameter A der Winkelverteilungen aus den Daten (2)	140
A.38 Parameter A der Winkelverteilungen aus der MC-Simulation (2)	141

Kapitel 1

Einleitung

Das Standardmodell der Elementarteilchenphysik wurde bis in die Gegenwart hinein immer wieder experimentell bestätigt. Das gilt auch für die \mathcal{CP} -Verletzung im $B^0\bar{B}^0$ -System [1]. Hierzu sind in den 90er Jahren zwei Experimente gebaut worden, die diese Messung durchgeführt haben. So auch das *BABAR*-Experiment am Stanford Linear Accelerator Center (*SLAC*) bei San Francisco in Kalifornien.

Trotz des bisherigen Erfolges des Standardmodells gibt es deutliche Anzeichen, daß das Modell unzureichend ist. Zum Beispiel ist die im Rahmen des Standardmodells gefundene \mathcal{CP} -Verletzung nicht groß genug, um die Materie-Antimaterie-Asymmetrie im Universum erklären zu können. Es gibt deshalb seit langer Zeit alternative Modelle. Die Vorhersagen unterscheiden sich von denen des Standardmodells vor allem in den Verzweigungsverhältnissen seltener B -Zerfälle. Diese werden daher beim *BABAR*-Experiment ebenfalls intensiv untersucht. Hierzu ist eine hohe Luminosität erforderlich, die vom *PEP II*-Speicherring mit bis zu $\mathcal{L} = 6,5 \cdot 10^{33} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ geliefert wird.

Eine wichtige Komponente des *BABAR*-Detektors ist das elektromagnetische Kalorimeter. Es besteht aus 6580 szintillierenden Kristallen und dient zum einen der Energie- und Richtungsbestimmung von Photonen und zum anderen der Identifizierung von Elektronen und Myonen. Außerdem ist es zur Rekonstruktion neutraler Pionen notwendig, da sie fast immer in zwei Photonen zerfallen. Das ist von Bedeutung, da neutrale Pionen häufig bei B -Mesonen- und Folgezerrfällen auftreten.

Im Rahmen dieser Arbeit wird zuerst auf das elektromagnetische Kalorimeter eingegangen. Es werden hierzu vor allem die verschiedenen Methoden der Kalibrierung beschrieben. Im zweiten Teil wird die Impuls- und Richtungsverteilung inklusiv erzeugter neutraler Pionen beschrieben. Die Verteilungen wurden sowohl aus $\Upsilon(4S)$ -Ereignissen ($\Upsilon(4S) \rightarrow \pi^0 X$) als auch aus Kontinuumsereignissen ($e^+e^- \rightarrow q\bar{q} \rightarrow \pi^0 X$) bestimmt und mit Monte-Carlo-Simulationen verglichen. Aus diesen Verteilungen wurden die mittleren Multiplizitäten, d. h. die mittlere Anzahl erzeugter neutraler Pionen pro Ereignis, bestimmt.

Kapitel 2

Theoretische Betrachtungen

2.1 Das Standardmodell

2.1.1 Allgemeines

Unser derzeitiges Wissen über die Elementarteilchen und deren Wechselwirkungen untereinander wird durch das Standardmodell am besten beschrieben. Es stellt eine Eichfeldtheorie dar und faßt drei der vier bekannten fundamentalen Wechselwirkungen zusammen. Die Materie wird durch Fermionen, den Leptonen und Quarks, aufgebaut, und die Wechselwirkungen werden durch Bosonen, den Austauschteilchen, vermittelt. Die Leptonen und Quarks sind jeweils paarweise in Familien bzw. Generationen eingeteilt. Außerdem existiert zu jedem Fermion ein Antiteilchen. Jede Wechselwirkung wird durch ein oder mehrere Austauschteilchen beschrieben. Die Wechselwirkungen sind die elektromagnetische, die schwache und die starke Kraft. Sie werden durch das Photon γ , die W - und Z -Bosonen bzw. die Gluonen vermittelt. Eine weitere Wechselwirkung ist die Gravitation, welche nicht Bestandteil des Standardmodells ist [2].

Während alle diese Teilchen bereits beobachtet wurden, sagt das Standardmodell ein weiteres Teilchen, das Higgs-Boson H , voraus. Es ist notwendig, um erklären zu können, warum Elementarteilchen Masse besitzen. Neben der Masse besitzen die Teilchen weitere spezifische Eigenschaften wie die Ladung Q , den schwachen Isospin T und die schwache Hyperladung Y . Der Zusammenhang zwischen den drei Größen lautet $Q = T_3 + Y$. Teilchen mit einer von Null verschiedenen Ladung nehmen an der elektromagnetischen Kraft teil während Teilchen mit einem von Null verschiedenen schwachen Isospin schwach wechselwirken können. Die elektromagnetische und schwache Kraft konnten bereits zur elektroschwachen Kraft vereinheitlicht werden. Die Quarks besitzen desweiteren eine „Farbladung“ C . Sie ist die Quelle der starken Kraft. Da auch die Gluonen Farbe tragen, nehmen sie ebenfalls an der starken Kraft teil. Dies führt zum sogenannten Quarkeinschluß. Es wurde noch nie ein isoliertes Quark beobachtet. Sie setzen sich immer zu Mesonen ($q\bar{q}$) oder Baryonen (qqq) zusammen, welche „farblos“ sind. Eine Vereinheitlichung mit der elektroschwachen

Kraft steht noch aus. In Tabelle 2.1 sind alle Teilchen mit den wesentlichen Größen zusammengefaßt.

Das Standardmodell enthält insgesamt 18 freie Parameter, die durch Experimente bestimmt werden müssen und in Tabelle 2.2 zu sehen sind. Aufgrund der Ergebnisse neuerer Neutrino-Forschung bedarf das Standardmodell einer Erweiterung. Für den Fall, daß Neutrinos Dirac- und keine Majorana-Teilchen sind, kommen drei Neurinomassen und eine Leptonen-Mischungsmatrix, ähnlich der *CKM*-Matrix für die Quarkmischung, mit vier Parametern hinzu.

	Q/e	T	T_3	Y	C
Leptonen					
$\begin{pmatrix} e \\ \nu_e \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} \mu \\ \nu_\mu \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} \tau \\ \nu_\tau \end{pmatrix}_L$	-1 0	$\frac{1}{2}$ $+\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$ $-\frac{1}{2}$
e_R	μ_R	τ_R	-1	0	0 -1 w
Quarks					
$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}_L$	$+\frac{2}{3}$ $-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$ $-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$ $+\frac{1}{6}$ r, g, b
u_R	c_R	t_R	$+\frac{2}{3}$	0	0 $+\frac{2}{3}$ r, g, b
d_R	s_R	b_R	$-\frac{1}{3}$	0	$-\frac{1}{3}$ r, g, b
Austauschteilchen					
γ	(el.-magn. WW)		0		
W^\pm, Z^0	(schwache WW)		$\pm 1, 0$		
$g_{1\dots 8}$	(starke WW)		0		

Tabelle 2.1: Leptonen, Quarks und Austauschteilchen mit Ladung Q/e , schwachem Isospin T (einschließlich dritter Komponente T_3), schwacher Hyperladung Y und Farbe C (w, r, g, b – farblos/weiß, rot, grün, blau).

3	Leptonenmassen (ohne Neutrinos)
6	Quarkmassen
2	W -Masse, Z -Masse bzw. Weinberg-Winkel ϑ_W ($m_W = m_Z \cos \vartheta_W$)
1	Kopplungskonstante α der elektroschwachen WW (elektrische Elementarladung e)
1	Kopplungskonstante α_s der starken WW
1	Masse des Higgs-Bosons
4	unabhängige Parameter der <i>CKM</i> -Matrix

18

Tabelle 2.2: Parameter des Standardmodells.

2.1.2 Die **CKM-Matrix** und das Unitaritätsdreieck

Die Eigenzustände der Leptonen und Quarks sind bezüglich der elektromagnetischen und starken Wechselwirkung die Masseneigenzustände. Es gibt keine Übergänge von einem Fermion in ein anderes. In der schwachen Wechselwirkung hingegen können Quarks jeweils in das Partnerquark der eigenen Familie übergehen. Außerdem sind die Eigenzustände gegenüber den Masseneigenzuständen „gedreht“, das heißt, es sind ebenfalls Übergänge eines Quarks in ein Quark einer anderen Familie erlaubt, da die Quarks $|u\rangle$, $|c\rangle$ und $|t\rangle$ unter schwacher Wechselwirkung mit geladenen Strömen nicht in $|d\rangle$, $|s\rangle$ und $|b\rangle$ übergehen, sondern in deren Mischzustände. Die Eigenzustände sind in diesem Fall folgende [3]:

$$\begin{pmatrix} |d'\rangle \\ |s'\rangle \\ |b'\rangle \end{pmatrix} = \mathbf{V} \cdot \begin{pmatrix} |d\rangle \\ |s\rangle \\ |b\rangle \end{pmatrix}, \quad \mathbf{V} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}. \quad (2.1)$$

Die Matrix \mathbf{V} trägt den Namen Cabibbo-Kobayashi-Maskawa-Matrix, kurz *CKM-Matrix*. Das Betragsquadrat ihrer Elemente gibt die Übergangswahrscheinlichkeit der jeweiligen Quarks an. Die Beträge der Hauptdiagonalelemente liegen nahe bei Eins, was bedeutet, daß der Übergang innerhalb einer Familie dominiert. Zusätzlich gilt eine Unitaritätsbedingung, die besagt, daß $\mathbf{V}^+ \mathbf{V} = \mathbf{V} \mathbf{V}^+ = \mathbf{1}$ ist. Aufgrund dessen und unbeobachtbarer Phasen zwischen den Quarkzuständen, läßt sich die *CKM-Matrix* auf vier reelle Parameter reduzieren. Bei entsprechender Parametrisierung repräsentieren drei Parameter Drehwinkel im Raum der Quarkzustände, und einer stellt eine Phase dar. Die \mathcal{CP} -Verletzung im Standardmodell resultiert aus der Existenz dieses vierten Parameters. Eine Parametrisierung der *CKM-Matrix* stellt die Wolfenstein-Parametrisierung dar [3]:

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.2)$$

Aus der Unitaritätsbedingung ergibt sich unter anderem $V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0$, und aus der Wolfenstein-Näherung $V_{cd}V_{cb}^* \approx -A\lambda^3$, $V_{ud} \approx 1$ folgt [3]:

$$(\rho + i\eta) - 1 + (1 - \rho - i\eta) = 0. \quad (2.3)$$

Die letzte Gleichung kann als Dreieck in der komplexen Ebene aufgefaßt werden. Dieses Dreieck ist in Abbildung 2.1 dargestellt und wird als Unitaritätsdreieck bezeichnet [3]. Die Winkel ergeben sich zu [4]:

$$\alpha = \arg \left(-\frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{ud}V_{ub}^*} \right), \quad \beta = \arg \left(-\frac{V_{cd}V_{cb}^*}{V_{td}V_{tb}^*} \right), \quad \gamma = \arg \left(-\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} \right) = \pi - \alpha - \beta.$$

Ziel des *BABAR*-Experiments ist es, möglichst viele Seiten und Winkel des Dreiecks zu bestimmen. Besondere Bedeutung hat der Winkel β , da er experimentell am leichtesten zugänglich ist. Der aktuelle Weltmittelwert beträgt $\sin 2\beta = 0,736 \pm 0,049$ [6]. Damit ist die \mathcal{CP} -Verletzung im System der *B*-Mesonen nachgewiesen. Die Fläche des Unitaritätsdreiecks liefert ein zusätzliches Maß für die \mathcal{CP} -Verletzung.

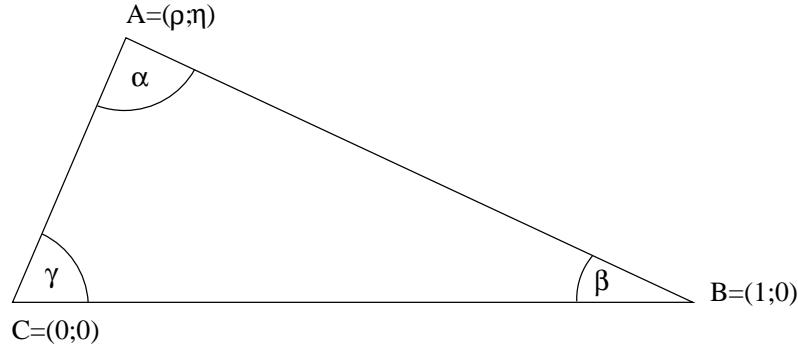


Abbildung 2.1: Das Unitaritätsdreieck [4].

2.2 System der B -Mesonen und \mathcal{CP} -Verletzung

Wichtigste Motivation für das *BABAR*-Experiment ist die Untersuchung der \mathcal{CP} -Verletzung im B -Mesonen-Zerfall. In diesem Kapitel soll darüber ein kurzer Überblick gegeben werden. Ausführlichere Behandlungen zu diesem Thema lassen sich z. B. in [7] und [8] finden.

Die Masseneigenzustände neutraler B -Mesonen sind Mischungen der Mesonen B^0 und \bar{B}^0 . Das wird wie folgt formuliert:

$$\begin{aligned} |B_H\rangle &= p|B^0\rangle - q|\bar{B}^0\rangle, \\ |B_L\rangle &= p|B^0\rangle + q|\bar{B}^0\rangle, \quad \text{mit } |p|^2 + |q|^2 = 1. \end{aligned}$$

In diesem Zusammenhang werden die Größen $M = (M_H + M_L)/2$, $\Delta M = M_H - M_L$ und, unter Vernachlässigung der Differenz der Breiten, $\Gamma = \Gamma_H = \Gamma_L$ definiert. Die B^0 - \bar{B}^0 -Mischung lässt sich dann durch eine Phase beschreiben:

$$\frac{q}{p} = \frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{td}^*V_{tb}} = e^{2i\varphi_M}.$$

Die Amplituden für Zerfälle in \mathcal{CP} -Eigenzustände f sind $A = \langle f | \mathcal{H} | B^0 \rangle$ und $\bar{A} = \langle f | \mathcal{H} | \bar{B}^0 \rangle$. Mit der Definition

$$r_f = \frac{q}{p} \frac{\bar{A}}{A}$$

lauten die zeitabhängigen Zerfallsraten in einen \mathcal{CP} -Eigenzustand

$$\Gamma(B^0(t) \rightarrow f) = |A|^2 e^{-\Gamma t} \left(\frac{1 + |r_f|^2}{2} + \frac{1 - |r_f|^2}{2} \cos(\Delta M t) - \Im(r_f) \sin(\Delta M t) \right),$$

$$\Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow f) = |\bar{A}|^2 e^{-\Gamma t} \left(\frac{1 + |r_f|^2}{2} - \frac{1 - |r_f|^2}{2} \cos(\Delta M t) + \Im(r_f) \sin(\Delta M t) \right).$$

Die \mathcal{CP} -Asymmetrie wird im Falle der \mathcal{CP} -Verletzung in Interferenz aus Zerfall und Mischung definiert als

$$a_f(t) = \frac{\Gamma(B^0(t) \rightarrow f) - \Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow f)}{\Gamma(B^0(t) \rightarrow f) + \Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow f)}. \quad (2.4)$$

Im Falle der Betragsgleichheit $|A| = |\bar{A}|$ wird der Zerfall durch eine Phase φ_D bestimmt:

$$\frac{\bar{A}}{A} = e^{-2i\varphi_D}.$$

Mit $\Im(r_f) = \sin 2(\varphi_M - \varphi_D)$ vereinfacht sich die Gleichung 2.4 zu

$$a_f(t) = -\sin 2(\varphi_M - \varphi_D) \sin(\Delta M t). \quad (2.5)$$

Im Fall $b \rightarrow c\bar{c}s$ ist $\sin 2(\varphi_M - \varphi_D) = \sin 2\beta$. Es kann somit z. B. der Zerfall $B^0 \rightarrow J/\psi K_S$ zur Bestimmung von $\sin 2\beta$ verwendet werden.

Die $\Upsilon(4S)$ -Resonanz, die im Detektor erzeugt wird, zerfällt zu etwa 50 % in ein B^0 - \bar{B}^0 -Paar, das einen kohärenten Zustand bildet. Als Zeitpunkt $t = 0$ wird der Zerfall des B -Mesons gewählt, dessen *Flavour* ermittelt werden kann. Es wird die Zeit gemessen, die vergeht, bis das andere B -Meson zerfällt. Die Größe $a_f(t)$ kann so bestimmt werden. Da die Zeit auch negativ sein kann, ist es wichtig, die Zeitdifferenz mit dem richtigen Vorzeichen zu bestimmen. Eine genaue Bestimmung der Zeitdifferenz wird dadurch erreicht, daß das $\Upsilon(4S)$ nicht in Ruhe erzeugt wird, sondern der Schwerpunkt gegenüber dem Laborsystem bewegt ist.

2.3 Die π^0 -Mesonen

2.3.1 Physikalische Eigenschaften

Mit einer Ruhemasse von rund $135 \text{ MeV}/c^2$ ist das π^0 das leichteste Meson. Es ist ein pseudoskalares Teilchen und zerfällt im Gegensatz zu den geladenen Pionen ausschließlich über die elektromagnetische Wechselwirkung. Es besitzt daher eine wesentlich kürzere Lebensdauer (über neun Größenordnungen kleiner) als die ausschließlich schwach zerfallenden geladenen Partner.

Die wichtigsten physikalischen Eigenschaften des π^0 , einschließlich der Quarkzusammensetzung, sind in Tabelle 2.3 und die bisher beobachteten π^0 -Zerfälle in Tabelle 2.4 zusammengefaßt [9].

Massen	$m_{\pi^0} = (134,9766 \pm 0,0006) \text{ MeV}/c^2$
mittlere Lebensdauer	$\tau_{\pi^0} = (8,4 \pm 0,6) \cdot 10^{-17} \text{ s}$
mittlere freie Weglänge	$c\tau_{\pi^0} = 25,1 \text{ nm} \Rightarrow \beta\gamma c\tau \approx 1 \mu\text{m}$ bei $p = 5 \text{ GeV}/c$
Isospin, Spin, Paritäten	$I^G(J^{PC}) = 1^-(0^{-+})$
Quarkzusammensetzung	$ \pi^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (u\bar{u}\rangle - d\bar{d}\rangle)$

Tabelle 2.3: Eigenschaften des π^0 .

Zerfallskanal	\mathcal{B}
$\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$	$(98,798 \pm 0,032) \%$
$\pi^0 \rightarrow e^+e^-\gamma$	$(1,198 \pm 0,032) \%$
$\pi^0 \rightarrow e^+e^+e^-e^-$	$(3,14 \pm 0,30) \cdot 10^{-5}$
$\pi^0 \rightarrow e^+e^-$	$(6,2 \pm 0,5) \cdot 10^{-8}$

Tabelle 2.4: Zerfallskanäle des π^0 mit Verzweigungsverhältnis \mathcal{B} .

Das π^0 zerfällt fast ausschließlich in zwei Photonen. Da das π^0 wie das Photon sein eigenes Antiteilchen ist, stellt es wie dieses einen Eigenzustand der \mathcal{C} -Parität dar. Die Eigenwerte der \mathcal{C} -Parität sind multiplikative Quantenzahlen, das heißt in diesem Fall $C_{\pi^0} = (C_\gamma)^n$. Der \mathcal{C} -Eigenwert des π^0 beträgt $C_{\pi^0} = +1$ und der des Photons lautet $C_\gamma = -1$. Daraus folgt, daß das π^0 nur in eine gerade Anzahl von Photonen zerfallen kann. Ein 3γ -Zerfall würde eine Verletzung der \mathcal{C} -Erhaltung in der elektromagnetischen Wechselwirkung bedeuten.

2.3.2 Kinematik des π^0 -Zerfalls

Aufgrund des dominierenden 2γ -Zerfalls wird das π^0 im Detektor mit Hilfe eines elektromagnetischen Kalorimeters nachgewiesen. Aus den beiden Photonenenergien und dem Öffnungswinkel zwischen den Bewegungsrichtungen der Photonen läßt sich mit Hilfe der relativistischen Kinematik die π^0 -Masse rekonstruieren.

Die Masse des π^0 läßt sich wie folgt aus der bekannten Energie-Impuls-Beziehung berechnen:

$$m_{\pi^0}^2 = E_{\pi^0}^2 - p_{\pi^0}^2.$$

E_{π^0} ist hierbei die Summe der beiden Photonenenergien, und p_{π^0} setzt sich aus den Photonenimpulsen zusammen:

$$E_{\pi^0} = E_{\gamma,1} + E_{\gamma,2}, \quad \vec{p}_{\pi^0} = \vec{p}_{\gamma,1} + \vec{p}_{\gamma,2}.$$

Im folgenden wird der Einfachheit halber der Index „ γ “ weggelassen, und es werden nur noch die Indizes 1 und 2 für die beiden Photonen verwendet. Für die π^0 -Masse ergibt sich damit

$$\begin{aligned} m_{\pi^0}^2 &= (E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2, \\ &= E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 - p_1^2 - p_2^2 - 2p_1p_2 \cos \alpha, \\ &= 2(E_1E_2 - p_1p_2 \cos \alpha) + m_1^2 + m_2^2. \end{aligned}$$

Da das Photon masselos ist, ist der Impuls gleich der Energie. Der Öffnungswinkel zwischen den beiden Photonen wird mit der Variablen α bezeichnet. Somit folgt

$$m_{\pi^0}^2 = 2E_1E_2(1 - \cos \alpha). \quad (2.6)$$

Mit der Beziehung

$$2 \sin^2 x = 1 - \cos 2x$$

läßt sich (2.6) umformen, und man erhält die Gleichung

$$m_{\pi^0} = 2\sqrt{E_1 E_2} \sin \frac{\alpha}{2}. \quad (2.7)$$

Die Umformung nach α ergibt

$$\alpha = 2 \arcsin \frac{m_{\pi^0}}{2\sqrt{E_1 E_2}}.$$

Der minimale Öffnungswinkel ergibt sich, wenn die Energien der Photonen gleich groß sind, das heißt $E_1 = E_2 = E_{\pi^0}/2$. Daraus ergibt sich

$$\alpha_{\min} = 2 \arcsin \frac{m_{\pi^0}}{E_{\pi^0}}. \quad (2.8)$$

Desweiteren ist interessant, welche Energie eines Teilchens, das aus einem Zwei-teilchenzerfall stammt, in Abhängigkeit vom Zerfallswinkel zu erwarten ist. Es wird folgender Zerfall angenommen

$$t_0 \rightarrow t_1 t_2,$$

wobei t_1 und t_2 gleiche Teilchen sind. Dabei werden die Größen E_0 , p_0 , m_0 (Labor-system) für das Teilchen t_0 und E , p , m , $\cos \vartheta$ (Ruhesystem von t_0), E' (Laborsystem) für das Teilchen t_1 verwendet. Um das Problem zu lösen, wird die Lorentz-Transformation

$$E' = \gamma E + \gamma \beta p_z.$$

benötigt. Aus

$$\gamma = \frac{E_0}{m_0}, \quad \gamma \beta = \frac{p_0}{m_0}.$$

und

$$p_z = p \cos \vartheta, \quad p = \sqrt{E^2 - m^2}, \quad E = \frac{m_0}{2}$$

ergibt sich

$$E' = \frac{1}{2} \left(E_0 + \frac{p_0}{m_0} \sqrt{m_0^2 - 4m^2} \cos \vartheta \right). \quad (2.9)$$

Wenn man zusätzlich annimmt, daß $m = 0$ ist, vereinfacht sich die Gleichung 2.9 zu

$$E' = \frac{1}{2} (E_0 + p_0 \cos \vartheta). \quad (2.10)$$

Für die Fälle $\vartheta = 0$ und $\vartheta = 180^\circ$ erhält man die maximal bzw. minimal mögliche Energie, die die Zerfallsprodukte haben können. Das heißt

$$E'^{\max, \min} = \frac{1}{2} \left(E_0 \pm \frac{p_0}{m_0} \sqrt{m_0^2 - 4m^2} \right) \quad (2.11)$$

bzw. für masselose Zerfallsprodukte

$$E'^{\max, \min} = \frac{1}{2} (E_0 \pm p_0). \quad (2.12)$$

Die Maximalenergie für π^0 im *BABAR*-Experiment ergibt sich aus dem Zerfall $B^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0$. Die vollständige zur Berechnung notwendige Zerfallskette sieht folgendermaßen aus:

$$\Upsilon(4S) \rightarrow B^0 \bar{B}^0, \quad B^0/\bar{B}^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0, \quad \pi^0 \rightarrow \gamma\gamma.$$

Die Massen der Teilchen lauten [9]

$$\begin{aligned} m_{\Upsilon(4S)} &= 10\,580 \quad \text{MeV}/c^2, \\ m_{B^0} &= 5\,279,2 \quad \text{MeV}/c^2, \\ m_{\pi^0} &= 134,9764 \quad \text{MeV}/c^2, \\ m_{\gamma} &= 0. \end{aligned}$$

Die Energie des $\Upsilon(4S)$ beträgt dabei $E_{\Upsilon(4S)} = 12,109 \text{ GeV}$. Die Maximal- und Minimalenergie des B^0 lässt sich unter Verwendung der Gleichung 2.11 berechnen. Es ergibt sich damit

$$E_{B^0}^{\max} = 6\,242,6 \text{ MeV}, \quad E_{B^0}^{\min} = 5\,866,4 \text{ MeV}.$$

Die maximale π^0 -Energie erhält man ebenfalls mit Gleichung 2.11 und aus der maximalen B^0 -Energie. Es folgt somit

$$E_{\pi^0}^{\max} = 4785,0 \text{ MeV}.$$

Während für $\Upsilon(4S)$ -Ereignisse π^0 -Energien von beinahe 5 GeV auftreten können, kann die π^0 -Energie in Kontinuumsereignissen bis zu 9 GeV ($e^+e^- \rightarrow \pi^0 \pi^0$) betragen. Entsprechend treten Photonen aus π^0 -Zerfällen mit Energien von 0 bis 5 GeV bzw. 9 GeV auf.

Mit Gleichung 2.11 kann man auch die Maximalenergie im Schwerpunktssystem berechnen, wenn man $E_0 = E_{B^0} = \frac{1}{2}m_{\Upsilon(4S)} = 5,29 \text{ GeV}$ und $m_0 = m_{B^0}$ setzt. Daraus folgt eine maximale π^0 -Energie von 2,814 GeV. Im Kontinuum können die π^0 Energien von bis zu 5,29 GeV besitzen.

Da das π^0 ein Teilchen mit Spin $s = 0$ ist, ist die Raumwinkelverteilung der Photonen im Ruhesystem des π^0 flach. Das heißt

$$\frac{dN}{d \cos \vartheta} = C = \text{const.} \quad (2.13)$$

Es lässt sich weiterhin die Energieverteilung dN/dE' von Photonen aus monoenergetischen π^0 bestimmen.

$$\frac{dN}{dE'} = \frac{dN}{d \cos \vartheta} \frac{d \cos \vartheta}{dE'} = \frac{dN}{d \cos \vartheta} \left(\frac{dE'}{d \cos \vartheta} \right)^{-1}$$

Aus Gleichung 2.10 folgt

$$\frac{dE'}{d \cos \vartheta} = \frac{p_0}{2},$$

und mit Gleichung 2.13 ergibt sich

$$\frac{dN}{dE'} = \frac{2C}{p_0} = \text{const.} \quad (2.14)$$

Das bedeutet, daß die Energie von Photonen aus Zerfällen gleicher π^0 -Energie gleichverteilt ist.

2.3.3 Nachweis im Kalorimeter

Aufgrund des 2γ -Zerfalls dient im *BABAR*-Experiment das elektromagnetische Kalorimeter (s. Kap. 4) zum Nachweis des π^0 . Da ein π^0 wegen seiner sehr geringen Lebensdauer dort zerfällt, wo es auftritt, entstehen die meisten nahe des Wechselwirkungspunktes. Je weiter ein π^0 vom Wechselwirkungspunkt entfernt zerfällt, weil es z. B. bei einem sekundären Zerfall entsteht, desto schwieriger wird ein Nachweis. Dies trägt unter anderem zur π^0 -Massenauflösung bei.

Photonen erzeugen im Kalorimeter *Cluster* (s. Kap. 4.3). Bei niederenergetischen π^0 sind die beiden *Cluster* weit voneinander getrennt, so daß eine Rekonstruktion am einfachsten ist. Bei zunehmender π^0 -Energie nimmt auch der minimale Öffnungswinkel ab. Dies kann dazuführen, daß die beiden *Cluster* zu einem verschmelzen ($E_{\pi^0} > 1 \text{ GeV}$). Meist lassen sich noch zwei *Bumps* rekonstruieren, so daß beide zu einem möglichen π^0 kombiniert werden können. Bei hochenergetischen π^0 lassen sich die *Cluster* oft nicht mehr in zwei *Bumps* trennen ($E_{\pi^0} > 2 \dots 3 \text{ GeV}$). Zur Unterscheidung von hochenergetischen Einzelphotonen kann aber noch die Schauerform herangezogen werden.

Kapitel 3

Das *BABAR*-Experiment

Das *BABAR*-Experiment befindet sich am *Stanford Linear Accelerator Center (SLAC)* in Kalifornien, ca. 50 km südlich von San Francisco. Die auch als „*B*-Fabrik“ bezeichnete Anlage umfaßt den Linearbeschleuniger (*LINAC*), die Speicherringanlage *PEP II* und den *BABAR*-Detektor. In den folgenden zwei Abschnitten soll näher auf den Speicherring und den Detektor eingegangen werden.

3.1 Der Speicherring *PEP II*

Die im *LINAC* erzeugten und beschleunigten Elektronen und Positronen werden in die Speicherringanlage *PEP II* injiziert und dort im *BABAR*-Detektor zur Kollision gebracht (s. Abb. 3.1). Der *PEP II*-Tunnel besitzt einen Umfang von ca. 2,2 km

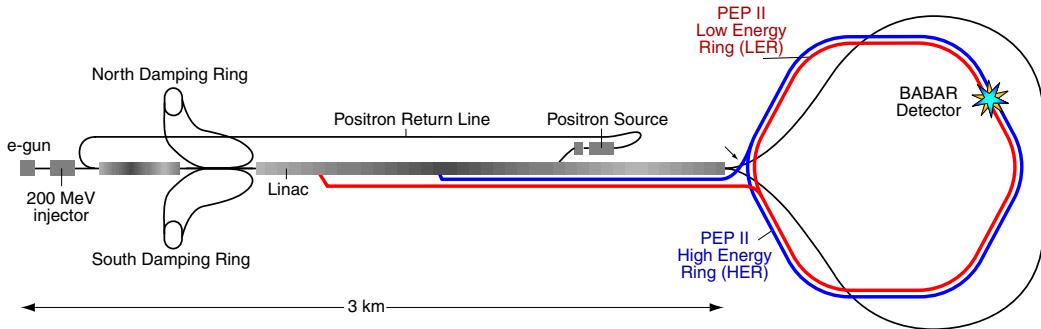


Abbildung 3.1: *B*-Fabrik am *SLAC* mit Linearbeschleuniger, *PEP II*-Ring und *BABAR*-Detektor.

und enthält zwei Speicherringe, die übereinander liegen. Im Hochenergiering werden Elektronen mit einer Energie von 9,0 GeV und im Niederenergiering Positronen mit einer Energie von 3,1 GeV gespeichert. Die Ringanlage wird somit bei einer Laborenergie von 12,1 GeV und einer Schwerpunktsenergie von 10,58 GeV ($\beta\gamma = 0,55$) betrieben, dies entspricht der Ruhemasse der $\Upsilon(4S)$ -Resonanz. Die $\Upsilon(4S)$ -Resonanz

ist ein $b\bar{b}$ -Zustand mit den Quantenzahlen $I^G(J^{PC}) = 0^-(1^{--})$, der im wesentlichen in ein $B\bar{B}$ -Paar zerfällt ($\mathcal{B} > 96\%$).

Neben der $\Upsilon(4S)$ -Resonanz werden auch andere Quark-Antiquark- (Kontinuum) und Lepton-Antilepton-Paare erzeugt. Tabelle 3.1 zeigt die Produktionsquerschnitte

$e^+e^- \rightarrow$	$b\bar{b}$	$c\bar{c}$	$s\bar{s}$	$u\bar{u}$	$d\bar{d}$	$\tau^+\tau^-$	$\mu^+\mu^-$	e^+e^-
σ/nb	1,09	1,30	0,35	1,39	0,35	0,94	1,16	≈ 40

Tabelle 3.1: Wirkungsquerschnitte von e^+e^- -Reaktionen bei $\sqrt{s} = M_{\Upsilon(4S)}c^2$.

für verschiedene Reaktionen bei $\sqrt{s} = M_{\Upsilon(4S)}c^2$. Zum einen ist dies unerwünschter Untergrund, der abgezogen werden kann, in dem man Daten verwendet, die bei einer Schwerpunktsenergie von ca. $40\dots 60\text{ MeV}$ unterhalb der $\Upsilon(4S)$ -Ruheenergie genommen wurden, da dort keine $b\bar{b}$ -Zustände mehr erzeugt werden. Zum anderen können damit weitere Physikanalysen oder Studien betrieben werden.

Die Luminosität dieser Anlage war mit $3 \cdot 10^{33} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ geplant [4]. Der erreichte Maximalwert liegt momentan bei $\mathcal{L}_{\text{max}} = 6,582 \cdot 10^{33} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ [5]. Die ersten Kolisionen fanden im März 1999 statt. Bis Anfang Oktober 2003 wurde eine Datenmenge von $132,69 \text{ fb}^{-1}$ aufgezeichnet, wobei $12,50 \text{ fb}^{-1}$ unterhalb der Resonanz genommen wurden. Abb. 3.2 zeigt die aufintegrierte Luminosität, d. h. die genommene Datenmenge, bis zum gegenwärtigen Zeitpunkt.

3.2 Der *BABAR*-Detektor

Der Detektor ist im wesentlichen wie ein typischer Detektor der Hochenergiephysik aufgebaut. Er besteht aus mehreren radial angeordneten Komponenten. Auffällig ist der asymmetrische Aufbau infolge des bewegten Schwerpunktsystems. Der Detektor ist von innen nach außen wie folgt aufgebaut:

SVT Silizium-Vertexdetektor
(silicon vertextracker)

DCH Driftkammer
(drift chamber)

DIRC Tscherenkov-Detektor
(detector of internally reflected Cherenkov radiation)

EMC elektromagnetisches Kalorimeter
(electromagnetic calorimeter)

IFR instrumentiertes Eisenjoch
(instrumented flux return).

Zwischen dem Kalorimeter und dem Eisenjoch befindet sich außerdem eine supraleitende Spule. Das Aufbauschema des Detektors ist in Abbildung 3.3 dargestellt [4,10].

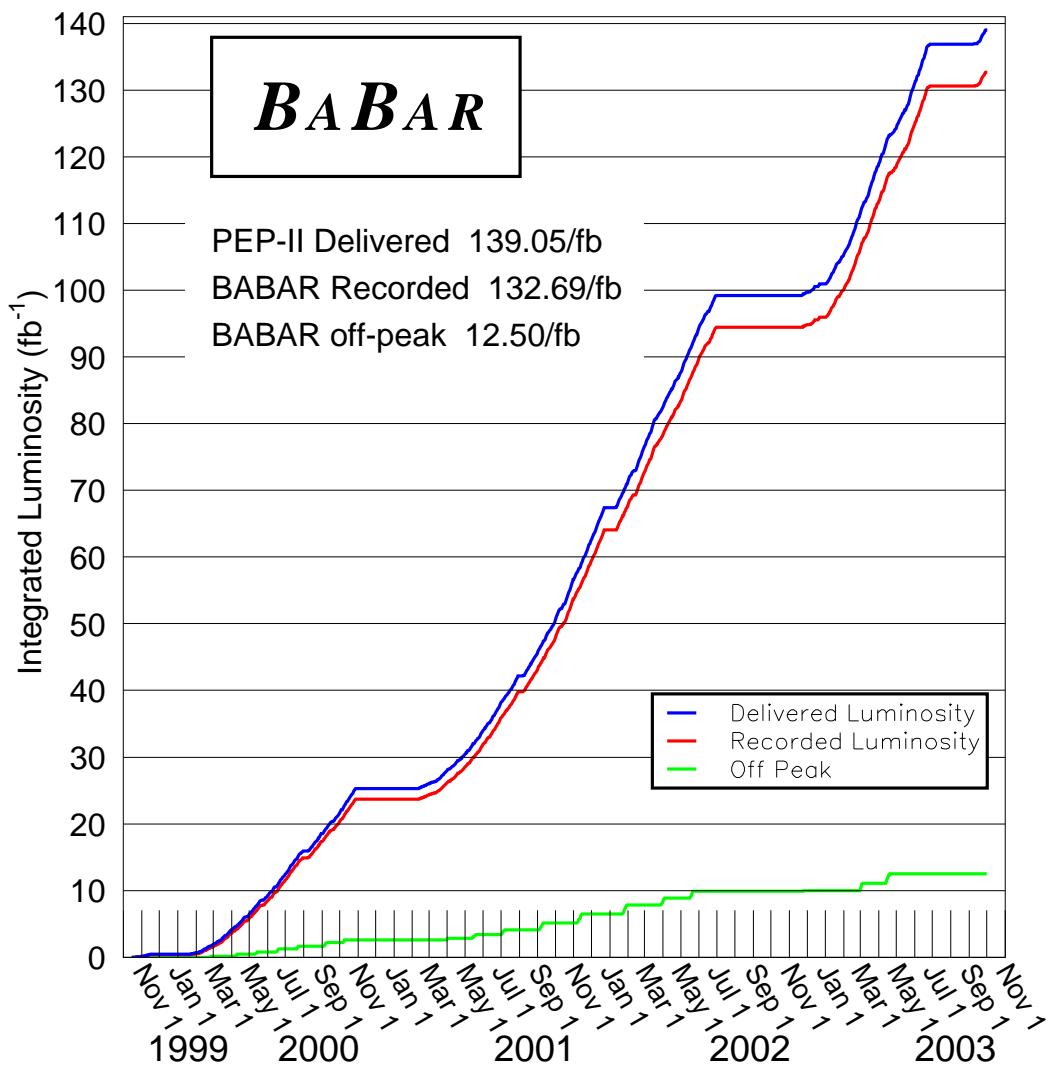


Abbildung 3.2: Integrierte Luminosität bis Anfang Oktober 2003.

Im folgenden wird auf alle Detektorkomponenten, mit Ausnahme des Kalorimeters, eingegangen. Das elektromagnetische Kalorimeter wird im anschließenden Kapitel 4 näher besprochen.

3.2.1 SVT

Der Vertexdetektor befindet sich in einer Halterungsrore mit einem Radius von 20 cm und liefert präzise Informationen über geladene Spuren nahe dem Wechselwirkungspunkt. Außerdem ist hier der einzige Nachweis niederenergetischer geladener Teilchen mit einem Transversalimpuls $p_t \leq 100 \text{ MeV}/c$ möglich, da diese die

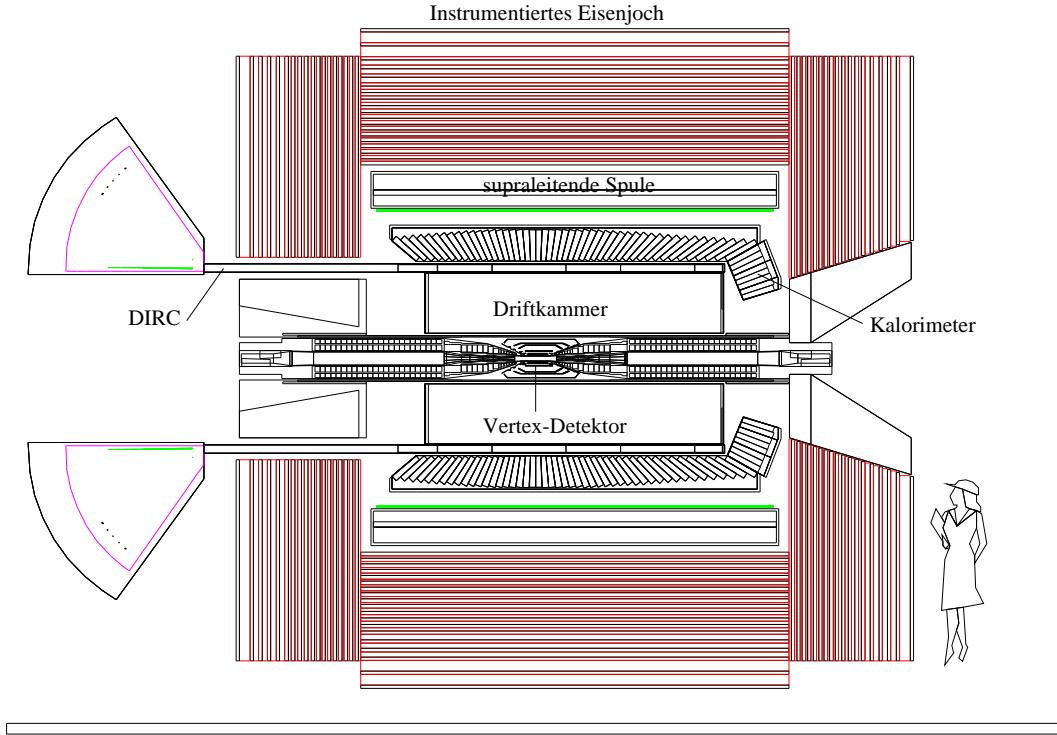


Abbildung 3.3: Aufbau des *BABAR*-Detektors.

Driftkammer nicht erreichen bzw. in den unteren Schichten keine rekonstruierbaren Spuren hinterlassen. Diese Komponente besteht aus insgesamt fünf konzentrisch angeordneten Schichten von doppelseitigen Siliziumstreifendetektoren mit Radien von 32 mm bis 144 mm und deckt ein Polarwinkelbereich von $\vartheta = 20,1^\circ \dots 150,2^\circ$ ab (s. Abb. 3.4). Der SVT hat insgesamt über 150 000 Auslesekanäle.

3.2.2 DCH

In der Driftkammer findet die Spurrekonstruktion und Impulsmessung geladener Teilchen mit einem Transversalimpuls von $p_t > 100 \text{ MeV}/c$ statt. Des Weiteren erfolgt eine Teilchenidentifizierung über die Ionisationsverluste (dE/dx). Die Abmessungen der Driftkammer betragen in z -Richtung $l = 280 \text{ cm}$ und in radialer Richtung $23,6 \text{ cm} \leq r \leq 80,9 \text{ cm}$. Sie besteht aus 7104 hexagonalen Driftzellen mit einer Größe von $12 \text{ mm} \times 18 \text{ mm}$ in insgesamt 40 Schichten. Als Gas wird ein Gemisch aus Helium und Isobutan in einem Verhältnis von 80:20 verwendet. Die Signaldrähte bestehen aus goldummanteltem Wolfram und besitzen einen Durchmesser von $20 \mu\text{m}$. Die Felddrähte sind aus goldummanteltem Aluminium gefertigt, und der Durchmesser beträgt $80 \mu\text{m}$ bzw. $120 \mu\text{m}$. Die elektrische Spannung an den Signaldrähten beträgt 1930 V. Abb. 3.5 zeigt den Längsschnitt durch diese Detektorkomponente.

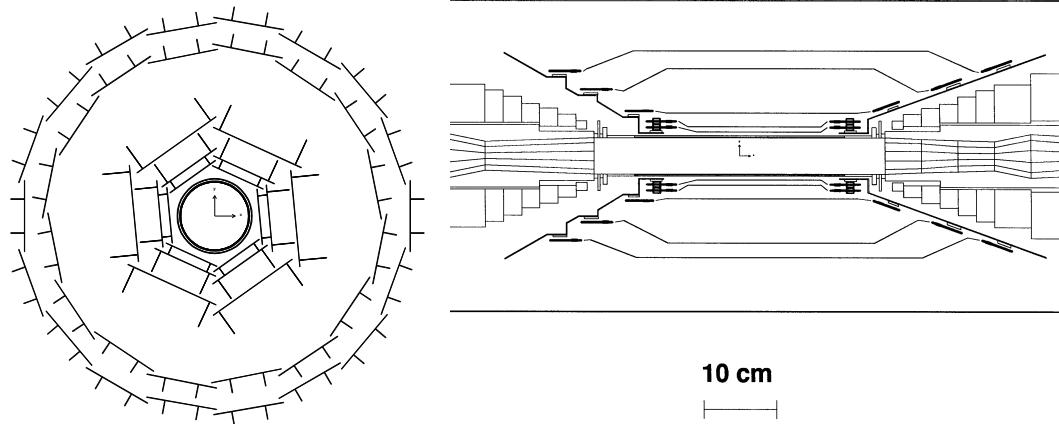


Abbildung 3.4: Quer- und Längsschnitt des Silizium-Vertexdetektor. Der Querschnitt ist ca. doppelt so groß dargestellt wie der Längsschnitt.

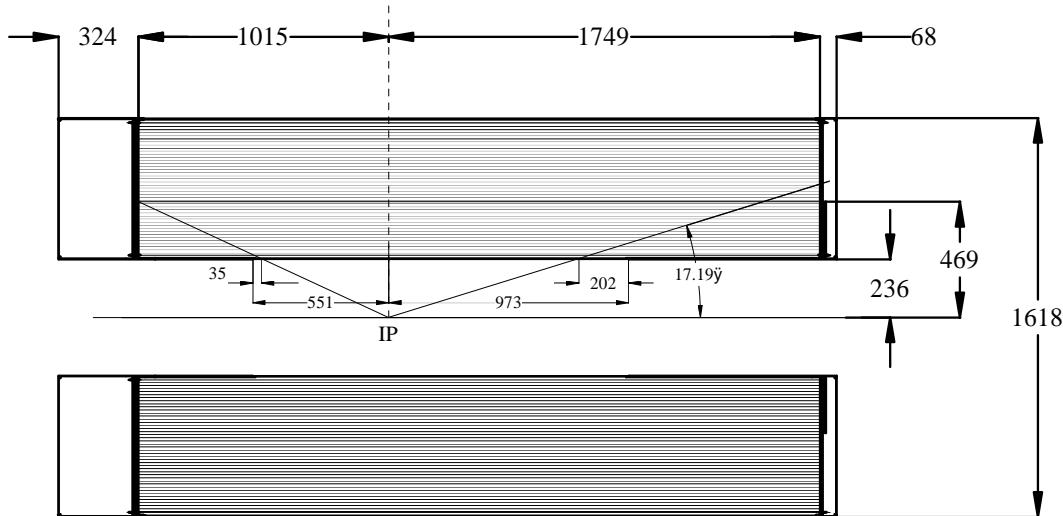


Abbildung 3.5: Längsschnitt durch die Driftkammer.

3.2.3 DIRC

Der DIRC dient der Teilchenidentifizierung und vor allem der Trennung von geladenen Kaonen und geladenen Pionen. Er besteht aus 144 Quarzstäben mit einer Dicke von 1,7 cm, einer Breite von 3,5 cm und einer Länge von 4,9 m. Diese Stäbe sind in einem zwölfseitigem Polygon zwischen der Driftkammer und dem Kalorimeter angeordnet. Das Arbeitsprinzip ist in Abb. 3.7 dargestellt. Wenn ein geladenes Teilchen

einen Quarzstab durchquert, wird Tscherenkov-Strahlung unter einem Winkel von

$$\cos \vartheta_C = \frac{1}{n} \sqrt{1 + \left(\frac{m}{p}\right)^2}$$

bezüglich der Flugrichtung des Teilchens erzeugt, wobei $n = 1,453$ der Brechungsindex des Quarzes und m und p die Masse bzw. der Impuls des Teilchens sind. Das Tscherenkov-Licht wird durch Totalreflexion bis an das hintere Ende geleitet, wo sich ein Wassertank mit 6 m^3 Inhalt befindet. Am vorwärtigen Ende sind die Stäbe verspiegelt, damit das in Vorwärtsrichtung ausgesandte Licht ebenfalls in den Wassertank gelangt. Dort wird das Tscherenkov-Bild vergrößert und auf die Rückwand des Tanks projiziert. Da wird das Licht mit ungefähr 11 000 Sekundärelektronenvervielfachern (SEV) ausgelesen, um den Tscherenkov-Winkel zu bestimmen. Ein SEV hat einen Durchmesser von 2,82 cm und einen mittleren Abstand von 1,2 m zum Ende der Quarzstäbe. Der Tscherenkov-Winkel und der in der Driftkammer gemessene Impuls liefern zusammen eine Massenhypothese für das Teilchen. In Abbildung 3.8 ist ein simuliertes Ereignis, wie es der DIRC sieht, dargestellt.

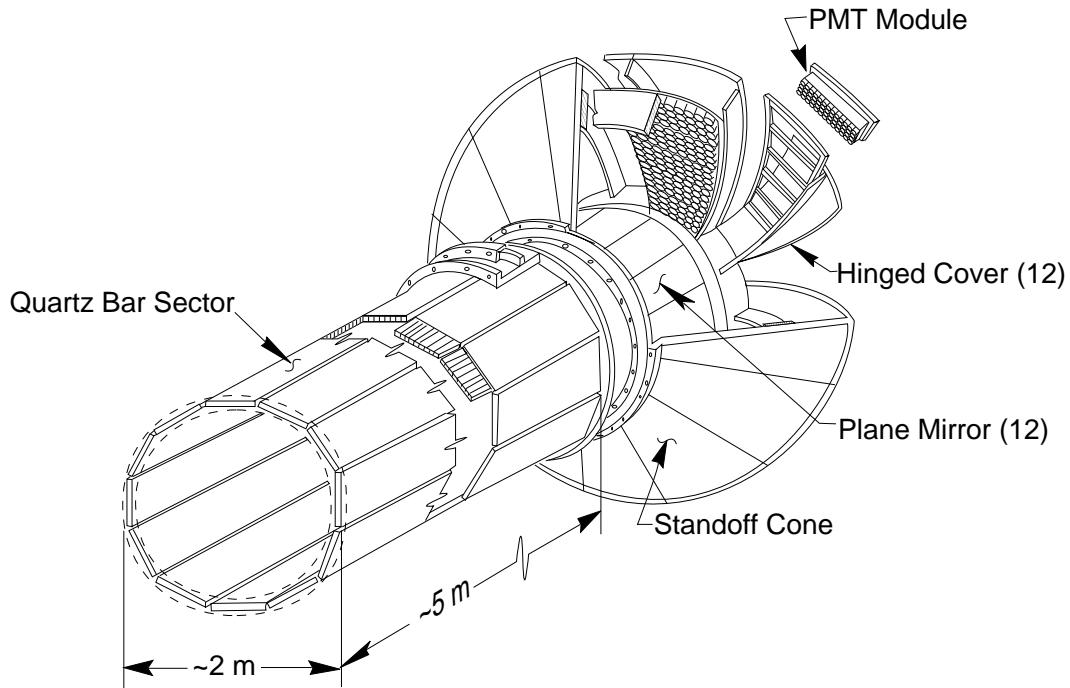


Abbildung 3.6: Schematische Ansicht des DIRCs.

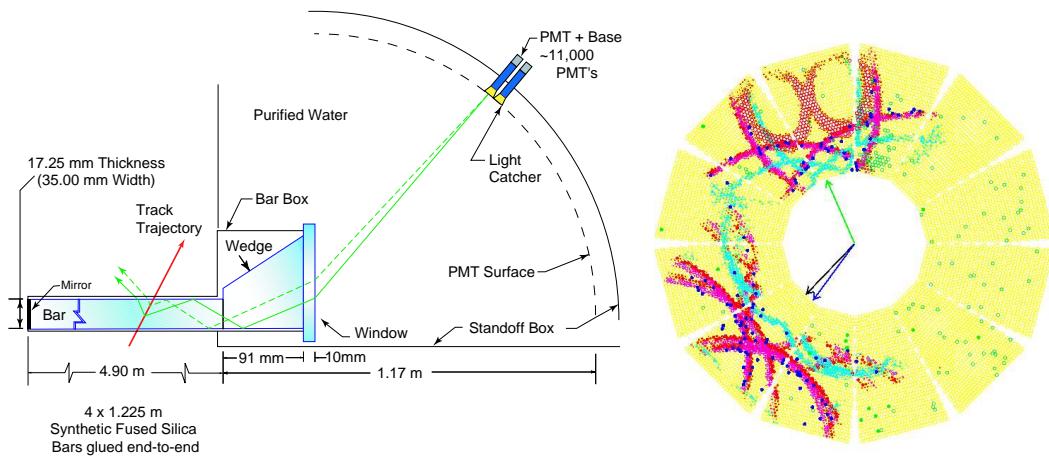


Abbildung 3.7: Funktionsprinzip des DIRCs, Skizze des Photonenweges.

Abbildung 3.8: Darstellung eines simulierten DIRC-Ereignisses.

3.2.4 Spule und IFR

Alle bisher genannten Komponenten einschließlich des Kalorimeters werden von einer supraleitenden Spule mit einem inneren Radius von 1,40 m, einem äußeren Radius von 1,73 m und einem Gewicht von 6,5 t umgeben. Bei einer Betriebsstromstärke von $I = 4,6 \text{ kA}$ (Stromdichte $j = 1,2 \text{ A/mm}^2$) erzeugt die Spule im Inneren des Detektors ein Magnetfeld mit einer Flußdichte von $B = 1,5 \text{ T}$. Die Feldenergie beträgt dabei $E_{\text{Feld}} = 27 \text{ MJ}$.

Die Flußrückführung erfolgt dabei über das instrumentierte Eisenjoch (IFR). Es besteht aus einem zylindrischen Teil und zwei Endkappen, die in Abb. 3.9 dargestellt sind. Das IFR ist in 18 Eisenplatten segmentiert mit einer totalen Dicke von 65 cm bzw. 60 cm im zylindrischen Teil bzw. in den Endkappen. Die Dicke der einzelnen Platten beträgt zwischen 2 cm und 10 cm, mit wachsender Dicke von innen nach außen. Zwischen den Platten befinden sich ca. 3 cm große Lücken, in denen sogenannte resistive plate counters (RPC) untergebracht sind. Diese RPCs dienen der Identifizierung von Myonen und neutraler Hadronen, im besonderen der K_L . Im Zylinderbereich befinden sich insgesamt 21 aktive Detektorlagen, die sich auf ein Doppellage zwischen EMC und Spule, eine Lage zwischen Spule und IFR, 17 Lagen in den Lücken des IFR und eine Lage außerhalb der Eisenstruktur aufteilen. Dabei wird eine Fläche von über 1000 m^2 abgedeckt. Das aktive Volumen ist mit einer Gasmischung aus Argon, Freon 134A ($C_2H_2F_4$) und einer kleinen Menge Isobutan gefüllt.

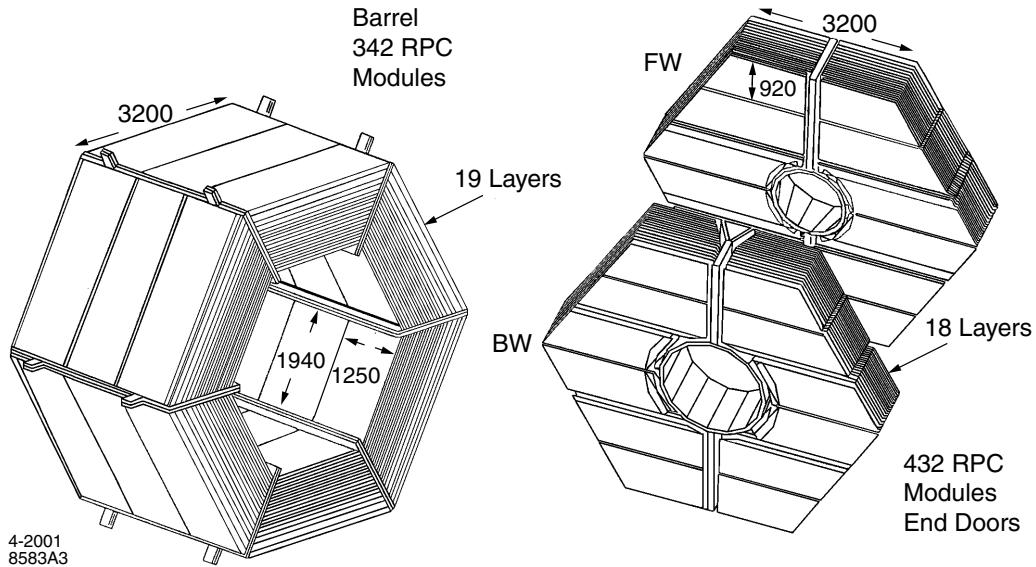


Abbildung 3.9: Zylindrischer Teil (links) und Endkappen (rechts) des instrumentierten Eisenjoches.

Kapitel 4

Das elektromagnetische Kalorimeter

4.1 Zweck

Das elektromagnetische Kalorimeter (EMC) hat im wesentlichen zwei Aufgaben. Zum einen dient es der Rekonstruktion von Photonen und damit auch von neutralen Pionen. Zum anderen wird es zur Teilchenidentifizierung bzw. -trennung benutzt, speziell zur Elektron-Pion-Trennung. Mit dem EMC ist es möglich, den Eintrefferort des Teilchens, die deponierte Energie und die Schauerform zu bestimmen [4, 10].

Die folgenden Kapitel beschäftigen sich ausführlicher mit dem Aufbau und der Funktion des elektromagnetischen Kalorimeters und der Rekonstruktion im Kalorimeter.

4.2 Aufbau

Das elektromagnetische Kalorimeter ist aus insgesamt 6580 Kristallen aufgebaut und hat ein Gewicht von 23,5 t. Die Kristalle bestehen aus mit Thallium dotiertem Cäsiumjodid ($CsI(Tl)$). Dieses Material besitzt eine Strahlungslänge von $X_0 = 1,86$ cm, der Molière-Radius beträgt 3,6 cm. Die Abmessungen der Kristalle sind dementsprechend gewählt worden. Die Länge liegt zwischen $16 X_0$ im Rückwärtsbereich und $17,5 X_0$ im Vorwärtsbereich. Die Frontfläche hat im Durchschnitt eine Größe von $4,8 \times 4,7$ cm 2 , während die Rückseite eine Fläche von $6,1 \times 6,0$ cm 2 aufweist. In Abb. 4.1 ist das allgemeine Aussehen eines Kristalls von drei Seiten dargestellt. Die geometrischen Abmessungen des gesamten Kalorimeters sind in Abbildung 4.2 dargestellt. Abbildung 4.3 zeigt einen schematischen Längsschnitt. Als Koordinaten werden der Polarwinkel ϑ (Winkel zur Strahlachse (z -Achse) in Vorwärtsrichtung) und der Azimuthwinkel φ (Winkel zu einer gedachten Achse (x -Achse), welche senkrecht auf der Strahlachse steht und vom Mittelpunkt von *PEP II* wegzeigt) verwendet. Folgender

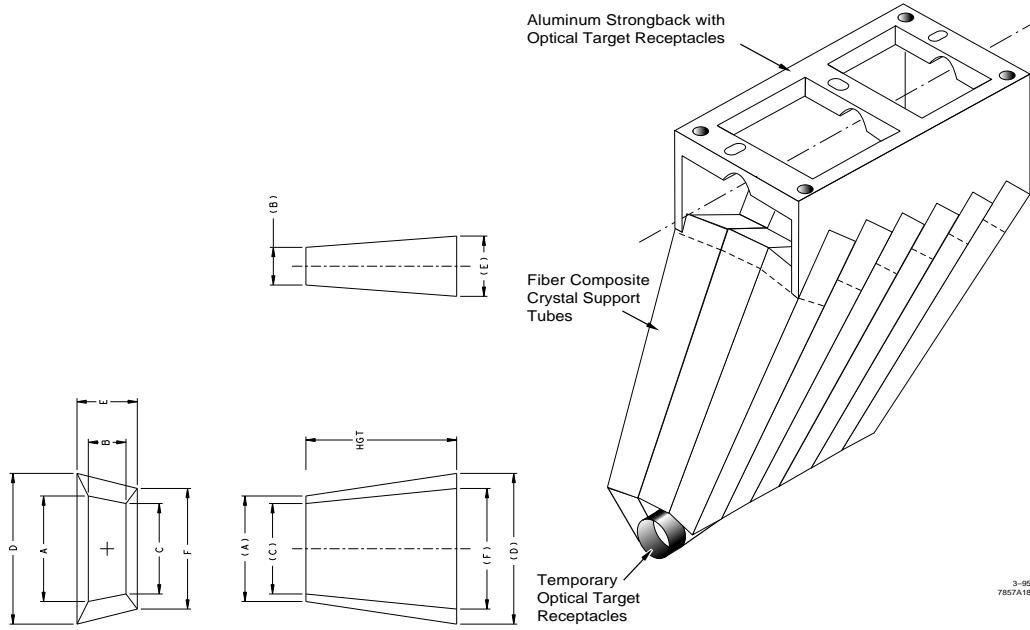


Abbildung 4.1: Schematische Darstellung der Kristallabmessungen (links) und eines EMC-Moduls (rechts).

Winkelbereich wird dabei im Laborsystem bzw. im Schwerpunktsystem abgedeckt:

$$\begin{aligned} -0,775 &\leq \cos \vartheta_{\text{lab}} \leq 0,962, \\ -0,916 &\leq \cos \vartheta_{\text{cms}} \leq 0,895. \end{aligned}$$

Wie in den Abbildungen 4.2 und 4.3 zu erkennen ist, setzt sich das EMC aus einem zylindrischen Teil und einer Endkappe zusammen.

Der zylindrische Teil besteht aus 48 Kristallringen in ϑ -Richtung mit je 120 Kristallen in φ -Richtung. Zusammen sind das 5760 Kristalle, die in insgesamt 280 Module eingebaut sind. Diese Module (s. Abb. 4.1) besitzen eine Breite von 3 Kristallen (in φ -Richtung) und eine Länge von 7 Kristallen bzw. 6 Kristallen in der letzten Modulreihe (in ϑ -Richtung). Das bedeutet, daß sich in φ -Richtung 40 Module nebeneinander und in ϑ -Richtung 7 Module hintereinander befinden.

Die Kristalle sind in ϑ nicht *projektiv* ausgerichtet, daß heißt sie zeigen nicht direkt auf den Wechselwirkungspunkt, sondern sind gegen diese Richtung, abhängig von ϑ , unterschiedlich leicht geneigt. Bei $\vartheta = 90^\circ$ ist dieser Effekt Null und am Rande maximal. Dadurch ist die Wahrscheinlichkeit kleiner, daß sich Teilchen zwischen den Kristallen hindurchbewegen und sich damit der Energieverlust erhöht. In φ sind alle Kristalle projektiv ausgerichtet.

Die Frontflächen der Kristalle haben eine Abstand von 91 cm zur Strahlachse, und die Länge des Zylinders beträgt 293,6 cm, wobei sich 112,7 cm über den Rückwärtsbereich und 180,9 cm über den Vorwärtsbereich erstrecken. Der abgedeckte

Gesamtbereich beträgt

$$\begin{aligned} -0,775 &\leq \cos \vartheta_{\text{lab}} \leq 0,892 \quad \text{bzw.} \\ -0,916 &\leq \cos \vartheta_{\text{cms}} \leq 0,715. \end{aligned}$$

Die Endkappe ist aus 8 Kristallringen in ϑ -Richtung aufgebaut. In φ -Richtung bestehen die inneren beiden Ringe aus 80, die mittleren drei aus 100 und die äußeren drei aus 120 Kristallen. Das ergibt 820 Kristalle für diesen Teil des Kalorimeters. Die Endkappe verfügt über einen Aufbau aus insgesamt 20 Modulen in φ -Richtung mit jeweils 41 Kristallen.

Diese Kristalle sind ebenfalls in ϑ nicht projektiv ausgerichtet. Der innerste Ring hat eine Abstand von 55,3 cm zur Strahlachse. Die Endkappe überdeckt einen Bereich von

$$\begin{aligned} 0,893 &\leq \cos \vartheta_{\text{lab}} \leq 0,962 \quad \text{bzw.} \\ 0,718 &\leq \cos \vartheta_{\text{cms}} \leq 0,895. \end{aligned}$$

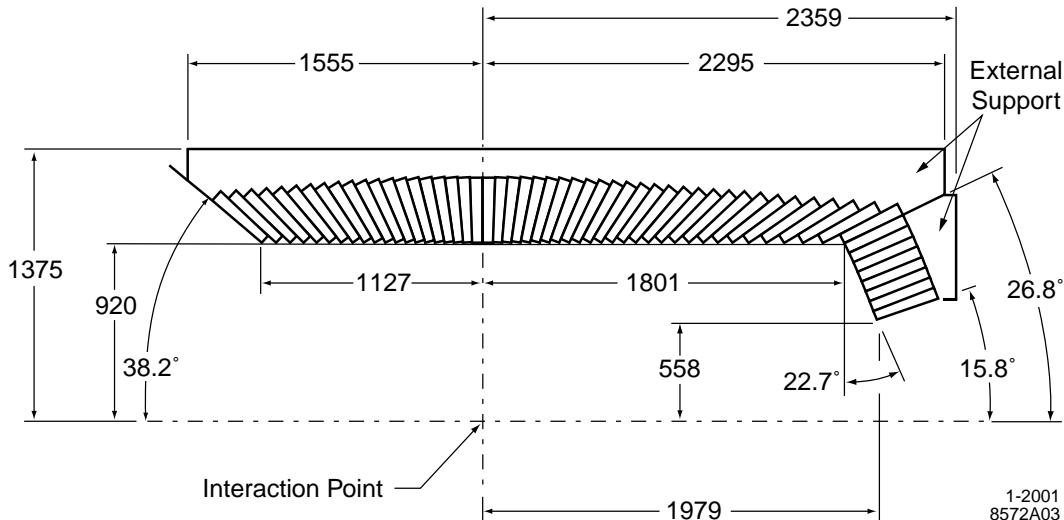


Abbildung 4.2: Geometrie des elektromagnetischen Kalorimeters.

4.3 Funktion

Ein in das Kalorimeter eintretendes Teilchen deponiert im allgemeinen Energie. Diese Energie verteilt sich dabei über mehrere zueinander benachbarte Kristalle. In diesem Kapitel wird beschrieben, wie aus einer solchen räumlichen Energieverteilung Energie, Schauerform und Eintreffort des Teilchens rekonstruiert werden. Zuerst wird erläutert, welche physikalischen Vorgänge im Kristall stattfinden, wenn ein Teilchen

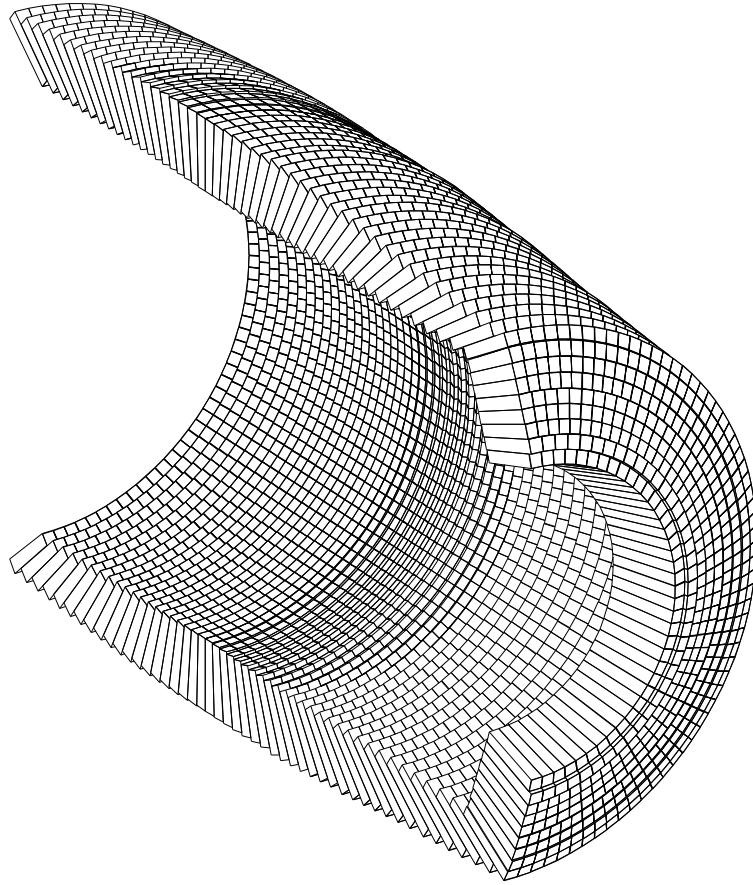


Abbildung 4.3: Längsschnitt des *BABAR*-Kalorimeter.

eintrifft und wie die entstehenden Signale zu sogenannten *Digs* verarbeitet werden [11]. Anschließend wird beschrieben, wie man aus *Digs Cluster* zusammensetzt und wie man mit Hilfe dieser *Cluster* Teilchen rekonstruiert [12].

4.3.1 Vom Teilchen zum *Digi*

Aufgrund von Paarbildung erzeugt ein in Materie eintretendes Photon, durch Wechselwirkungen mit den Atomkernen im Material, Elektronen und Positronen. Die Elektronen und Positronen produzieren wiederum neue Photonen durch Bremsstrahlung. Mit diesen Photonen beginnen weitere Paarbildungs- und darauffolgende Bremsstrahlungsprozesse. Dadurch entsteht eine Kaskade von Photonen und Elektronen mit immer weiter abnehmenden Energien pro Teilchen. Bei niederen Energien setzen auch der Compton-Effekt und Paarvernichtung ein. Wenn die Teilchen bei sehr niedrigen Energien angelangt sind, bricht der Kaskadenprozeß ab. Das Resultat dieses Vorgangs nennt man elektromagnetischen Schauer. Er hängt stark vom

Material ab und ist besonders gut in szintillierenden Materialien zu beobachten, wie zum Beispiel beim hier verwendeten *CsI(Tl)*.

Im allgemeinen breitet sich der elektromagnetische Schauer über mehrere Kristalle aus, und die dabei erzeugte Lichtmenge ist abhängig von der deponierten Energie. In jedem Kristall wird die Lichtmenge von zwei Photodioden, die auf der Rückseite aufgeklebt sind, ausgelesen. Durch das Licht werden in den Dioden, an denen in Sperrichtung eine Spannung von 30 V anliegt, Elektronen-Loch-Paare erzeugt, so daß eine von der Zeit abhängige Ladungsmenge entsteht. Zu jeder Photodiode gehört ein Vorverstärker, der sich direkt auf dem Kristall befindet.

Durch Integration im Vorverstärker wird die Ladung in ein zeitabhängiges Spannungssignal umgewandelt, das am Ausgang in zwei Verstärkungen, die sich um einen Faktor von 32 unterscheiden, anliegt. Die Signale aus je 12 Kristallen werden in eine ADC¹-Karte eingespeist. Dort werden die Signale in einen sogenannten CARE²-Chip weiter verstärkt, so daß sich am Ende vier mögliche Verstärkungen im Verhältnis 256:32:4:1 ergeben. Der CARE-Chip findet selbst die maximal sinnvolle Verstärkung und mittelt die Signale der beiden Photodioden pro Kristall. Beide Signale können auch getrennt werden, falls z. B. eine Diode ausfallen sollte. Danach wird das Signal von einem Analog-Digital-Wandler mit einer Rate von 4 MHz zerlegt und in 10 bit lange Werte umgewandelt. Die zugehörige Verstärkung wird in einen 2 bit langen Wert gewandelt.

Die digitalisierten Daten aus jeweils sechs ADC-Karten gelangen danach über eine Eingabe-Ausgabe-Platine (IOB³) in Auslesemodule (ROM⁴). Es werden so im zylindrischen Teil die Daten aus 72 Kristallen und in der Endkappe aus 41 Kristallen in einem Auslesemodul ROM ausgelesen und zusammengefaßt.

Im ROM befindet sich eine Nachschlagetabelle (LUT⁵), die den Digitalwerten jeweils bestimmte Werte zuordnet. Aus diesen Werten werden Energie- und Zeitwerte bestimmt (s. Kap. 4.4.1) und in 32-bit-Worte, den *Digis*⁶, gespeichert. Die *Digis* werden in sogenannte *tagged containers*⁷ nacheinander eingefügt und abgespeichert. Die beschriebene Auslesekette ist in Abb. 4.4 schematisch dargestellt.

Hardwareseitig werden 10 ROMs in einem *Crates*⁸ zusammengefaßt. Zum Zylinder gehören 8 *Crates*. Die Endkappe ist in einem *Crates* mit 8 ROMs zusammengefaßt. Anschließend werden die Daten, zusammen mit den Information der anderen Detektorkomponenten, ereignisweise in sogenannte *xtc*⁹-Dateien auf Festplattenspeicher und Magnetspeicherbänder gesichert. Jede *xtc*-Datei enthält die Informationen eines *Runs*¹⁰, der aus bis zu ca. 10^6 Ereignisse besteht.

¹Analog-to-Digital Converter – Analog-Digital-Wandler

²Custom Auto-Range Encoding

³Input Output Board

⁴Read-out Module

⁵Look-up Table

⁶Kunstwort; digit, engl.: Zahl

⁷engl.: mit Anhänger versehene Behälter

⁸crate, engl.: Kiste

⁹extended tagged container

¹⁰run, engl.: Lauf, Durchgang

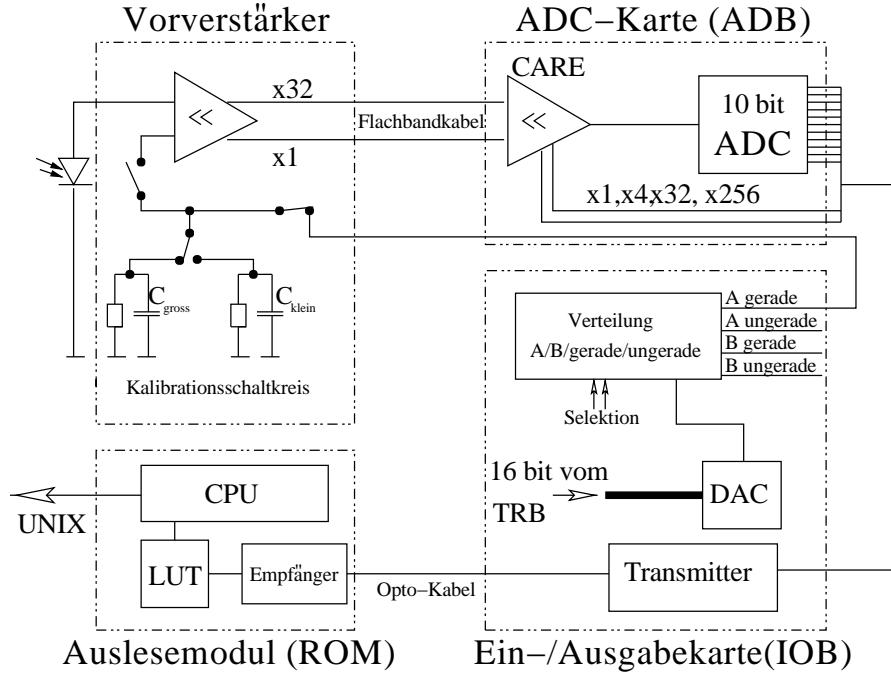


Abbildung 4.4: Auslese-Elektronik des Kalorimeters.

4.3.2 Vom *Digi* zum *Cluster*

Um die aufgezeichneten Daten analysieren zu können, müssen sie weiter prozessiert werden. Im Fall der Kalorimeterinformationen bedeutet dies, daß die *Digis* zu *Cluster*¹¹ und *Bumps*¹² rekonstruiert werden.

Aufgrund der Objektorientierung der Programmiersprache C++ ist die Software bei *BABAR* modular aufgebaut. Für das Kalorimeter heißt das, daß die Software aus Paketen u. a. zur Geometrie, Rekonstruktion und Kalibrierung aufgebaut ist. Die Rekonstruktionspakte bestehen wiederum aus Modulen, die verschiedene Algorithmen zu Verfügung stellen, um z. B. einen *Cluster* zu rekonstruieren oder den Ort eines *Clusters* zu bestimmen.

Zur Rekonstruktion stehen nur *Digis* mit einer bestimmten Mindestenergie und deren Nachbar-*Digis* zur Verfügung. Der Wert der Mindestenergie beträgt momentan 5 MeV. Alle anderen *Digis* wurden durch einen „Bereinigungs“-Algorithmus entfernt. Rauschende Kristalle können damit zum Teil ausgeschlossen werden.

Der *Cluster*-Algorithmus läuft anschließend wie folgt ab. Zuerst wird über alle *Digis* „gelaufen“. Wenn dabei ein *Digi* mit einer Mindestenergie von 10 MeV gefunden wird, ist dieses der Startpunkt für eine *Cluster*-Rekonstruktion. Zu diesem Start-*Digi* werden alle Nachbar-*Digis* hinzugefügt, die eine Energie von mindestens 1 MeV haben. Anschließend werden alle Nachbarn der neu hinzugefügten *Digis* ih-

¹¹cluster, engl: Anhäufung

¹²bump, engl.: Buckel, Beule

rerseits nach den Energien abgefragt. Die neuen *Digis* müssen ebenfalls mehr als 1 MeV Energie haben und zusätzlich einen Nachbar mit mindestens 3 MeV. Dieser Algorithmus wird fortgesetzt, bis keine entsprechenden *Digis* mehr gefunden werden. Der so entstande *Cluster* wird anschließend abgespeichert, falls die *Cluster*-Energie mindestens 20 MeV beträgt. Abb. 4.5 zeigt eine schematische Darstellung eines *Clusters*. Nachdem ein *Cluster* rekonstruiert wurde, wird das nächste *Digi* mit einer Mindestenergie von 10 MeV gesucht, um einen weiteren *Cluster* zu rekonstruieren usw.

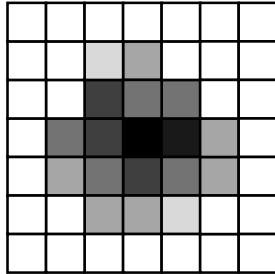


Abbildung 4.5: Schematische Darstellung eines *Clusters*. Die Höhe der deponierten Energie wird durch den Schwärzungsgrad symbolisiert.

Es kann vorkommen, daß zwei nahe beieinander in das Kalorimeter eintreffende Teilchen einen Teil ihrer Energien in dieselben Kristalle deponieren. In diesem Fall beobachtet man nur einen *Cluster*. Dieser *Cluster* kann zwei Maxima aufweisen, wenn die beiden Teilchen nicht zu dicht beieinander eingetroffen sind. Dementsprechend wird ein solcher *Cluster* in *Bumps* aufgeteilt, so daß jedem Maximum ein *Bump* zugeordnet wird. *Cluster* mit nur einem Maximum sind gleichzeitig auch *Bumps*. Um einen *Cluster* in *Bumps* aufzuteilen, werden weitere Module mit den entsprechenden Trennungsalgorithmen zur Verfügung gestellt. Dabei werden die *Digis* entsprechend gewichtet und so ein Teil-*Digi* einem *Bump* zugeordnet.

4.3.3 Vom *Cluster* zum *Teilchen*

Diese *Cluster* bzw. *Bumps* können nun zur Teilchenrekonstruktion verwendet werden. Man erhält so Werte über die Energie, den Ort und die Schauerform. Die *Cluster*-Energie ergibt sich aus der Summe der Einzelenergien der zugehörigen *Digis* $E = \sum_i E_i$.

Zur Bestimmung des Ortes eines *Clusters* bzw. *Bumps* gibt es verschiedene Methoden [13]. Ausgangspunkt sind zum einen die Anteile der *Digi*-Energien E_i zur *Cluster*-Energie

$$\varepsilon_i = \frac{E_i}{\sum_j E_j}$$

und zum anderen die Bestimmungsvorschrift zur Berechnung des Ortes

$$\vec{r} = \frac{\sum_i w_i \vec{r}_i}{\sum_i w_i},$$

wobei \vec{r}_i und w_i den Kristallfront-Mittelpunkt bzw. die Wichtung eines *Digis* darstellen. Zur Bestimmung des Ortes können verschiedene Wichtungen gewählt werden. Die einfachste ist die lineare Wichtung $w_i = \varepsilon_i$. Dies führt zur Bestimmung des Schwerpunkts eines *Clusters*. Diese Wichtung berücksichtigt aber nicht das exponentielle Energieprofil. Eine weitere Möglichkeit bietet daher die logarithmische Wichtung

$$w_i = \max(0, a + \ln \varepsilon_i),$$

wobei a ein Abschneideparameter darstellt, d. h., es bleiben *Digis* mit Energieanteilen unterhalb eines bestimmten Wertes, je nach Wahl von a , in der Ortsbestimmung unberücksichtigt.

Ebenfalls läßt sich die Schauerform eines *Clusters* bestimmen. Hierzu gibt es verschiedene Variablen, von denen zwei genannt werden sollen. Als erstes ist es das sogenannte *laterale Moment L*. Wenn man alle N Digi-Energien eines *Clusters* der Größe nach ordnet und numeriert, dann lautet die Berechnung wie folgt

$$L = \frac{\sum_{i=3}^N E_i r_i^2}{\sum_{i=1}^N E_i r_i^2}, \quad (4.1)$$

wobei r_i der Abstand zum *Cluster*-Schwerpunkt ist. Der Wert für L liegt damit zwischen 0 und 1. Während die Schauer für Elektronen und Photonen relativ konzentriert sind, verteilt sich die Energie der anderen Teilchen breiter über die Kristalle. Das heißt, daß die Verteilung des lateralen Momentes für Elektronen und Photonen zu kleineren Werten hin verschoben ist.

Als weitere Schauerformvariable ist das *zweite Moment* (in ϑ und φ) S zu nennen. Es wird folgendermaßen bestimmt

$$S = \frac{\sum_i E_i \left[(\vartheta_i - \vartheta_{\text{clus}})^2 + (\varphi_i - \varphi_{\text{clus}})^2 \right]}{\sum_i E_i}.$$

$\vartheta_{i,\text{clus}}$, $\varphi_{i,\text{clus}}$ bezeichnen den Ort der Kristallfrontmitten bzw. des *Clusters* in Winkelkoordinaten. Falls zwei Photonen sehr dicht beieinander eintreffen, ist es oft nicht mehr möglich, sie zu trennen. Der Schauer hat aber oft eine ovalere Form als das bei Einzelphotonen der Fall ist. Der Wert von S ist in diesem Fall größer. Auf diese Weise ist es zum Teil möglich, hochenergetische π^0 zu rekonstruieren.

Desweiteren gibt es Algorithmen, welche die *Bumps* gegebenfalls zu Spuren in der Driftkammer zuordnen können, da auch geladene Teilchen im allgemeinen Energie im Kalorimeter deponieren. Damit kann das Kalorimeter zur Teilchenidentifizierung benutzt werden. Dazu wird das Verhältnis der *Bump*-Energie zum Impuls, der mit Hilfe der Driftkammer bestimmt wird, $E_{\text{EMC}}/p_{\text{DCH}}$ berechnet. Im Gegensatz zu anderen geladenen Teilchen, deponieren Elektronen die meiste Energie im Kalorimeter. Daher wird die Größe E/p zur Trennung der Elektronen von anderen Teilchen benutzt.

Die *Cluster* und *Bumps* werden mit allen Informationen wie Energie, Ort und Schauerformvariablen zur weiteren Verwendung in spezielle Listen abgespeichert. Die wichtigen Listen neutraler Kandidaten bei *BABAR* heißen **CalorClusterNeutral** und **CalorNeutral**. In ersterer sind alle *Cluster* und in letzterer alle *Bumps* zu finden. *Cluster*, die aus einem *Bump* bestehen, sind in beiden Listen zu finden. Zusätzlich hat man die Möglichkeit, die Zugehörigkeit der *Bumps* zu den *Clustern* abzufragen.

4.3.4 Energie- und Ortsauflösung

Die Energieauflösung und Ortsauflösung des Kalorimeters in Abhängigkeit von der Energie sieht folgendermaßen aus, wobei $a \oplus b = \sqrt{a^2 + b^2}$ bedeutet:

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_E}{E} &= \frac{\sigma_1}{\sqrt[4]{E/\text{GeV}}} \oplus \sigma_2 & (4.2) \\ \sigma_1 &= (2,32 \pm 0,30)\% \\ \sigma_2 &= (1,85 \pm 0,12)\% \end{aligned}$$

bzw.

$$\begin{aligned} \sigma_\vartheta &= \frac{\sigma_1}{\sqrt{E/\text{GeV}}} \oplus \sigma_2 & (4.3) \\ \sigma_1 &= (3,87 \pm 0,07) \text{ mrad} \\ \sigma_2 &= (0,00 \pm 0,01) \text{ mrad.} \end{aligned}$$

Abb. 4.6 zeigt die Energie- bzw. Ortsauflösung graphisch. Außerdem ist hier dargestellt, mit welchen Methoden die Werte ermittelt wurden. Für die Bestimmung der Energieauflösung wurden Bhabha-Ereignisse ($e^+e^- \rightarrow e^+e^-$), eine radioaktive Quelle und π^0 , die in zwei Photonen mit annähernd gleichen Energien zerfallen (symmetrische π^0), benutzt. Die symmetrischen π^0 dienten auch zur Bestimmung der Ortsauflösung. In den Abbildungen sind auch die Monte-Carlo-Erwartungen eingezeichnet. Während die Ortsauflösung sehr gut durch die Simulation beschrieben wird, gibt es in der Energieauflösung geringe Abweichungen [14].

Notwendig ist auch eine Kalibrierung, um die richtige Energie zu erhalten. Hierzu gibt es verschiedene Verfahren, die gleichzeitig bzw. nacheinander Anwendung finden. Es werden sowohl die *Digis* kalibriert als auch die *Cluster*-Energien korrigiert. Es wird darauf im folgenden Kapitel näher eingegangen.

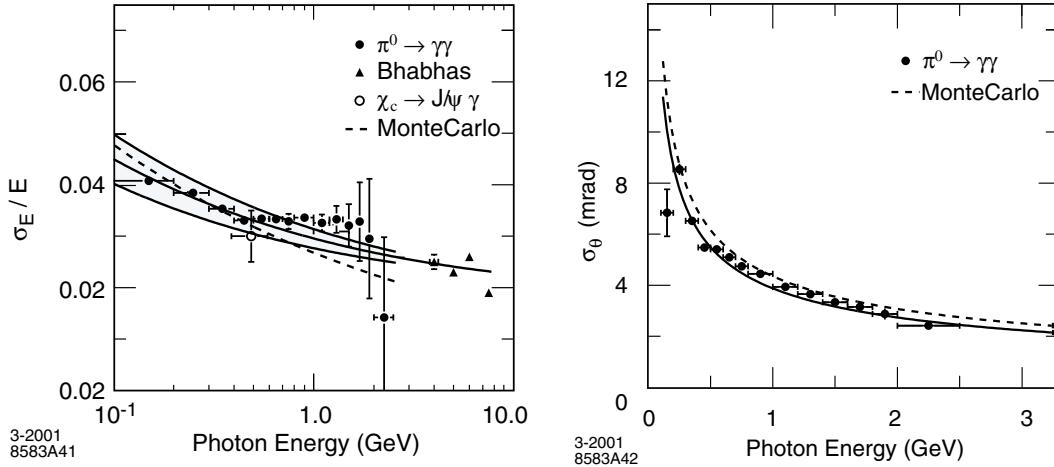


Abbildung 4.6: Energie- (links) und Ortsauflösung (rechts) von Photonen in Abhängigkeit der Energie.

4.4 Kalibrierung

Die Energie eines Teilchens, das im Kalorimeter eintrifft, setzt sich aus zwei Beiträgen zusammen, nämlich der deponierten Energie im EMC und dem Energieverlust, der hinter den Kristallen auftritt und durch inaktives Material zwischen und Materie vor den Kristallen verursacht wird. Eine Kalibrierung ist notwendig, um eine Zuordnung des gemessenen Signals aus den Kristallen zur deponierten Energie machen zu können. Anschließende *Cluster*-Korrekturen (s. nächstes Kapitel) gleichen zusätzlich die Energieverluste aus.

Die Kalibrierung des *BABAR*-Kalorimeters erfolgt sowohl für die Elektronik als auch für die Einzelkristall-Energien.

4.4.1 Elektronik-Kalibrierung

Eine Kalibrierung der Elektronik ist nötig, da Nichtlinearitäten und Nullpunktschwankungen korrigiert werden müssen. Außerdem muß dem elektronischen Signal ein Energie- und Zeitwert zugeordnet werden. Ein erster Schritt stellt die zu einem Kristall gehörige LUT (s. Kap. 4.3.1) dar. Sie setzt die vier Verstärkerstufen zu einem linearen Bereich zusammen. Da die Lichtausbeute von Kristall zu Kristall um bis zu einen Faktor 2 schwankt, werden die LUT-Tabellen mit einem Faktor multipliziert, um die Schwankungen grob auszugleichen. Die LUT-Tabellen werden gelegentlich nach größeren Eingriffen aktualisiert.

Ein Signal setzt sich aus mehreren zeitabhängigen LUT-Werten zusammen, wobei jeder Wert im Prinzip proportional zur im Kristall deponierten Energie ist. Durch elektronisches Rauschen und andere Einflüsse wird das Signal aber leicht verfälscht. Um einen möglichst guten, zur Energie proportionalen Wert zu erhalten, werden

aus den digitalisierten Werten eines jeden Signals der größte und die beiden Nachbarwerte gewählt und an diese eine Parabel angepaßt, deren Scheitelpunkt die Zeit liefert und nach Multiplikation mit einem bestimmten Faktor einen Energiewert. Diese beiden Zahlen werden als 32-bit-Wort, ein sogenanntes *Digi*, abgespeichert.

4.4.2 Kalibrierung der Einzelkristall-Energien

Da die Energien aus der Elektronik-Kalibrierung relativ grobe Werte darstellen, ist eine weitere und vor allem regelmäßige Kalibrierung notwendig. Ausgehend von diesen Werten, liefert die Einzelkristall-Kalibrierung die im Kristall tatsächlich deponierte Energie. Hierzu gibt es zwei verschiedene Verfahren, die an den beiden Enden der in diesem Experiment physikalisch relevanten Energieskala zur Anwendung kommen. Am unteren Ende wird eine sogenannte Quellen-Kalibrierung und am oberen Ende eine Bhabha-Kalibrierung durchgeführt. Die betreffenden Energien lauten

Quellen-Kalibrierung: $E = 6,13 \text{ MeV}$,

Bhabha-Kalibrierung: $E \approx 3 \dots 9 \text{ GeV}$.

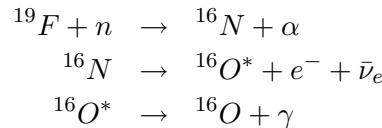
Man erhält so für jeden Kristall zwei Konstanten, also insgesamt zwei Sätze mit je 6580 Konstanten. Die Kalibrierung der Kristalle zwischen den Energiegrenzen erfolgt anschließend durch logarithmische Interpolation mit Hilfe folgender Formel:

$$E'_i = E_i \left(\frac{\ln E_i - \ln 6,13 \text{ MeV}}{\ln E_i^{\text{bh}} - \ln 6,13 \text{ MeV}} \left(c_i^{\text{bh}} - c_i^{\text{qu}} \right) + c_i^{\text{qu}} \right),$$

wobei E_i die unkalibrierte und E'_i die kalibrierte Energie eines Kristalls darstellt. E_i^{bh} ist die Energie des Elektrons bzw. Positrons eines Bhabha-Ereignisses, das diesen Kristall mittig trifft, und $c_i^{\text{bh,qu}}$ sind die entsprechenden Konstanten [15]. Auf diese beiden Kalibrierungsverfahren soll nun näher eingegangen werden.

Quellen-Kalibrierung

Dieses Verfahren nutzt die Energie der γ -Quanten aus einer radioaktiven Quelle [14]. Hierzu wird eine fluorhaltige Flüssigkeit, sogenanntes Fluorinert¹³, mit niederenergetischen Neutronen aus einem Deuterium-Tritium-Neutronen-Generator bestrahlt. Dabei entsteht folgende Reaktionskette:



Das Isotop ${}^{16}N$ hat eine Halbwertszeit von sieben Sekunden. Das vom angeregten Sauerstoffisotop ${}^{16}O^*$ abgestrahlte γ hat eine Energie von 6,13 MeV. Dieses Photon

¹³Polychlorotrifluoroäthylen

wird benutzt, um die Kristallenergien zu kalibrieren. Dazu wird die obengenannte Flüssigkeit durch einen Kreislauf mit einem Durchsatz von 125 l/s gepumpt. Dieser Kreislauf ist so aufgebaut, daß ein System aus mehreren Aluminiumröhren an den Vorderseiten sämtlicher Kristalle vorbeiführt. Die typische Rate an einer Kristallfront beträgt ca. 40 Photonen/s. In Abbildung 4.7 ist diese Methode schematisch dargestellt. Diese Kalibrierung wird momentan wöchentlich durchgeführt.

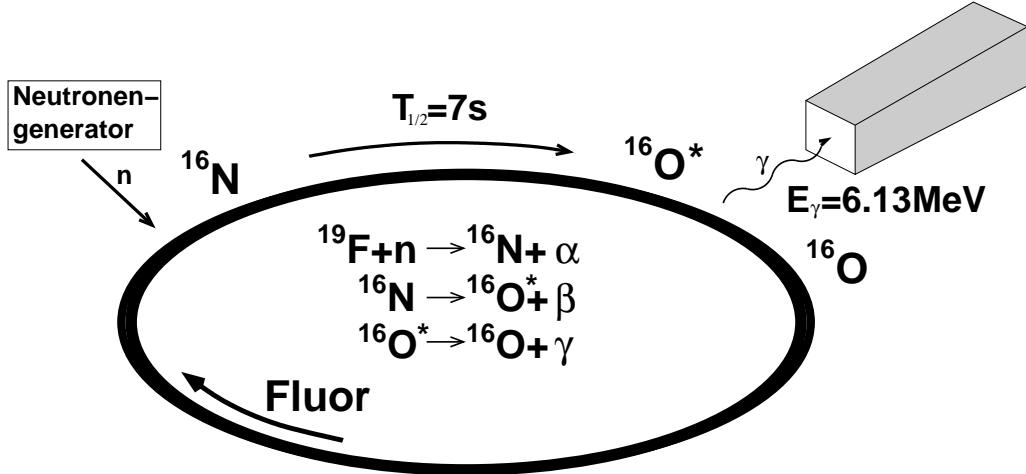


Abbildung 4.7: Schematische Darstellung der Quellenkalibrierung.

Bhabha-Kalibrierung

Hier wird die kinematisch bestimmte Reaktion der nicht-radiativen Bhabha-Streuung $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ ausgenutzt [16]. Im idealen Fall hängen die Energien des gestreuten Elektrons und Positrons nur von ϑ ab. Aufgrund der Geometrie des Detektors und der Tatsache, daß die Strahlführung leicht gegen die z -Achse geneigt ist, ist auch eine Abhängigkeit von φ zu beobachten. In Abbildung 4.8 ist ein Bhabha-Ereignis schematisch dargestellt. Die Energie, die ein Elektron bzw. Positron deponiert, wird mit Hilfe von Monte-Carlo-Ereignissen bestimmt, d. h. $E_{\text{dep}} = f(\vartheta, \varphi)$. Um die Kalibrierungskonstanten c_i für jeden Kristall zu erhalten, werden die erwarteten Cluster-Energien E_{dep} mit aufgezeichneten Bhabha-Ereignissen verglichen. Hierzu wird die Größe χ^2 minimiert. χ^2 ist wie folgt definiert:

$$\chi^2 = \sum_k \frac{\left(E_{\text{dep}}^k - \sum_i c_i \varepsilon_i^k \right)^2}{\sigma_k^2},$$

wobei k der Cluster-Index, i der Kristall-Index, E_{dep}^k die erwartete deponierte Cluster-Energie, ε_i^k die gemessene Kristallenergie, σ_k der Fehler und c_i die Kalibrie-

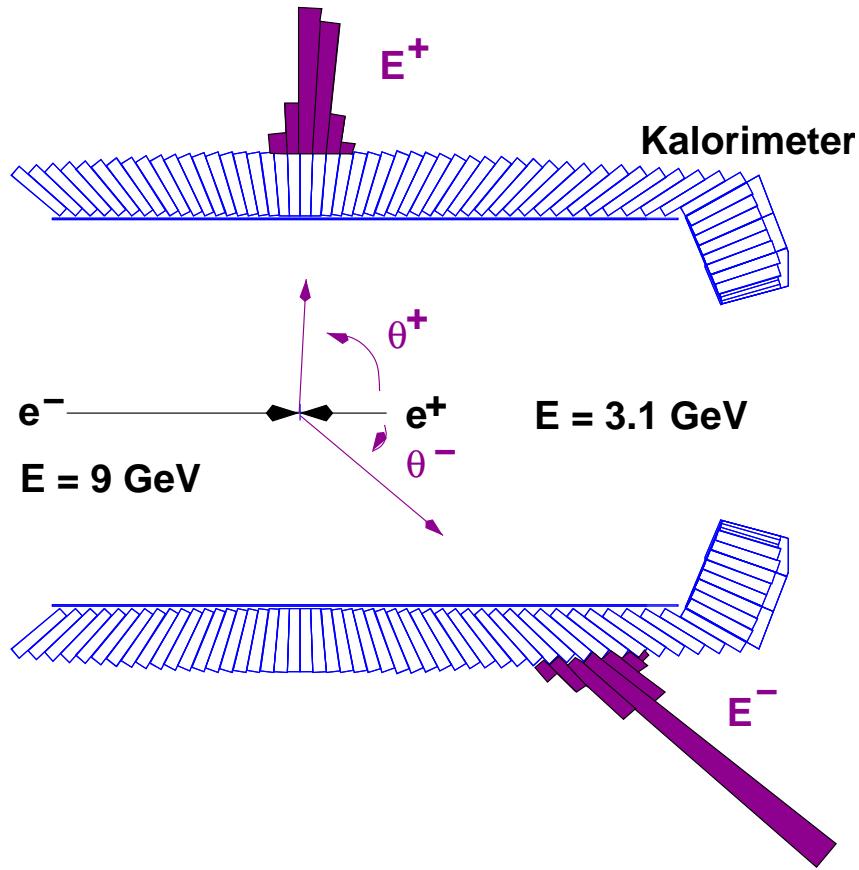


Abbildung 4.8: Schematische Darstellung eines Bhabha-Ereignisses.

rungskonstante bedeuten. Aus der Minimierung von χ^2 ergibt sich

$$\begin{aligned}
 0 = \frac{\partial \chi^2}{\partial c_j} &= -2 \sum_k \frac{(E_{\text{dep}}^k - \sum_i c_i \varepsilon_i^k) \varepsilon_j^k}{\sigma_k^2} \\
 \sum_k \frac{E_{\text{dep}}^k \varepsilon_j^k}{\sigma_k^2} &= \sum_i c_i \sum_k \frac{\varepsilon_i^k \varepsilon_j^k}{\sigma_k^2}.
 \end{aligned}$$

Mit

$$R_j = \sum_k \frac{E_{\text{dep}}^k \varepsilon_j^k}{\sigma_k^2} \quad \text{und} \quad M_{ij} = \sum_k \frac{\varepsilon_i^k \varepsilon_j^k}{\sigma_k^2}$$

vereinfacht sich die Gleichung zu

$$R_j = \sum_i c_i M_{ij} \quad \text{bzw. als Vektorschreibweise} \quad \vec{R} = \mathbf{M} \vec{c}.$$

Man erhält somit ein lineares Gleichungssystem aus 6580 Gleichungen mit 6580 unbekannten Kalibrierungskonstanten. Im wesentlichen muß die letzte Gleichung umgestellt werden, also

$$\vec{c} = \mathbf{M}^{-1} \vec{R},$$

d. h. die symmetrische (6580×6580) -Matrix \mathbf{M} muß invertiert werden, wobei die meisten Matrixelemente den Wert Null haben. Aufgrund der Größe dieser Matrix, wird die Inversion numerisch durchgeführt.

Die Kalibrierung läuft in mehreren Schritten ab. Zuerst findet eine Selektion von Bhabha-Ereignissen statt. Anschließend wird eine vollständige Rekonstruktion der Informationen aus dem Kalorimeter durchgeführt. Dann findet eine Auswahl der *Cluster* statt. Die erwartete *Cluster*-Energie wird aus der *Cluster*-Position bestimmt. Die Kalibrierungsmatrix \mathbf{M} und der Kalibrierungsvektor \vec{R} werden dann mit den gemessenen Kristallenergien und den erwarteten *Cluster*-Energien Ereignis für Ereignis gefüllt. Nach einer ausreichenden Anzahl von Ereignissen bzw. *Clustern*, wird das Gleichungssystem gelöst.

Die erhaltenen Konstanten sind relativ, da die Energien der *Cluster* bereits in der Rekonstruktion kalibriert wurden. Durch Multiplikation der neuen relativen mit den aktuell in der Rekonstruktion verwendeten Konstanten, erhält man schließlich den neuen absoluten Konstantensatz.

Kapitel 5

Korrektur der *Cluster*-Energien

In der Regel erstreckt sich ein elektromagnetischer Schauer über mehrere Kristalle. Das bedeutet, daß auch Energie in den Kristallwandungen deponiert wird. Diese Energie wird nicht gemessen. Außerdem gibt es Energieverluste vor den Kristallen auf dem Weg durch den Detektor. Abhängig von der Energie des Teilchens geht auch ein bestimmter Teil der Energie hinter dem Kristall verloren. Diese Energieverluste bewirken, daß die in den Kristallen deponierte Energie kleiner ist als die tatsächliche des Teilchens. Deshalb ist eine Korrektur der *Cluster*-Energien notwendig, so daß die deponierte Energie auf den richtigen Wert „geschoben“ wird. Beim *BABAR*-Experiment arbeitet man mit zwei Methoden.

Das erste Verfahren, die sogenannte Monte-Carlo-Korrektur, nutzt simulierte Photonen. Hier werden die deponierten Energien mit den wahren verglichen. In diesem Verfahren werden die Parameter einer von der Energie E und vom Polarwinkel ϑ abhängigen Funktion ermittelt. Es ist damit möglich im ganzen Energiebereich, also $E = 0,02 \dots 9 \text{ GeV}$, zu korrigieren. Im nächsten Kapitel wird kurz darauf eingegangen.

Das zweite Verfahren, die sogenannte π^0 -Kalibrierung, nutzt den 2γ -Zerfall des π^0 aus. Diese Korrektur ist bis zu Energien von ca. $E = 2 \text{ GeV}$ durchführbar und mit geringerem Zeitaufwand verbunden. Außerdem besitzt sie den Vorteil, daß sie auf gemessene Daten zugreift. Es werden hier ebenfalls Parameter einer energie- und winkelabhängigen Funktion bestimmt. Da die π^0 -Kalibrierung ein wesentlicher Bestandteil dieser Arbeit ist, wird in einem weiteren Kapitel ausführlich darauf eingegangen. Es sei noch angemerkt, daß die π^0 -Kalibrierung im Definitionsrahmen dieser Arbeit eine Korrektur und *keine* Kalibrierung ist. Sie wird aber so bezeichnet, da dieser Begriff innerhalb der *BABAR*-Kollaboration, speziell in der Kalorimetergruppe, so gebraucht wird.

5.1 Die Monte-Carlo-Korrektur

Hier soll kurz die Monte-Carlo-Korrektur erklärt werden. Sie ist ausführlicher in [17] beschrieben. Bei der Monte-Carlo-Korrektur werden simulierte Photonen verwendet, um den Energieverlust zu korrigieren. Es wird eine Funktion benutzt, die nicht in E_γ und ϑ faktorisiert, also

$$\frac{E_{\text{roh}}}{E_{\text{wahr}}} = f(E_{\text{clus}}, \cos \vartheta).$$

Es werden Photonen bei verschiedenen Energien von 50 MeV bis 9 GeV in verschiedenen $\cos \vartheta$ -Bereichen simuliert. Anschließend werden die Verhältnisse $E_{\text{roh}}/E_{\text{wahr}}$ gegen $\cos \vartheta$ für alle Energien aufgetragen. An diese Verteilungen wird ein Polynom vierten Grades angepaßt. Die fünf Parameter des Polynoms lassen sich dann energieabhängig darstellen. An jede Verteilung der Parameter wird ein Polynom ersten bis dritten Grades angepaßt, so daß sich folgende Gesamtfunktion für den Zylinderteil des Kalorimeters ergibt:

$$\begin{aligned} \frac{E_{\text{roh}}}{E_{\text{wahr}}} &= g(x, y), \quad x = \lg \left(\frac{E_{\text{roh}}}{\text{MeV}} \right), \quad y = \cos \vartheta, \\ g(x, y) &= p_0(x) + p_1(x) y + p_2(x) y^2 + p_3(x) y^3 + p_4(x) y^4, \\ p_0(x) &= a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3, \\ p_1(x) &= b_0 + b_1 x + b_2 x^2, \\ p_2(x) &= c_0 + c_1 x + c_2 x^2, \\ p_3(x) &= d_0 + d_1 x + d_2 x^2, \\ p_4(x) &= e_0 + e_1 x. \end{aligned}$$

Für die Endkappe ist ein einfaches energieabhängiges Polynom dritten Grades gewählt worden, also

$$\begin{aligned} \frac{E_{\text{roh}}}{E_{\text{wahr}}} &= g(x), \quad x = \lg \left(\frac{E_{\text{roh}}}{\text{MeV}} \right), \\ g(x) &= f_0 + f_1 x + f_2 x^2 + f_3 x^3. \end{aligned}$$

Insgesamt müssen 19 Parameter ermittelt werden. Eine neue Monte-Carlo-Korrektur wird notwendig, wenn sich in der Simulation grundlegende Dinge ändern, die sich im wesentlichen aus veränderten Detektorbedingungen ergeben. Angewendet wird diese Korrektur auf alle Photonen in der Simulation. In den Daten wird die Korrektur nur auf Photonen mit einer Energie oberhalb von 1 ... 2 GeV angewendet. Bei niederen Energien kommt die π^0 -Kalibrierung zum Einsatz.

5.2 Die π^0 -Kalibrierung

5.2.1 Voraussetzungen

Die wesentlichen Information zur π^0 -Kalibrierung stammen aus [15] und [18]. Da das π^0 nahezu ausschließlich in zwei Photonen zerfällt und die π^0 -Masse sehr gut bekannt ist, lässt sich die bekannte Beziehung (s. Gl. 2.6)

$$m_{\pi^0} = \sqrt{2E_1 E_2 (1 - \cos \alpha)} = 135,0 \text{ MeV}/c^2 \quad (5.1)$$

für eine Kalibrierung der im Kalorimeter deponierten Energien sehr gut ausnutzen. Die Energien der beiden Photonen werden durch $E_{1,2}$, der Öffnungswinkel zwischen den Photonen durch α angegeben. Die von E und ϑ abhängige Kalibrierungsfunktion hat hierfür folgende Form:

$$E' = E \cdot \exp(a_0 + a_1 \ln E + a_2 \ln^2 E + a_3 \ln^3 E + a_4 \cos \vartheta + a_5 \cos^2 \vartheta), \quad (5.2)$$

wobei E die deponierte Energie, ϑ den gemessenen Winkel zur z -Achse und E' die korrigierte Energie des Photons angibt. Die Bestimmung der Koeffizienten a_0 bis a_5 erfolgt durch ein Iterationsverfahren, das unten näher beschrieben wird.

5.2.2 Näherungen

Unter Ausnutzung der Gleichung 5.1 erhält man

$$\begin{aligned} \ln \frac{m_{\pi^0}}{m_0} &= \ln m_{\pi^0} - \frac{1}{2}(\ln 2 + \ln E_1 + \ln E_2 + \ln(1 - \cos \alpha)) \\ &= \ln \frac{\sqrt{2E'_1 E'_2 (1 - \cos \alpha)}}{\sqrt{2E_1 E_2 (1 - \cos \alpha)}} = \frac{1}{2} \left(\ln \frac{E'_1}{E_1} + \ln \frac{E'_2}{E_2} \right), \end{aligned}$$

wobei m_0 die rekonstruierte und m_{π^0} die wahre π^0 -Masse bedeuten. Mit Hilfe der Funktion 5.2 lässt sich dies weiter umformen zu

$$\begin{aligned} \ln \frac{m_{\pi^0}}{m_0} &= a_0 \\ &+ \frac{1}{2} \left(a_1(\ln E_1 + \ln E_2) + a_2(\ln^2 E_1 + \ln^2 E_2) + a_3(\ln^3 E_1 + \ln^3 E_2) \right) \\ &+ \frac{1}{2} \left(a_4(\cos \vartheta_1 + \cos \vartheta_2) + a_5(\cos^2 \vartheta_1 + \cos^2 \vartheta_2) \right). \end{aligned} \quad (5.3)$$

Es lassen sich dabei bestimmte Korrelationen feststellen, die in Tab. 5.1 aufgelistet sind. Damit kann man die Formel 5.3 wie folgt nähern:

$$\begin{aligned} \ln \frac{m_{\pi^0}}{m_0} &= a_0 \\ &+ a_1 \ln E_1 + a_2 \ln^2 E_1 + a_3 \ln^3 E_1 \\ &+ a_4 \frac{1}{2}(\cos \vartheta_1 + \cos \vartheta_2) + a_5 \left(\frac{1}{2}(\cos \vartheta_1 + \cos \vartheta_2) \right)^2 \end{aligned} \quad (5.4)$$

n	$\varrho(\ln^n E_{1,2}, (\ln^n E_1 + \ln^n E_2)/2)$
1	78 %
2	76 %
3	71 %

$$\varrho((\cos^2 \vartheta_1 + \cos^2 \vartheta_2)/2, (\cos \vartheta_1 + \cos \vartheta_2)^2/4) = 78 \%$$

Tabelle 5.1: Korrelationskoeffizient ϱ zur Abschätzung einer Näherung der Gl. 5.3.

5.2.3 Iterationsverfahren

In diesem Kapitel wird die praktische Durchführung der π^0 -Kalibrierung beschrieben. Die Gleichung, die dazu verwendet wird, ist die Gleichung 5.4. Die daraus bestimmten Parameter werden am Schluß in die Gleichung 5.2 eingesetzt, um damit die deponierten Energien zu korrigieren.

Zu Beginn werden Photonenkandidaten selektiert und daraus alle möglichen Kombination gebildet. Die Verteilung der invarianten Masse wird dann in Histogrammen dargestellt. Hierzu werden mehrere Histogramme für verschiedene Bereiche der Photonenenergie E_1 bzw. E_2 (also zwei Einträge pro Kombination) und des Ortes $(\cos \vartheta_1 + \cos \vartheta_2)/2$ (ein Eintrag pro Kombination) erstellt. Diese Histogramme sind in Abb. 5.1 (energieabhängig) und in Abb. 5.3 (winkelabhängig) dargestellt. Die Abb. 5.2 zeigt exemplarisch ein Energieintervall.

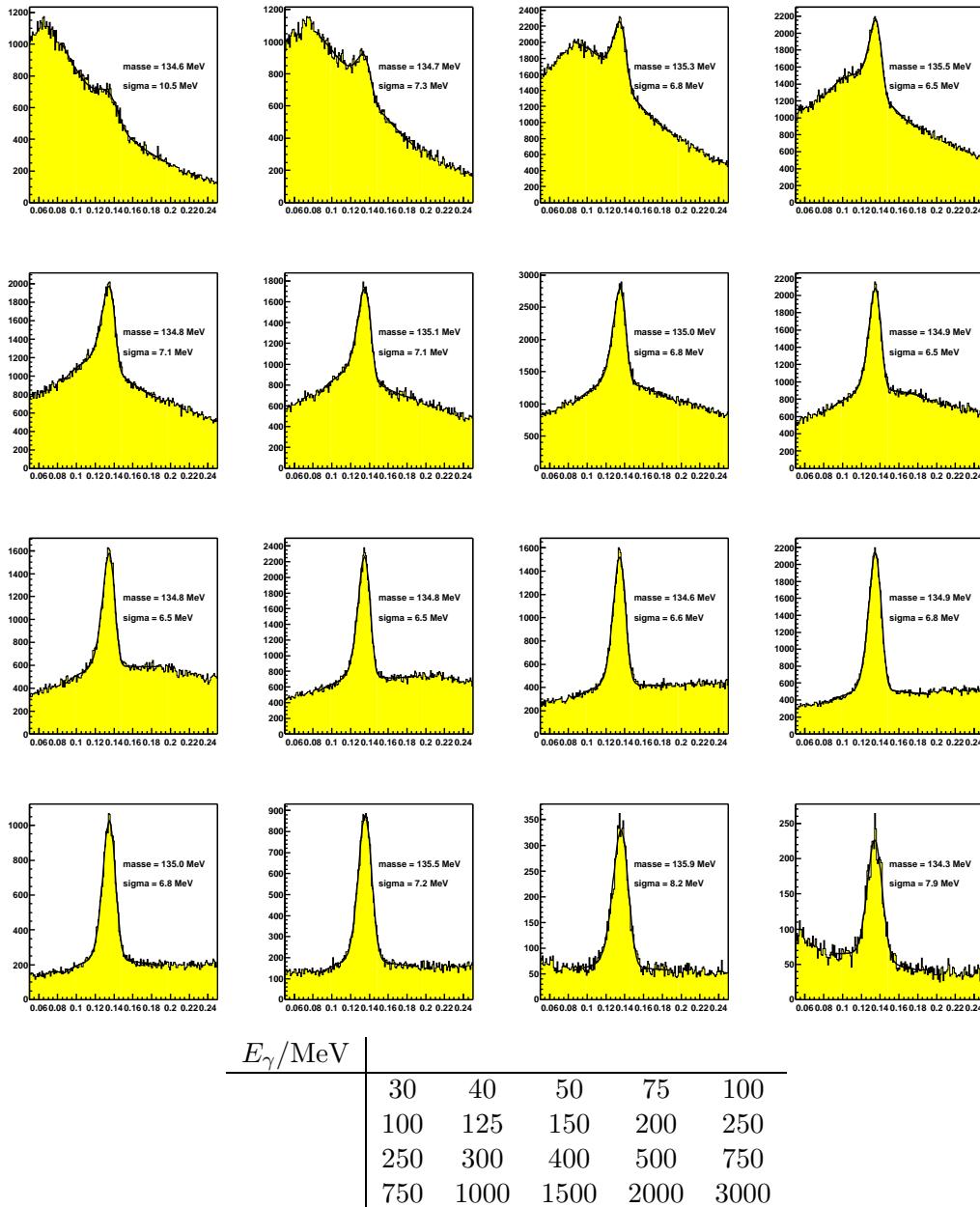


Abbildung 5.1: Invariante Masse aus $\gamma\gamma$ -Kombinationen für alle Photonenergieintervalle. Die Tabelle zeigt die zugehörigen Intervallbereiche.

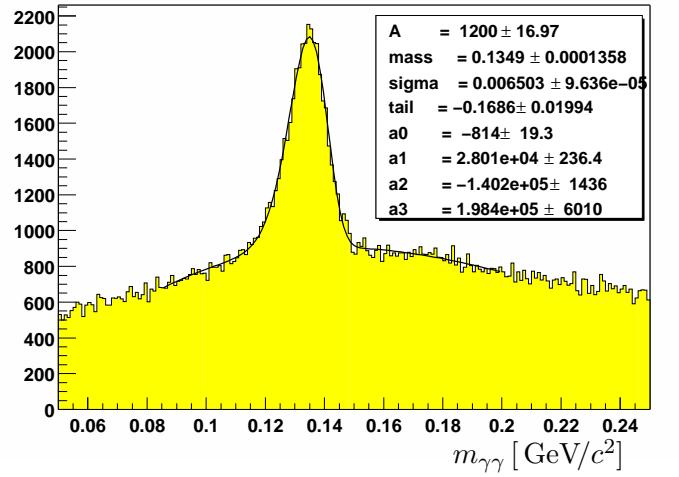


Abbildung 5.2: Invariante Masse aus $\gamma\gamma$ -Kombinationen für ein Energieintervall: $200 \text{ MeV} \leq E_\gamma \leq 250 \text{ MeV}$.

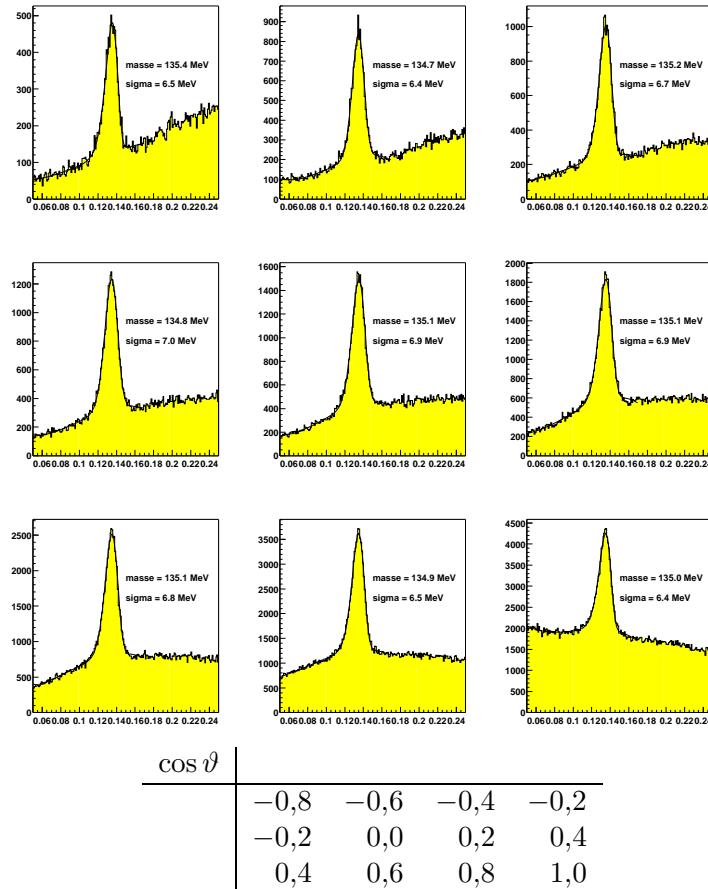


Abbildung 5.3: Invariante Masse aus $\gamma\gamma$ -Kombinationen für alle $\cos \vartheta$ -Intervalle. Die Tabelle zeigt die zugehörigen Intervallbereiche.

Anschießend findet eine Anpassung einer Funktion an die Histogramme statt. Diese Funktion setzt sich aus zwei Teilfunktionen zusammen. Um den Untergrund zu beschreiben wird ein Polynom dritten Grades verwendet. Für das Signal wird die Nowosibirsk-Funktion

$$f(m) = A \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln^2 \left(1 + \frac{\sinh(\tau \sqrt{\ln 4})}{\sqrt{\ln 4}} \frac{(m-m_0)}{\sigma} \right)}{\tau^2} + \tau^2 \right) \right]$$

benutzt (s. Abb. 5.4). Sie hat vier Parameter (A, m_0, σ, τ) und stellt eine logarithmische Normalverteilung dar, das heißt, es ist im wesentlichen eine Gauß-Verteilung mit einem „Schwanz“, der durch den Parameter τ charakterisiert wird [19]. Für den Fall $\tau \rightarrow 0$ geht die Nowosibirsk-Funktion in die Gauß-Funktion über. Die Nowosibirsk-Funktion berücksichtigt die asymmetrische Verteilung der π^0 -Masse. Die so ermittelten π^0 -Massen m_0 , genauer $\ln \frac{m_{\pi^0}}{m_0}$, werden in Diagrammen gegen $\ln E$ und $\cos \vartheta$ aufgetragen (s. Abb. 5.5). Wie aus Formel 5.2 ersichtlich, wird für die Anpassung an den energieabhängigen Teil ein Polynom dritten Grades und für den winkelabhängigen Teil ein Polynom zweiten Grades verwendet.

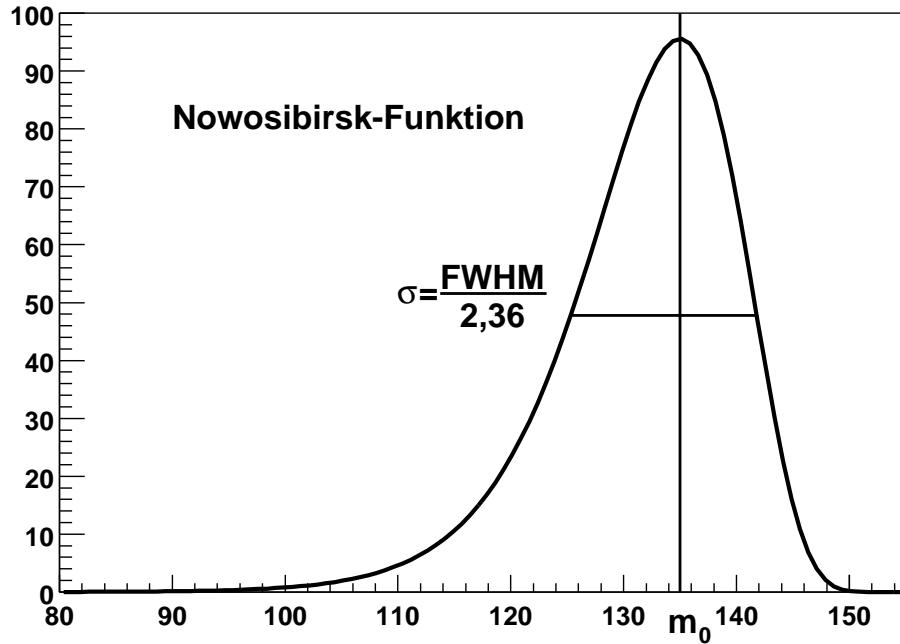


Abbildung 5.4: Nowosibirsk-Funktion mit den Parametern m_0 und σ .

Die oberen Diagramme in Abbildung 5.5 zeigen die Abhängigkeit der π^0 -Masse während des ersten Iterationsschrittes, einschließlich der angepaßten Polynome. Man erhält so die sechs Koeffizienten der Kalibrierfunktion. Anschließend werden mit die-

ser Funktion die Photonenenergien korrigiert und erneut zu π^0 -Kandidaten kombiniert. Die Prozedur wird wiederholt und die neu ermittelten Koeffizienten werden zu den alten hinzuaddiert. Nach drei bis vier Iterationen konvergiert das Verfahren. In den unteren Diagrammen ist schließlich das Resultat zu sehen. Die π^0 -Masse befindet sich mit maximal 0,5 % Abweichung am wahren Wert. Zu sehen ist auch die endgültige Korrekturfunktion. Die Abb. 5.6 und 5.7 zeigen die Verteilungen der invarianten Masse bei verschiedenen Schnitten auf die Photonenenergie vor und nach Anwendung der π^0 -Kalibrierung.

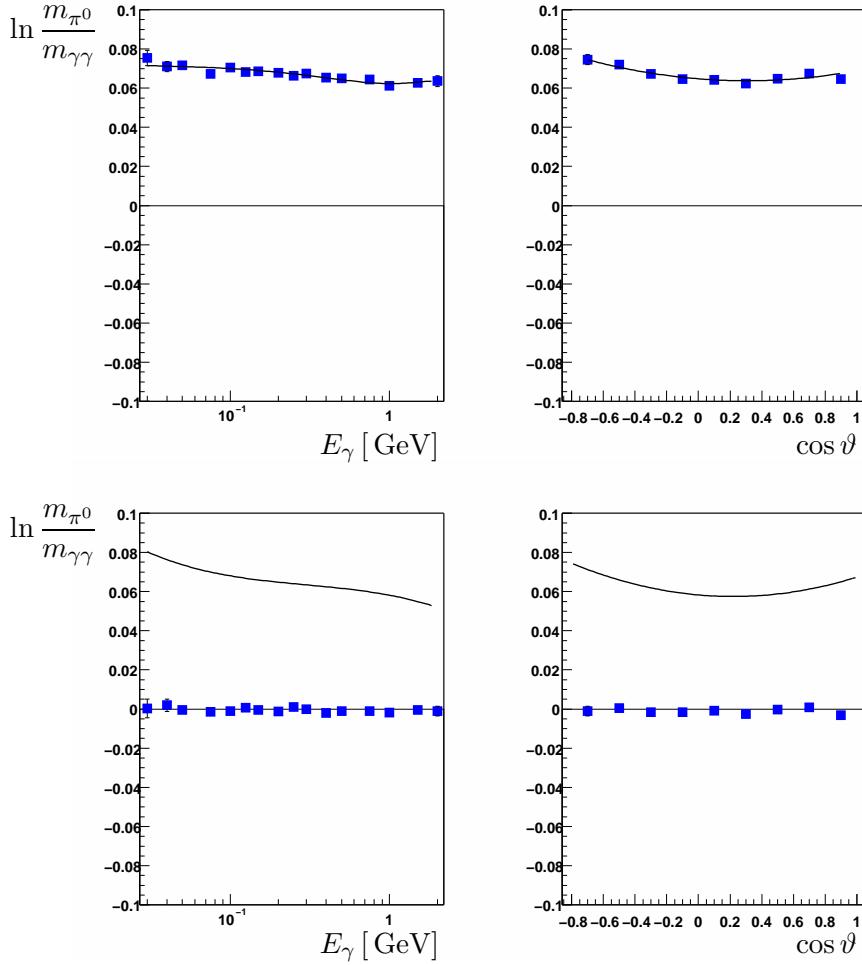


Abbildung 5.5: Ergebnis einer π^0 -Kalibrierung.

Oben: Anpassung beim 1. Iterationsschritt, Unten: Ergebnis nach beendeter Iteration
 blau: ermittelte π^0 -Masse, schwarz: Korrekturfunktion.

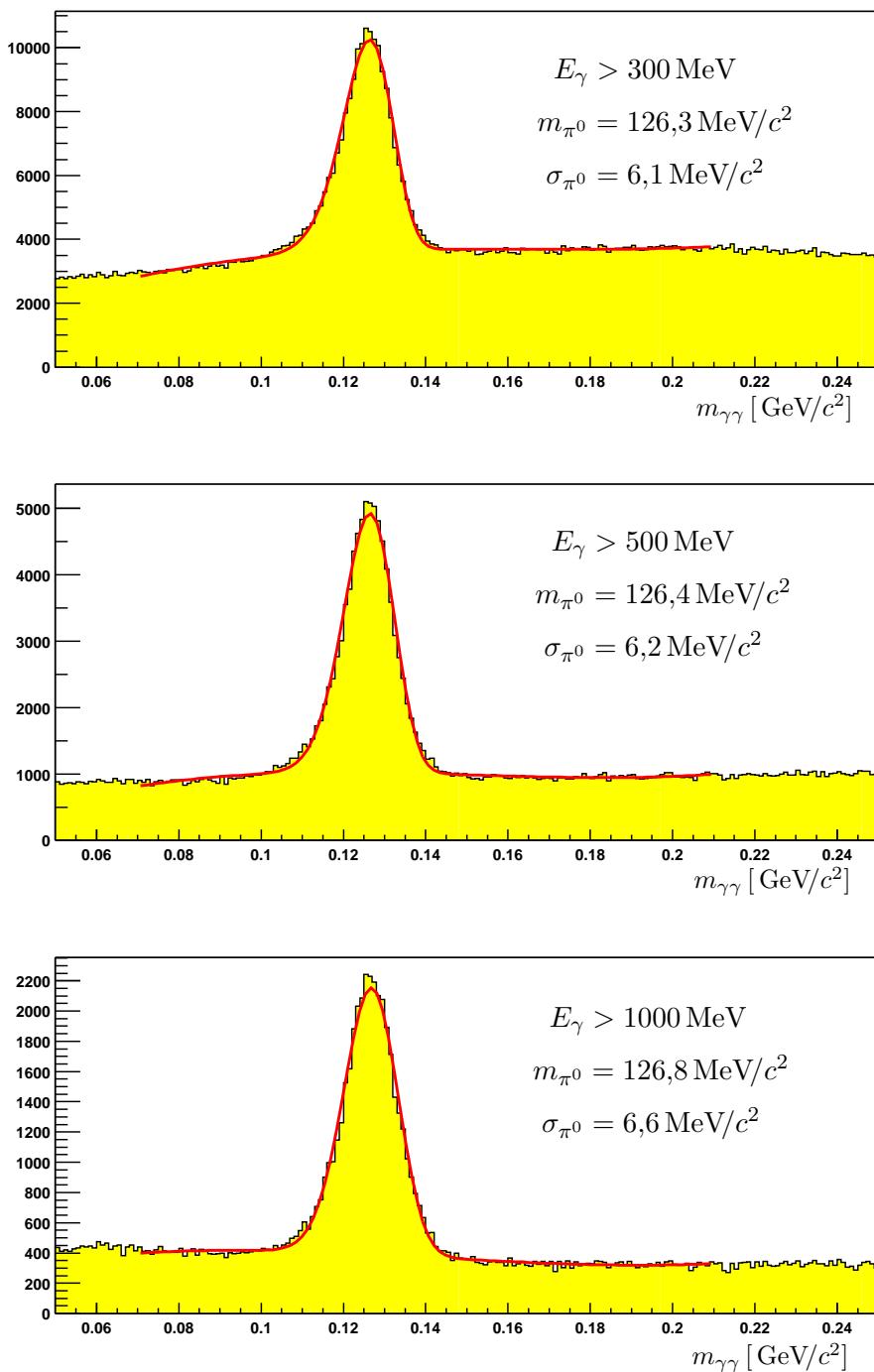


Abbildung 5.6: π^0 -Massen-Verteilungen mit verschiedenen E_γ -Schnitten, vor der π^0 -Kalibrierung.

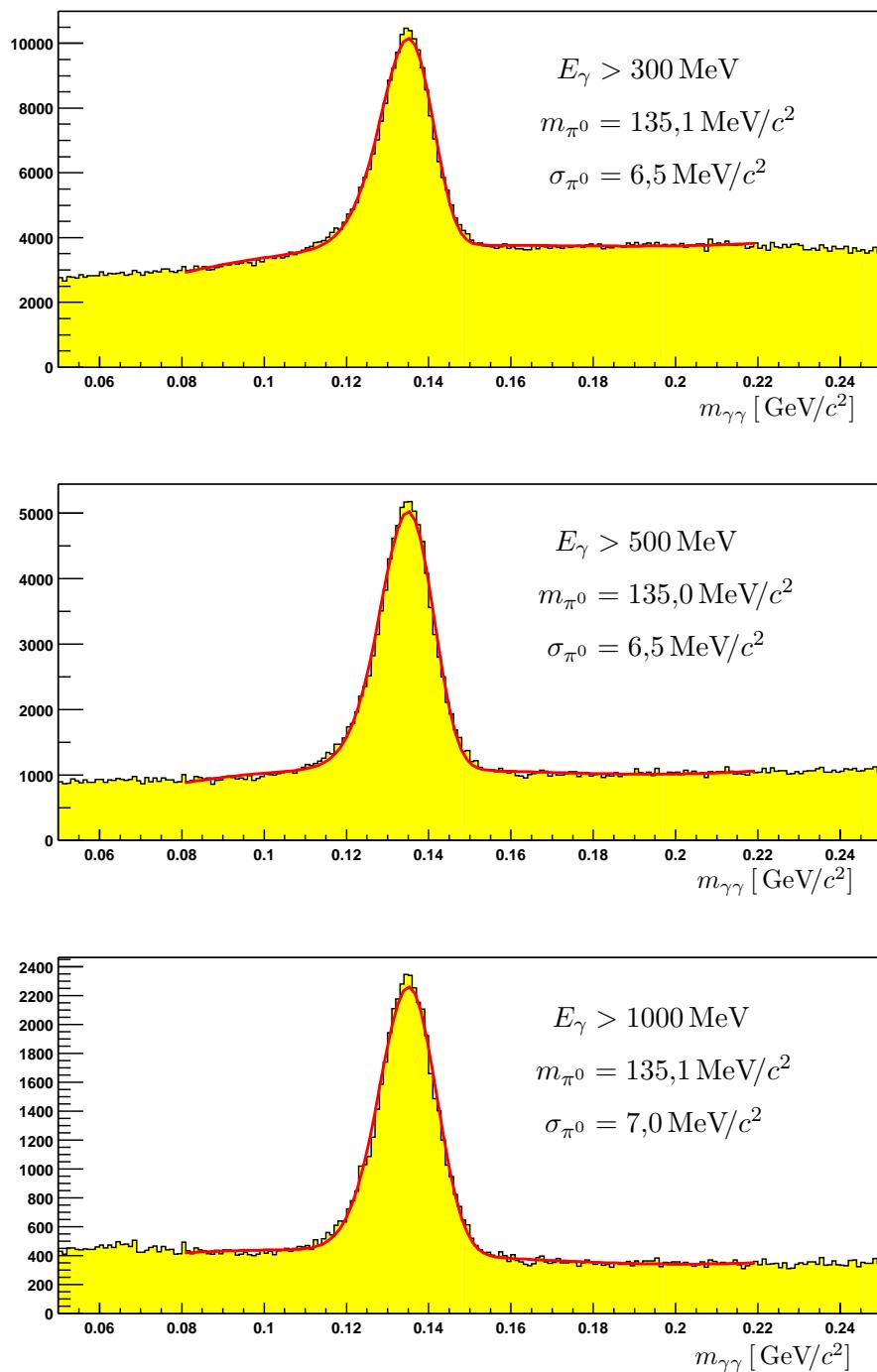


Abbildung 5.7: π^0 -Massenverteilungen mit verschiedenen E_γ -Schnitten, nach der π^0 -Kalibrierung.

5.2.4 Die Auflösung der π^0 -Masse

Durch die Kalibrierung wird nicht nur die Photonenenergie korrigiert, sondern auch die Energieauflösung leicht verbessert, wie man in Abb. 5.8 anhand der π^0 -Massenauflösung erkennen kann.

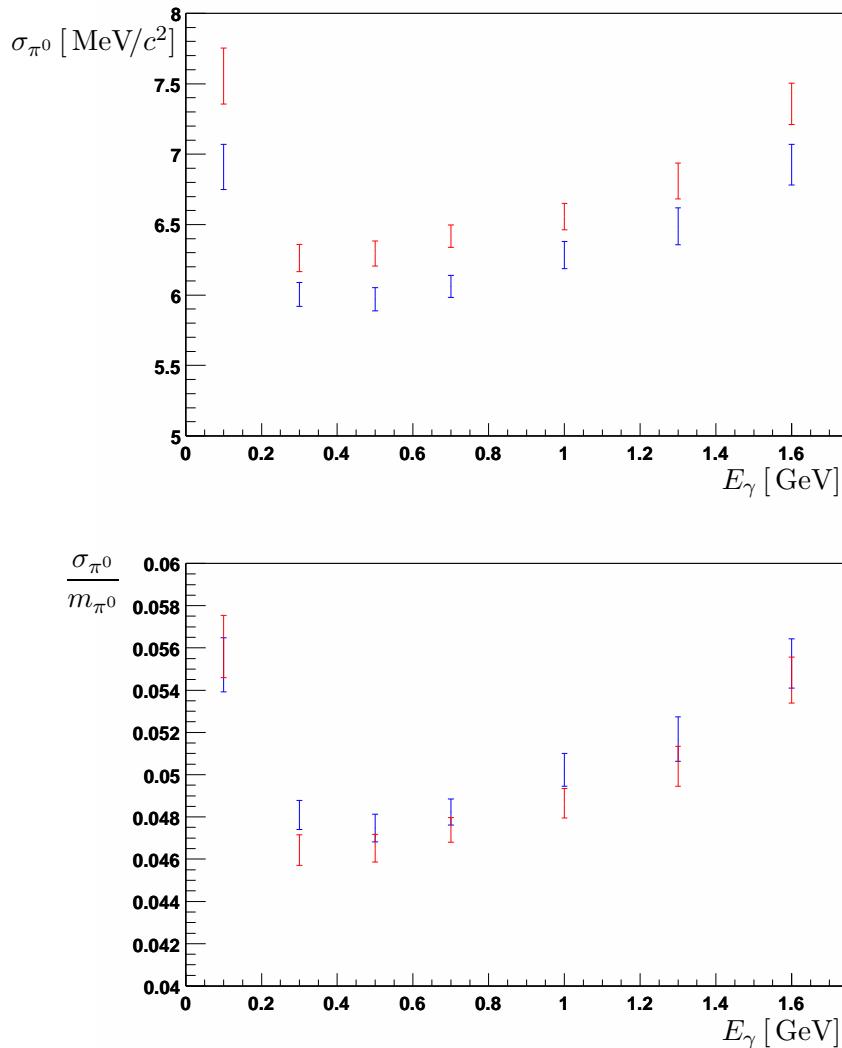


Abbildung 5.8: π^0 -Massenauflösung. Oben: absolute Auflösung σ , unten: relative Auflösung σ/m . Blau - vor Kalibrierung, rot - nach Kalibrierung.

5.3 Korrektur von Effekten an den Kristallgrenzen

5.3.1 Einführung

Die oben beschriebenen Korrekturen wurden durchgeführt und angewendet. Diese Korrekturen mitteln über Effekte, die an den Ecken und Kanten der Kristalle auftreten. Der Energieverlust hängt aber auch davon ab, wo genau das Photon innerhalb eines Kristalls eintrifft. Der Energieverlust steigt mit dem Abstand des Einschlagpunktes von der Mitte des Kristalls und ist am höchsten, wenn das Photon an der Kante, also zwischen den Kristallen, eintritt. Diesbezüglich lässt eine weitere Korrektur eine Verbesserung der Energieauflösung erwarten. Diese Arbeit wurde mit Monte-Carlo-Photonen gemacht und anschließend an MC-Photonen, MC- π^0 und π^0 aus den Daten überprüft und getestet [20].

Für diese Untersuchung wurden zwei verschiedene Arten von Koordinaten eingeführt. Für die Korrektur selbst werden die relativen Koordinaten innerhalb der Kristallfrontfläche ϑ_{rel} und φ_{rel} benutzt. Das heißt

$$-0,5 \leq \vartheta_{\text{rel}}, \varphi_{\text{rel}} \leq +0,5$$

für jeden Kristall (s. Abb. 5.9). Außerdem gibt es die Koordinaten ϑ und φ mit folgender Definition

$$\vartheta = \vartheta_i + \vartheta_{\text{rel}} + 0,5, \quad 9 \leq \vartheta_i \leq 56 \\ (\text{kompletter Zylinder})$$

$$\varphi = \varphi_i + \varphi_{\text{rel}} + 0,5, \quad \varphi_i = 0, 1, 2 \\ (\text{„ein“ Modul})$$

wobei ϑ_i und φ_i die Kristallindizes sind. In φ -Richtung sind alle 40 Module mit 120 Kristallen in einem Modul mit drei Kristallen zusammengefaßt. Letztere Koordinaten werden in den Abbildungen mit ϑ - und φ -abhängigen Diagrammen benutzt.

Abbildung 5.10 stellt diesen Kanteneffekt in ϑ entlang des gesamten Zylinders mit 48 Kristallen und in φ entlang „eines“ Moduls (alle 40 Module in einem) mit drei Kristallen dar. Gezeigt wird die Abhängigkeit des Verhältnisses der deponierten und wahren Energie ($E_{\text{dep}}/E_{\text{wahr}}$) von der ϑ - bzw. φ -Position von MC-Photonen. Der Wert $E_{\text{dep}}/E_{\text{wahr}}$ wurde aus der Position des Maximums der Energieverteilung für jedes (ϑ, φ) -Intervall ermittelt. Die benutzte Anpassungsfunktion ist die Nowosibirsk-Funktion. Man kann an der φ -Abhängigkeit erkennen, daß der Energieverlust am

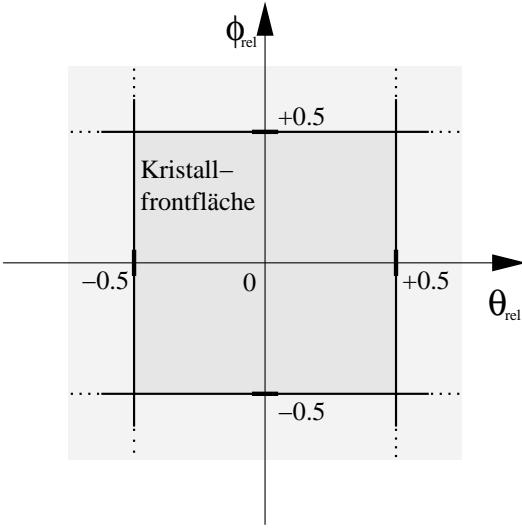


Abbildung 5.9: Definition der relativen Koordinaten eines Kristalls in ϑ - und φ -Richtung.

Modulrand höher ist als an den Kristallrändern im Inneren eines Moduls. Es ist notwendig, alle 48 Kristalle in ϑ - und drei Kristalle („ein“ Modul) in φ -Richtung zu berücksichtigen.

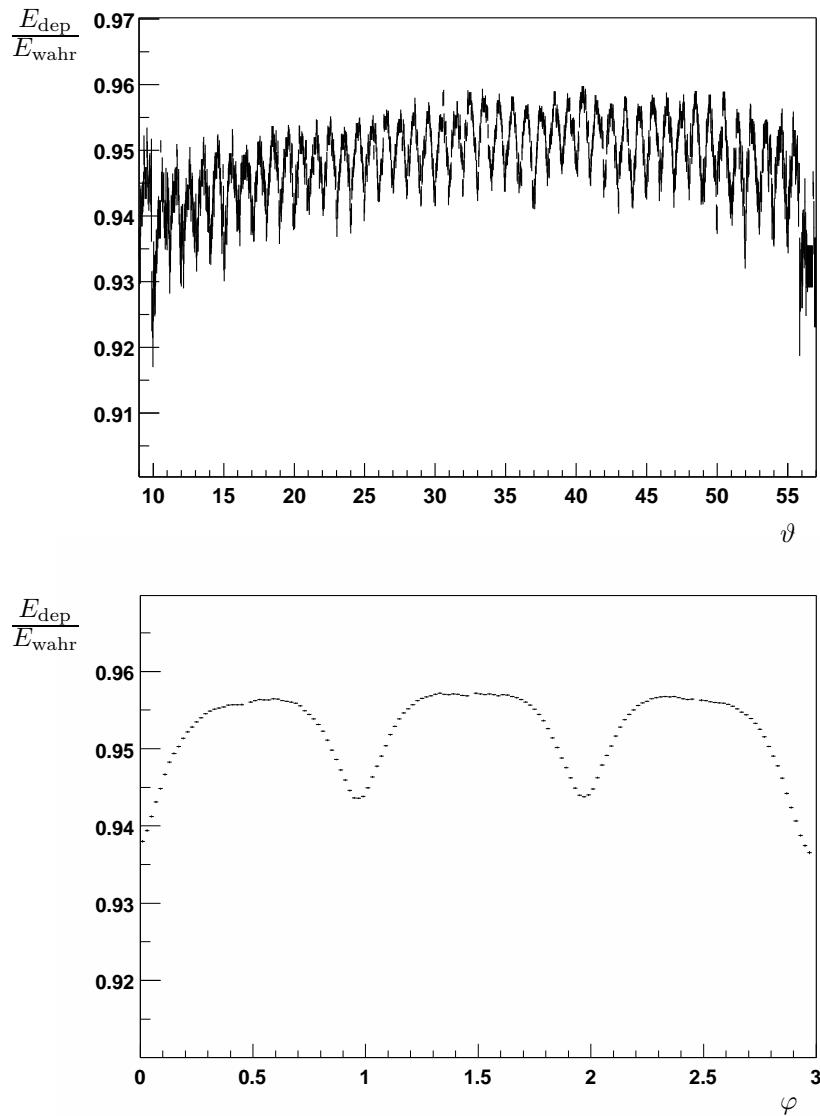


Abbildung 5.10: MC-Ergebnisse für $E_{\text{dep}}/E_{\text{wahr}}$ in Abhängigkeit von φ bzw. ϑ , $0 < E_{\gamma} < 0,1 \text{ GeV}$.

5.3.2 Korrekturmethoden

Es wurden insgesamt drei Methoden getestet, um eine ausreichend gute Korrekturfunktion zu finden. Nur eine führte zu zufriedenstellenden Resultaten. Bei allen drei Methoden wurde die deponierte Energie in sieben Energiebereiche eingeteilt. Diese Intervalle sind $I_E^1 = [0,0 \text{ GeV}; 0,1 \text{ GeV}[$, $I_E^2 = [0,1 \text{ GeV}; 0,2 \text{ GeV}[$, $I_E^3 = [0,2 \text{ GeV}; 0,3 \text{ GeV}[$, $I_E^4 = [0,3 \text{ GeV}; 0,5 \text{ GeV}[$, $I_E^5 = [0,5 \text{ GeV}; 0,8 \text{ GeV}[$, $I_E^6 = [0,8 \text{ GeV}; 1,3 \text{ GeV}[$, und $I_E^7 = [1,3 \text{ GeV}; 2,0 \text{ GeV}[$.

Zuerst wurde eine analytische faktorisierende Funktion in ϑ und φ bestimmt [21].

$$\frac{E_{\text{dep}}}{E_{\text{wahr}}} = f(\vartheta, \varphi) = f_1(\vartheta) f_2(\varphi) \quad (5.5)$$

ϑ und φ sind die relativen Koordinaten innerhalb der Kristallfrontfläche ($-0,5 \leq \vartheta, \varphi \leq +0,5$). Sowohl f_1 als auch f_2 sind Polynome sechsten Grades. Die Funktion f wurde für jeden Kristall und jedes Energieintervall durch eine iterative Prozedur bestimmt. Es ergaben sich damit 1008 ($48 \times 3 \times 7$) Konstantensätze. Diese Prozedur ist wie folgt beschrieben:

Zuerst wurden zwei separate Funktion angepaßt, d. h. g_1 für die ϑ - und g_2 für die φ -Abhängigkeit. Danach wurde die ϑ -abhängige Funktion g_1 auf die deponierte Energie angewendet und das Verhältnis der vorkorrigierten und wahren Energie bezüglich der φ -Abhängigkeit bestimmt, und umgekehrt wurde mit der Funktion g_2 verfahren. Mit diesen neuen Graphen wurden neue Anpassungen vorgenommen, um die neuen Funktionen g'_1 und g'_2 zu erhalten. Dieses Verfahren wurde in ca. vier Iterationsschritten bis zur Konvergenz durchgeführt. Die endgültige Korrekturfunktion ist das Produkt der beiden Funktionen $f_1 = g''_1$ und $f_2 = g''_2$.

Die Iterationsschritte sind in Abbildung 5.11 dargestellt. Abbildung 5.12 zeigt das MC-Resultat für die E_γ -Auflösung. Man erkennt keine Verbesserung. Der Hauptgrund für diese Tatsache liegt darin, daß die Korrekturfunktion nicht in ϑ und φ faktorisiert, da beide Variablen miteinander korreliert sind. Wenn die Funktion über eine Dimension gemittelt wird, dann scheint die Korrektur in der anderen Dimension gut auszusehen (s. Abb. 5.11). Abbildung 5.13 zeigt die Differenz zwischen $E_{\text{dep}}/E_{\text{wahr}}$ und der gefundenen Funktion in einem zweidimensionalen Diagramm. Es ist zu erkennen, daß es sowohl Stellen mit unterkorrigierter Energie gibt als auch solche bei denen die Energie überkorrigiert ist. Daher ist diese Methode nicht brauchbar.

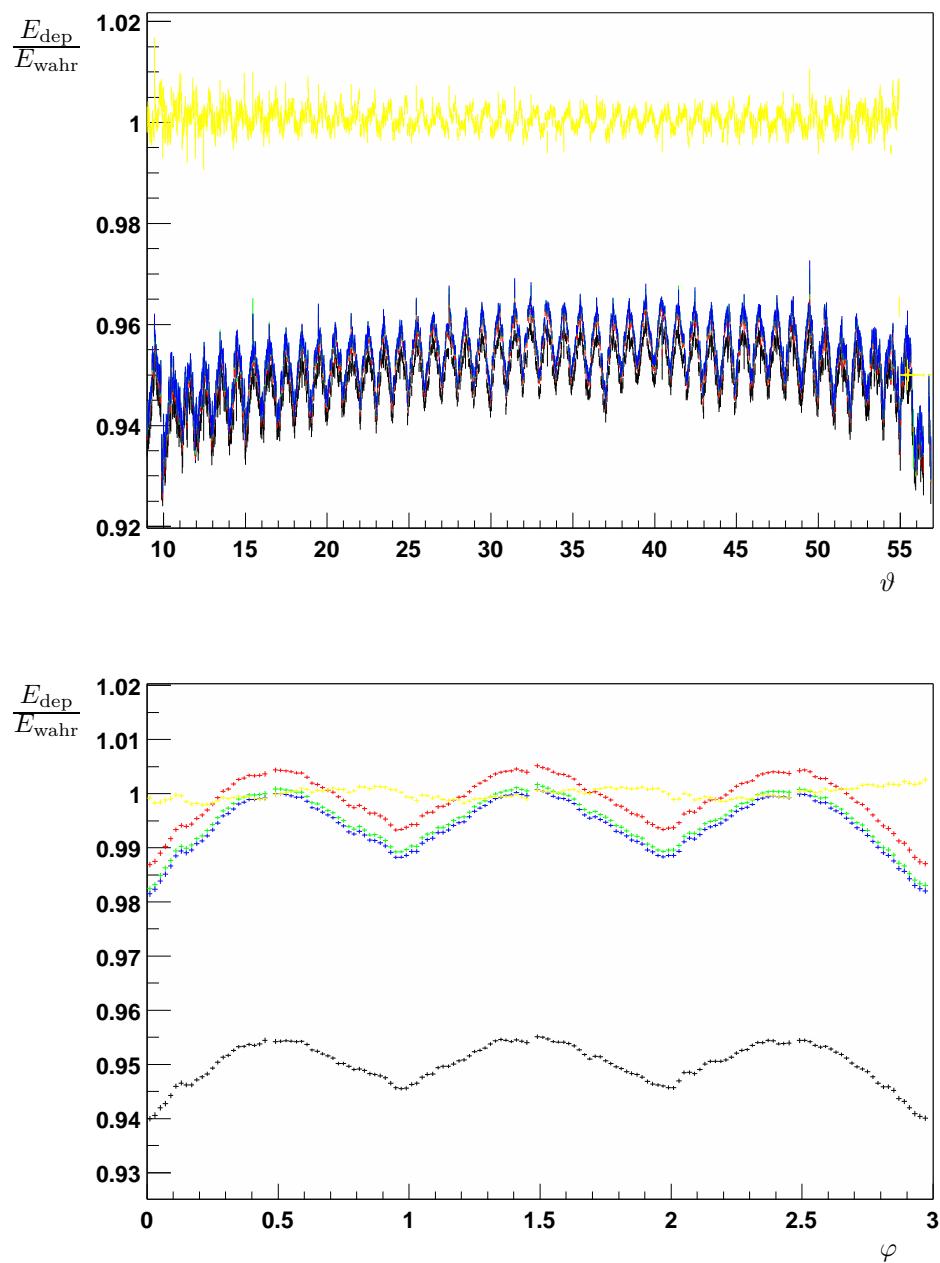


Abbildung 5.11: Iterationsschritte; schwarz: vor der Iteration; rot, grün, blau: nach drei Schritten; gelb: nach endgültiger Korrektur.

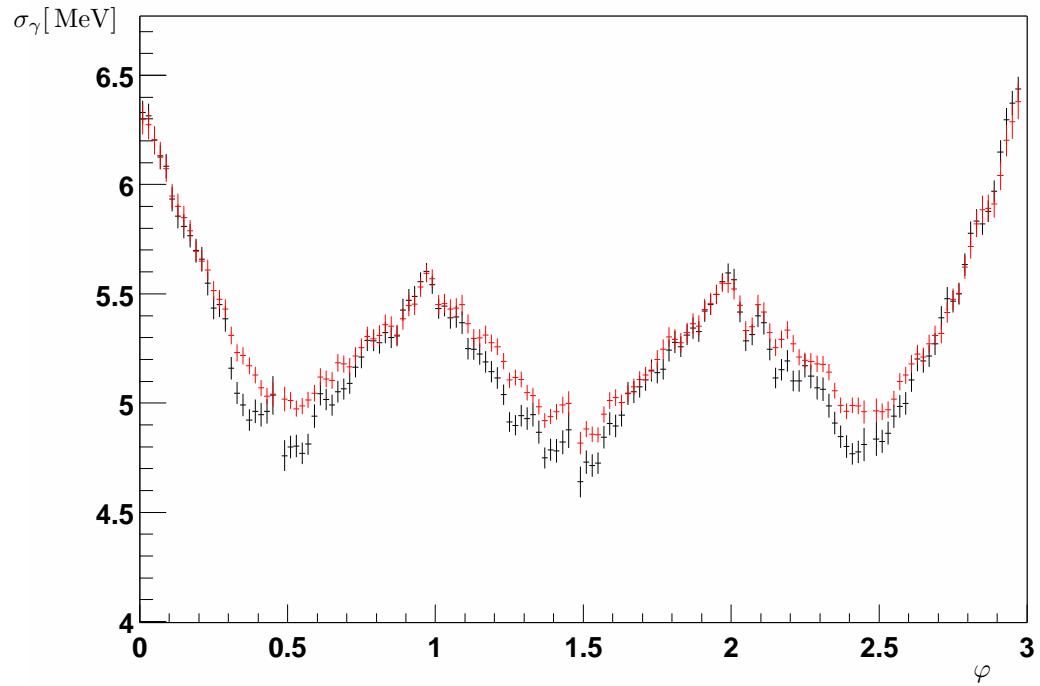


Abbildung 5.12: Energieauflösung σ_γ in Abhängigkeit von φ ; schwarz: deponierte Energie, rot: korrigierte Energie.

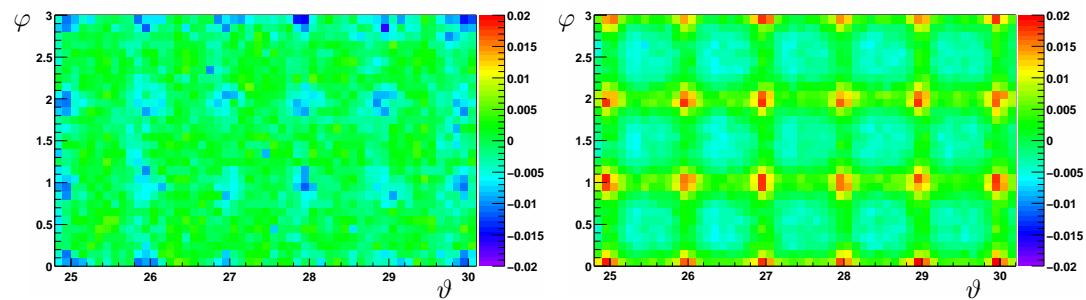


Abbildung 5.13: Differenz zwischen $E_{\text{dep}}/E_{\text{wahr}}$ und der Korrekturfunktion, links: $E < 100 \text{ MeV}$, rechts: $300 \text{ MeV} \leq E < 500 \text{ MeV}$.

Eine Schlußfolgerung dieses Problems führte zur zweiten Methode, eine zweidimensionale Funktion anzupassen. Die benutzte Funktion lautete [22]

$$\begin{aligned} \frac{E_{\text{dep}}}{E_{\text{wahr}}} = f(\vartheta, \varphi) = & a_0 + a_1 \vartheta + a_2 \vartheta^2 + a_3 \vartheta^3 \\ & + (a_4 + a_5 \vartheta + a_6 \vartheta^2 + a_7 \vartheta^3) \varphi \\ & + (a_8 + a_9 \vartheta + a_{10} \vartheta^2 + a_{11} \vartheta^3) \varphi^2, \end{aligned} \quad (5.6)$$

wobei ϑ und φ wiederum die relativen Kristallkoordinaten sind (s. Gl. 5.5). Auch diese Funktion mußte für 144 Kristalle und jedes Energieintervall, d. h. 144 Sätze von 12 Parametern, bestimmt werden. Diese Methode schlug in den meisten Fällen fehl, weil es nicht möglich war, vernünftige Anpassung zu erhalten. Es half auch nicht, einige Parameter festzuhalten. Aufgrund dieser Probleme wurden keine weiteren Untersuchungen mit dieser Methode unternommen.

In der dritten und letzten Methode wurden mehrere Konstanten für jeden Kristall bestimmt. Diese Methode ist die einfachste, benötigt allerdings mehr Daten. Jeder Kristall wird in 100 zweidimensionale Intervalle (10×10) eingeteilt. Für jedes Intervall wurde der Wert von $E_{\text{dep}}/E_{\text{wahr}}$ bestimmt. Man erhält so 14 400 ($48 \times 3 \times 100$) Konstanten für jedes Energieintervall. Diese Methode führte schließlich zu einem vernünftigen Ergebnis bezüglich der Verbesserung der Energieauflösung.

5.3.3 Ergebnisse

Abbildung 5.14 zeigt MC-Ergebnisse für die Abhängigkeit der Energieauflösungsverbesserung vom Energiebereich. Bei niederen Energien, d. h. $E < 300 \text{ MeV}$, gibt es keine signifikante Änderung. Bei höheren Energien, konnte eine Verbesserung von relativ 5 bis 15 % (steigend mit der Energie) erreicht werden. In Abbildung 5.15 kann man erkennen, daß der Großteil der Verbesserung wie erwartet von den Ecken und Kanten der Kristalle herrührt. Die Energieauflösung von Photonen, die in der zentralen Region des Kristalls eintreffen, ändert sich hingegen kaum. Die Zentralregion wird definiert als Rechteck um die Kristallmitte mit einer Seitenlänge von der halben Kristallbreite. Die verbleibende Region wird als Randregion definiert. Die Auflösungswerte, die aus den Verteilungen in Abbildung 5.14 und 5.15 erhalten wurden, sind in Tabelle 5.2 zusammengefaßt.

Die π^0 -Massenauflösung für verschiedene Energien wird in Abbildung 5.16 und 5.17 gezeigt, und zwar für die Simulation (Monte Carlo) und Daten. Es können nur kleine Änderungen in der π^0 -Breite beobachtet werden, d. h. $\Delta(\frac{\sigma}{m}) < 0,2\%$, aber diese Änderungen sind nicht signifikant, weil die Unsicherheiten von σ/m ca. 0,1...0,2 % betragen.

Dies kann folgendermaßen erklärt werden. Bei niedrigen π^0 -Energien trägt im wesentlichen die Energieauflösung der Photonen zur Massenauflösung bei, aber der Randeffekt ist in diesen Energiebereichen sehr klein. Man kann nur bei höheren Energien eine Verbesserung der Massenauflösung erwarten, aber hier ist die Winkel-

auflösung hauptverantwortlich für die π^0 -Breite, daher wird die π^0 -Massenauflösung kaum von der Verbesserung der Energieauflösung beeinflußt.

5.3.4 Zusammenfassung

Die Korrektur von Effekten an den Kristallrändern ergab eine bessere Energieauflösung für Photonen. Es kann damit das Leistungsverhalten des *BABAR*-Kalorimeters verbessert werden. Man kann eine Verbesserung von bis zu 15 % erwarten, hauptsächlich bei höheren Energien. Es reduziert nicht signifikant die π^0 -Massenauflösung. Hierfür reicht diese Korrektur nicht aus.

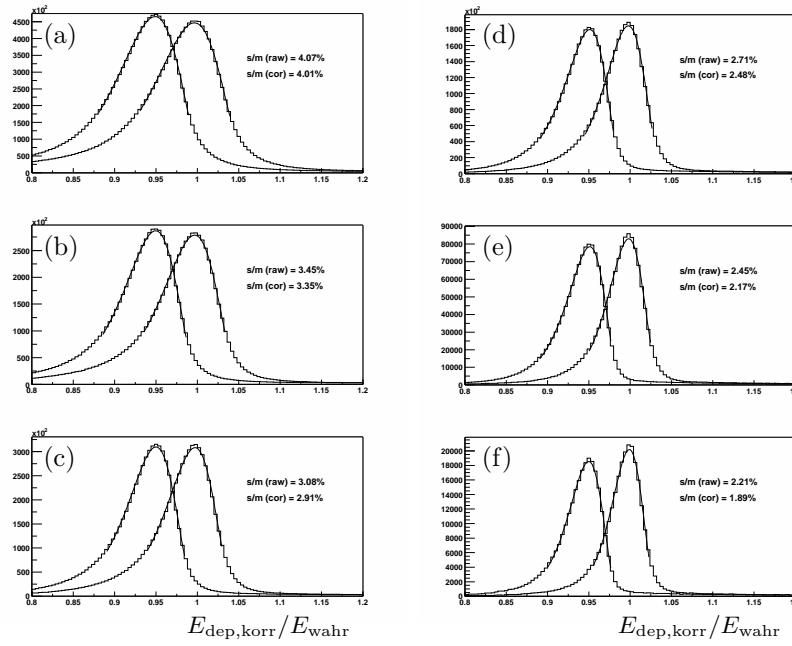


Abbildung 5.14: Photonenergieauflösung vor und nach der Korrektur für (a) $0.1 \leq E_\gamma \leq 0.2 \text{ GeV}$, (b) $0.2 \leq E_\gamma \leq 0.3 \text{ GeV}$, (c) $0.3 \leq E_\gamma \leq 0.5 \text{ GeV}$, (d) $0.5 \leq E_\gamma \leq 0.8 \text{ GeV}$, (e) $0.8 \leq E_\gamma \leq 1.3 \text{ GeV}$, (f) $1.3 \leq E_\gamma \leq 2.0 \text{ GeV}$.

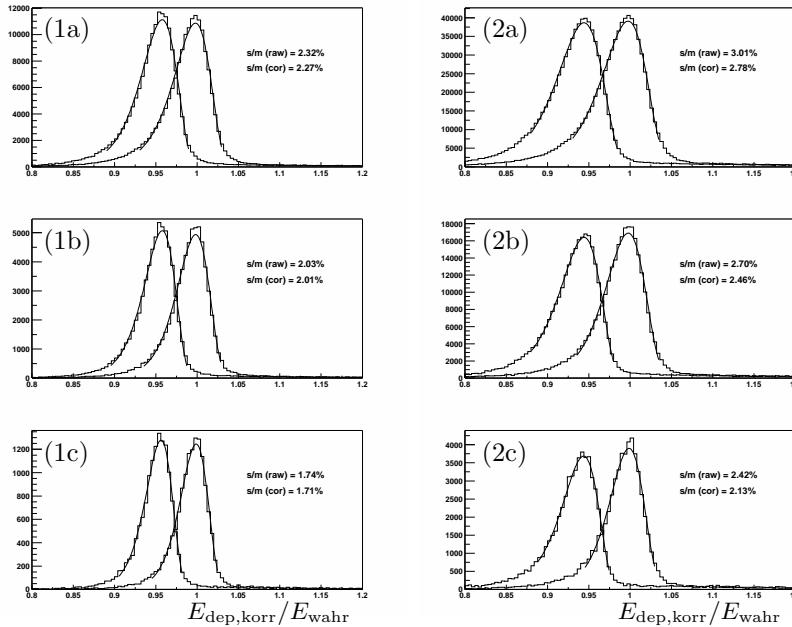


Abbildung 5.15: Photonenergieauflösung vor und nach der Korrektur, links (1a...c): Cluster-Position im Zentralbereich eines Kristalls und rechts (2a...c): im Randbereich
(a) $0.5 \leq E_\gamma \leq 0.8 \text{ GeV}$, (b) $0.8 \leq E_\gamma \leq 1.3 \text{ GeV}$, (c) $1.3 \leq E_\gamma \leq 2.0 \text{ GeV}$.

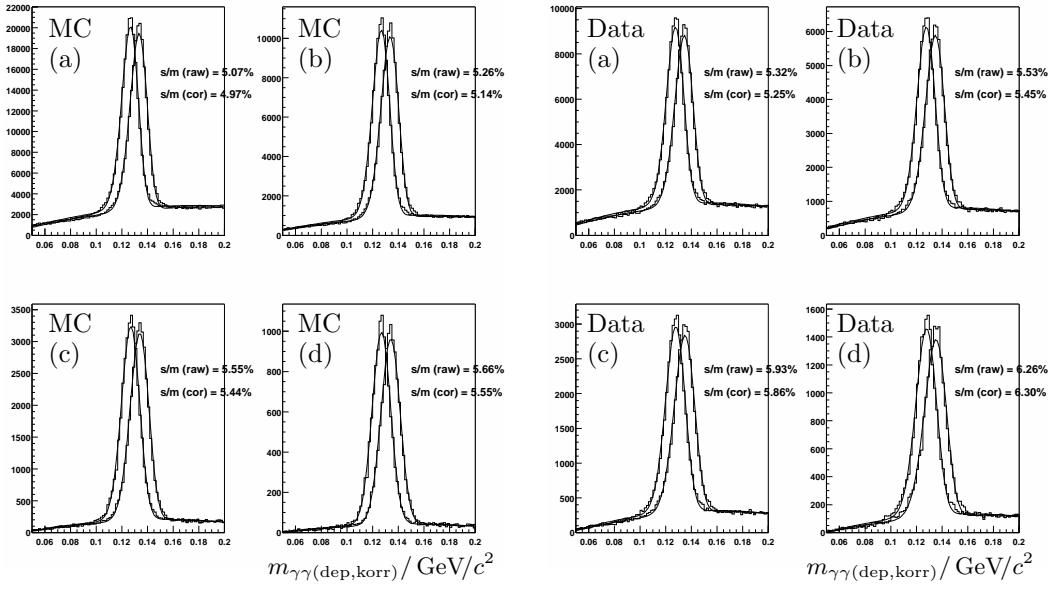


Abbildung 5.16: $m_{\gamma\gamma}$ -Verteilungen vor und nach der Korrektur, links: MC, rechts: Daten, $E_\gamma > 0,3$ GeV, (a) $E_{\gamma\gamma} > 0,6$ GeV, (b) $E_{\gamma\gamma} > 1,0$ GeV, (c) $E_{\gamma\gamma} > 1,5$ GeV, (d) $E_{\gamma\gamma} > 2,0$ GeV.

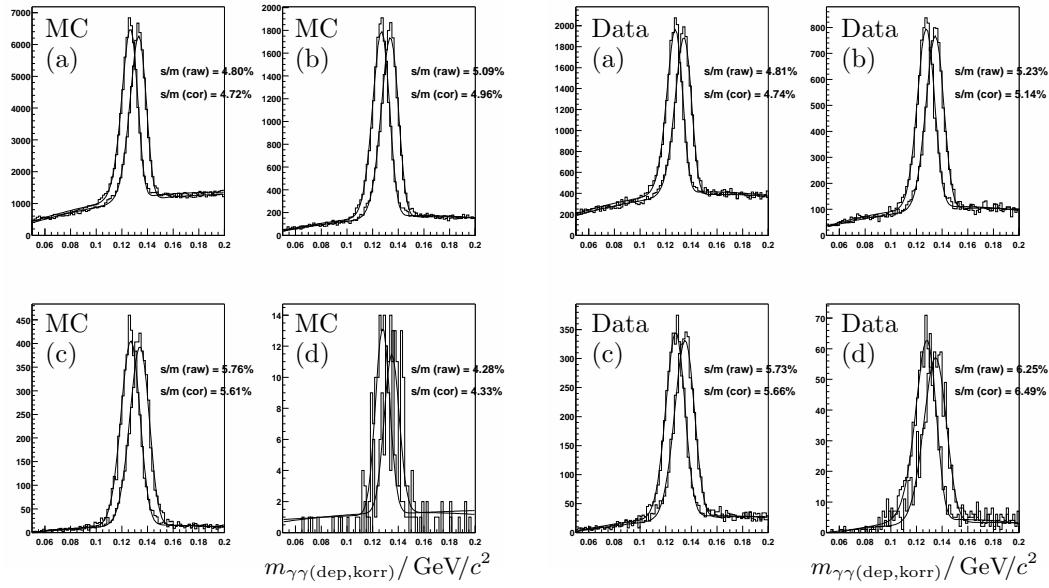


Abbildung 5.17: $m_{\gamma\gamma}$ -Verteilungen vor und nach der Korrektur, links: MC, rechts: Daten, (a) $0,3 \text{ GeV} < E_\gamma < 0,5 \text{ GeV}$, (b) $0,5 \text{ GeV} < E_\gamma < 0,8 \text{ GeV}$, (c) $0,8 \text{ GeV} < E_\gamma < 1,3 \text{ GeV}$, (d) $1,3 \text{ GeV} < E_\gamma < 2,0 \text{ GeV}$.

	σ/E , gesamt		σ/E , zentral		σ/E , Rand	
E_γ/GeV	vorher	nachher	vorher	nachher	vorher	nachher
0,1...0,2	4,07%	4,01%	—	—	—	—
0,2...0,3	3,45%	3,35%	—	—	—	—
0,3...0,5	3,08%	2,91%	—	—	—	—
0,5...0,8	2,71%	2,48%	2,32%	2,27%	3,01%	2,78%
0,8...1,3	2,45%	2,17%	2,03%	2,01%	2,70%	2,46%
1,3...2,0	2,21%	1,89%	1,74%	1,71%	2,42%	2,13%

Tabelle 5.2: Photonenenergieauflösung vor und nach der Korrektur für verschiedene Energiebereiche, für kompletten Kristall, für Zentral- und Randbereich eines Kristalls.

	σ/m , MC		σ/m , Daten	
E_γ/GeV	vorher	nachher	vorher	nachher
0,3...0,5	4,80%	4,72%	4,81%	4,74%
0,5...0,8	5,09%	4,96%	5,23%	5,14%
0,8...1,3	5,76%	5,61%	5,73%	5,66%
1,3...2,0	4,28%	4,33%	6,25%	6,49%
$E_{\gamma\gamma}/\text{GeV}$	vorher	nachher	vorher	nachher
> 0,6	5,07%	4,97%	5,32%	5,25%
> 1,0	5,26%	5,14%	5,53%	5,45%
> 1,5	5,55%	5,44%	5,93%	5,86%
> 2,0	5,66%	5,55%	6,26%	6,30%

Tabelle 5.3: π^0 -Massenauflösung vor und nach der Korrektur für verschiedene Photonenenergie- und π^0 -Energiebereiche.

	$m_{\pi^0}/\text{MeV}/c^2$, MC		$m_{\pi^0}/\text{MeV}/c^2$, Data	
E_γ/GeV	vorher	nachher	vorher	nachher
0,3...0,5	126,5	132,8	127,7	134,3
0,5...0,8	126,5	133,1	127,8	134,8
0,8...1,3	126,9	133,8	127,6	134,8
1,3...2,0	127,2	134,4	127,9	134,7
$E_{\gamma\gamma}/\text{GeV}$	vorher	nachher	vorher	nachher
> 0,6	126,8	133,7	127,8	134,6
> 1,0	127,1	134,1	127,9	134,9
> 1,5	127,1	134,1	128,0	135,2
> 2,0	127,0	134,2	128,4	135,7

Tabelle 5.4: π^0 -Masse vor und nach der Korrektur für verschiedene Photonenenergie- und π^0 -Energiebereiche.

Kapitel 6

Impuls- und Winkelverteilung inklusiv produzierter π^0 -Mesonen

6.1 Motivation und Einführung

Im Rahmen dieser Arbeit wurden Impulsspektren und Winkelverteilungen inklusiv erzeugter π^0 ermittelt. In diesem Kapitel wird dabei auf die Spektren aus $\Upsilon(4S)$ -Zerfällen und Kontinuumssereignissen eingegangen, d. h. $\Upsilon(4S) \rightarrow \pi^0 X$ bzw. $e^+e^- \rightarrow q\bar{q} \rightarrow \pi^0 X$. Die Untersuchungen fanden dabei im Schwerpunktssystem statt, und die entsprechenden Größen sind in diesem Kapitel mit einem Stern (*) versehen. Bestimmt wurden in dieser Arbeit die differentiellen Wirkungsquerschnitte $d\sigma/dp^*$ und $d\sigma/dp^*d\Omega^*$ und daraus die mittlere Anzahl der π^0 pro Ereignis, d. h. die mittleren π^0 -Multiplizitäten.

Diese Untersuchungen sind wichtig, um Monte-Carlo-Simulationen zu verbessern. Da die Summe aller bekannten Verzweigungsverhältnisse der B -Zerfälle weniger als 50% beträgt, basiert ein großer Teil der Simulation auf theoretischen Modellen. Ähnliches gilt für die Fragmentation bei Kontinuumssereignissen. Da π^0 sehr häufig auftreten und es wichtig ist, den Untergrund gerade bei seltenen B -Zerfällen zu kennen, ist es notwendig, die π^0 -Erzeugung möglichst gut in MC-Simulationen zu reproduzieren. Dabei ist die Ermittlung von Impuls- und Winkelverteilungen ein wichtiges Mittel zur Verbesserung von Simulationsprogrammen.

6.2 Datensatz

Die Tabellen 6.1 und 6.2 zeigen die verwendeten Daten bzw. MC-Ereignisse. Insgesamt wurden für die Analyse $5,17 \text{ fb}^{-1}$ an Daten verwendet, die auf der $\Upsilon(4S)$ -Resonanz genommen wurden (*on-resonance*) und $3,19 \text{ fb}^{-1}$, die 40 MeV unterhalb der Resonanz (*off-resonance*) aufgezeichnet wurden.

Die Anzahl der $B\bar{B}$ -Ereignisse wurde durch Zählen von Multihadron- und Myon-Ereignissen ($e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$) aus *on*- und *off*-resonance-Daten bestimmt, d. h.

$$N_{\Upsilon(4S)} = N_{\text{MH}}^{\text{on}} - N_{\mu\mu}^{\text{on}} \frac{N_{\text{MH}}^{\text{off}}}{N_{\mu\mu}^{\text{off}}}.$$

Dieser Wert wurde anschließend durch die Rekonstruktionseffizienz von $B\bar{B}$ -Ereignissen, ermittelt aus Monte-Carlo-Simulationen, dividiert. Genauere Angaben sind in [23] zu finden.

Die Luminosität der Datensätze wurde durch Zählen von Bhabha- und Myon-Ereignissen im zentralen Detektorbereich bestimmt. Nähere Information werden in [24] gegeben. Die relative Genauigkeit der Luminosität beträgt ca. 0,8%.

Jahr-Block-Teilsatz	\mathcal{L}/fb^{-1}	Anzahl der $B\bar{B}$ -Paare
2002-b1-s0-r10B-off	1,3275	—
2002-b1-s2-r10B-on	5,1746	$5,4940 \cdot 10^6$
2002-b1-s2-r10B-off	1,8640	—
insgesamt on	5,1746	
off	3,1915	

Tabelle 6.1: Verwendeter Datensatz mit integrierter Luminosität \mathcal{L} und Anzahl der $B\bar{B}$ -Paare.

An Monte-Carlo-Simulationen wurden generische $B^0\bar{B}^0$ - bzw. B^+B^- -Paare, Kontinuumsereignisse ($e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$, $q = u, d, s, c$) und τ -Paar-Ereignisse ($e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$) verwendet. Diese wurden entsprechend ihrer Wirkungsquerschnitte gemischt, um die Daten möglichst gut wiederzugeben. Die Mischung ist nicht exakt, da die Wirkungsquerschnitte nicht genau bekannt sind. Sie stammen im wesentlichen aus Berechnungen.

Typ	Ereignisse	\mathcal{L}/fb^{-1}	σ/nb
$B^0\bar{B}^0$ generisch	1 200 000		1,05
B^+B^- generisch			
$e^+e^- \rightarrow c\bar{c}$	1 485 600	1,143	1,30
$e^+e^- \rightarrow u\bar{u}/d\bar{d}/s\bar{s}$	2 388 000		2,09
$e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$	1 074 000		0,94

Tabelle 6.2: Verwendeter MC-Satz mit Anzahl der Ereignisse, Luminositätäquivalent \mathcal{L} und angenommenen Wirkungsquerschnitt.

6.3 Datenselektion

Zur Selektion von Ereignissen und Teilchen, speziell von Photonen und π^0 , wurden verschiedene Größen betrachtet. Bei der Selektion ist es zum einen wichtig, das Verhältnis von Signal zu Untergrund zu verbessern und zum anderen, einen möglichst glatten Untergrund zu erhalten, d. h. ohne Extrema und große Krümmungen.

Zur Ereignisauswahl wurden drei Variablen betrachtet. Die erste Größe wird durch die sogenannten Fox-Wolfram-Momente H_l bestimmt [25]. Sie sind für ein Ereignis definiert als

$$H_l = \sum_{i,j} \frac{|p_i||p_j|}{E_{\text{vis}}^2} P_l(\cos \vartheta_{ij}),$$

wobei $p_{i,j}$ die Impulse der im Detektor nachgewiesenen geladenen Teilchen, ϑ_{ij} der Öffnungswinkel zwischen den Teilchen i und j , P_l die Legendre-Polynome und E_{vis} die komplett sichtbare Energie eines Ereignisses sind. Bestimmt werden diese Momente im Schwerpunktssystem. Das Verhältnis des zweiten zum nullten Fox-Wolfram-Moment stellt die Größe R_2 dar, d. h.

$$R_2 = \frac{H_2}{H_0} = \frac{\sum_{i,j} |p_i||p_j|(3 \cos^2 \vartheta_{ij} - 1)}{\sum_{i,j} |p_i||p_j|}.$$

Der Wert R_2 sagt etwas über die Impulsrichtungsverteilung der Teilchen in einem Ereignis aus. Der Wert kann zwischen Null und Eins liegen. Ereignisse mit einem Wert nahe Null sind sehr sphärisch, und Ereignisse nahe Eins sind sehr jet-artig. Da die beiden B -Mesonen aus dem $\Upsilon(4S)$ -Zerfall beinahe in Ruhe sind und den Spin $J = 0$ besitzen, haben die $\Upsilon(4S)$ -Ereignisse relativ kleine Werte für R_2 . Im Gegensatz dazu haben die Kontinuums- ($e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$) und $\tau\tau$ -Ereignisse ($e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$) höhere bis hohe R_2 -Werte. In Abbildung 6.1 sind die R_2 -Verteilungen für die verschiedenen Ereigniskategorien dargestellt.

Für Untersuchungen an den $\Upsilon(4S)$ -Ereignissen wurden Ereignisse mit einem Wert von $R_2 < 0,4$ gewählt, um möglichst viel Kontinuumsuntergrund zu vermeiden. Bei Untersuchungen an den Kontinuumsereignissen wurde $R_2 < 0,98$ gewählt, um vor allem Bhabha-Ereignisse ($e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\gamma)$) auszuschließen.

Zwei weitere Ereignisgrößen sind die Anzahl der Spuren geladener Teilchen N_{trk} und die Anzahl neutraler Kandidaten N_{neut} . Die Anzahl der Spuren wurde mit $N_{\text{trk}} \geq 3$ gewählt. Um einen π^0 -Kandidaten kombinieren zu können, müssen mindestens zwei neutrale Kandidaten im Ereignis sein.

Um zu entscheiden, ob ein neutraler Kandidat ein guter Kandidat für ein Photon ist, wurden hier verschiedene Variablen verwendet. Die wichtigste Größe ist dabei die Energie, da vor allem die Photonen mit den niedrigsten Energien großen kombinatorischen Untergrund bei der Kombination der π^0 -Kandidaten verursachen.

Zur Trennung von anderen neutralen Teilchen, im wesentlichen Hadronen wie z. B. K_L oder Neutronen, werden das laterale Moment L (s. Gl. 4.1), der Abstand zur nächsten Spur d_{trk} und die Anzahl der Kristalle im Cluster verwendet. Diese Größen sind in den Abbildungen 6.2, 6.3 und 6.4 dargestellt. In jeder Abbildung

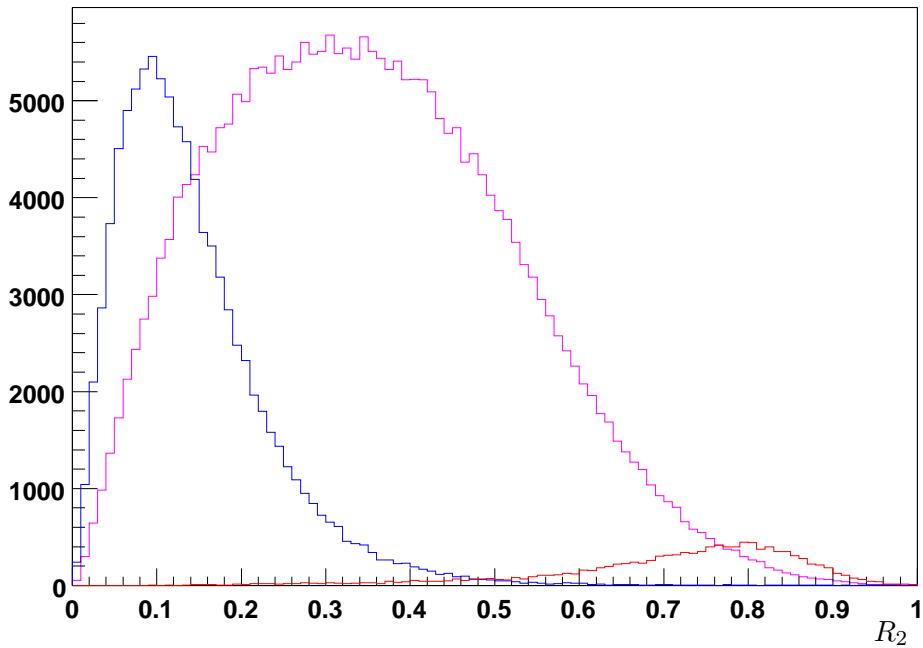


Abbildung 6.1: Verteilung der Größe R_2 in Monte-Carlo-Ereignissen. Blau: $\Upsilon(4S)$ -Ereignisse, violett: $q\bar{q}$ -Ereignisse, rot: $\tau^+\tau^-$ -Ereignisse.

ist die Verteilung für Photonen und für neutrale Teilchen, die keine Photonen sind, zu sehen. Um zu vermeiden, daß man Photonen verwendet, die nahe des Kalorimeterrandes eintreffen, wurde noch ein Schnitt auf den Polarwinkel angewendet. Er wurde so gewählt, daß der Schwerpunkt des *Clusters* nicht innerhalb der ersten und letzten beiden Kristallringen liegt.

Schließlich wird für die kombinierten π^0 -Kandidaten noch eine weitere Größe betrachtet, nämlich der Helizitätswinkel ϑ_{hel} . Er ist definiert als der Winkel zwischen der π^0 -Flugrichtung und der Flugrichtung des Photons im Ruhesystem des π^0 . Da das π^0 den Spin 0 hat, muß die Verteilung von $|\cos \vartheta_{\text{hel}}|$ flach sein. In Abbildung 6.5 wird die Verteilung für wahre π^0 und für $\gamma\gamma$ -Kandidaten, die keine wahren π^0 sind, gezeigt. Die flache Verteilung für π^0 ist gut erkennbar, während es für die „falschen“ π^0 -Kandidaten einen starken Anstieg bei größer werdendem $|\cos \vartheta_{\text{hel}}|$. Durch einen Schnitt von $|\cos \vartheta_{\text{hel}}| < 0,5$ kann das Verhältnis von Signal zu Untergrund ebenfalls verbessert werden. Dies gilt nur für π^0 mit einem Impuls überhalb von $200 \text{ MeV}/c$, da für kleinere Impulse die $|\cos \vartheta_{\text{hel}}|$ -Verteilung für den Untergrund ab Werten über 0,5 abfällt.

Zur Bestimmung des reinen Impulsspektrums aus Kontinuumsereignissen wurde auf die π^0 -Richtung, d. h. auf $\cos \vartheta_{\pi^0}$ geschnitten. Es wurde ein Wert gewählt, daß alle π^0 , die nahe der z -Achse fliegen, unberücksichtigt bleiben. Es sollen so mögliche

π^0 aus Ereignissen der Art $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma\gamma \rightarrow e^+e^-(n\cdot\pi^0)X$ (2-Photon-Ereignisse) ausgeschlossen werden. Schnitte bei $|\cos\vartheta_{\pi^0}| < 0,8; 0,9; 1,0$ zeigten keine signifikanten Unterschiede im Ergebnis. Zu den 2-Photonen-Ereignissen sind allerdings weitere Untersuchungen notwendig.

In den Tabellen 6.3 und 6.4 sind alle Schnittvariablen zusammengefaßt, einschließlich der Schnittwerte. Wie in Tabelle 6.4 zu sehen, wurden unterschiedliche Schnittwerte für die Energie, abhängig vom Impuls, gewählt. Außerdem wurden die Energien zur Bestimmung der reinen Impulsspektren und impulsabhängigen Winkelverteilungen unterschiedlich gewählt. Dies resultiert aus dem Ziel, diesen Schnitt so zu wählen, daß ein möglichst glatter Untergrund im Bereich des π^0 -Signals entsteht. Gerade bei niederen π^0 -Impulsen hat der Untergrund ein Maximum in der Nähe des Signals, was eine Funktionsanpassung und somit eine vernünftige Trennung von Signal und Untergrund erschwert.

Ereignis	Schnittwerte
Fox-Wolfram-Moment ($\Upsilon(4S)$ -Ereignisse)	$R_2 < 0,4$
Fox-Wolfram-Moment (Kontinuumsergebnisse)	$R_2 < 0,98$
Anzahl der Spuren	$N_{\text{trk}} \geq 3$
Anzahl der neutralen Kandidaten	$N_{\text{neut}} \geq 2$
Neutrale Kandidaten	
Energie (abh. vom π^0 -Impulsintervall, s. Tab. 6.4)	$E_\gamma > 20 \dots 130 \text{ MeV}$
Anzahl der Kristalle im Cluster	$N_{\text{xtl}} \geq 4$
Abstand zur nächsten Spur	$d_{\text{trk}} > 20 \text{ cm}$
Laterales Moment	$LAT < 0,4$
Polarwinkel ϑ	$0,35 < \vartheta < 2,35$
π^0 -Kandidaten	
Helizitätswinkel (für $p_{\pi^0}^* > 0,2 \text{ GeV}/c$)	$ \cos\vartheta_{\text{hel}} < 0,5$
Richtung (Polarwinkel ϑ), für Impulsspektrum aus Kontinuumsergebnissen	$ \cos\vartheta_{\pi^0} < 0,8$

Tabelle 6.3: Übersicht der verwendeten Variablen und ihre angewandten Schnittwerte.

$p_{\pi^0}^*/\text{GeV}/c$	0,0...0,1	0,1...0,2	0,2...0,3	0,3...0,4	> 0,4
E_γ/MeV (a)	> 20	> 90	> 130	> 120	> 100
E_γ/MeV (b)	> 20	> 50	> 100	> 100	> 100

Tabelle 6.4: Impulsabhängige Energieschnitte. (a) für reine Impulsspektren, (b) für impulsabhängige Winkelverteilungen.

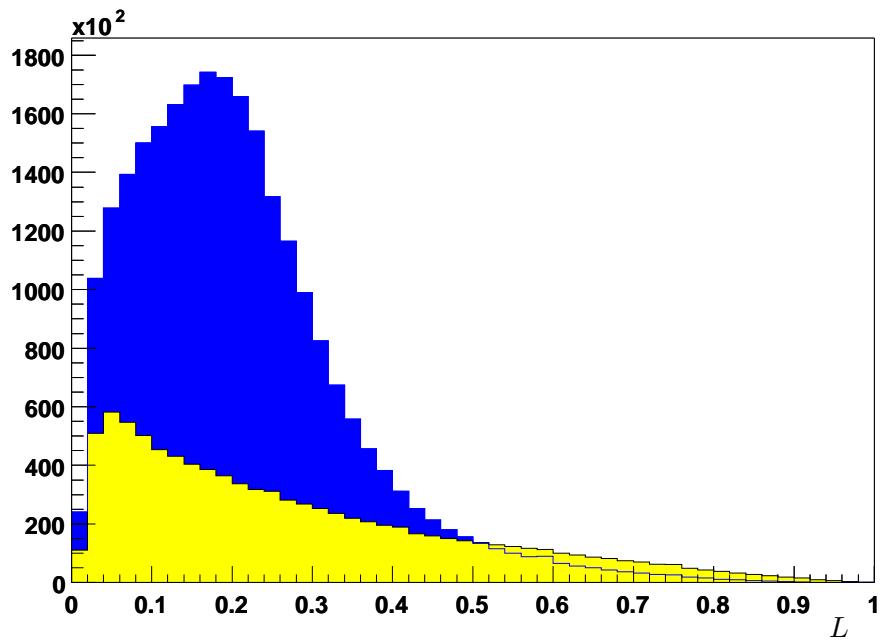


Abbildung 6.2: Verteilung des lateralen Momentes L . Blau: Photonen, gelb: neutrale Teilchen außer Photonen.

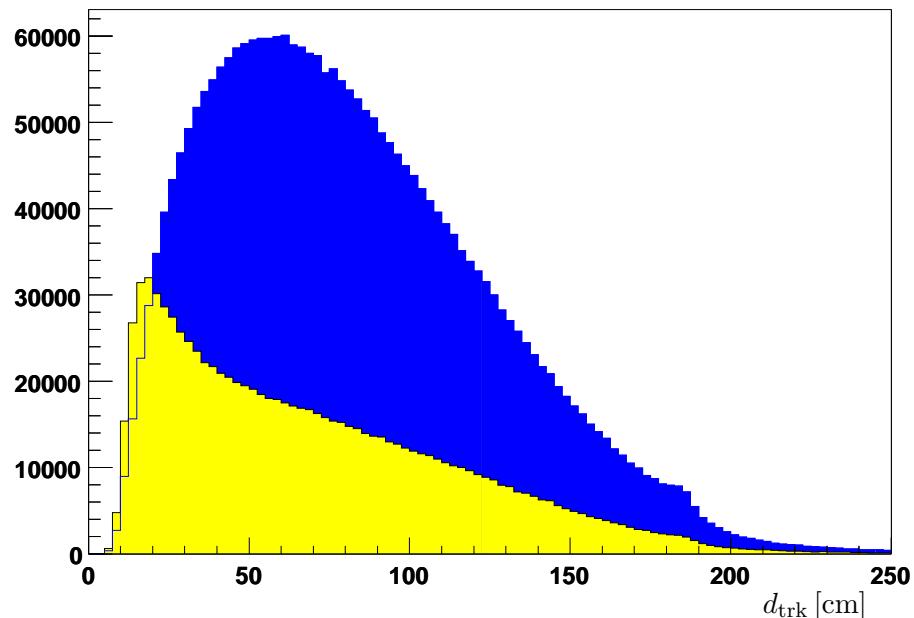


Abbildung 6.3: Verteilung des Abstands eines neutralen Kandidaten zur nächsten Spur d_{trk} . Blau: Photonen, gelb: neutrale Teilchen außer Photonen.

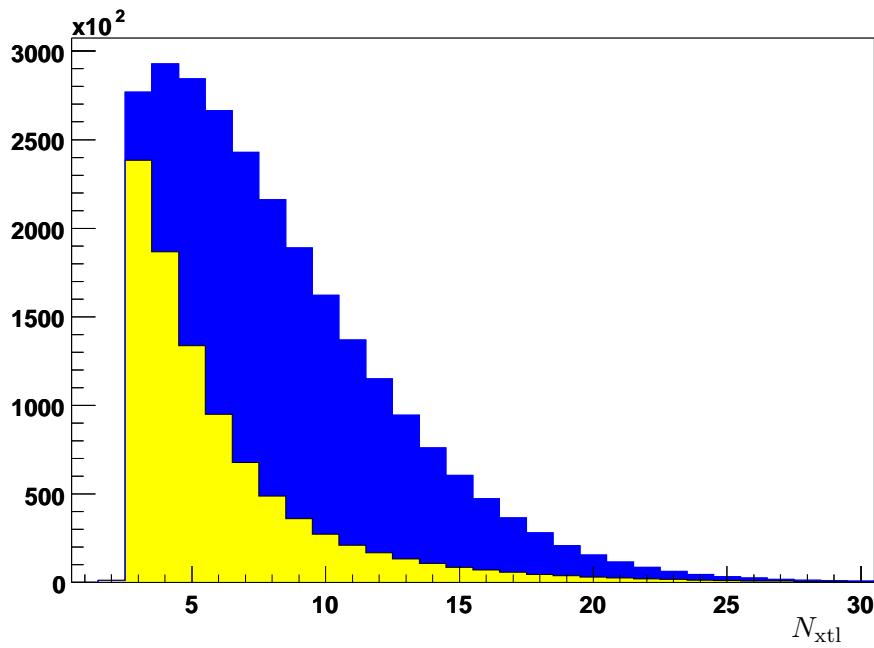


Abbildung 6.4: Verteilung der Anzahl der Kristalle pro Cluster N_{xtl} . Blau: Photonen, gelb: neutrale Teilchen außer Photonen.

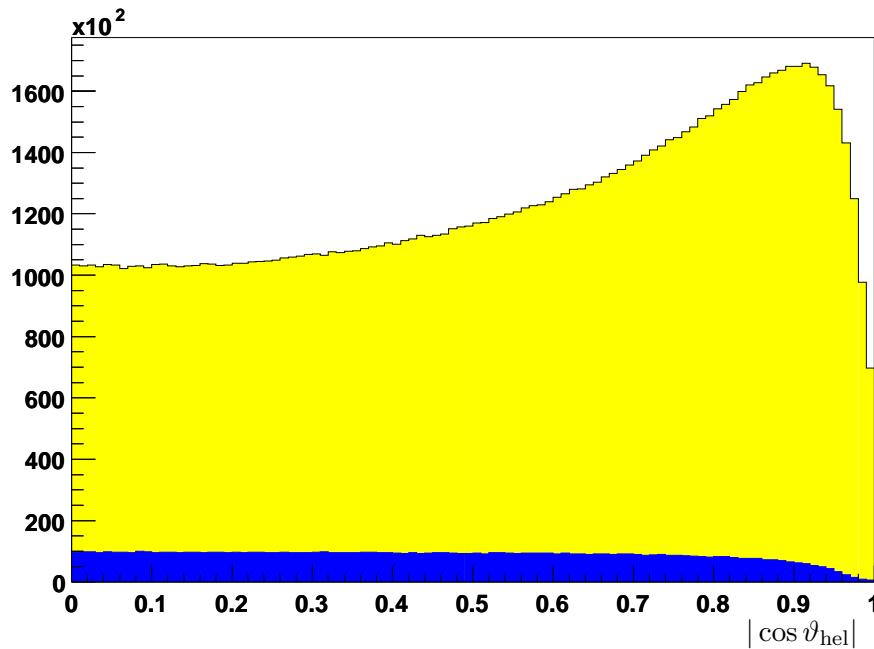


Abbildung 6.5: Verteilung des Kosinus des Helizitätswinkel $|\cos \vartheta_{\text{hel}}|$. Blau: π^0 , gelb: $\gamma\gamma$ -Kombination, die kein wahres π^0 ergeben.

6.4 Bestimmung der π^0 -Ausbeute

6.4.1 Die Anpassungsfunktion

Um die Verteilungen der invarianten Masse $m_{\gamma\gamma}$ zu beschreiben, wurde eine Anpassungsfunktion verwendet, die sich aus mehreren Teilen zusammensetzt. Damit soll sowohl der Untergrund als auch das Signal möglichst gut beschrieben werden. Die Funktion sieht dabei folgendermaßen aus:

$$f(m) = f_{\text{sig}} + f_{\text{unt}},$$

wobei f_{unt} ein Polynom dritten Grades ist und den Untergrund beschreibt. Die Funktion f_{sig} wird an das Signal angepaßt und setzt sich als Summe aus der Gauß- und der Nowosibirsk-Funktion zusammen:

$$\begin{aligned} f_{\text{sig}}(m) = & A \left[\frac{f}{\sqrt{2\pi}\sigma_g} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(m - \mu_g)^2}{\sigma_g^2}\right) \right. \\ & \left. + \frac{1-f}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{\ln^2\left(1 + \frac{\sinh(\tau\sqrt{\ln 4})}{\sqrt{\ln 4}} \frac{(m - \mu_n)}{\sigma_n}\right)}{\tau^2} - \frac{\tau^2}{2}\right) \right]. \quad (6.1) \end{aligned}$$

Die Parameter μ_g und σ_g beschreiben den Mittelwert bzw. die Standardabweichung der Gauß-Funktion. Die Stelle des Maximums der Nowosibirsk-Funktion stellt μ_n dar, $\sigma_n = FWHM/2,36$ beschreibt die Breite und τ die Asymmetrie (den „Schwanz“). Der Parameter A ist der Normierungsfaktor, d. h. das Integral der Funktion. Der Anteil der Gauß-Funktion an der Gesamtfunktion wird durch f beschrieben. Dieser Anteil beträgt bei allen Anpassungen nicht mehr als 30%. Durch die Hinzunahme der Gauß-Funktion können die beiden „Schwänze“ besser berücksichtigt werden als das mit der Nowosibirsk-Funktion alleine möglich wäre. In Abb. 6.6 ist die Signalfunktion an einem MC-generierten π^0 -Signal beispielhaft dargestellt. Dabei sind die beiden Teilfunktionen gestrichelt abgebildet.

6.4.2 Die Anpassung an die $m_{\gamma\gamma}$ -Verteilungen

Um die Anzahl der rekonstruierten π^0 zu bestimmen, wurde je ein Histogramm mit den Verteilungen der invarianten Masse $m_{\gamma\gamma}$ für jedes Impulsintervall Δp^* bzw. Impuls- und Raumwinkelintervall $\Delta p^* \Delta \cos \vartheta^*$ erzeugt. Diese Histogramme wurden aus Daten und MC-Ereignissen erstellt, wobei die Verteilungen aus den MC-Ereignissen einmal mit und einmal ohne Untergrund erstellt worden sind.

Die Anpassung an diese Histogramme erfolgte mit der obenbeschriebenen Funktion in einer speziellen Weise. Zuerst wurde die Funktion ohne Polynomanteil an die untergrundfreie Verteilung aus MC-Ereignissen angepaßt. In Abb. 6.7 sind einige Verteilungen mit der angepaßten Funktion dargestellt. Dabei wurden alle sieben Parameter frei variierbar gelassen. Von den so ermittelten Parametern wurden μ_g , σ_g , f und τ anschließend konstant gesetzt. Mit diesen fixierten Parametern wurde

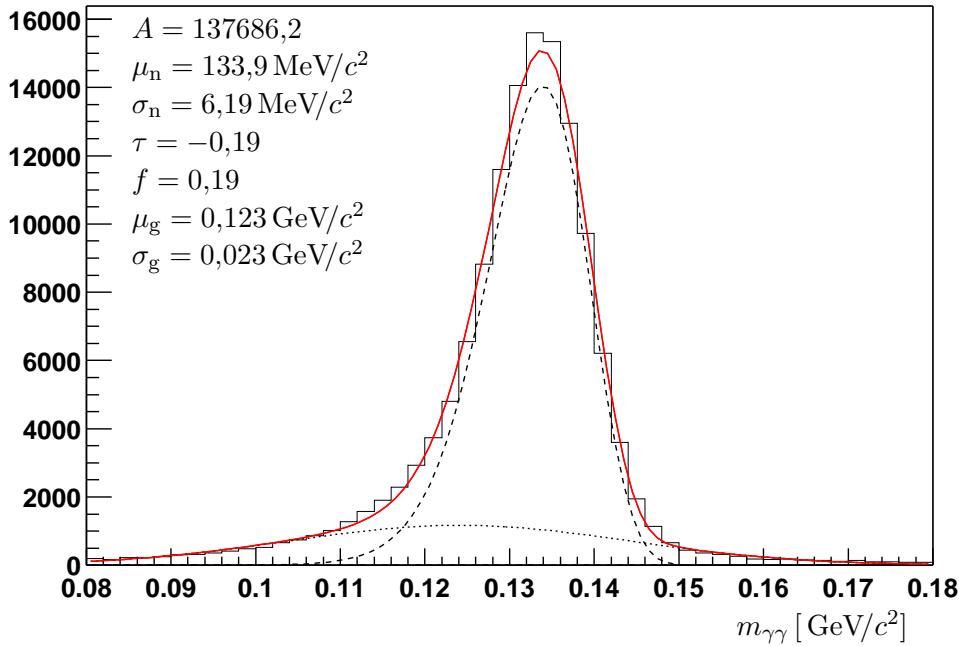


Abbildung 6.6: Beispiel für die Anpassungsfunktion an einem MC-generierten π^0 -Signal. Durchgezogen: Gesamtfunktion. Gestrichelt: Nowosibirsk-Anteil. Gepunktet: Gauß-Anteil.

die Funktion an die Verteilungen aus den Daten (s. Abb 6.8) und, für die Effizienzbestimmung, an die Verteilungen aus den Monte-Carlo-Simulationen (einschließlich Untergrund) angepaßt. Dabei wurde das Polynom dritten Grades zur Beschreibung des Untergrundes hinzugenommen. Die Anzahl der rekonstruierten π^0 im entsprechenden Impuls- und Raumwinkelintervall resultiert aus dem Parameter A multipliziert mit der Intervallbreite in den Histogrammen.

Dieses Verfahren wurde für π^0 -Impulse unter $2 \text{ GeV}/c$ angewandt. Da die Asymmetrie der $m_{\gamma\gamma}$ -Verteilung mit zunehmendem Impuls abnimmt, kam oberhalb $2 \text{ GeV}/c$ die einfachere Gauß-Funktion zur Anwendung.

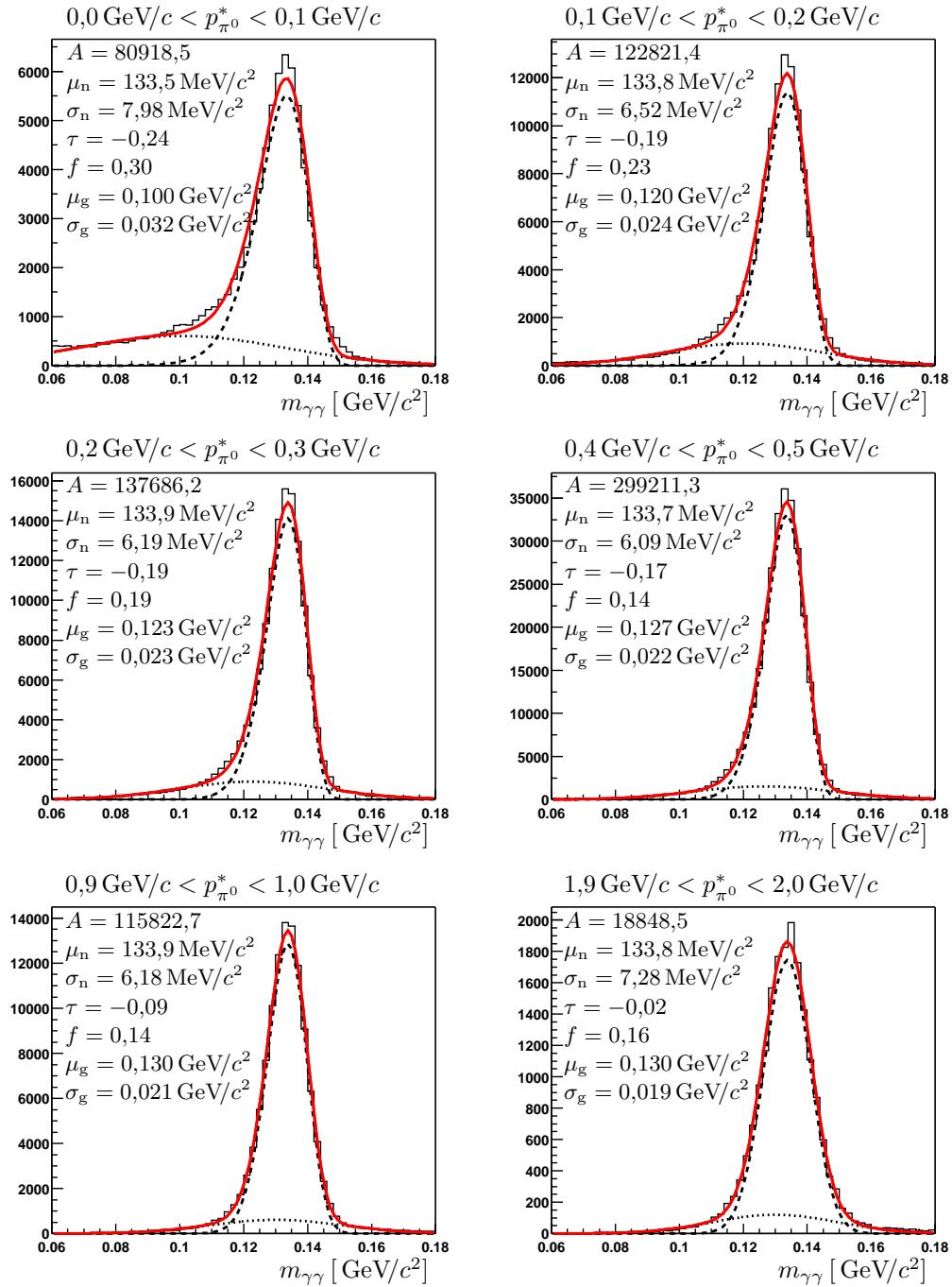


Abbildung 6.7: $m_{\gamma\gamma}$ -Verteilungen aus der MC-Simulation (Mischung aus Kontinuums- und $\tau^+\tau^-$ -Ereignissen), ohne Untergrund, mit Anpassungsfunktion (rot: Gesamtfunktion, gestrichelt: Nowosibirsk-Anteil, gepunktet: Gauß-Anteil).

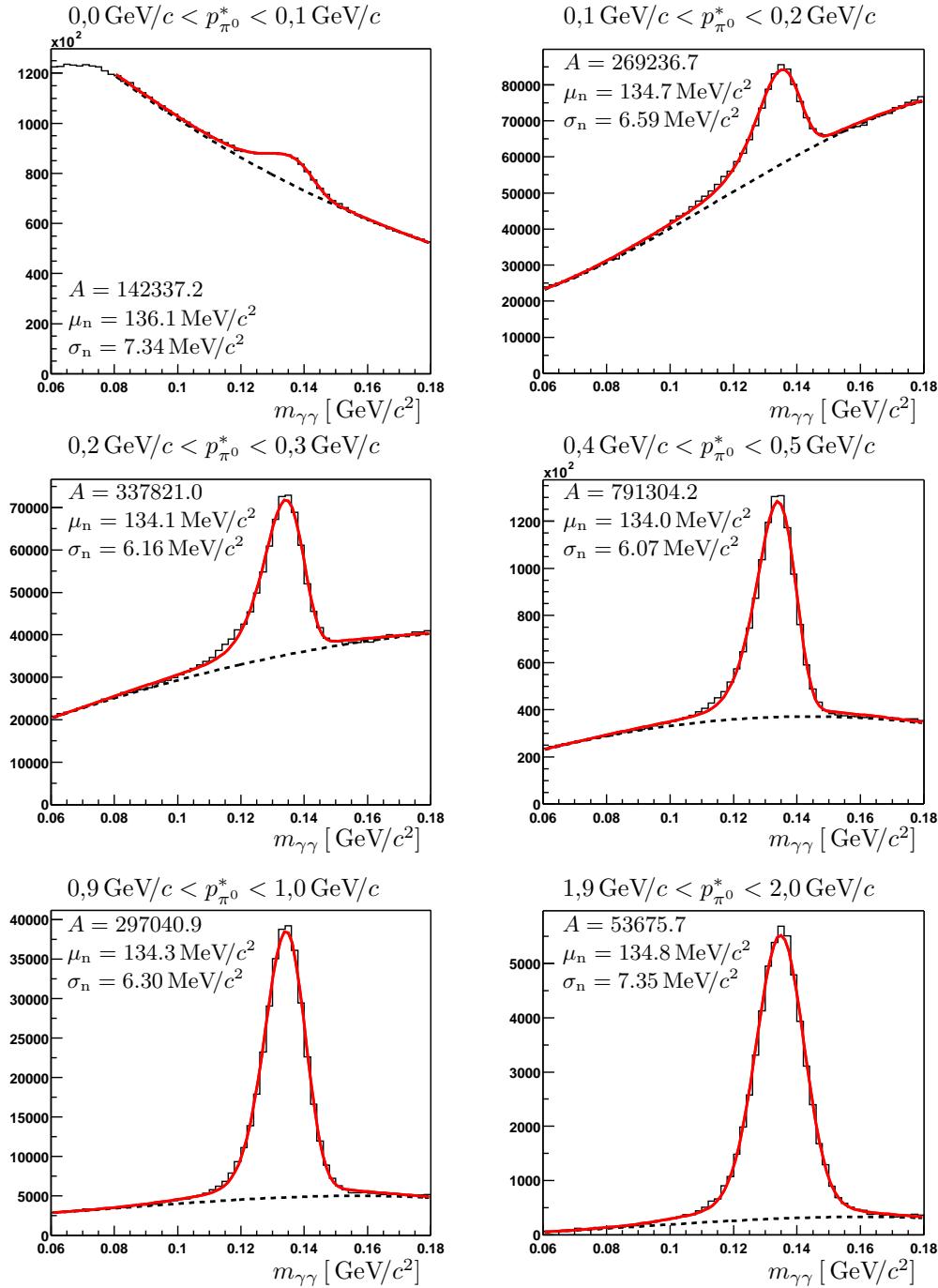


Abbildung 6.8: $m_{\gamma\gamma}$ -Verteilungen aus off-resonance-Daten, mit Anpassungsfunktion, Werte der fixierten Parameter τ , f , μ_g und σ_g in Abb. 6.7 (rot: Gesamtfunktion, gestrichelt: Untergrundanteil).

6.5 Effizienzbestimmung

Zur Bestimmung der Effizienz wurden Monte-Carlo-Ereignisse verwendet. Diese wurden genauso analysiert wie die Ereignisse aus den Daten. Neben der Bestimmung der Anzahl rekonstruierter π^0 wurden auch die tatsächlich generierten π^0 im entsprechenden Impulsintervall gezählt. Die Effizienz ergab sich aus dem Verhältnis der Anzahl der rekonstruierten π^0 im rekonstruierten Impulsintervall und der Anzahl aller generierten π^0 im wahren Impulsintervall:

$$\varepsilon_i = \frac{N_{\pi^0}^{\text{rek},i}}{N_{\pi^0}^{\text{wahr},i}}. \quad (6.2)$$

Der statistische Fehler berechnet sich aus

$$\Delta\varepsilon_i^{\text{stat}} = \frac{\Delta N_{\pi^0}^{\text{rek},i}}{N_{\pi^0}^{\text{wahr},i}}. \quad (6.3)$$

Des Weiteren tritt ein systematischer Fehler bei der Effizienzbestimmung durch das Anwenden einer Korrekturfunktion auf, der aus Unterschieden zwischen der MC-Simulation und den realen Daten resultiert. Zur Ermittlung der richtigen Effizienz und des zugehörigen systematischen Fehlers wird beim *BABAR*-Experiment ein Rezept zur Verfügung gestellt [26]. Die tatsächliche π^0 -Effizienz wurde aus den Ereignissen $\tau \rightarrow \pi^0 \pi^0 X$ und $\tau \rightarrow \pi^0 X$ bestimmt und der Kenntnis des Verhältnisses $R_{2\pi^0/1\pi^0} = \mathcal{B}(\tau \rightarrow \pi^0 \pi^0 X)/\mathcal{B}(\tau \rightarrow \pi^0 X)$. Der Vergleich mit der MC-Simulation lieferte zwei Korrekturfunktionen, eine für π^0 mit Photonen in getrennten *Clustern* (s. Abb. 6.9) und eine für π^0 mit Photonen im gleichen *Cluster* (s. Abb. 6.10). In den Abbildungen ist ebenfalls das Fehlerband eingezeichnet. Beim Analysieren der MC-Simulationen geben diese Funktionen die energieabhängige Wahrscheinlichkeit an, mit der ein π^0 „behalten“ werden soll. Es werden so zufällig ausgewählte π^0 verworfen. Anschließend wird dieselbe Analyse noch einmal durchgeführt, diesmal mit einer Gaußschen Verschmierung, die durch die angezeigten Fehlerbänder bestimmt wird. Man erhält damit zwei leicht verschiedene Effizienzwerte. Die Differenz dieser Werte ist der unkorrelierte Fehler $\Delta\varepsilon_i^{\text{unkorr}}$. Der unkorrelierte Fehler ist statistisch dominiert. Zusätzlich hat diese Methode einen korrelierten Fehler von $\Delta\varepsilon_i^{\text{korr}}/\varepsilon_i = 5\%$, der sich u. a. aus dem Fehler von $R_{2\pi^0/1\pi^0}$ ergibt. Beide Fehler werden zum systematischen Fehler der Effizienz quadratisch addiert, d. h.

$$\Delta\varepsilon_i^{\text{sys}} = \sqrt{\Delta\varepsilon_{\text{unkorr},i}^2 + \Delta\varepsilon_{\text{korr},i}^2}.$$

Da der korrelierte Fehler relativ groß ist, dominiert dieser nicht nur den Fehler der Effizienz sondern den Fehler der gesamten Analyse.

Die Abbildungen 6.11 und 6.12 zeigen die Effizienzen abhängig vom Impuls für $\Upsilon(4S)$ - bzw. Kontinuumse Ereignisse ohne die korrelierten Fehler. Die deutliche Absenkung in den Intervallen zwischen $p_{\pi^0}^* = 100 \text{ MeV}/c$ und $300 \text{ MeV}/c$ ist auf den starken Energieschnitt in diesem Bereich zurückzuführen.

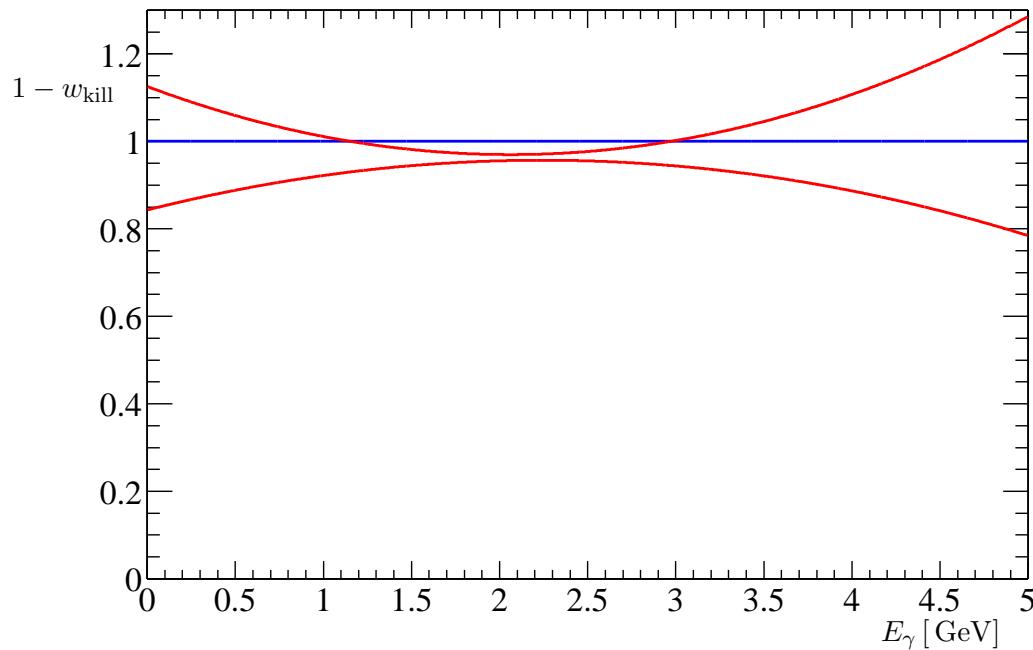


Abbildung 6.9: Effizienzkorrekturfunktion für π^0 mit zwei Photonen in getrennten Clustern, wobei w_{kill} die Wahrscheinlichkeit ist, ein π^0 in der Simulation zu verwerfen. Werte größer 1 kommen nicht zur Anwendung.

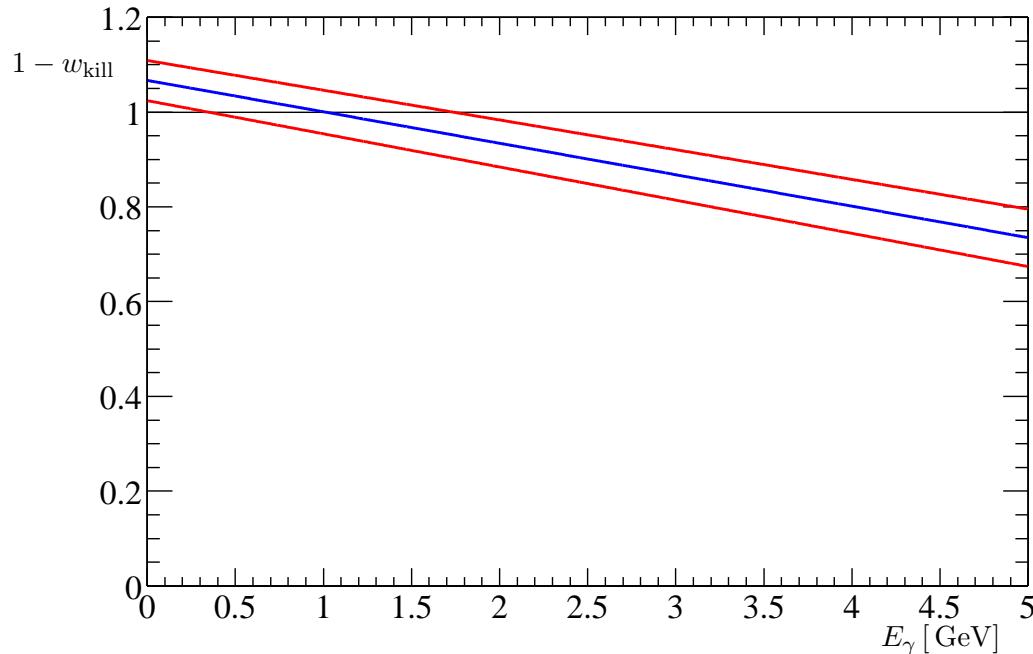


Abbildung 6.10: Effizienzkorrekturfunktion für π^0 mit zwei Photonen im selben Cluster. Erklärung wie in obiger Abbildung.

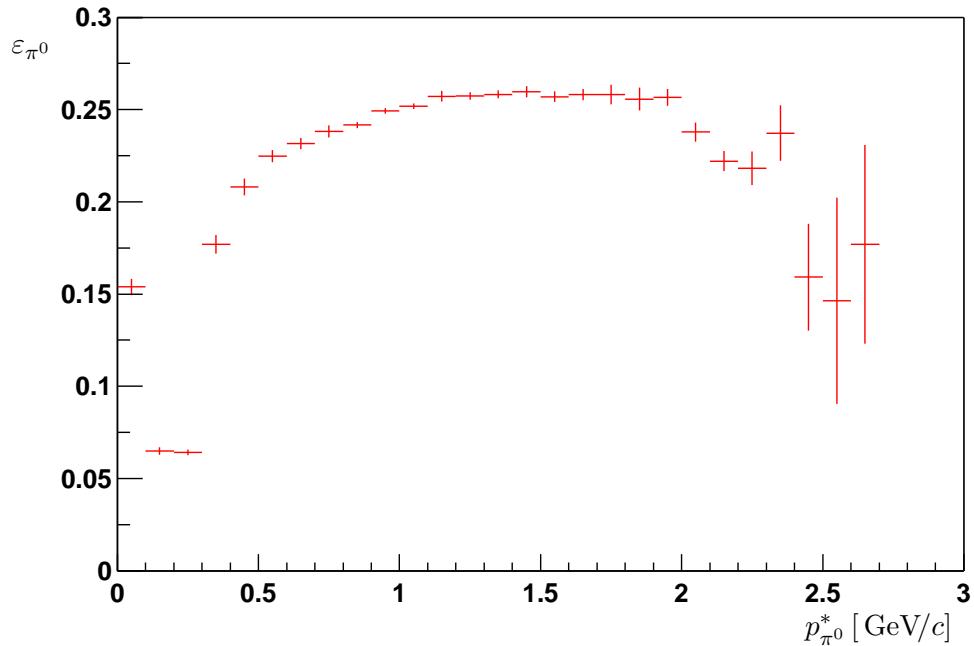


Abbildung 6.11: Abhängigkeit der Effizienz von der Energie für $\Upsilon(4S)$ -Ereignisse.

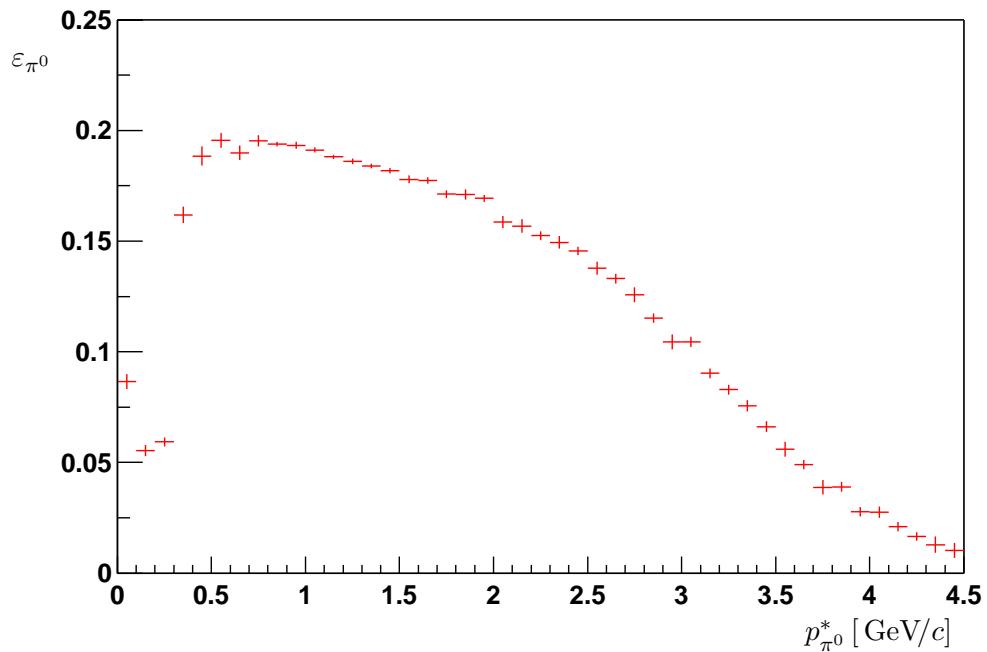


Abbildung 6.12: Abhängigkeit der Effizienz von der Energie für Kontinuumsereignisse.

6.6 Impulsspektrum und Winkelverteilung

Um das Impulsspektrum bzw. die impulsabhängigen Winkelverteilungen für $\Upsilon(4S)$ -Ereignisse zu erhalten, wird die Formel

$$S_{\Upsilon(4S)} = \frac{1}{\sigma_h} \frac{d^2\sigma_i}{dp^* d\cos\vartheta^*} = \frac{1}{N_{\Upsilon(4S)}} \frac{Y_i^{\text{on}} - \alpha Y_i^{\text{off}}}{\varepsilon_i \Delta p^* \Delta \cos\vartheta^*} \quad (6.4)$$

verwendet. Sie gibt die mittlere Anzahl der produzierten π^0 pro $\Upsilon(4S)$ -Ereignis und pro Impuls- und Raumwinkelintervall an. Die Größe $N_{\Upsilon(4S)}$ bedeutet dabei die Anzahl der $\Upsilon(4S)$ -Ereignisse. $Y^{\text{on,off}}$ gibt die Anzahl der rekonstruierten π^0 für *on-resonance*- bzw. *off-resonance*-Ereignisse wieder. Da die *on-resonance*-Ereignisse sich aus den $\Upsilon(4S)$ - und *off-resonance*-Ereignissen zusammensetzen, müssen die *off-resonance*-Ereignisse von den *on-resonance*-Ereignissen abgezogen werden. Dabei muß die unterschiedliche Datenmenge $\mathcal{L}_{\text{on,off}}$ und Schwerpunktsenergie $s_{\text{on,off}}$ berücksichtigt werden. Dies geschieht durch den Skalierungsfaktor α , der sich aus

$$\alpha = \frac{s_{\text{off}}}{s_{\text{on}}} \frac{\mathcal{L}_{\text{on}}}{\mathcal{L}_{\text{off}}}$$

berechnet. ε ist die Rekonstruktionseffizienz, die aus simulierten $B\bar{B}$ -Ereignissen für jedes Intervall ermittelt wurde. Δp bzw. $\Delta \cos\vartheta$ sind die jeweiligen Intervallbreiten für den Impuls p und den Kosinus des Polarwinkels ϑ im Schwerpunktsystem. Die verschiedenen Intervalle werden durch den Index i gekennzeichnet.

Der differentielle Wirkungsquerschnitt für die π^0 -Produktion aus Kontinuumsergebnissen wird mit Hilfe der Gleichung

$$S_{\text{kont}} = \frac{d^2\sigma_i}{dp^* d\cos\vartheta^*} = \frac{1}{\mathcal{L}_{\text{off}}} \frac{\frac{1}{\varepsilon_i} Y_i^{\text{off}} - \beta Y_i^{\tau,\text{MC}}}{\Delta p^* \Delta \cos\vartheta^*} \quad (6.5)$$

berechnet. Um den Wirkungsquerschnitt für Kontinuumsergebnisse ($ee \rightarrow q\bar{q}$) zu erhalten, müssen von den *off-resonance*-Ereignissen die $\tau\tau$ -Ereignisse ($ee \rightarrow \tau\tau$) abgezogen werden. Da die τ -Physik hinreichend gut verstanden ist, wurde das Spektrum aus τ -Zerfällen mit einer MC-Simulation ermittelt. $Y^{\tau,\text{MC}}$ gibt die Anzahl der in der Simulation generierten π^0 an. Der Skalierungsfaktor β berücksichtigt hier wieder die unterschiedlichen Datenmengen. Er berechnet sich aus

$$\beta = \frac{\mathcal{L}_{\text{off}} \sigma_\tau}{N_\tau^{\text{MC}}}.$$

N_τ^{MC} gibt die Anzahl der generierten $\tau\tau$ -Ereignisse, an und σ_τ ist der Wirkungsquerschnitt für die Reaktion $ee \rightarrow \tau\tau$. Die Rekonstruktionseffizienz ε wurde aus MC-Ereignissen bestimmt, die sich entsprechend ihrer Wirkungsquerschnitte aus Kontinuumsergebnissen und $\tau\tau$ -Ereignissen zusammensetzen.

Die statistischen und systematischen Fehler von $S_{\Upsilon(4S)}$ und S_{kont} berechnen sich aus den Formeln

$$\left(\frac{\Delta S_{\Upsilon(4S)}}{S_{\Upsilon(4S)}}\right)_{\text{stat}}^2 = \left(\frac{\Delta N_{\Upsilon(4S)}}{N_{\Upsilon(4S)}}\right)_{\text{stat}}^2 + \frac{(\Delta Y_i^{\text{on}})^2 + (\alpha \Delta Y_i^{\text{off}})^2}{(Y_i^{\text{on}} - \alpha Y_i^{\text{off}})^2} \quad (6.6)$$

$$\left(\frac{\Delta S_{\Upsilon(4S)}}{S_{\Upsilon(4S)}}\right)_{\text{sys}}^2 = \left(\frac{\Delta N_{\Upsilon(4S)}}{N_{\Upsilon(4S)}}\right)_{\text{sys}}^2 + \frac{(Y_i^{\text{off}} \Delta \alpha)^2}{(Y_i^{\text{on}} - \alpha Y_i^{\text{off}})^2} + \left(\frac{\Delta \varepsilon_i}{\varepsilon_i}\right)^2 \quad (6.7)$$

bzw.

$$\left(\frac{\Delta S_{\text{kont}}}{S_{\text{kont}}}\right)_{\text{stat}}^2 = \frac{\left(\frac{\Delta Y_i^{\text{off}}}{\varepsilon_i}\right)^2}{\left(\frac{Y_i^{\text{off}}}{\varepsilon_i} - \beta Y_i^{\tau, \text{MC}}\right)^2} \quad (6.8)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\Delta S_{\text{kont}}}{S_{\text{kont}}}\right)_{\text{sys}}^2 &= \left(\frac{\Delta \mathcal{L}_{\text{off}}}{\mathcal{L}_{\text{off}}}\right)^2 + \frac{\left(\frac{Y_i^{\text{off}} \Delta \varepsilon_i}{\varepsilon_i^2}\right)^2}{\left(\frac{Y_i^{\text{off}}}{\varepsilon_i} - \beta Y_i^{\tau, \text{MC}}\right)^2} \\ &+ \frac{\left(\beta Y_i^{\tau, \text{MC}}\right)^2 \left(\left(\frac{\Delta Y_i^{\tau, \text{MC}}}{Y_i^{\tau, \text{MC}}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \beta}{\beta}\right)^2\right)}{\left(\frac{Y_i^{\text{off}}}{\varepsilon_i} - \beta Y_i^{\tau, \text{MC}}\right)^2} \end{aligned} \quad (6.9)$$

$$\left(\frac{\Delta S_{\Upsilon(4S)/\text{kont}}}{S_{\Upsilon(4S)/\text{kont}}}\right)_{\text{sys, korreliert}} = 5\% \quad (6.10)$$

Der letzte Fehler ist der korrelierte Fehler aus der Effizienzbestimmung. Diese Unsicherheit wirkt sich im Integral des Spektrums aus, jedoch nicht auf dessen Form und wird deshalb gesondert aufgeführt.

Die Anzahl der $\Upsilon(4S)$ -Ereignisse $N_{\Upsilon(4S)}$ und die Luminositäten \mathcal{L}_{on} und \mathcal{L}_{off} wurden in einer separaten Studie (s. S. 68) bestimmt. Diese Methode liefert auch den statistischen und systematischen Fehler auf die Anzahl $N_{\Upsilon(4S)}$ und den systematischen Fehler auf das Verhältnis von $\mathcal{L}_{\text{on}}/\mathcal{L}_{\text{off}}$. Der Fehler von \mathcal{L}_{off} wird mit 0,8% angegeben und ist rein systematisch. Da die Schwerpunktsenergien nicht absolut konstant sind, wurde ein Mittelwert gewählt. Die relativen Schwankungen, die man als größten Fehler betrachten kann, betragen ca. 10^{-4} . Damit sind sie vernachlässigbar gegenüber dem Fehler von $\mathcal{L}_{\text{on}}/\mathcal{L}_{\text{off}}$ und gehen im Gesamtfehler von α nicht ein. Auf die Bestimmung von $Y^{\text{on,off}}$ und ε wurde in den beiden vorangegangenen Kapiteln eingegangen. Der Fehler von $Y_i^{\tau, \text{MC}}$ berechnet sich aus $\Delta Y_i^{\tau, \text{MC}} = \sqrt{Y_i^{\tau, \text{MC}}}$. Die Intervallbreiten wurden festgelegt mit $\Delta p = 0,1 \text{ GeV}/c$ und $\Delta \cos \vartheta = 0,1$. Bei Impulsen über $3 \text{ GeV}/c$ wurden für die Winkelverteilungen die Impulsintervalle vergrößert.

In Tabelle 6.5 sind alle Größen mit ihren Werten aufgelistet, die allgemein für alle Impuls- und $\cos \vartheta$ -Intervalle gelten. Die Werte für $Y_i^{\text{on,off}}$ und ε_i und ihre Fehler sind im Anhang in den Tabellen A.1 bis A.34 zu finden. Die Werte zur Bestimmung

	X	ΔX_{stat}	ΔX_{sys}
$N_{\Upsilon(4S)}$	5 494 047,4	12 567,5	60 434,5
$\mathcal{L}_{\text{on}}/\text{fb}^{-1}$	5 174,642	—	—
$\mathcal{L}_{\text{off}}/\text{fb}^{-1}$	3 191,491	—	25,5
s_{on}/GeV	10,580	—	$\approx 0,001$
$s_{\text{off}}/\text{GeV}$	10,538	—	$\approx 0,001$
α	1,61495	—	0,0017
N_{τ}^{MC}	1 074 288	—	—
σ_{τ}/nb	0,94	—	—
β	2,79254	—	0,0022
$\Delta p/\text{GeV}/c$	0,1	—	—
$\Delta \cos \vartheta$	0,1	—	—

Tabelle 6.5: Werte der Eingangsgrößen zur Bestimmung der Spektren.

des Impulsspektrums aus $\Upsilon(4S)$ -Ereignissen werden in den Tab. A.1 und A.2 und aus Kontinuumseignissen in den Tab. A.3 bis A.6 gezeigt. In den Tabellen A.7 bis A.34 sind die Werte für die Winkelverteilungen der π^0 aus Kontinuumseignissen aufgelistet.

Die Auswertung der Gleichungen 6.4 und 6.5 (ohne Winkelabhängigkeit) liefert die Impulsspektren. In den Abb. 6.13 und 6.14 ist das Impulsspektrum für $\Upsilon(4S)$ - bzw. für Kontinuumseignisse zu sehen. Die roten Punkte stellen dabei die gemessenen Werte dar, und die schwarzen Punkte zeigen das in der MC-Simulation generierte Spektrum. Es fällt dabei besonders im Impulsspektrum aus dem Kontinuum der Unterschied zur Simulation bei hohen Energien auf.

Die Integration der Spektren liefert die Multiplizität, das heißt die mittlere Anzahl von π^0 pro Ereignis. Die Anzahl der π^0 pro B -Zerfall ergibt sich aus der Hälfte der π^0 -Anzahl aus $\Upsilon(4S)$ -Ereignissen.

$$\langle n_{\pi^0} \rangle_B = \frac{1}{2} \int S_{\Upsilon(4S)} dp^* = \frac{1}{2} \sum_i S_{\Upsilon(4S)}^i \Delta p^* \quad (6.11)$$

$$\langle n_{\pi^0} \rangle_{\text{kont}} = \frac{1}{\sigma_{\text{kont}}} \int S_{\text{kont}} dp^* = \frac{1}{\sigma_{\text{kont}}} \sum_i S_{\text{kont}}^i \Delta p^* \quad (6.12)$$

Die Fehler berechnen sich aus

$$\begin{aligned} \Delta \langle n_{\pi^0} \rangle_B^{\text{stat}} &= \frac{1}{2} \sqrt{\sum_i \left(\Delta S_{\Upsilon(4S)}^i \right)_{\text{stat}}^2} \Delta p^* \\ \Delta \langle n_{\pi^0} \rangle_B^{\text{sys}} &= \frac{1}{2} \sqrt{\sum_i \left(\Delta S_{\Upsilon(4S)}^i \right)_{\text{sys}}^2} \Delta p^* \\ \frac{\Delta \langle n_{\pi^0} \rangle_B^{\text{sys,korr}}}{\langle n_{\pi^0} \rangle_B} &= 5\%. \end{aligned}$$

Die Fehler für $\langle n_{\pi^0} \rangle_{\text{kont}}$ berechnen sich analog. Daraus ergeben sich die Werte

$$\begin{aligned}\langle n_{\pi^0} \rangle_B &= 2,268 \pm 0,008 \pm 0,022 \pm 0,113 \text{ und} \\ \langle n_{\pi^0} \rangle_{\text{kont}} &= 3,388 \pm 0,005 \pm 0,030 \pm 0,169.\end{aligned}$$

Die Monte-Carlo-Simulation liefert etwas höhere Werte:

$$\begin{aligned}\langle n_{\pi^0} \rangle_B^{\text{MC}} &= 2,558 \pm 0,001 \text{ und} \\ \langle n_{\pi^0} \rangle_{\text{kont}}^{\text{MC}} &= 3,664 \pm 0,001.\end{aligned}$$

Die vollständige Auswertung der Gleichung 6.5 liefert die impulsabhängigen Winkelverteilungen. In den Abb. 6.15 bis 6.24 sind die Verteilung für Kontinuumsergebnisse dargestellt. Die roten Punkte zeigen wieder die gemessenen Werte, und die schwarzen stellen das Spektrum aus der Simulation dar.

An die $\cos \vartheta$ -Verteilungen wurden Parabeln mit folgender Parametrisierung angepaßt:

$$g(x) = f(1 + Ax^2), \quad x = \cos \vartheta, \quad (6.13)$$

wobei A die Krümmung angibt und f durch die Anzahl der Ereignisse N bestimmt wird. Daraus ergibt sich die Rechnung

$$\begin{aligned}N &= \int g(x)dx = \int_{-b}^b f(1 + Ax^2)dx \\ &= f\left(2b + \frac{2}{3}Ab^3\right) \\ \Rightarrow f &= \frac{N}{2b + \frac{2}{3}Ab^3} \\ \Rightarrow g(x) &= N \frac{1 + Ax^2}{2b + \frac{2}{3}Ab^3}.\end{aligned} \quad (6.14)$$

Gl. 6.14 stellt die normierte Form der Gl. 6.13 dar. Es kann somit der Wert $A = A(p)$ impulsabhängig dargestellt werden. Der Wert für b wurde mit $b = 0,8$ bzw. mit $b = 0,9$ festgelegt. Die Werte von f_i und A_i sind in den Tab. A.35 bis A.38 für beide b -Werte sowohl für Daten als auch für die Monte-Carlo-Simulation aufgeführt. In den Abb. 6.15 bis 6.19 ist die angepaßte Funktion $g(x)$ mit einem Wert von $b = 0,8$ und in den Abb. 6.20 bis 6.24 mit einem Wert von $b = 0,9$ dargestellt. Die Abhängigkeiten des Parameters A vom Impuls ist in den Abb. 6.25 und 6.26 zu sehen. Durch Extrapolation der Funktion aus Gl. 6.14 bis $|\cos \vartheta| \leq 1,0$ und anschließender Integration über $\cos \vartheta$ und p erhält man ebenfalls die mittlere Multiplizität $\langle n'_{\pi^0} \rangle = \langle n_{\pi^0} \rangle (p_{\pi^0}^* > 200 \text{ MeV}/c)$:

$$\langle n'_{\pi^0} \rangle_{\text{kont}} = \frac{1}{\sigma_{\text{kont}}} \int_{-1}^1 f(p) (1 + A(p) \cos^2 \vartheta) dp d \cos \vartheta = \frac{1}{\sigma_{\text{kont}}} \sum_i f_i \left(2 + \frac{2}{3} A_i \right) \Delta p^*. \quad (6.15)$$

Es ergibt sich damit eine Multiplizität von

$$\begin{aligned}\langle n'_{\pi^0} \rangle_{\text{kont}}(b = 0,8) &= 3,07 \pm 0,16 \text{ bzw.} \\ \langle n'_{\pi^0} \rangle_{\text{kont}}(b = 0,9) &= 3,14 \pm 0,16.\end{aligned}$$

Aus dem reinen Impulsspektrum erhält man bei Vernachlässigung aller π^0 unterhalb eines Schwerpunktimpulses von $200 \text{ MeV}/c$ eine Multiplizität von

$$\langle n'_{\pi^0} \rangle_{\text{kont}} = 2,973 \pm 0,004 \pm 0,151.$$

Dieser Wert liegt etwas unterhalb der beiden anderen.

Ein systematischer Effekt, der bisher unberücksichtigt blieb, ist in der Methode der Effizienzbestimmung zu finden. Der wahre Impuls eines π^0 liegt nicht immer im gleichen Intervall wie der rekonstruierte Impuls sondern kann sich im benachbarten Intervall befinden. Dadurch kommt es zu einer Verfälschung der Effizienz. Betroffen sind im wesentlichen die beiden unteren Impulsintervalle, wobei der Effekt im untersten stärker ist. Dort wird die angegebene Effizienz etwa 10% bis 20% zu hoch abgeschätzt. Eine Möglichkeit, dieses Problem zu lösen, liegt in der Bestimmung einer Effizienzmatrix. Die Invertierung dieser Matrix sollte die richtige Effizienzkorrektur des Spektrums liefern.

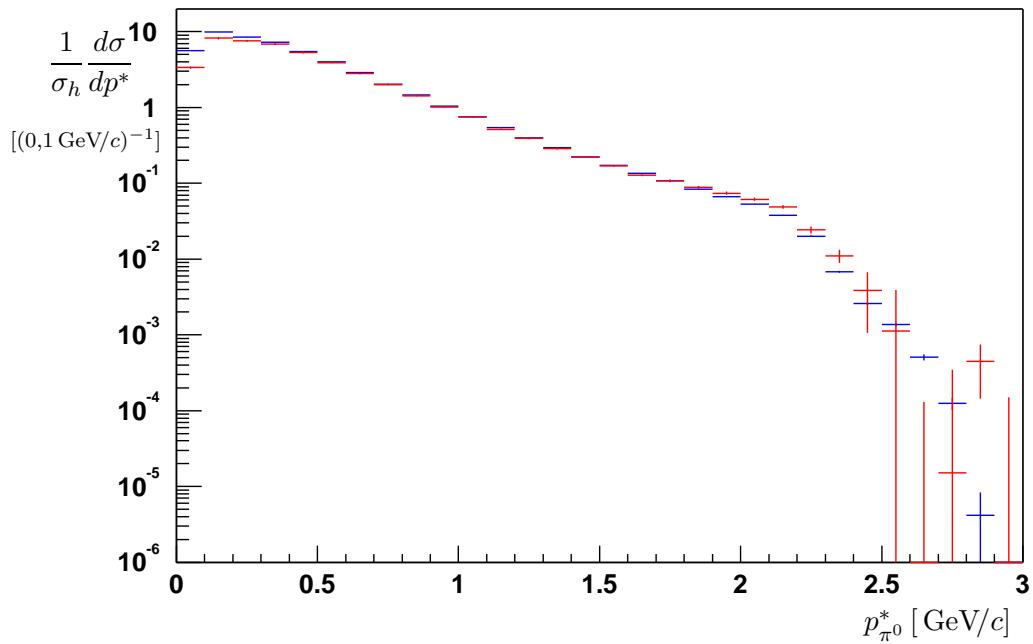


Abbildung 6.13: Impulsspektrum aus $\Upsilon(4S)$ -Ereignissen. Rot: Meßpunkte; schwarz: MC-Simulation.

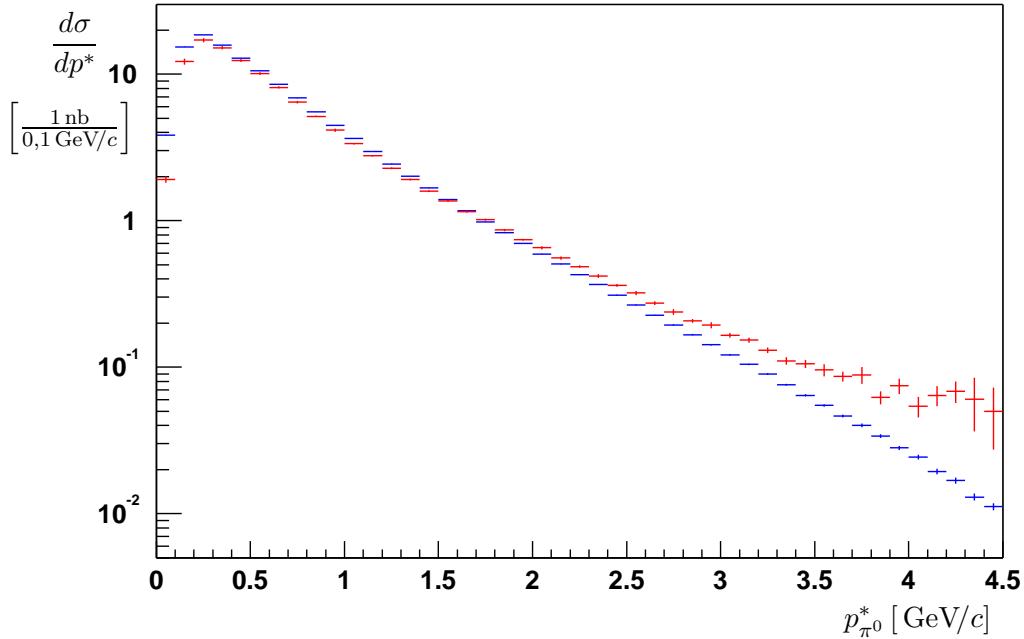


Abbildung 6.14: Impulsspektrum aus Kontinuumsereignissen. Rot: Meßpunkte; schwarz: MC-Simulation.

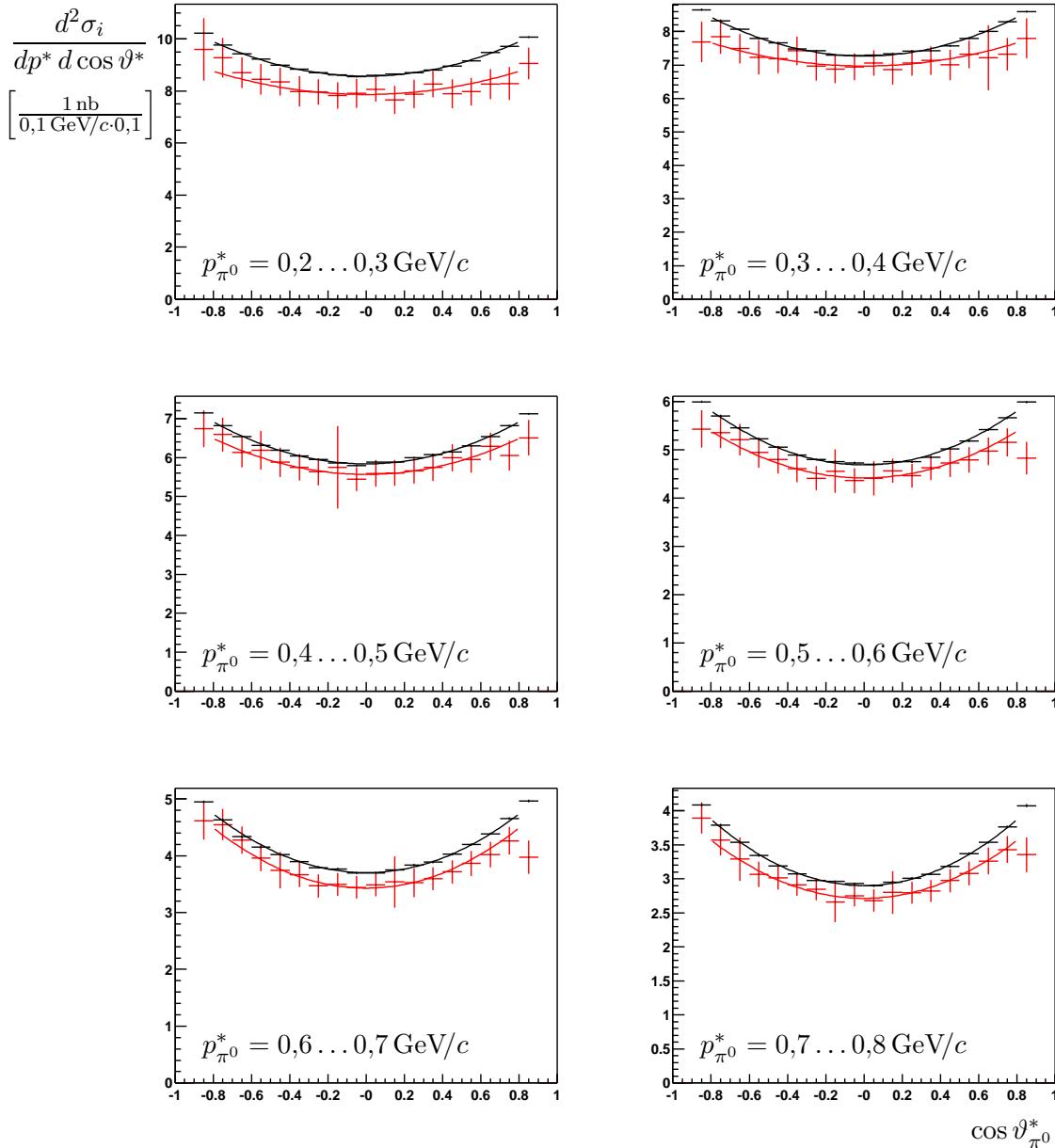


Abbildung 6.15: Impulsabhängige $\cos \vartheta$ -Verteilungen aus Kontinuumsereignissen, rot: Daten, schwarz: MC, $b = 0,8$.

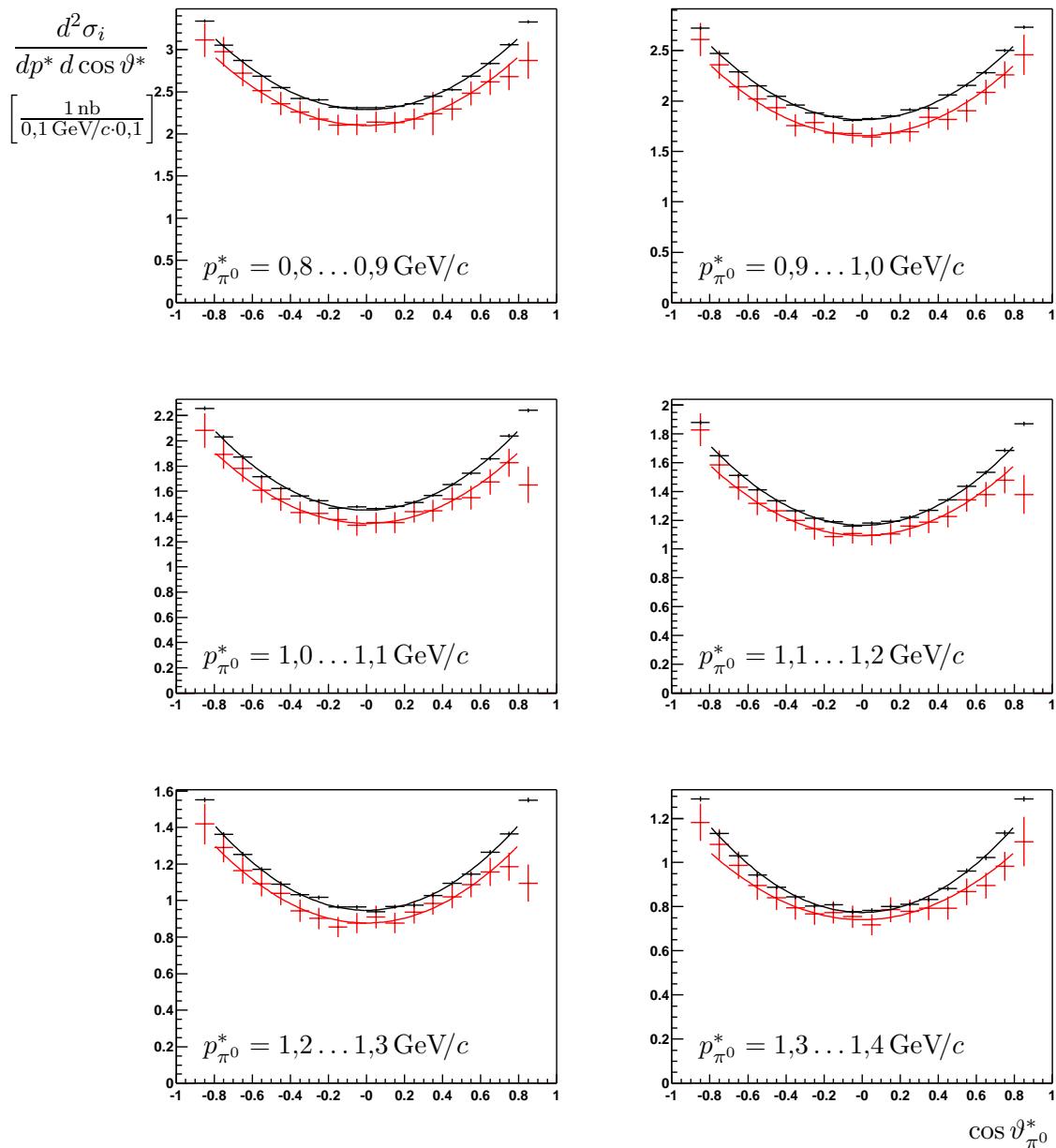


Abbildung 6.16: Impulsabhängige $\cos \vartheta$ -Verteilungen aus Kontinuumsereignissen, rot: Daten, schwarz: MC, $b = 0,8$.

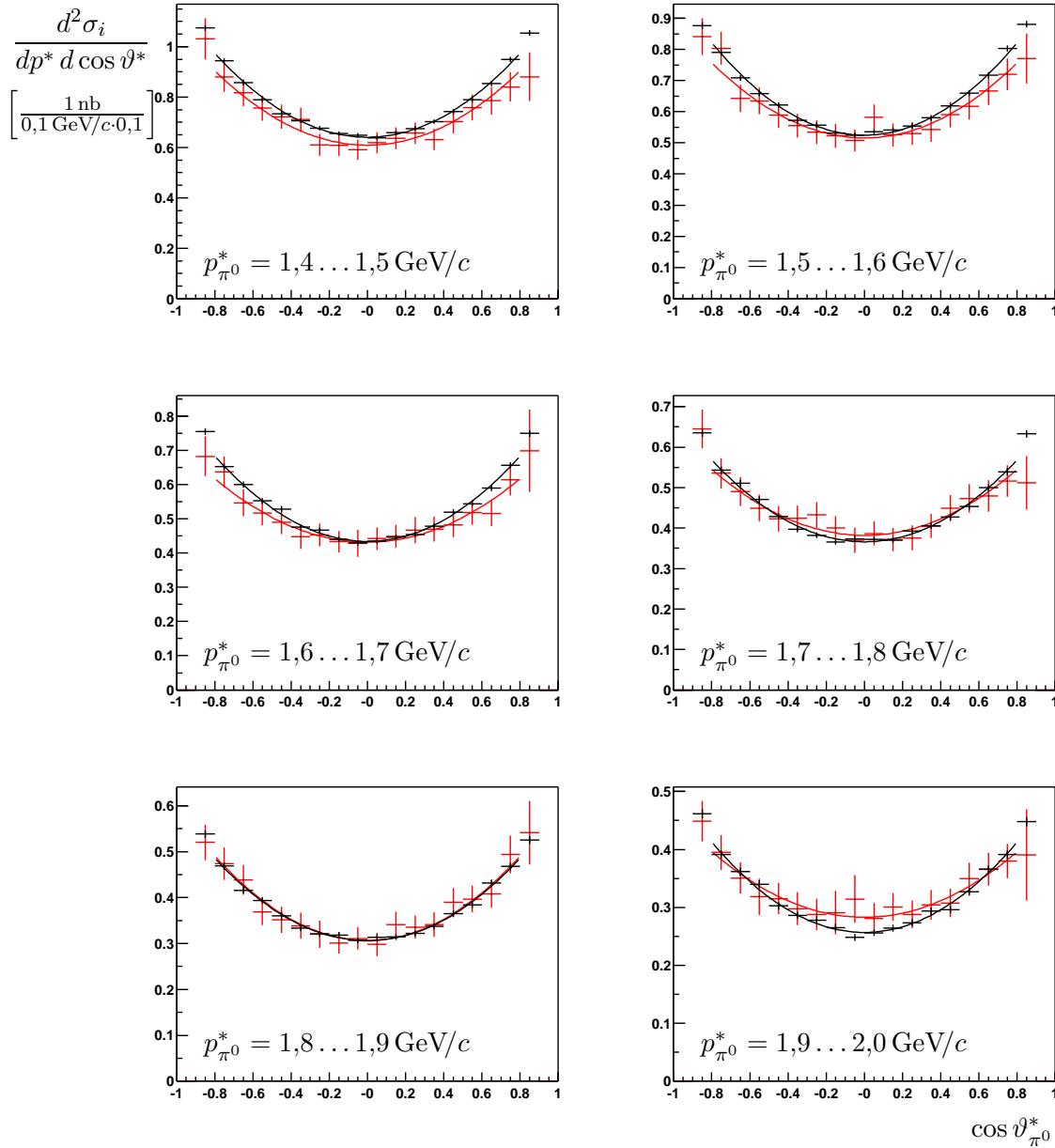


Abbildung 6.17: Impulsabhängige $\cos \vartheta$ -Verteilungen aus Kontinuumsereignissen, rot: Daten, schwarz: MC, $b = 0,8$.

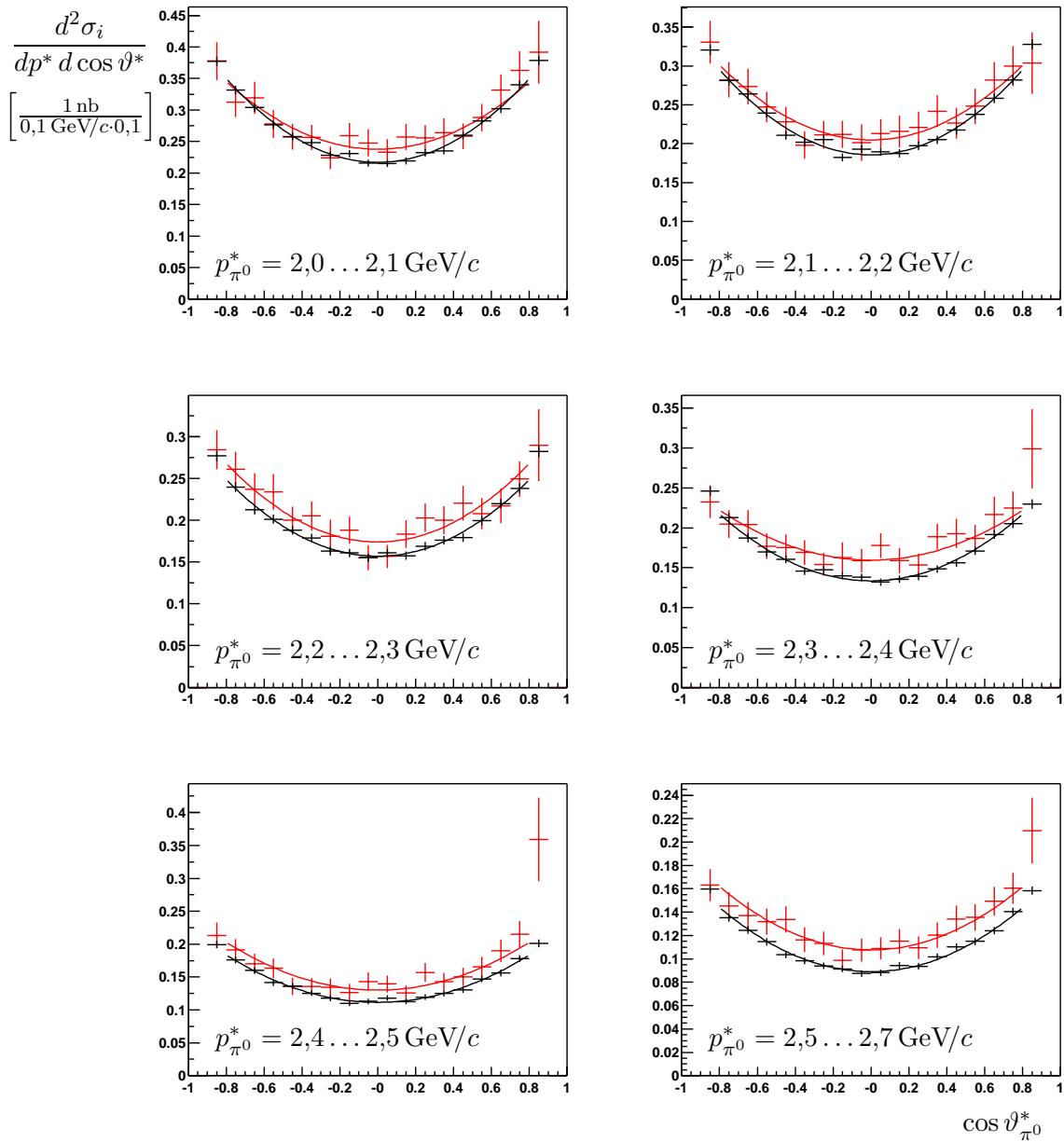


Abbildung 6.18: Impulsabhängige $\cos \theta$ -Verteilungen aus Kontinuumsereignissen, rot: Daten, schwarz: MC, $b = 0,8$.

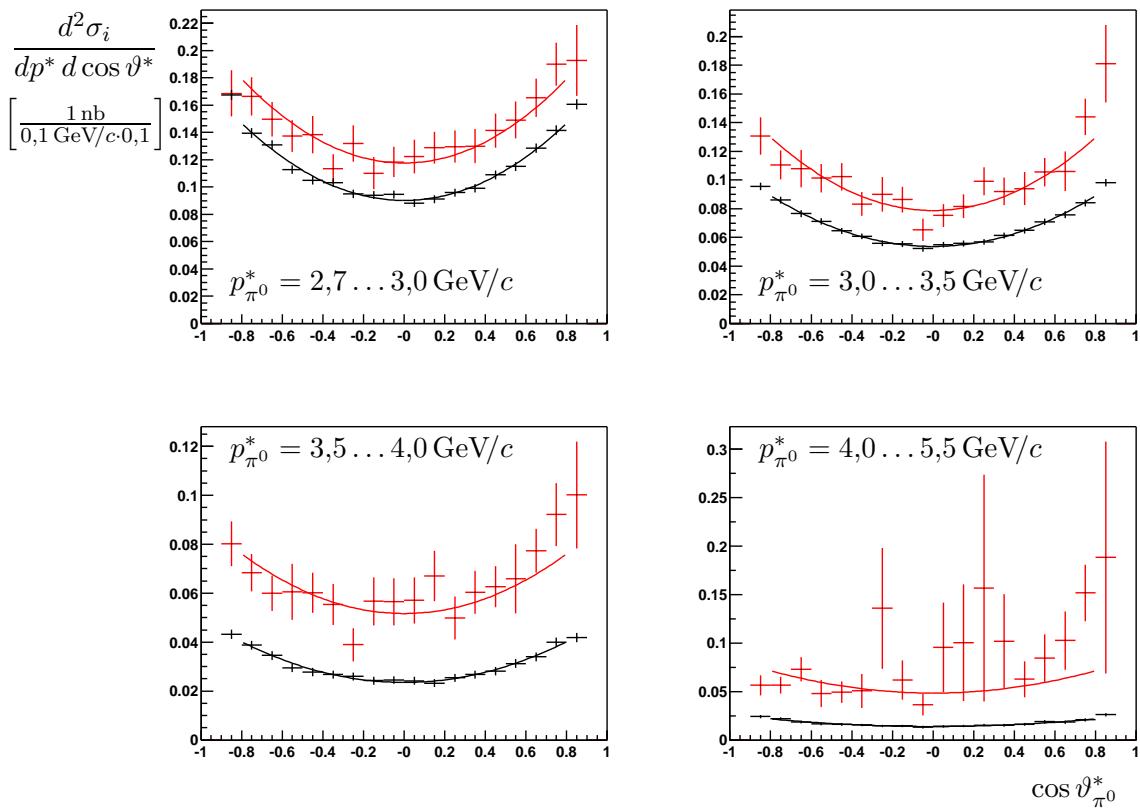


Abbildung 6.19: Impulsabhängige $\cos \vartheta$ -Verteilungen aus Kontinuumsereignissen, rot: Daten, schwarz: MC, $b = 0,8$.

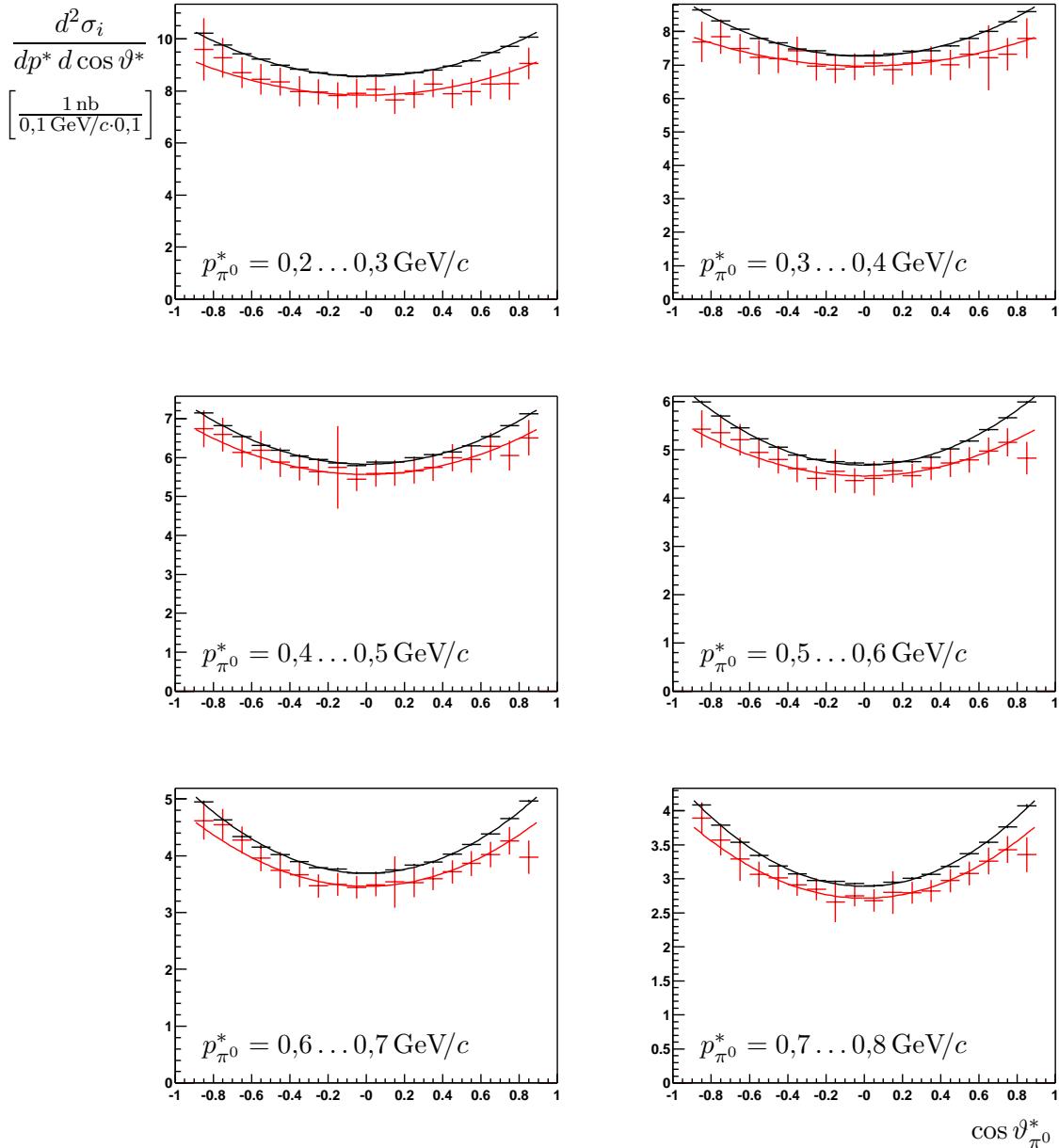


Abbildung 6.20: Impulsabhängige $\cos \vartheta$ -Verteilungen aus Kontinuumsereignissen, rot: Daten, schwarz: MC, $b = 0,9$.

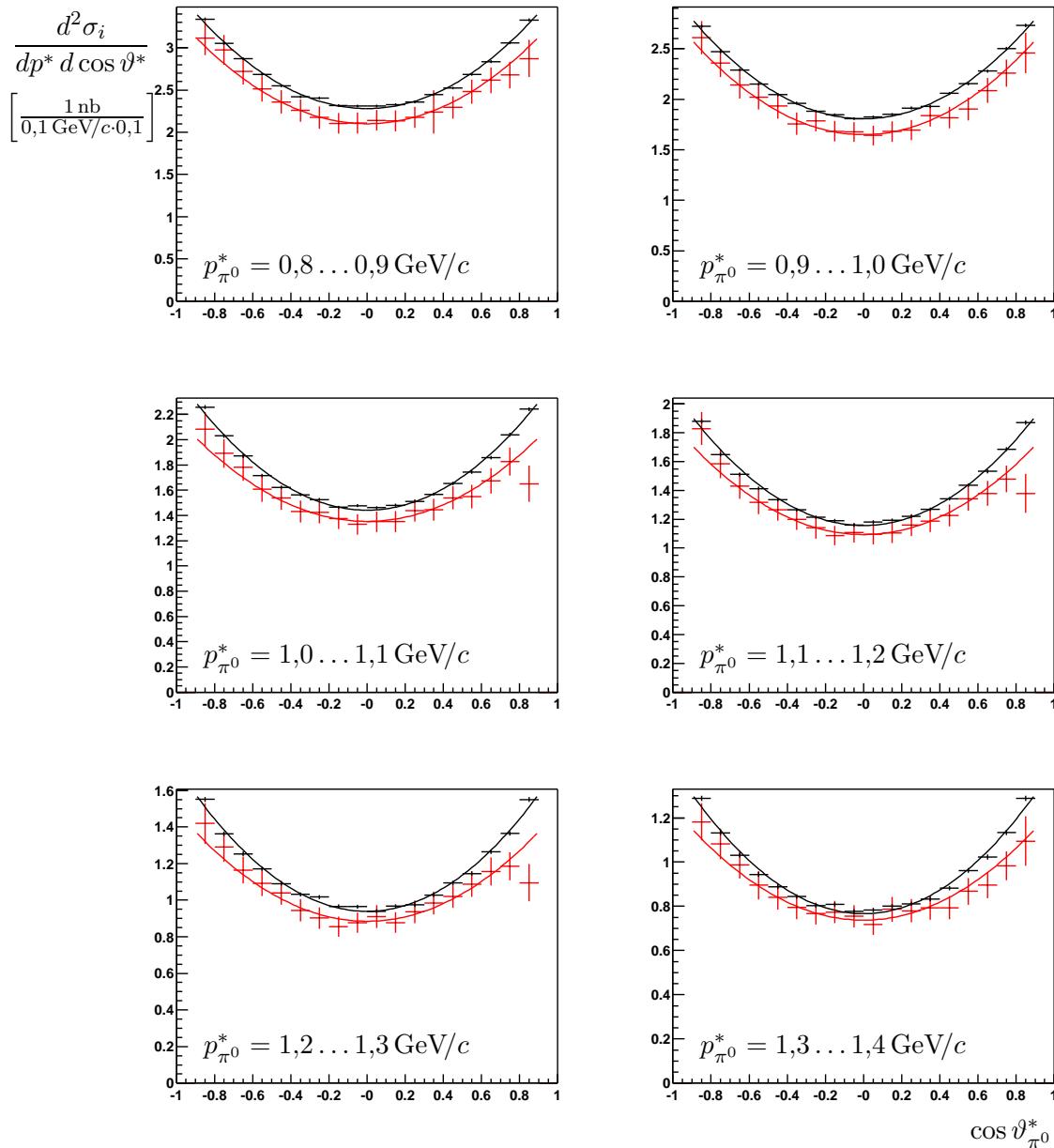


Abbildung 6.21: Impulsabhängige $\cos \theta$ -Verteilungen aus Kontinuumsereignissen, rot: Daten, schwarz: MC, $b = 0,9$.

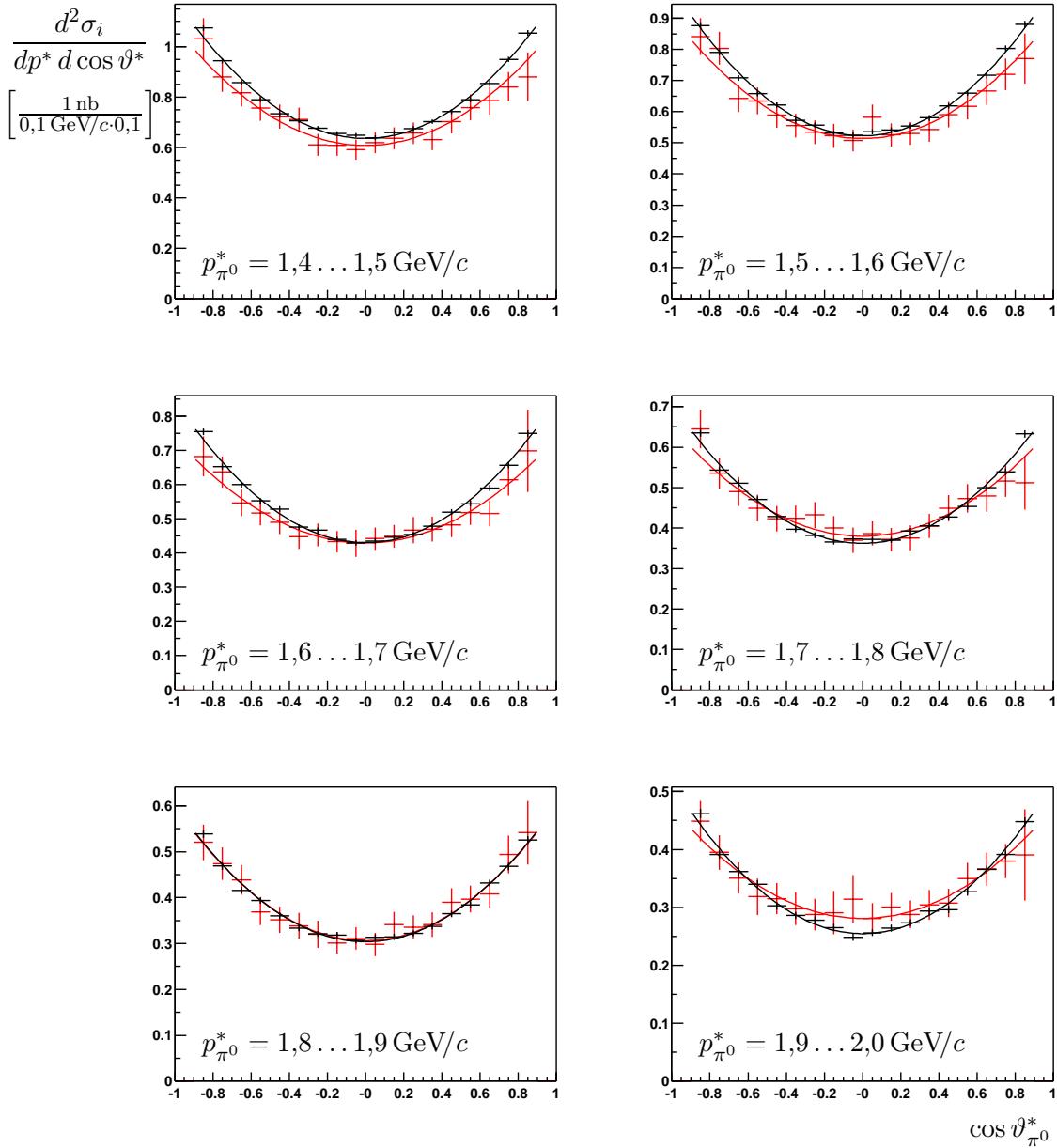


Abbildung 6.22: Impulsabhängige $\cos \vartheta$ -Verteilungen aus Kontinuumsereignissen, rot: Daten, schwarz: MC, $b = 0,9$.

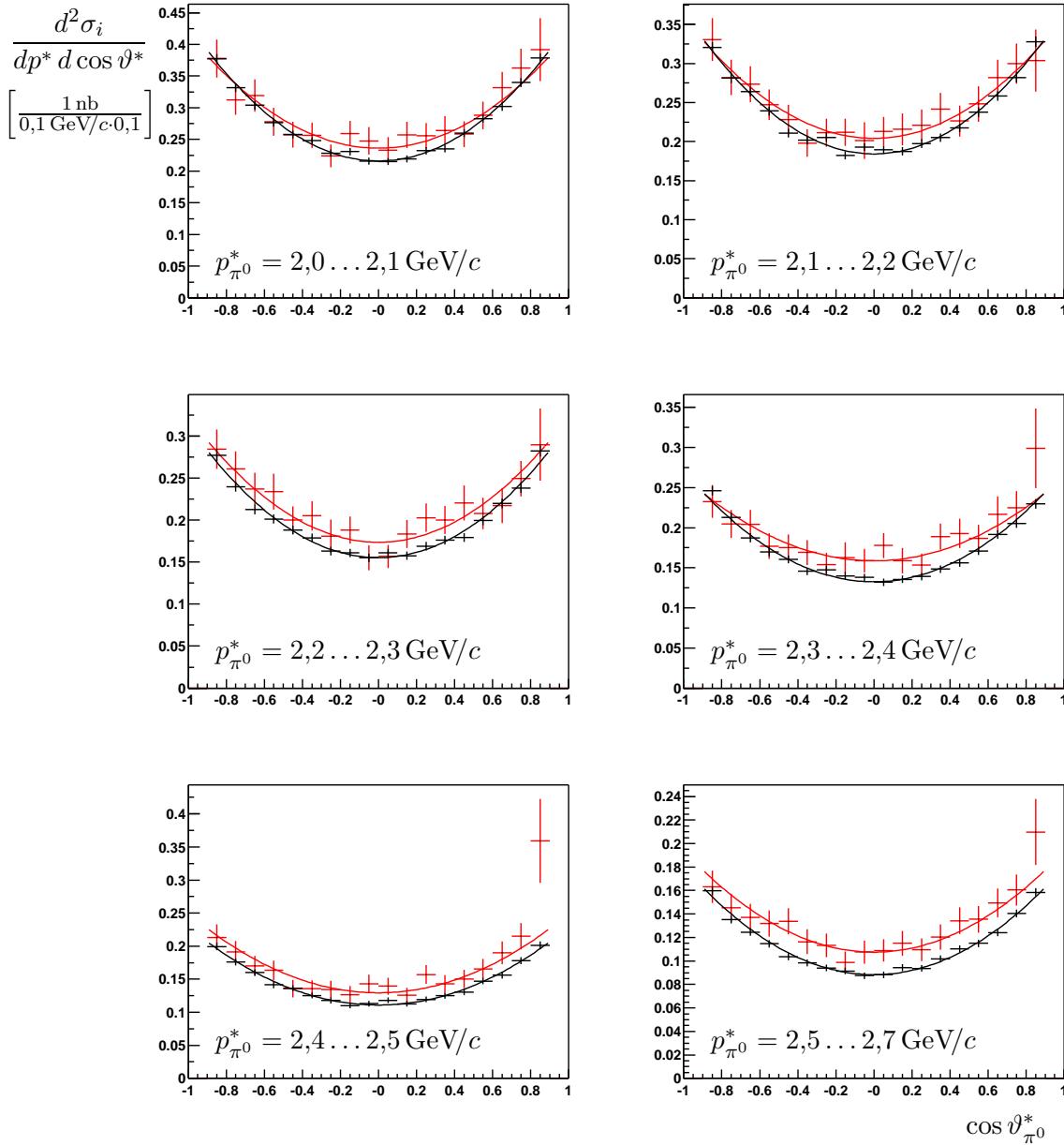


Abbildung 6.23: Impulsabhängige $\cos \vartheta$ -Verteilungen aus Kontinuumsereignissen, rot: Daten, schwarz: MC, $b = 0,9$.

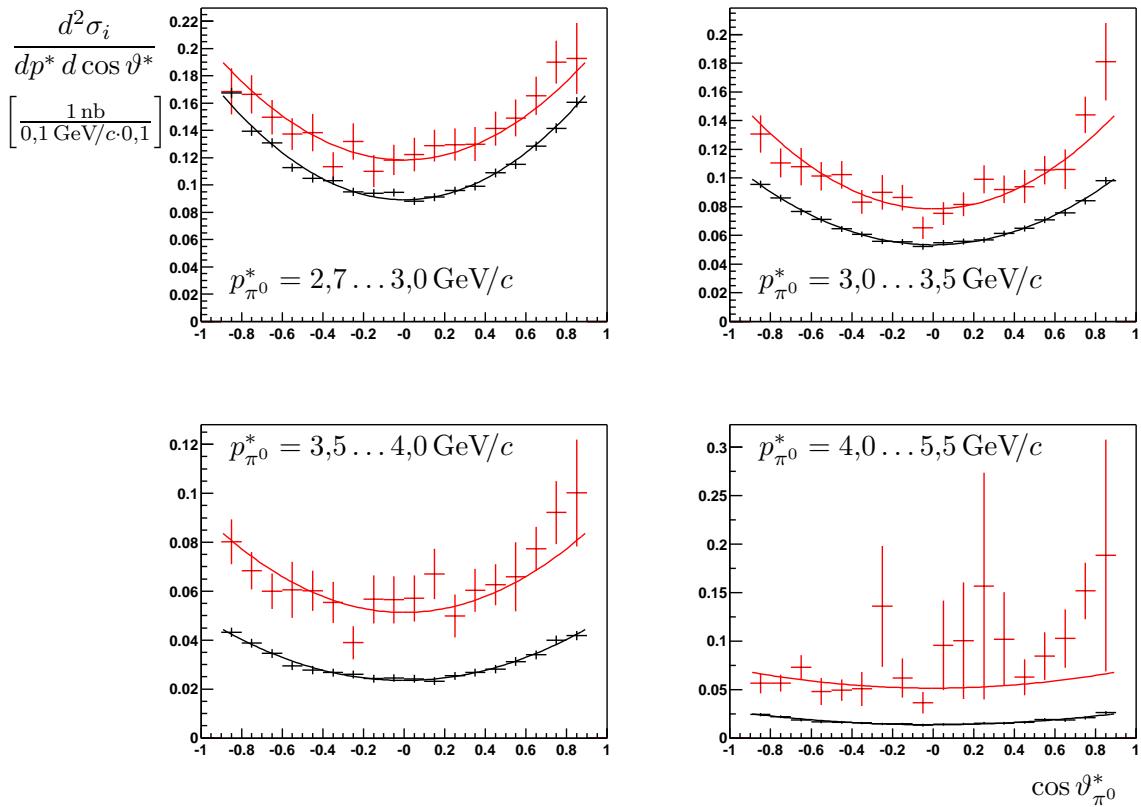


Abbildung 6.24: Impulsabhängige $\cos \theta$ -Verteilungen aus Kontinuumsereignissen, rot: Daten, schwarz: MC, $b = 0,9$.

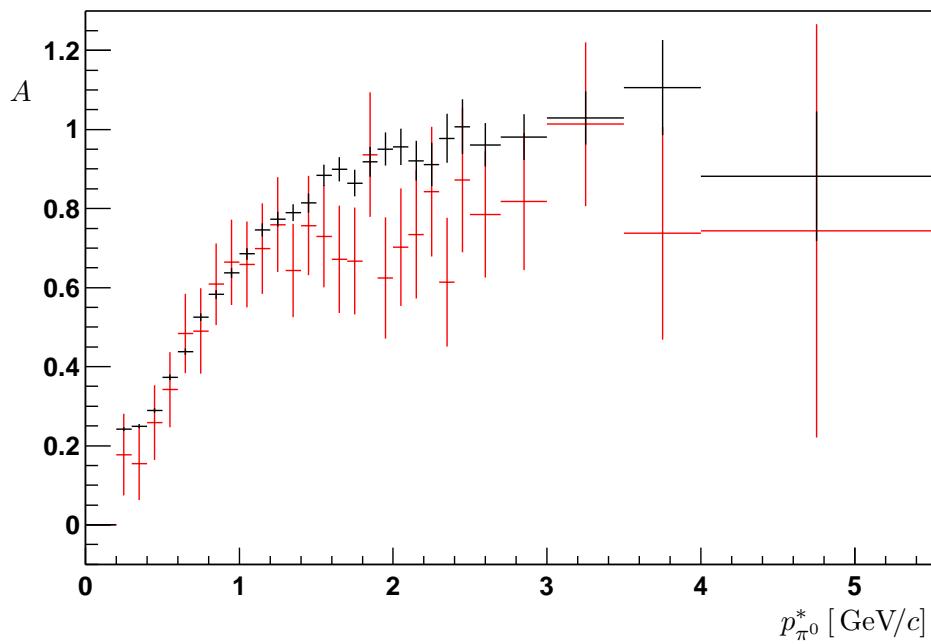


Abbildung 6.25: Abhängigkeit des Parameters A vom π^0 -Impuls, rot: Daten, schwarz: MC, $b = 0,8$.

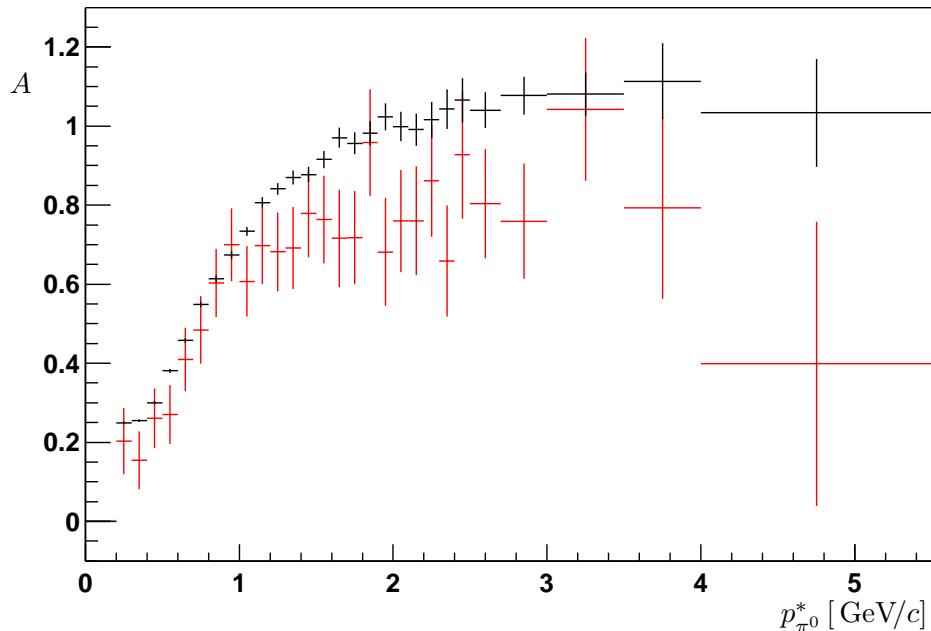


Abbildung 6.26: Abhängigkeit des Parameters A vom π^0 -Impuls, rot: Daten, schwarz: MC, $b = 0,9$.

Kapitel 7

Zusammenfassung und Ausblick

Es wurden verschiedene Methoden zur Kalibrierung des elektromagnetischen Kalorimeters des *BABAR*-Detektors vorgestellt. Besonders wurde auf die verschiedenen Korrekturen der *Cluster*-Energien eingegangen, wobei die π^0 -Kalibrierung eine wichtige Rolle spielt. Im Rahmen dieser Arbeit wurde weiterhin eine Korrektur entwickelt, die die unterschiedlichen Energieverluste, abhängig vom *Cluster*-Schwerpunkt innerhalb eines Kristalls, berücksichtigt. Sie führte zu einer deutlichen Verbesserung der Energieauflösung von Photonen, vor allem bei höheren Energien. Die Verbesserung beträgt bei einer Photonenenergie von 300 MeV ca. 5% und steigt auf ca. 15% bei einer Energie von 1,5 bis 2 GeV. Hinsichtlich der Auflösung der π^0 -Masse brachte diese Korrektur keine Verbesserung, da bei höheren Energien die Winkelauflösung dominiert.

Im zweiten Teil der Arbeit wurden die Impuls- und Richtungsverteilungen inklusiv erzeugter neutraler Pionen bestimmt. Aus $\Upsilon(4S)$ -Ereignissen ($\Upsilon(4S) \rightarrow \pi^0 X$) wurde das Impulsspektrum und aus den Kontinuumsereignissen ($e^+ e^- \rightarrow q\bar{q} \rightarrow \pi^0 X$) sowohl das Impulsspektrum als auch die impulsabhängigen Richtungsverteilungen ermittelt. Es wurden dabei $5,2 \text{ fb}^{-1}$ *on-resonance*- und $3,2 \text{ fb}^{-1}$ *off-resonance*-Daten verwendet. Diese Verteilungen wurden mit Monte-Carlo-Simulationen verglichen und dazu benutzt, um die mittleren π^0 -Multiplizitäten zu bestimmen.

Als mittlere Multiplizitäten ergeben sich aus den Impulsspektren folgende Werte:

$$\begin{aligned}\langle n_{\pi^0} \rangle_B &= 2,268 \pm 0,008 \pm 0,115 \text{ und} \\ \langle n_{\pi^0} \rangle_{\text{kont}} &= 3,388 \pm 0,005 \pm 0,172.\end{aligned}$$

Das Experiment *BELLE* [27] erhielt bei der gleichen Analyse aus $\Upsilon(4S)$ -Ereignissen einen Wert von

$$\langle n_{\pi^0} \rangle_B = 2,35 \pm 0,02 \pm 0,11.$$

Innerhalb der Fehler stimmen die Werte für $\langle n_{\pi^0} \rangle_B$ überein. Da für diese Arbeit mehr Daten verwendet wurden als bei der *BELLE*-Analyse ist der statistische Fehler dieser Analyse deutlich kleiner. Der systematische Fehler hingegen ist etwa gleich groß. Der systematische Fehler wird stark durch den Fehler der Effizienzbestimmung dominiert.

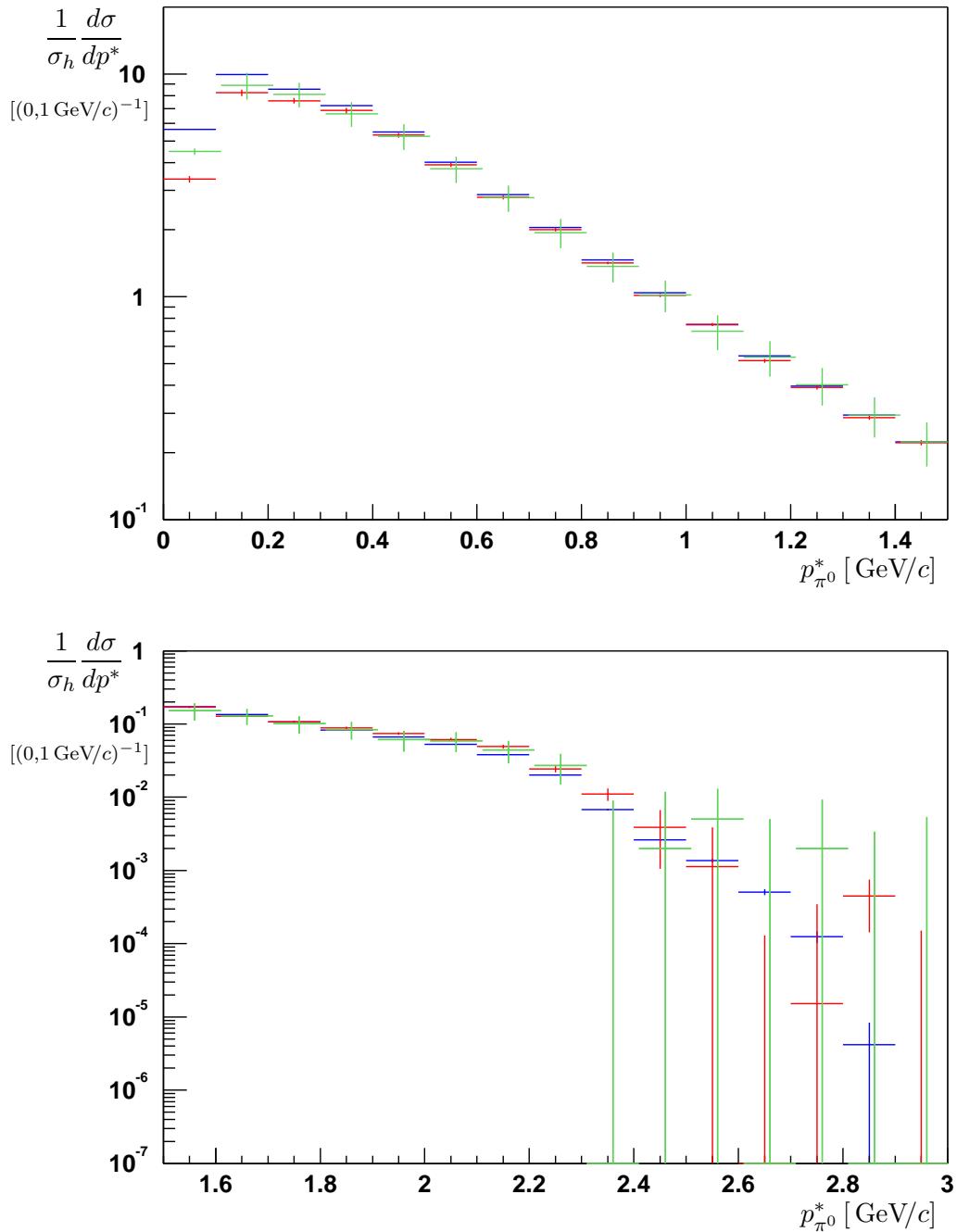


Abbildung 7.1: Vergleich von Impulsspektren aus $\Upsilon(4S)$ -Ereignissen. Oben: $p_{\pi^0}^* = 0,0 \dots 1,5 \text{ GeV}/c$. Unten: $p_{\pi^0}^* = 1,5 \dots 3,0 \text{ GeV}/c$. Blau: Simulation. Rot: diese Arbeit. Grün: *BELLE*-Analyse

Abb. 7.1 zeigt ein Vergleich der Impulsspektren aus dieser Arbeit, aus der Monte-Carlo-Simulation und aus der *BELLE*-Analyse.

Beim *ARGUS*-Experiment wurden ähnliche Untersuchungen an $\Upsilon(1S)$ - und $\Upsilon(2S)$ -Ereignissen bzw. an Kontinuumsergebnissen bei $\sqrt{s} = 9,46$ GeV durchgeführt [28]. Es wurden dabei die Werte

$$\begin{aligned}\langle n_{\pi^0} \rangle_{\text{kont}}(\sqrt{s} = 9,46 \text{ GeV}) &= 3,22 \pm 0,07 \pm 0,31, \\ \langle n_{\pi^0} \rangle_{\Upsilon(1S)} &= 3,97 \pm 0,23 \pm 0,38 \text{ und} \\ \langle n_{\pi^0} \rangle_{\Upsilon(2S)} &= 3,67 \pm 0,14 \pm 0,35\end{aligned}$$

ermittelt. Aus einer anderen *ARGUS*-Analyse gehen die Werte

$$\begin{aligned}\langle n_{\pi^0} \rangle_{\text{kont}}(\sqrt{s} = 10,445 \text{ GeV}) &= 3,94 \pm 0,09 \pm 0,38, \\ \langle n_{\pi^0} \rangle_{\Upsilon(1S)} &= 3,71 \pm 0,25 \pm 0,36 \text{ und} \\ \langle n_{\pi^0} \rangle_{\Upsilon(2S)} &= 3,68 \pm 0,25 \pm 0,36\end{aligned}$$

hervor [29].

Aus den impulsabhängigen Winkelverteilungen ließ sich für die Kontinuumsergebnisse ebenfalls eine mittlere Multiplizität bestimmen. Sie beträgt

$$\langle n_{\pi^0} \rangle_{\text{kont}}(p_{\pi^0}^* > 200 \text{ MeV}/c) = 3,07 \pm 0,16.$$

Zum Vergleich wurde die Multiplizität aus dem Impulsspektrum mit $p_{\pi^0}^* > 200 \text{ MeV}/c$ ermittelt und hat einen Wert von

$$\langle n'_{\pi^0} \rangle_{\text{kont}}(p_{\pi^0}^* > 200 \text{ MeV}/c) = 2,973 \pm 0,004 \pm 0,151.$$

Die Analyse der Impuls- und Winkelverteilungen inklusiv produzierter π^0 ist nicht vollständig abgeschlossen, da noch einige systematische Untersuchungen durchgeführt werden müssen. Vor allem ist der Einfluß beim Variieren von Schnittvariablen zu untersuchen, ebenso der Einfluß des Anpassungsverfahrens der Funktion an die $m_{\gamma\gamma}$ -Verteilungen. Es wird aber nicht erwartet, daß sich der systematische Fehler noch deutlich ändert, da alle systematischen Effekte klein gegenüber dem Fehler der Effizienz sind.

Anhang A

Tabellen

In diesem Anhang befinden sich alle übrigen Tabellen, die zum Kapitel 6 gehören. Die Tabellen A.1 und A.2 zeigen die Eingangs- bzw. Endwerte für das Impulsspektrum aus $\Upsilon(4S)$ -Ereignissen. Die Werte für das Impulsspektrum aus Kontinuumsergebnissen sind in den Tabellen A.3 bis A.6 aufgeführt. In den Tabellen A.7 bis A.34 sind die Werte für die impulsabhängigen Winkelverteilungen aus Kontinuumsergebnissen aufgelistet. Die impulsabhängigen Krümmungsparameter, die aus den Winkelverteilungen durch eine Funktionsanpassung ermittelt wurden, sind in den Tab. A.35 bis A.38 dargestellt.

$\Delta p^*/\text{GeV}$	Y_i^{on}	ΔY_i^{on}	Y_i^{off}	ΔY_i^{off}	ε_i	$\Delta \varepsilon_i$
0,0 ... 0,1	356546	3178	44357	1395	15,38	0,44
0,1 ... 0,2	586436	3020	181456	1584	6,49	0,19
0,2 ... 0,3	605151	2254	208976	1195	6,42	0,15
0,3 ... 0,4	1466990	2558	496165	1437	17,69	0,51
0,4 ... 0,5	1378000	2076	476900	1205	20,81	0,46
0,5 ... 0,6	1135840	1679	404809	1002	22,48	0,32
0,6 ... 0,7	878373	1741	323929	839	23,17	0,30
0,7 ... 0,8	676686	1140	256895	717	23,82	0,33
0,8 ... 0,9	521628	966	206372	621	24,17	0,16
0,9 ... 1,0	407846	831	166664	545	24,93	0,15
1,0 ... 1,1	320473	722	134081	479	25,18	0,15
1,1 ... 1,2	250963	632	110269	430	25,72	0,29
1,2 ... 1,3	201388	560	90421	385	25,74	0,20
1,3 ... 1,4	162827	497	75651	348	25,82	0,21
1,4 ... 1,5	134015	447	63430	314	25,97	0,29
1,5 ... 1,6	109591	401	53050	287	25,70	0,29
1,6 ... 1,7	91542	361	45438	260	25,82	0,30
1,7 ... 1,8	78124	332	38934	240	25,81	0,54
1,8 ... 1,9	65524	291	32866	210	25,57	0,62
1,9 ... 2,0	56384	274	28442	199	25,67	0,46
2,0 ... 2,1	46109	223	23589	160	23,79	0,52
2,1 ... 2,2	38198	202	19951	147	22,21	0,54
2,2 ... 2,3	30824	181	17276	136	21,83	0,91
2,3 ... 2,4	25122	164	14666	125	23,73	1,51
2,4 ... 2,5	20448	148	12453	115	15,91	2,91
2,5 ... 2,6	17294	135	10653	106	14,63	5,60
2,6 ... 2,7	14259	123	8951	97	17,70	5,39
2,7 ... 2,8	12069	113	7468	89	—	—
2,8 ... 2,9	10088	103	6096	80	—	—
2,9 ... 3,0	8111	92	5064	73	—	—

Tabelle A.1: Eingangswerte für das Impulsspektrum aus $\Upsilon(4S)$ -Ereignissen.

$\Delta p^*/\text{GeV}$	$S_{\Upsilon(4S)}$	$\Delta S_{\Upsilon(4S)}^{\text{stat}}$	$\Delta S_{\Upsilon(4S)}^{\text{sys}}$	$\Delta S_{\Upsilon(4S)}^{\text{sys,korr}}$
0,0 ... 0,1	3,3708	0,0467	0,1026	0,1665
0,1 ... 0,2	8,2261	0,1125	0,2620	0,4064
0,2 ... 0,3	7,5834	0,0858	0,1953	0,3746
0,3 ... 0,4	6,8502	0,0388	0,2099	0,3384
0,4 ... 0,5	5,3173	0,0277	0,1321	0,2627
0,5 ... 0,6	3,9042	0,0209	0,0701	0,1929
0,6 ... 0,7	2,7912	0,0185	0,0481	0,1379
0,7 ... 0,8	2,0010	0,0132	0,0353	0,0989
0,8 ... 0,9	1,4186	0,0110	0,0185	0,0701
0,9 ... 1,0	1,0127	0,0091	0,0128	0,0500
1,0 ... 1,1	0,7515	0,0078	0,0096	0,0371
1,1 ... 1,2	0,5158	0,0067	0,0082	0,0255
1,2 ... 1,3	0,3916	0,0060	0,0054	0,0193
1,3 ... 1,4	0,2866	0,0053	0,0041	0,0142
1,4 ... 1,5	0,2214	0,0048	0,0036	0,0109
1,5 ... 1,6	0,1694	0,0044	0,0027	0,0084
1,6 ... 1,7	0,1281	0,0039	0,0021	0,0063
1,7 ... 1,8	0,1075	0,0036	0,0026	0,0053
1,8 ... 1,9	0,0886	0,0032	0,0024	0,0044
1,9 ... 2,0	0,0741	0,0030	0,0016	0,0037
2,0 ... 2,1	0,0613	0,0026	0,0015	0,0030
2,1 ... 2,2	0,0490	0,0026	0,0013	0,0024
2,2 ... 2,3	0,0244	0,0024	0,0011	0,0012
2,3 ... 2,4	0,0110	0,0020	0,0007	0,0005
2,4 ... 2,5	0,0039	0,0027	0,0007	0,0002
2,5 ... 2,6	0,0011	0,0027	0,0005	0,0001
2,6 ... 2,7	-0,0020	-0,0021	0,0006	0,0001
2,7 ... 2,8	0,0000	0,0003	0,00002	—
2,8 ... 2,9	0,0004	0,0003	0,00002	—
2,9 ... 3,0	-0,0001	-0,0003	0,00002	—

Tabelle A.2: Endwerte für das Impulsspektrum aus $\Upsilon(4S)$ -Ereignissen.

$\Delta p^*/\text{GeV}$	Y_i^{off}	ΔY_i^{off}	Y_i^τ	ΔY_i^τ	ε_i	$\Delta \varepsilon_i$
0,0 ... 0,1	55672	1613	12261	111	8,65	0,33
0,1 ... 0,2	222971	1661	48336	220	5,54	0,25
0,2 ... 0,3	333980	1408	65617	256	5,93	0,19
0,3 ... 0,4	813714	1799	71463	267	16,18	0,37
0,4 ... 0,5	783690	1525	72285	269	18,84	0,43
0,5 ... 0,6	669208	1277	70871	266	19,55	0,34
0,6 ... 0,7	529325	1068	68632	262	18,99	0,33
0,7 ... 0,8	436876	929	65297	256	19,53	0,25
0,8 ... 0,9	351943	808	61229	247	19,38	0,10
0,9 ... 1,0	286643	4724	57484	240	19,33	0,16
1,0 ... 1,1	233317	631	52914	230	19,12	0,11
1,1 ... 1,2	192082	566	48737	221	18,81	0,10
1,2 ... 1,3	158416	509	44317	211	18,61	0,12
1,3 ... 1,4	132882	462	40367	201	18,39	0,10
1,4 ... 1,5	111360	417	37291	193	18,18	0,13
1,5 ... 1,6	94291	381	33382	183	17,79	0,17
1,6 ... 1,7	80208	347	30294	174	17,75	0,15
1,7 ... 1,8	69010	320	27986	167	17,12	0,17
1,8 ... 1,9	59058	291	24929	158	17,11	0,23
1,9 ... 2,0	50697	267	22547	150	16,93	0,16
2,0 ... 2,1	42210	215	20653	144	15,86	0,28
2,1 ... 2,2	36160	198	18985	138	15,68	0,30
2,2 ... 2,3	30939	183	17079	131	15,25	0,20
2,3 ... 2,4	26599	169	15811	126	14,94	0,28
2,4 ... 2,5	22567	155	14216	119	14,57	0,19

Tabelle A.3: Eingangswerte für das Impulsspektrum aus Kontinuumsereignissen, $p_{\pi^0}^* = 0,0 \dots 3,0 \text{ GeV}/c$.

$\Delta p^*/\text{GeV}$	S_{kont}	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{stat}}$	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{sys}}$	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{sys,korr}}$
0,0 ... 0,1	1,9094	0,0584	0,0794	0,0943
0,1 ... 0,2	12,1836	0,0939	0,5826	0,6019
0,2 ... 0,3	17,0771	0,0744	0,5941	0,8436
0,3 ... 0,4	15,1303	0,0348	0,3793	0,7474
0,4 ... 0,5	12,3989	0,0254	0,3118	0,6125
0,5 ... 0,6	10,1076	0,0205	0,2040	0,4993
0,6 ... 0,7	8,1323	0,0176	0,1643	0,4017
0,7 ... 0,8	6,4383	0,0149	0,1049	0,3181
0,8 ... 0,9	5,1555	0,0131	0,0517	0,2547
0,9 ... 1,0	4,1440	0,0766	0,0505	0,2047
1,0 ... 1,1	3,3605	0,0103	0,0353	0,1660
1,1 ... 1,2	2,7732	0,0094	0,0278	0,1370
1,2 ... 1,3	2,2796	0,0086	0,0256	0,1126
1,3 ... 1,4	1,9109	0,0079	0,0200	0,0944
1,4 ... 1,5	1,5930	0,0072	0,0189	0,0787
1,5 ... 1,6	1,3685	0,0067	0,0196	0,0676
1,6 ... 1,7	1,1509	0,0061	0,0152	0,0569
1,7 ... 1,8	1,0180	0,0059	0,0153	0,0503
1,8 ... 1,9	0,8636	0,0053	0,0161	0,0427
1,9 ... 2,0	0,7408	0,0049	0,0108	0,0366
2,0 ... 2,1	0,6532	0,0042	0,0157	0,0323
2,1 ... 2,2	0,5563	0,0040	0,0147	0,0275
2,2 ... 2,3	0,4864	0,0038	0,0095	0,0240
2,3 ... 2,4	0,4194	0,0035	0,0111	0,0207
2,4 ... 2,5	0,3611	0,0033	0,0071	0,0178

Tabelle A.4: Endwerte für das Impulsspektrum aus Kontinuumsereignissen, $p_{\pi^0}^* = 0,0 \dots 3,0 \text{ GeV}/c$.

$\Delta p^*/\text{GeV}$	Y_i^{off}	ΔY_i^{off}	Y_i^{τ}	ΔY_i^{τ}	ε_i	$\Delta \varepsilon_i$
2,5 ... 2,6	19051	142	12782	113	13,78	0,30
2,6 ... 2,7	16065	131	11934	109	13,31	0,22
2,7 ... 2,8	13426	120	10986	105	12,58	0,34
2,8 ... 2,9	10870	107	10078	100	11,52	0,22
2,9 ... 3,0	9160	98	9248	96	10,45	0,34
3,0 ... 3,1	7986	89	8465	92	10,44	0,23
3,1 ... 3,2	6370	80	7792	88	9,03	0,21
3,2 ... 3,3	5141	72	7265	85	8,29	0,22
3,3 ... 3,4	4110	64	6902	83	7,55	0,26
3,4 ... 3,5	3397	58	6319	79	6,62	0,23
3,5 ... 3,6	2622	51	5799	76	5,60	0,33
3,6 ... 3,7	2100	46	5472	74	4,91	0,21
3,7 ... 3,8	1653	41	5129	72	3,88	0,33
3,8 ... 3,9	1282	36	4671	68	3,90	0,22
3,9 ... 4,0	997	32	4341	66	2,78	0,21
4,0 ... 4,1	773	28	3867	62	2,75	0,25
4,1 ... 4,2	628	25	3418	58	2,09	0,21
4,2 ... 4,3	495	22	2891	54	1,65	0,19
4,3 ... 4,4	342	19	2613	51	1,29	0,37
4,4 ... 4,5	223	15	2096	46	1,02	0,33

Tabelle A.5: Eingangswerte für das Impulsspektrum aus Kontinuumsereignissen, $p_{\pi^0}^* = 3,0 \dots 4,5 \text{ GeV}/c$.

$\Delta p^*/\text{GeV}$	S_{kont}	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{stat}}$	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{sys}}$	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{sys,korr}}$
2,5 ... 2,6	0,3212	0,0032	0,0097	0,0159
2,6 ... 2,7	0,2739	0,0031	0,0068	0,0135
2,7 ... 2,8	0,2383	0,0030	0,0093	0,0118
2,8 ... 2,9	0,2074	0,0029	0,0059	0,0102
2,9 ... 3,0	0,1936	0,0029	0,0091	0,0096
3,0 ... 3,1	0,1655	0,0027	0,0056	0,0082
3,1 ... 3,2	0,1529	0,0028	0,0055	0,0076
3,2 ... 3,3	0,1308	0,0027	0,0053	0,0065
3,3 ... 3,4	0,1101	0,0027	0,0059	0,0054
3,4 ... 3,5	0,1055	0,0028	0,0058	0,0052
3,5 ... 3,6	0,0959	0,0029	0,0087	0,0047
3,6 ... 3,7	0,0862	0,0029	0,0059	0,0043
3,7 ... 3,8	0,0887	0,0033	0,0113	0,0044
3,8 ... 3,9	0,0621	0,0029	0,0057	0,0031
3,9 ... 4,0	0,0746	0,0036	0,0084	0,0037
4,0 ... 4,1	0,0541	0,0032	0,0081	0,0027
4,1 ... 4,2	0,0640	0,0037	0,0094	0,0032
4,2 ... 4,3	0,0685	0,0042	0,0107	0,0034
4,3 ... 4,4	0,0604	0,0045	0,0237	0,0030
4,4 ... 4,5	0,0500	0,0046	0,0222	0,0025

Tabelle A.6: Endwerte für das Impulsspektrum aus Kontinuumsereignissen, $p_{\pi^0}^* = 3,0 \dots 4,5 \text{ GeV}/c$.

$\Delta p^*/\text{GeV}$	$\Delta \cos \vartheta^*$	Y_i^{off}	ΔY_i^{off}	Y_i^τ	ΔY_i^τ	ε_i	$\Delta \varepsilon_i$
0,2 ... 0,3	-0,9 ... -0,8	19824	1162	36190	602	0,6	0,058
	-0,8 ... -0,7	75476	2031	34830	590	2,5	0,136
	-0,7 ... -0,6	198329	3139	33190	576	6,9	0,267
	-0,6 ... -0,5	275207	3771	33330	577	9,9	0,416
	-0,5 ... -0,4	340310	4075	31160	558	12,4	0,426
	-0,4 ... -0,3	385043	4397	31050	557	14,6	0,697
	-0,3 ... -0,2	438005	4856	30710	554	16,7	0,515
	-0,2 ... -0,1	475081	5167	29970	547	18,4	0,659
	-0,1 ... +0,0	536400	5491	29920	547	20,6	0,925
	+0,0 ... +0,1	561367	5797	30540	553	21,1	0,549
	+0,1 ... +0,2	590246	5900	30020	548	23,4	1,047
	+0,2 ... +0,3	578106	6123	30690	554	22,2	0,978
	+0,3 ... +0,4	566090	6163	31450	561	20,8	0,608
	+0,4 ... +0,5	509318	5903	31030	557	19,6	0,880
	+0,5 ... +0,6	436160	5647	32440	570	16,6	0,619
	+0,6 ... +0,7	379424	5731	32940	574	13,9	0,599
	+0,7 ... +0,8	291214	5173	35070	592	10,6	0,540
	+0,8 ... +0,9	171790	3542	35920	599	5,7	0,208
0,3 ... 0,4	-0,9 ... -0,8	114354	2356	40300	635	4,5	0,231
	-0,8 ... -0,7	293864	3569	38570	621	11,3	0,398
	-0,7 ... -0,6	463286	4296	37550	613	18,6	0,423
	-0,6 ... -0,5	518218	4401	35010	592	21,5	0,986
	-0,5 ... -0,4	553354	4464	34130	584	23,1	0,651
	-0,4 ... -0,3	598784	4671	33650	580	24,3	0,582
	-0,3 ... -0,2	611665	4714	32370	569	26,4	0,882
	-0,2 ... -0,1	630617	4839	31650	563	27,6	0,869
	-0,1 ... +0,0	651095	4985	31370	560	28,2	0,612
	+0,0 ... +0,1	665994	5057	31570	562	28,5	0,346
	+0,1 ... +0,2	698478	5239	31930	565	30,6	1,162
	+0,2 ... +0,3	707700	5428	32700	572	30,2	0,411
	+0,3 ... +0,4	725887	5601	34170	585	30,6	0,857
	+0,4 ... +0,5	674304	5506	34230	585	28,9	1,060
	+0,5 ... +0,6	620525	5414	34840	590	25,5	0,469
	+0,6 ... +0,7	509447	5228	36390	603	21,2	2,500
	+0,7 ... +0,8	318153	4235	38690	622	13,0	0,465
	+0,8 ... +0,9	104626	2264	40860	639	4,0	0,194

Tabelle A.7: Eingangswerte für die impulsabhängigen Winkelverteilungen aus Kontinuumseignissen, $p_{\pi^0}^* = 0,2 \dots 0,4 \text{ GeV}/c$.

$\Delta p^*/\text{GeV}$	$\Delta \cos \vartheta^*$	S_{kont}	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{stat}}$	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{sys}}$	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{sys,korr}}$
0,2 ... 0,3	-0,9 ... -0,8	9,5926	0,5807	0,9225	0,4739
	-0,8 ... -0,7	9,2716	0,2577	0,5328	0,4580
	-0,7 ... -0,6	8,7051	0,1424	0,3543	0,4300
	-0,6 ... -0,5	8,4512	0,1198	0,3753	0,4175
	-0,5 ... -0,4	8,3540	0,1033	0,3047	0,4127
	-0,4 ... -0,3	7,9815	0,0943	0,3987	0,3943
	-0,3 ... -0,2	7,9611	0,0912	0,2623	0,3933
	-0,2 ... -0,1	7,8287	0,0880	0,2964	0,3867
	-0,1 ... +0,0	7,9151	0,0837	0,3733	0,3910
	+0,0 ... +0,1	8,0601	0,0860	0,2257	0,3982
	+0,1 ... +0,2	7,6514	0,0791	0,3597	0,3780
	+0,2 ... +0,3	7,8828	0,0863	0,3643	0,3894
	+0,3 ... +0,4	8,2569	0,0929	0,2583	0,4079
	+0,4 ... +0,5	7,8884	0,0946	0,3726	0,3897
	+0,5 ... +0,6	7,9706	0,1069	0,3151	0,3937
	+0,6 ... +0,7	8,2614	0,1291	0,3740	0,4081
	+0,7 ... +0,8	8,2826	0,1526	0,4417	0,4092
	+0,8 ... +0,9	9,0541	0,1932	0,3466	0,4473
0,3 ... 0,4	-0,9 ... -0,8	7,6874	0,1657	0,4209	0,3798
	-0,8 ... -0,7	7,8447	0,0994	0,2964	0,3875
	-0,7 ... -0,6	7,4894	0,0725	0,1878	0,3700
	-0,6 ... -0,5	7,2295	0,0640	0,3498	0,3571
	-0,5 ... -0,4	7,1928	0,0604	0,2185	0,3553
	-0,4 ... -0,3	7,4222	0,0602	0,1941	0,3667
	-0,3 ... -0,2	6,9742	0,0559	0,2488	0,3445
	-0,2 ... -0,1	6,8825	0,0549	0,2320	0,3400
	-0,1 ... +0,0	6,9477	0,0553	0,1661	0,3432
	+0,0 ... +0,1	7,0584	0,0557	0,1058	0,3487
	+0,1 ... +0,2	6,8682	0,0536	0,2767	0,3393
	+0,2 ... +0,3	7,0620	0,0564	0,1151	0,3489
	+0,3 ... +0,4	7,1344	0,0574	0,2160	0,3524
	+0,4 ... +0,5	7,0023	0,0596	0,2734	0,3459
	+0,5 ... +0,6	7,3189	0,0665	0,1520	0,3616
	+0,6 ... +0,7	7,2193	0,0774	0,8917	0,3566
	+0,7 ... +0,8	7,3240	0,1020	0,2799	0,3618
	+0,8 ... +0,9	7,8009	0,1765	0,3987	0,3854

Tabelle A.8: Endwerte für die impulsabhängigen Winkelverteilungen aus Kontinuumsergebnissen, $p_{\pi^0}^* = 0,2 \dots 0,4 \text{ GeV}/c$.

$\Delta p^*/\text{GeV}$	$\Delta \cos \vartheta^*$	Y_i^{off}	ΔY_i^{off}	Y_i^τ	ΔY_i^τ	ε_i	$\Delta \varepsilon_i$
0,4 ... 0,5	-0,9 ... -0,8	162110	2476	41650	645	7,2	0,294
	-0,8 ... -0,7	430170	3725	40950	640	19,4	0,684
	-0,7 ... -0,6	559931	4084	36640	605	27,2	0,849
	-0,6 ... -0,5	590247	4160	35670	597	28,5	1,625
	-0,5 ... -0,4	601565	4142	33860	582	30,5	1,048
	-0,4 ... -0,3	612957	4184	33660	580	31,8	0,823
	-0,3 ... -0,2	622700	4225	32450	570	33,0	0,908
	-0,2 ... -0,1	635720	4292	31000	557	33,1	5,574
	-0,1 ... +0,0	628134	4295	31220	559	34,4	0,562
	+0,0 ... +0,1	651854	4415	31060	557	34,8	1,044
	+0,1 ... +0,2	663964	4497	31530	562	35,4	0,844
	+0,2 ... +0,3	695862	4710	32220	568	36,7	0,838
	+0,3 ... +0,4	688634	4699	33200	576	35,8	0,912
	+0,4 ... +0,5	682350	4805	34520	588	34,0	0,823
	+0,5 ... +0,6	636840	4723	35610	597	31,9	0,547
	+0,6 ... +0,7	566069	4626	37130	609	26,8	0,469
	+0,7 ... +0,8	338547	3694	38500	620	16,6	0,525
	+0,8 ... +0,9	72745	1648	42140	649	3,3	0,121
0,5 ... 0,6	-0,9 ... -0,8	188975	2318	42600	653	10,2	0,430
	-0,8 ... -0,7	468532	3488	38540	621	25,8	0,685
	-0,7 ... -0,6	558989	3737	37840	615	31,6	0,983
	-0,6 ... -0,5	553745	3695	35000	592	33,1	1,061
	-0,5 ... -0,4	559094	3689	32670	572	34,5	0,884
	-0,4 ... -0,3	562383	3714	31590	562	36,1	0,992
	-0,3 ... -0,2	551289	3680	30610	553	36,9	0,612
	-0,2 ... -0,1	554522	3737	30040	548	36,1	2,804
	-0,1 ... +0,0	562806	3740	29740	545	38,2	0,866
	+0,0 ... +0,1	568381	3790	30050	548	38,1	2,158
	+0,1 ... +0,2	587919	3886	30770	555	38,1	0,526
	+0,2 ... +0,3	604414	3978	30110	549	40,1	0,563
	+0,3 ... +0,4	614054	4063	32440	570	39,2	0,476
	+0,4 ... +0,5	611390	4138	32970	574	38,2	1,067
	+0,5 ... +0,6	588357	4062	35120	593	36,2	0,457
	+0,6 ... +0,7	528211	3980	37270	610	31,3	0,597
	+0,7 ... +0,8	340553	3304	39040	625	19,4	0,300
	+0,8 ... +0,9	55064	1323	42270	650	3,3	0,109

Tabelle A.9: Eingangswerte für die impulsabhängigen Winkelverteilungen aus Kontinuumsereignissen, $p_{\pi^0}^* = 0,4 \dots 0,6 \text{ GeV}/c$.

$\Delta p^*/\text{GeV}$	$\Delta \cos \vartheta^*$	S_{kont}	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{stat}}$	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{sys}}$	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{sys,korr}}$
0,4 ... 0,5	-0,9 ... -0,8	6,7387	0,1085	0,2971	0,3329
	-0,8 ... -0,7	6,5875	0,0601	0,2504	0,3254
	-0,7 ... -0,6	6,1348	0,0471	0,2075	0,3031
	-0,6 ... -0,5	6,1835	0,0458	0,3741	0,3055
	-0,5 ... -0,4	5,8809	0,0425	0,2174	0,2905
	-0,4 ... -0,3	5,7474	0,0412	0,1631	0,2839
	-0,3 ... -0,2	5,6288	0,0401	0,1689	0,2781
	-0,2 ... -0,1	5,7515	0,0407	1,0162	0,2841
	-0,1 ... +0,0	5,4446	0,0391	0,1032	0,2690
	+0,0 ... +0,1	5,5904	0,0397	0,1813	0,2762
	+0,1 ... +0,2	5,6057	0,0398	0,1474	0,2769
	+0,2 ... +0,3	5,6584	0,0402	0,1431	0,2795
	+0,3 ... +0,4	5,7438	0,0412	0,1608	0,2837
	+0,4 ... +0,5	5,9928	0,0443	0,1600	0,2960
	+0,5 ... +0,6	5,9460	0,0464	0,1176	0,2937
	+0,6 ... +0,7	6,2862	0,0540	0,1262	0,3105
	+0,7 ... +0,8	6,0487	0,0697	0,2076	0,2988
	+0,8 ... +0,9	6,5064	0,1558	0,2566	0,3214
0,5 ... 0,6	-0,9 ... -0,8	5,4299	0,0712	0,2482	0,2682
	-0,8 ... -0,7	5,3564	0,0424	0,1574	0,2646
	-0,7 ... -0,6	5,2102	0,0370	0,1774	0,2574
	-0,6 ... -0,5	4,9433	0,0350	0,1733	0,2442
	-0,5 ... -0,4	4,7943	0,0335	0,1359	0,2368
	-0,4 ... -0,3	4,6048	0,0322	0,1392	0,2275
	-0,3 ... -0,2	4,4115	0,0312	0,0854	0,2179
	-0,2 ... -0,1	4,5565	0,0325	0,3766	0,2251
	-0,1 ... +0,0	4,3577	0,0307	0,1105	0,2153
	+0,0 ... +0,1	4,4069	0,0311	0,2666	0,2177
	+0,1 ... +0,2	4,5665	0,0320	0,0763	0,2256
	+0,2 ... +0,3	4,4616	0,0311	0,0755	0,2204
	+0,3 ... +0,4	4,6212	0,0325	0,0702	0,2283
	+0,4 ... +0,5	4,7263	0,0339	0,1452	0,2335
	+0,5 ... +0,6	4,7915	0,0352	0,0752	0,2367
	+0,6 ... +0,7	4,9694	0,0399	0,1089	0,2455
	+0,7 ... +0,8	5,1561	0,0533	0,0947	0,2547
	+0,8 ... +0,9	4,8251	0,1248	0,1757	0,2384

Tabelle A.10: Endwerte für die impulsabhängigen Winkelverteilungen aus Kontinuumsergebnissen, $p_{\pi^0}^* = 0,4 \dots 0,6 \text{ GeV}/c$.

$\Delta p^*/\text{GeV}$	$\Delta \cos \vartheta^*$	Y_i^{off}	ΔY_i^{off}	Y_i^τ	ΔY_i^τ	ε_i	$\Delta \varepsilon_i$
0,6 ... 0,7	-0,9 ... -0,8	195273	2179	41700	646	12,3	0,512
	-0,8 ... -0,7	465719	3240	38330	619	29,9	0,785
	-0,7 ... -0,6	510475	3377	35670	597	34,9	0,454
	-0,6 ... -0,5	497587	3315	33890	582	36,6	0,742
	-0,5 ... -0,4	481873	3269	32320	569	37,5	2,273
	-0,4 ... -0,3	477845	3288	30560	553	38,1	0,803
	-0,3 ... -0,2	467352	3247	30540	553	39,2	0,867
	-0,2 ... -0,1	474114	3250	28960	538	39,6	0,766
	-0,1 ... +0,0	466669	3251	28100	530	39,6	0,654
	+0,0 ... +0,1	478175	3286	28570	535	40,1	0,562
	+0,1 ... +0,2	490661	3324	29470	543	40,5	4,368
	+0,2 ... +0,3	492051	3402	29280	541	40,8	1,833
	+0,3 ... +0,4	507393	3482	30010	548	41,2	0,444
	+0,4 ... +0,5	519996	3567	32280	568	40,8	0,334
	+0,5 ... +0,6	509316	3574	32850	573	38,4	0,594
	+0,6 ... +0,7	473044	3473	36430	604	34,1	0,389
	+0,7 ... +0,8	321729	3022	38010	617	21,9	0,310
	+0,8 ... +0,9	43300	1131	41430	644	3,1	0,118
0,7 ... 0,8	-0,9 ... -0,8	189046	2053	39150	626	14,0	0,254
	-0,8 ... -0,7	410392	2942	36440	604	33,1	0,937
	-0,7 ... -0,6	437346	3012	32740	572	38,3	2,826
	-0,6 ... -0,5	417851	2919	30870	556	39,2	0,953
	-0,5 ... -0,4	406988	2944	30590	553	38,8	0,814
	-0,4 ... -0,3	396658	2894	29110	540	39,2	0,467
	-0,3 ... -0,2	391824	2897	28670	535	39,6	0,489
	-0,2 ... -0,1	379833	2831	27810	527	41,0	3,686
	-0,1 ... +0,0	389636	2886	27510	525	40,8	0,477
	+0,0 ... +0,1	388700	2865	26790	518	41,8	1,081
	+0,1 ... +0,2	397373	2920	27170	521	41,0	3,662
	+0,2 ... +0,3	407045	3466	27730	527	42,0	0,570
	+0,3 ... +0,4	415052	3052	29000	539	42,3	0,646
	+0,4 ... +0,5	433355	3145	30730	554	41,9	0,726
	+0,5 ... +0,6	438620	3150	31860	564	40,9	0,501
	+0,6 ... +0,7	415898	3084	34190	585	36,6	0,776
	+0,7 ... +0,8	299316	2697	36640	605	25,0	0,342
	+0,8 ... +0,9	37590	1025	39620	629	3,2	0,125

Tabelle A.11: Eingangswerte für die impulsabhängigen Winkelverteilungen aus Kontinuumsereignissen, $p_{\pi^0}^* = 0,6 \dots 0,8 \text{ GeV}/c$.

$\Delta p^*/\text{GeV}$	$\Delta \cos \vartheta^*$	S_{kont}	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{stat}}$	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{sys}}$	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{sys,korr}}$
0,6 ... 0,7	-0,9 ... -0,8	4,6116	0,0555	0,2105	0,2278
	-0,8 ... -0,7	4,5491	0,0340	0,1336	0,2247
	-0,7 ... -0,6	4,2748	0,0303	0,0691	0,2112
	-0,6 ... -0,5	3,9590	0,0284	0,0919	0,1956
	-0,5 ... -0,4	3,7454	0,0273	0,2462	0,1850
	-0,4 ... -0,3	3,6656	0,0271	0,0882	0,1811
	-0,3 ... -0,2	3,4680	0,0259	0,0873	0,1713
	-0,2 ... -0,1	3,4963	0,0257	0,0779	0,1727
	-0,1 ... +0,0	3,4434	0,0257	0,0670	0,1701
	+0,0 ... +0,1	3,4841	0,0257	0,0595	0,1721
	+0,1 ... +0,2	3,5378	0,0257	0,4103	0,1748
	+0,2 ... +0,3	3,5259	0,0262	0,1725	0,1742
	+0,3 ... +0,4	3,5947	0,0265	0,0508	0,1776
	+0,4 ... +0,5	3,7153	0,0274	0,0446	0,1835
	+0,5 ... +0,6	3,8637	0,0291	0,0714	0,1909
	+0,6 ... +0,7	4,0221	0,0319	0,0593	0,1987
	+0,7 ... +0,8	4,2612	0,0432	0,0735	0,2105
	+0,8 ... +0,9	3,9767	0,1133	0,1668	0,1964
0,7 ... 0,8	-0,9 ... -0,8	3,8950	0,0460	0,0834	0,1924
	-0,8 ... -0,7	3,5687	0,0279	0,1139	0,1763
	-0,7 ... -0,6	3,2914	0,0246	0,2654	0,1626
	-0,6 ... -0,5	3,0667	0,0233	0,0849	0,1515
	-0,5 ... -0,4	3,0171	0,0238	0,0732	0,1490
	-0,4 ... -0,3	2,9121	0,0231	0,0446	0,1439
	-0,3 ... -0,2	2,8494	0,0229	0,0448	0,1408
	-0,2 ... -0,1	2,6596	0,0216	0,2619	0,1314
	-0,1 ... +0,0	2,7484	0,0221	0,0415	0,1358
	+0,0 ... +0,1	2,6806	0,0215	0,0786	0,1324
	+0,1 ... +0,2	2,8007	0,0223	0,2725	0,1384
	+0,2 ... +0,3	2,7966	0,0259	0,0472	0,1382
	+0,3 ... +0,4	2,8192	0,0226	0,0523	0,1393
	+0,4 ... +0,5	2,9738	0,0235	0,0613	0,1469
	+0,5 ... +0,6	3,0820	0,0241	0,0483	0,1523
	+0,6 ... +0,7	3,2627	0,0264	0,0801	0,1612
	+0,7 ... +0,8	3,4280	0,0338	0,0584	0,1693
	+0,8 ... +0,9	3,3540	0,1009	0,1478	0,1657

Tabelle A.12: Endwerte für die impulsabhängigen Winkelverteilungen aus Kontinuumsergebnissen, $p_{\pi^0}^* = 0,6 \dots 0,8 \text{ GeV}/c$.

$\Delta p^*/\text{GeV}$	$\Delta \cos \vartheta^*$	Y_i^{off}	ΔY_i^{off}	Y_i^τ	ΔY_i^τ	ε_i	$\Delta \varepsilon_i$
0,8 ... 0,9	-0,9 ... -0,8	169245	1828	36970	608	15,4	0,444
	-0,8 ... -0,7	366692	2681	34550	588	35,1	0,666
	-0,7 ... -0,6	371003	2683	32110	567	38,7	0,515
	-0,6 ... -0,5	356139	2647	29820	546	40,2	0,752
	-0,5 ... -0,4	336215	2602	28860	537	40,3	0,653
	-0,4 ... -0,3	331210	2592	26880	518	41,6	0,742
	-0,3 ... -0,2	320380	2538	26620	516	41,7	0,870
	-0,2 ... -0,1	316431	2521	25760	508	42,5	0,641
	-0,1 ... +0,0	313613	2525	25240	502	42,2	0,727
	+0,0 ... +0,1	325182	2565	25810	508	43,0	0,534
	+0,1 ... +0,2	324303	2559	25690	507	43,1	0,553
	+0,2 ... +0,3	327418	2588	25680	507	42,7	0,556
	+0,3 ... +0,4	345321	601	27230	522	43,6	3,957
	+0,4 ... +0,5	351672	2744	27860	528	43,4	0,663
	+0,5 ... +0,6	362628	2801	29860	546	41,5	0,511
	+0,6 ... +0,7	352759	2733	31970	565	38,2	0,550
	+0,7 ... +0,8	255943	2409	34230	585	26,9	0,377
	+0,8 ... +0,9	34123	926	36720	606	3,3	0,134
0,9 ... 1,0	-0,9 ... -0,8	163093	1744	35980	600	17,5	0,407
	-0,8 ... -0,7	315978	2408	32570	571	37,4	0,632
	-0,7 ... -0,6	311799	2431	29500	543	40,7	1,026
	-0,6 ... -0,5	297429	2391	27610	525	41,2	0,798
	-0,5 ... -0,4	285697	2367	26930	519	41,3	1,198
	-0,4 ... -0,3	275992	2341	25730	507	43,6	0,980
	-0,3 ... -0,2	267326	2298	24560	496	41,8	0,569
	-0,2 ... -0,1	263161	2267	23440	484	43,7	0,771
	-0,1 ... +0,0	257445	2217	23420	484	42,9	0,609
	+0,0 ... +0,1	259667	2247	24530	495	43,8	0,676
	+0,1 ... +0,2	267807	2308	24040	490	44,4	0,822
	+0,2 ... +0,3	269456	2305	23070	480	44,5	0,587
	+0,3 ... +0,4	286791	2386	26560	515	43,4	0,584
	+0,4 ... +0,5	289866	2416	26220	512	44,4	0,565
	+0,5 ... +0,6	300037	2467	28020	529	43,7	0,545
	+0,6 ... +0,7	298363	2456	29990	548	39,8	0,512
	+0,7 ... +0,8	225130	2187	31940	565	27,8	0,407
	+0,8 ... +0,9	27873	822	35130	593	3,2	0,135

Tabelle A.13: Eingangswerte für die impulsabhängigen Winkelverteilungen aus Kontinuumsereignissen, $p_{\pi^0}^* = 0,8 \dots 1,0 \text{ GeV}/c$.

$\Delta p^*/\text{GeV}$	$\Delta \cos \vartheta^*$	S_{kont}	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{stat}}$	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{sys}}$	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{sys,korr}}$
0,8 ... 0,9	-0,9 ... -0,8	3,1133	0,0371	0,1022	0,1538
	-0,8 ... -0,7	2,9757	0,0240	0,0670	0,1470
	-0,7 ... -0,6	2,7210	0,0217	0,0458	0,1344
	-0,6 ... -0,5	2,5121	0,0206	0,0558	0,1241
	-0,5 ... -0,4	2,3594	0,0202	0,0466	0,1166
	-0,4 ... -0,3	2,2571	0,0195	0,0482	0,1115
	-0,3 ... -0,2	2,1750	0,0191	0,0534	0,1074
	-0,2 ... -0,1	2,1062	0,0186	0,0393	0,1040
	-0,1 ... +0,0	2,1093	0,0188	0,0438	0,1042
	+0,0 ... +0,1	2,1417	0,0187	0,0344	0,1058
	+0,1 ... +0,2	2,1339	0,0186	0,0351	0,1054
	+0,2 ... +0,3	2,1775	0,0190	0,0361	0,1076
	+0,3 ... +0,4	2,2412	0,0043	0,2256	0,1107
	+0,4 ... +0,5	2,2938	0,0198	0,0432	0,1133
	+0,5 ... +0,6	2,4798	0,0212	0,0395	0,1225
	+0,6 ... +0,7	2,6147	0,0224	0,0470	0,1292
	+0,7 ... +0,8	2,6770	0,0280	0,0471	0,1322
	+0,8 ... +0,9	2,8731	0,0867	0,1298	0,1419
0,9 ... 1,0	-0,9 ... -0,8	2,6088	0,0313	0,0715	0,1289
	-0,8 ... -0,7	2,3600	0,0202	0,0488	0,1166
	-0,7 ... -0,6	2,1407	0,0187	0,0630	0,1058
	-0,6 ... -0,5	2,0207	0,0182	0,0470	0,0998
	-0,5 ... -0,4	1,9332	0,0180	0,0650	0,0955
	-0,4 ... -0,3	1,7576	0,0168	0,0470	0,0868
	-0,3 ... -0,2	1,7871	0,0172	0,0311	0,0883
	-0,2 ... -0,1	1,6828	0,0163	0,0362	0,0831
	-0,1 ... +0,0	1,6759	0,0162	0,0302	0,0828
	+0,0 ... +0,1	1,6415	0,0161	0,0318	0,0811
	+0,1 ... +0,2	1,6813	0,0163	0,0378	0,0831
	+0,2 ... +0,3	1,6939	0,0162	0,0288	0,0837
	+0,3 ... +0,4	1,8387	0,0172	0,0319	0,0908
	+0,4 ... +0,5	1,8174	0,0171	0,0302	0,0898
	+0,5 ... +0,6	1,9040	0,0177	0,0312	0,0941
	+0,6 ... +0,7	2,0865	0,0193	0,0349	0,1031
	+0,7 ... +0,8	2,2580	0,0246	0,0417	0,1115
	+0,8 ... +0,9	2,4570	0,0815	0,1203	0,1214

Tabelle A.14: Endwerte für die impulsabhängigen Winkelverteilungen aus Kontinuumsergebnissen, $p_{\pi^0}^* = 0,8 \dots 1,0 \text{ GeV}/c$.

$\Delta p^*/\text{GeV}$	$\Delta \cos \vartheta^*$	Y_i^{off}	ΔY_i^{off}	Y_i^τ	ΔY_i^τ	ε_i	$\Delta \varepsilon_i$
1,0 … 1,1	-0,9 … -0,8	144714	1595	32880	573	19,1	0,498
	-0,8 … -0,7	271444	2202	30000	548	39,5	0,508
	-0,7 … -0,6	263610	2183	27720	526	40,8	0,654
	-0,6 … -0,5	249386	2154	25810	508	42,6	0,821
	-0,5 … -0,4	236066	2123	24380	494	42,2	0,694
	-0,4 … -0,3	226701	2082	22840	478	43,5	0,622
	-0,3 … -0,2	220411	2042	22380	473	42,6	0,638
	-0,2 … -0,1	218888	2046	22150	471	43,7	0,661
	-0,1 … +0,0	212983	2016	21370	462	44,0	0,785
	+0,0 … +0,1	215316	2013	21510	464	43,9	0,745
	+0,1 … +0,2	217636	2028	21460	463	44,3	0,773
	+0,2 … +0,3	228374	2079	22120	470	43,8	0,653
	+0,3 … +0,4	235167	2136	23210	482	44,7	0,692
	+0,4 … +0,5	250475	2190	23940	489	44,9	0,619
	+0,5 … +0,6	254141	2211	26090	511	44,8	0,661
	+0,6 … +0,7	251142	2189	27040	520	41,2	0,553
	+0,7 … +0,8	195914	2010	30010	548	29,4	0,469
	+0,8 … +0,9	22274	724	32760	572	3,6	0,160
1,1 … 1,2	-0,9 … -0,8	132039	1489	29740	545	19,8	0,364
	-0,8 … -0,7	234382	2018	28130	530	40,1	0,798
	-0,7 … -0,6	224675	2007	26110	511	42,4	0,694
	-0,6 … -0,5	211737	1956	23290	483	43,6	0,696
	-0,5 … -0,4	201202	1932	22350	473	43,1	0,686
	-0,4 … -0,3	190234	1902	20890	457	43,1	0,722
	-0,3 … -0,2	179896	1839	20240	450	42,8	0,981
	-0,2 … -0,1	175610	1818	19330	440	43,8	0,692
	-0,1 … +0,0	176439	1813	19230	439	43,4	0,717
	+0,0 … +0,1	176319	1805	20410	452	43,3	1,005
	+0,1 … +0,2	181083	1839	20330	451	44,2	0,833
	+0,2 … +0,3	189288	1880	20870	457	44,2	1,120
	+0,3 … +0,4	194423	1910	21460	463	44,3	0,884
	+0,4 … +0,5	200197	1923	23040	480	44,0	0,674
	+0,5 … +0,6	217573	2022	22950	479	44,2	0,647
	+0,6 … +0,7	210058	1945	25900	509	41,0	0,811
	+0,7 … +0,8	169336	1794	26910	519	30,9	0,502
	+0,8 … +0,9	21176	719	30320	551	4,0	0,226

Tabelle A.15: Eingangswerte für die impulsabhängigen Winkelverteilungen aus Kontinuumseignissen, $p_{\pi^0}^* = 1,0 \dots 1,2 \text{ GeV}/c$.

$\Delta p^*/\text{GeV}$	$\Delta \cos \vartheta^*$	S_{kont}	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{stat}}$	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{sys}}$	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{sys,korr}}$
1,0 … 1,1	-0,9 … -0,8	2,0821	0,0261	0,0641	0,1029
	-0,8 … -0,7	1,8910	0,0175	0,0320	0,0934
	-0,7 … -0,6	1,7805	0,0168	0,0357	0,0880
	-0,6 … -0,5	1,6068	0,0158	0,0379	0,0794
	-0,5 … -0,4	1,5392	0,0158	0,0317	0,0760
	-0,4 … -0,3	1,4316	0,0150	0,0264	0,0707
	-0,3 … -0,2	1,4242	0,0150	0,0271	0,0704
	-0,2 … -0,1	1,3741	0,0147	0,0265	0,0679
	-0,1 … +0,0	1,3291	0,0144	0,0294	0,0657
	+0,0 … +0,1	1,3501	0,0144	0,0286	0,0667
	+0,1 … +0,2	1,3505	0,0143	0,0292	0,0667
	+0,2 … +0,3	1,4390	0,0149	0,0273	0,0711
	+0,3 … +0,4	1,4460	0,0150	0,0284	0,0714
	+0,4 … +0,5	1,5403	0,0153	0,0275	0,0761
	+0,5 … +0,6	1,5494	0,0155	0,0294	0,0765
	+0,6 … +0,7	1,6749	0,0167	0,0294	0,0827
	+0,7 … +0,8	1,8256	0,0214	0,0368	0,0902
	+0,8 … +0,9	1,6502	0,0630	0,0874	0,0815
1,1 … 1,2	-0,9 … -0,8	1,8294	0,0236	0,0414	0,0904
	-0,8 … -0,7	1,5852	0,0158	0,0389	0,0783
	-0,7 … -0,6	1,4310	0,0148	0,0299	0,0707
	-0,6 … -0,5	1,3176	0,0141	0,0269	0,0651
	-0,5 … -0,4	1,2673	0,0140	0,0258	0,0626
	-0,4 … -0,3	1,1994	0,0138	0,0254	0,0592
	-0,3 … -0,2	1,1398	0,0135	0,0318	0,0563
	-0,2 … -0,1	1,0866	0,0130	0,0220	0,0537
	-0,1 … +0,0	1,1069	0,0131	0,0232	0,0547
	+0,0 … +0,1	1,0965	0,0131	0,0311	0,0542
	+0,1 … +0,2	1,1054	0,0130	0,0261	0,0546
	+0,2 … +0,3	1,1596	0,0133	0,0355	0,0573
	+0,3 … +0,4	1,1862	0,0135	0,0293	0,0586
	+0,4 … +0,5	1,2250	0,0137	0,0244	0,0605
	+0,5 … +0,6	1,3427	0,0143	0,0254	0,0663
	+0,6 … +0,7	1,3794	0,0149	0,0340	0,0681
	+0,7 … +0,8	1,4798	0,0182	0,0306	0,0731
	+0,8 … +0,9	1,3797	0,0558	0,0930	0,0682

Tabelle A.16: Endwerte für die impulsabhängigen Winkelverteilungen aus Kontinuumsergebnissen, $p_{\pi^0}^* = 1,0 \dots 1,2 \text{ GeV}/c$.

$\Delta p^*/\text{GeV}$	$\Delta \cos \vartheta^*$	Y_i^{off}	ΔY_i^{off}	Y_i^τ	ΔY_i^τ	ε_i	$\Delta \varepsilon_i$
1,2 … 1,3	-0,9 … -0,8	113317	1381	27750	527	21,4	0,914
	-0,8 … -0,7	200085	1833	25500	505	41,4	0,754
	-0,7 … -0,6	189420	1832	24320	493	43,1	0,692
	-0,6 … -0,5	176434	1765	20770	456	43,4	0,897
	-0,5 … -0,4	169493	1756	20160	449	43,7	0,771
	-0,4 … -0,3	155034	1701	19330	440	43,6	0,807
	-0,3 … -0,2	147225	1649	19120	437	43,1	0,757
	-0,2 … -0,1	144946	1646	18660	432	44,6	0,772
	-0,1 … +0,0	145697	1626	17410	417	44,4	0,773
	+0,0 … +0,1	144649	1608	18190	426	42,4	1,172
	+0,1 … +0,2	146105	1631	18750	433	44,0	0,792
	+0,2 … +0,3	153863	1668	18990	436	43,7	1,120
	+0,3 … +0,4	162237	1735	19130	437	44,2	0,794
	+0,4 … +0,5	171126	1780	19840	445	44,9	0,738
	+0,5 … +0,6	178493	1806	21170	460	43,9	0,961
	+0,6 … +0,7	180049	1796	22200	471	41,8	0,976
	+0,7 … +0,8	148311	1651	25070	501	33,1	0,557
	+0,8 … +0,9	18717	656	27370	523	4,4	0,204
1,3 … 1,4	-0,9 … -0,8	99538	1257	25350	503	22,2	0,686
	-0,8 … -0,7	172177	1669	23570	485	41,9	0,745
	-0,7 … -0,6	161309	1639	20600	454	43,3	0,716
	-0,6 … -0,5	151419	1617	19840	445	44,4	1,421
	-0,5 … -0,4	141343	1605	18280	428	44,3	0,788
	-0,4 … -0,3	130097	1538	17520	419	43,0	1,088
	-0,3 … -0,2	129696	1452	16660	408	44,5	0,789
	-0,2 … -0,1	124177	1507	16090	401	42,5	0,831
	-0,1 … +0,0	123042	1488	15760	397	43,2	1,064
	+0,0 … +0,1	120673	1483	16150	402	44,0	0,844
	+0,1 … +0,2	127189	1526	16170	402	43,0	1,361
	+0,2 … +0,3	129842	1512	15850	398	44,3	1,099
	+0,3 … +0,4	133711	1530	17650	420	44,2	1,033
	+0,4 … +0,5	138337	1548	19040	436	45,2	0,895
	+0,5 … +0,6	148181	1603	19740	444	44,6	1,192
	+0,6 … +0,7	149591	1600	21350	462	43,3	0,703
	+0,7 … +0,8	126665	1488	22810	478	33,6	0,634
	+0,8 … +0,9	18348	604	24840	498	4,4	0,268

Tabelle A.17: Eingangswerte für die impulsabhängigen Winkelverteilungen aus Kontinuumsereignissen, $p_{\pi^0}^* = 1,2 \dots 1,4 \text{ GeV}/c$.

$\Delta p^*/\text{GeV}$	$\Delta \cos \vartheta^*$	S_{kont}	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{stat}}$	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{sys}}$	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{sys,korr}}$
1,2 … 1,3	-0,9 … -0,8	1,4191	0,0203	0,0722	0,0701
	-0,8 … -0,7	1,2910	0,0139	0,0298	0,0638
	-0,7 … -0,6	1,1650	0,0133	0,0244	0,0576
	-0,6 … -0,5	1,0931	0,0128	0,0281	0,0540
	-0,5 … -0,4	1,0400	0,0126	0,0234	0,0514
	-0,4 … -0,3	0,9444	0,0122	0,0223	0,0467
	-0,3 … -0,2	0,9020	0,0120	0,0205	0,0446
	-0,2 … -0,1	0,8561	0,0116	0,0194	0,0423
	-0,1 … +0,0	0,8769	0,0115	0,0196	0,0433
	+0,0 … +0,1	0,9097	0,0119	0,0307	0,0449
	+0,1 … +0,2	0,8775	0,0116	0,0204	0,0433
	+0,2 … +0,3	0,9362	0,0120	0,0295	0,0462
	+0,3 … +0,4	0,9838	0,0123	0,0225	0,0486
	+0,4 … +0,5	1,0214	0,0124	0,0217	0,0505
	+0,5 … +0,6	1,0875	0,0129	0,0295	0,0537
	+0,6 … +0,7	1,1568	0,0135	0,0332	0,0571
	+0,7 … +0,8	1,1856	0,0156	0,0259	0,0586
	+0,8 … +0,9	1,0953	0,0468	0,0627	0,0541
1,3 … 1,4	-0,9 … -0,8	1,1822	0,0177	0,0447	0,0584
	-0,8 … -0,7	1,0820	0,0125	0,0249	0,0535
	-0,7 … -0,6	0,9874	0,0119	0,0213	0,0488
	-0,6 … -0,5	0,8952	0,0114	0,0352	0,0442
	-0,5 … -0,4	0,8401	0,0114	0,0194	0,0415
	-0,4 … -0,3	0,7951	0,0112	0,0251	0,0393
	-0,3 … -0,2	0,7679	0,0102	0,0177	0,0379
	-0,2 … -0,1	0,7741	0,0111	0,0193	0,0382
	-0,1 … +0,0	0,7548	0,0108	0,0231	0,0373
	+0,0 … +0,1	0,7183	0,0106	0,0179	0,0355
	+0,1 … +0,2	0,7861	0,0111	0,0303	0,0388
	+0,2 … +0,3	0,7796	0,0107	0,0239	0,0385
	+0,3 … +0,4	0,7929	0,0108	0,0234	0,0392
	+0,4 … +0,5	0,7932	0,0107	0,0205	0,0392
	+0,5 … +0,6	0,8672	0,0112	0,0289	0,0428
	+0,6 … +0,7	0,8952	0,0116	0,0195	0,0442
	+0,7 … +0,8	0,9830	0,0139	0,0241	0,0486
	+0,8 … +0,9	1,0947	0,0432	0,0808	0,0541

Tabelle A.18: Endwerte für die impulsabhängigen Winkelverteilungen aus Kontinuumsergebnissen, $p_{\pi^0}^* = 1,2 \dots 1,4 \text{ GeV}/c$.

$\Delta p^*/\text{GeV}$	$\Delta \cos \vartheta^*$	Y_i^{off}	ΔY_i^{off}	Y_i^τ	ΔY_i^τ	ε_i	$\Delta \varepsilon_i$
1,4 ... 1,5	-0,9 ... -0,8	89063	1177	22920	479	22,7	0,940
	-0,8 ... -0,7	145424	1529	20670	455	42,9	0,958
	-0,7 ... -0,6	138931	1526	19700	444	44,0	0,895
	-0,6 ... -0,5	125948	1469	17350	417	43,5	0,861
	-0,5 ... -0,4	118743	1447	16860	411	42,8	0,903
	-0,4 ... -0,3	114439	1446	16210	403	42,1	0,943
	-0,3 ... -0,2	104640	1365	15510	394	44,0	1,252
	-0,2 ... -0,1	102459	1360	15130	389	43,3	0,905
	-0,1 ... +0,0	100671	1326	14540	381	43,9	0,891
	+0,0 ... +0,1	103396	1334	15180	390	43,1	0,925
	+0,1 ... +0,2	104618	1359	15740	397	42,3	0,966
	+0,2 ... +0,3	110804	03	15570	395	43,8	0,903
	+0,3 ... +0,4	111490	1392	15710	396	45,4	0,872
	+0,4 ... +0,5	119890	1431	17020	413	44,1	1,027
	+0,5 ... +0,6	127403	1465	18490	430	43,4	1,024
	+0,6 ... +0,7	128437	1443	20570	454	41,7	0,978
	+0,7 ... +0,8	109789	1369	20700	455	33,7	0,827
	+0,8 ... +0,9	15808	564	22870	478	4,6	0,297
1,5 ... 1,6	-0,9 ... -0,8	76359	1075	20650	454	23,4	0,562
	-0,8 ... -0,7	128504	1410	19000	436	41,5	0,761
	-0,7 ... -0,6	114526	1377	17640	420	45,0	0,859
	-0,6 ... -0,5	108291	1362	15950	399	43,8	0,881
	-0,5 ... -0,4	100796	1327	15310	391	43,7	0,929
	-0,4 ... -0,3	94776	1299	14180	377	43,7	1,000
	-0,3 ... -0,2	90733	1278	14490	381	43,0	1,045
	-0,2 ... -0,1	86788	1237	13820	372	42,3	1,296
	-0,1 ... +0,0	87347	1247	13040	361	44,0	1,041
	+0,0 ... +0,1	89749	1246	13610	369	40,1	0,998
	+0,1 ... +0,2	87575	1231	13580	369	42,6	1,051
	+0,2 ... +0,3	93572	1102	14110	376	44,9	0,951
	+0,3 ... +0,4	96248	1292	14940	387	44,8	1,250
	+0,4 ... +0,5	101531	1306	14580	382	44,3	1,013
	+0,5 ... +0,6	103732	1288	15860	398	43,0	0,859
	+0,6 ... +0,7	109981	1329	17320	416	42,1	0,797
	+0,7 ... +0,8	93809	1257	18690	432	33,3	0,795
	+0,8 ... +0,9	14495	550	21370	462	4,7	0,264

Tabelle A.19: Eingangswerte für die impulsabhängigen Winkelverteilungen aus Kontinuumsereignissen, $p_{\pi^0}^* = 1,4 \dots 1,6 \text{ GeV}/c$.

$\Delta p^*/\text{GeV}$	$\Delta \cos \vartheta^*$	S_{kont}	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{stat}}$	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{sys}}$	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{sys,korr}}$
1,4 … 1,5	-0,9 … -0,8	1,0305	0,0163	0,0519	0,0509
	-0,8 … -0,7	0,8802	0,0112	0,0251	0,0435
	-0,7 … -0,6	0,8171	0,0109	0,0216	0,0404
	-0,6 … -0,5	0,7557	0,0106	0,0194	0,0373
	-0,5 … -0,4	0,7222	0,0106	0,0196	0,0357
	-0,4 … -0,3	0,7107	0,0108	0,0203	0,0351
	-0,3 … -0,2	0,6100	0,0097	0,0221	0,0301
	-0,2 … -0,1	0,6089	0,0098	0,0166	0,0301
	-0,1 … +0,0	0,5906	0,0095	0,0157	0,0292
	+0,0 … +0,1	0,6185	0,0097	0,0172	0,0306
	+0,1 … +0,2	0,6366	0,0101	0,0187	0,0314
	+0,2 … +0,3	0,6567	0,0000	0,0176	0,0324
	+0,3 … +0,4	0,6319	0,0096	0,0160	0,0312
	+0,4 … +0,5	0,7026	0,0102	0,0209	0,0347
	+0,5 … +0,6	0,7587	0,0106	0,0229	0,0375
	+0,6 … +0,7	0,7854	0,0108	0,0239	0,0388
	+0,7 … +0,8	0,8400	0,0127	0,0263	0,0415
	+0,8 … +0,9	0,8805	0,0386	0,0705	0,0435
1,5 … 1,6	-0,9 … -0,8	0,8409	0,0144	0,0258	0,0415
	-0,8 … -0,7	0,8035	0,0106	0,0193	0,0397
	-0,7 … -0,6	0,6424	0,0096	0,0165	0,0317
	-0,6 … -0,5	0,6344	0,0097	0,0168	0,0313
	-0,5 … -0,4	0,5888	0,0095	0,0165	0,0291
	-0,4 … -0,3	0,5552	0,0093	0,0165	0,0274
	-0,3 … -0,2	0,5336	0,0093	0,0170	0,0264
	-0,2 … -0,1	0,5224	0,0092	0,0204	0,0258
	-0,1 … +0,0	0,5077	0,0089	0,0156	0,0251
	+0,0 … +0,1	0,5827	0,0097	0,0184	0,0288
	+0,1 … +0,2	0,5252	0,0091	0,0168	0,0259
	+0,2 … +0,3	0,5300	0,0077	0,0149	0,0262
	+0,3 … +0,4	0,5424	0,0090	0,0196	0,0268
	+0,4 … +0,5	0,5905	0,0092	0,0174	0,0292
	+0,5 … +0,6	0,6167	0,0094	0,0163	0,0305
	+0,6 … +0,7	0,6667	0,0099	0,0168	0,0329
	+0,7 … +0,8	0,7198	0,0118	0,0223	0,0356
	+0,8 … +0,9	0,7702	0,0363	0,0538	0,0380

Tabelle A.20: Endwerte für die impulsabhängigen Winkelverteilungen aus Kontinuumsergebnissen, $p_{\pi^0}^* = 1,4 \dots 1,6 \text{ GeV}/c$.

$\Delta p^*/\text{GeV}$	$\Delta \cos \vartheta^*$	Y_i^{off}	ΔY_i^{off}	Y_i^τ	ΔY_i^τ	ε_i	$\Delta \varepsilon_i$
1,6 ... 1,7	-0,9 ... -0,8	68207	1011	19240	439	25,1	1,113
	-0,8 ... -0,7	106437	1274	17320	416	42,3	1,100
	-0,7 ... -0,6	99409	1260	16040	400	45,3	1,118
	-0,6 ... -0,5	90171	1233	14620	382	43,8	0,977
	-0,5 ... -0,4	84719	1206	13200	363	43,8	0,970
	-0,4 ... -0,3	80735	1476	13380	366	44,8	1,579
	-0,3 ... -0,2	75276	1148	12340	351	42,0	1,146
	-0,2 ... -0,1	73566	1129	12220	350	42,7	1,059
	-0,1 ... +0,0	73360	1047	11960	346	43,1	2,274
	+0,0 ... +0,1	76532	1147	11980	346	43,8	1,243
	+0,1 ... +0,2	77553	1165	12300	351	43,7	1,270
	+0,2 ... +0,3	79451	1153	13000	361	42,9	1,764
	+0,3 ... +0,4	82188	2027	13330	365	43,9	1,153
	+0,4 ... +0,5	84385	1183	14210	377	43,5	1,350
	+0,5 ... +0,6	89742	1213	15280	391	43,1	0,953
	+0,6 ... +0,7	92515	1214	15900	399	44,3	0,972
	+0,7 ... +0,8	83356	1174	16830	410	34,3	0,966
	+0,8 ... +0,9	14194	543	18390	429	5,2	0,646
1,7 ... 1,8	-0,9 ... -0,8	62378	958	17160	414	24,6	0,704
	-0,8 ... -0,7	94351	1200	15810	398	43,9	0,912
	-0,7 ... -0,6	86020	1167	15060	388	43,3	1,039
	-0,6 ... -0,5	76394	1122	13900	373	41,9	0,985
	-0,5 ... -0,4	71462	1110	12750	357	41,9	1,056
	-0,4 ... -0,3	70367	1123	11960	346	41,7	1,083
	-0,3 ... -0,2	69137	1097	10920	330	41,0	1,251
	-0,2 ... -0,1	64439	993	11080	333	40,6	1,073
	-0,1 ... +0,0	65131	1056	11390	337	43,5	1,789
	+0,0 ... +0,1	66651	1061	10870	330	43,3	1,432
	+0,1 ... +0,2	64341	986	11530	340	42,7	1,303
	+0,2 ... +0,3	67066	1061	11710	342	43,9	1,559
	+0,3 ... +0,4	72293	1043	12300	351	44,2	1,163
	+0,4 ... +0,5	76135	1115	12990	360	42,4	1,035
	+0,5 ... +0,6	77256	1104	13220	364	41,1	1,216
	+0,6 ... +0,7	79666	1112	15100	389	40,8	1,480
	+0,7 ... +0,8	70333	1069	15780	397	33,7	0,951
	+0,8 ... +0,9	11429	478	17680	420	5,4	0,402

Tabelle A.21: Eingangswerte für die impulsabhängigen Winkelverteilungen aus Kontinuumsereignissen, $p_{\pi^0}^* = 1,6 \dots 1,8 \text{ GeV}/c$.

$\Delta p^*/\text{GeV}$	$\Delta \cos \vartheta^*$	S_{kont}	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{stat}}$	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{sys}}$	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{sys,korr}}$
1,6 … 1,7	-0,9 … -0,8	0,6824	0,0126	0,0383	0,0337
	-0,8 … -0,7	0,6372	0,0094	0,0215	0,0315
	-0,7 … -0,6	0,5468	0,0087	0,0179	0,0270
	-0,6 … -0,5	0,5171	0,0088	0,0154	0,0255
	-0,5 … -0,4	0,4903	0,0086	0,0144	0,0242
	-0,4 … -0,3	0,4480	0,0103	0,0205	0,0221
	-0,3 … -0,2	0,4534	0,0086	0,0161	0,0224
	-0,2 … -0,1	0,4331	0,0083	0,0142	0,0214
	-0,1 … +0,0	0,4287	0,0076	0,0285	0,0212
	+0,0 … +0,1	0,4425	0,0082	0,0162	0,0219
	+0,1 … +0,2	0,4489	0,0084	0,0169	0,0222
	+0,2 … +0,3	0,4671	0,0084	0,0244	0,0231
	+0,3 … +0,4	0,4701	0,0145	0,0162	0,0232
	+0,4 … +0,5	0,4829	0,0085	0,0195	0,0239
	+0,5 … +0,6	0,5187	0,0088	0,0154	0,0256
	+0,6 … +0,7	0,5157	0,0086	0,0154	0,0255
	+0,7 … +0,8	0,6138	0,0107	0,0223	0,0303
	+0,8 … +0,9	0,6989	0,0329	0,1075	0,0345
1,7 … 1,8	-0,9 … -0,8	0,6451	0,0122	0,0237	0,0319
	-0,8 … -0,7	0,5353	0,0086	0,0151	0,0264
	-0,7 … -0,6	0,4901	0,0084	0,0158	0,0242
	-0,6 … -0,5	0,4495	0,0084	0,0143	0,0222
	-0,5 … -0,4	0,4233	0,0083	0,0143	0,0209
	-0,4 … -0,3	0,4244	0,0084	0,0145	0,0210
	-0,3 … -0,2	0,4324	0,0084	0,0167	0,0214
	-0,2 … -0,1	0,4007	0,0077	0,0139	0,0198
	-0,1 … +0,0	0,3700	0,0076	0,0198	0,0183
	+0,0 … +0,1	0,3867	0,0077	0,0165	0,0191
	+0,1 … +0,2	0,3716	0,0072	0,0151	0,0184
	+0,2 … +0,3	0,3759	0,0076	0,0175	0,0186
	+0,3 … +0,4	0,4048	0,0074	0,0142	0,0200
	+0,4 … +0,5	0,4488	0,0082	0,0146	0,0222
	+0,5 … +0,6	0,4733	0,0084	0,0181	0,0234
	+0,6 … +0,7	0,4795	0,0085	0,0228	0,0237
	+0,7 … +0,8	0,5158	0,0099	0,0192	0,0255
	+0,8 … +0,9	0,5116	0,0279	0,0502	0,0253

Tabelle A.22: Endwerte für die impulsabhängigen Winkelverteilungen aus Kontinuumsergebnissen, $p_{\pi^0}^* = 1,6 \dots 1,8 \text{ GeV}/c$.

$\Delta p^*/\text{GeV}$	$\Delta \cos \vartheta^*$	Y_i^{off}	ΔY_i^{off}	Y_i^τ	ΔY_i^τ	ε_i	$\Delta \varepsilon_i$
1,8 ... 1,9	-0,9 ... -0,8	54373	879	15200	390	26,1	0,680
	-0,8 ... -0,7	79444	1074	14220	377	41,6	1,203
	-0,7 ... -0,6	77103	1108	12700	356	43,9	1,178
	-0,6 ... -0,5	68073	1054	12190	349	44,8	1,370
	-0,5 ... -0,4	63621	1037	11640	341	44,0	1,526
	-0,4 ... -0,3	61020	1023	10740	328	44,2	1,637
	-0,3 ... -0,2	55264	916	10320	321	42,2	2,108
	-0,2 ... -0,1	55497	967	9970	316	44,8	1,216
	-0,1 ... +0,0	54841	971	10260	320	42,9	1,289
	+0,0 ... +0,1	55169	948	10400	322	44,4	1,695
	+0,1 ... +0,2	58080	968	10090	318	42,4	1,600
	+0,2 ... +0,3	59986	988	9900	315	44,5	1,270
	+0,3 ... +0,4	58372	936	10150	319	42,5	1,477
	+0,4 ... +0,5	64418	1014	11780	343	40,9	1,321
	+0,5 ... +0,6	68518	1033	12080	348	42,7	1,080
	+0,6 ... +0,7	69666	1025	12640	356	42,1	0,987
	+0,7 ... +0,8	63096	997	14300	378	31,9	1,275
	+0,8 ... +0,9	11532	504	16070	401	5,3	0,406
1,9 ... 2,0	-0,9 ... -0,8	47880	821	13960	374	26,3	0,807
	-0,8 ... -0,7	70181	1011	12600	355	43,5	1,230
	-0,7 ... -0,6	64122	990	11850	344	44,2	1,198
	-0,6 ... -0,5	56672	943	11350	337	42,5	2,257
	-0,5 ... -0,4	55018	961	10150	319	42,7	1,744
	-0,4 ... -0,3	50393	925	10140	318	40,8	2,036
	-0,3 ... -0,2	48894	918	9820	313	41,0	2,026
	-0,2 ... -0,1	48823	1281	9330	305	41,1	3,434
	-0,1 ... +0,0	52418	920	8950	299	41,8	3,777
	+0,0 ... +0,1	49425	895	8780	296	43,3	2,224
	+0,1 ... +0,2	50836	898	9350	306	41,6	1,399
	+0,2 ... +0,3	51298	911	9270	304	43,5	1,526
	+0,3 ... +0,4	52716	885	9380	306	42,7	1,724
	+0,4 ... +0,5	54579	926	9940	315	43,3	1,378
	+0,5 ... +0,6	58742	965	11670	342	40,7	1,123
	+0,6 ... +0,7	62663	974	11990	346	41,7	1,224
	+0,7 ... +0,8	53624	902	12550	354	34,3	0,962
	+0,8 ... +0,9	9597	440	14050	375	5,9	0,806

Tabelle A.23: Eingangswerte für die impulsabhängigen Winkelverteilungen aus Kontinuumsereignissen, $p_{\pi^0}^* = 1,8 \dots 2,0 \text{ GeV}/c$.

$\Delta p^*/\text{GeV}$	$\Delta \cos \vartheta^*$	S_{kont}	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{stat}}$	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{sys}}$	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{sys,korr}}$
1,8 ... 1,9	-0,9 ... -0,8	0,5202	0,0106	0,0179	0,0257
	-0,8 ... -0,7	0,4741	0,0081	0,0181	0,0234
	-0,7 ... -0,6	0,4388	0,0079	0,0155	0,0217
	-0,6 ... -0,5	0,3692	0,0074	0,0152	0,0182
	-0,5 ... -0,4	0,3516	0,0074	0,0163	0,0174
	-0,4 ... -0,3	0,3386	0,0073	0,0165	0,0167
	-0,3 ... -0,2	0,3200	0,0068	0,0209	0,0158
	-0,2 ... -0,1	0,3013	0,0068	0,0112	0,0149
	-0,1 ... +0,0	0,3108	0,0071	0,0126	0,0154
	+0,0 ... +0,1	0,2980	0,0067	0,0153	0,0147
	+0,1 ... +0,2	0,3411	0,0072	0,0167	0,0168
	+0,2 ... +0,3	0,3356	0,0070	0,0127	0,0166
	+0,3 ... +0,4	0,3412	0,0069	0,0155	0,0169
	+0,4 ... +0,5	0,3900	0,0078	0,0165	0,0193
	+0,5 ... +0,6	0,3967	0,0076	0,0135	0,0196
	+0,6 ... +0,7	0,4081	0,0076	0,0130	0,0202
	+0,7 ... +0,8	0,4937	0,0098	0,0253	0,0244
	+0,8 ... +0,9	0,5413	0,0298	0,0526	0,0267
1,9 ... 2,0	-0,9 ... -0,8	0,4487	0,0098	0,0182	0,0222
	-0,8 ... -0,7	0,3949	0,0073	0,0150	0,0195
	-0,7 ... -0,6	0,3509	0,0070	0,0130	0,0173
	-0,6 ... -0,5	0,3185	0,0070	0,0225	0,0157
	-0,5 ... -0,4	0,3153	0,0071	0,0170	0,0156
	-0,4 ... -0,3	0,2978	0,0071	0,0196	0,0147
	-0,3 ... -0,2	0,2878	0,0070	0,0188	0,0142
	-0,2 ... -0,1	0,2910	0,0098	0,0314	0,0144
	-0,1 ... +0,0	0,3143	0,0069	0,0356	0,0155
	+0,0 ... +0,1	0,2807	0,0065	0,0187	0,0139
	+0,1 ... +0,2	0,3009	0,0068	0,0134	0,0149
	+0,2 ... +0,3	0,2881	0,0066	0,0134	0,0142
	+0,3 ... +0,4	0,3044	0,0065	0,0160	0,0150
	+0,4 ... +0,5	0,3076	0,0067	0,0131	0,0152
	+0,5 ... +0,6	0,3500	0,0074	0,0132	0,0173
	+0,6 ... +0,7	0,3661	0,0073	0,0145	0,0181
	+0,7 ... +0,8	0,3802	0,0082	0,0145	0,0188
	+0,8 ... +0,9	0,3907	0,0235	0,0708	0,0193

Tabelle A.24: Endwerte für die impulsabhängigen Winkelverteilungen aus Kontinuumsergebnissen, $p_{\pi^0}^* = 1,8 \dots 2,0 \text{ GeV}/c$.

$\Delta p^*/\text{GeV}$	$\Delta \cos \vartheta^*$	Y_i^{off}	ΔY_i^{off}	Y_i^τ	ΔY_i^τ	ε_i	$\Delta \varepsilon_i$
2,0 … 2,1	-0,9 … -0,8	39187	659	14140	376	24,5	0,683
	-0,8 … -0,7	56545	795	11240	335	43,1	0,983
	-0,7 … -0,6	54403	780	10920	330	41,1	1,374
	-0,6 … -0,5	48640	741	9820	313	41,9	1,249
	-0,5 … -0,4	45751	719	9690	311	41,9	1,089
	-0,4 … -0,3	43210	701	9110	302	40,3	1,101
	-0,3 … -0,2	39848	670	8550	292	41,7	1,178
	-0,2 … -0,1	39799	668	8220	287	37,7	1,103
	-0,1 … +0,0	40110	670	8630	294	38,9	1,646
	+0,0 … +0,1	39041	664	7760	279	40,6	1,775
	+0,1 … +0,2	40410	673	8160	286	38,5	1,281
	+0,2 … +0,3	41046	679	8590	293	38,9	1,140
	+0,3 … +0,4	42760	692	9220	304	38,9	1,547
	+0,4 … +0,5	43144	698	9850	314	39,2	1,067
	+0,5 … +0,6	46855	727	9630	310	39,4	1,011
	+0,6 … +0,7	50048	747	10840	329	36,8	0,995
	+0,7 … +0,8	44249	705	11560	340	29,9	1,158
	+0,8 … +0,9	6140	267	12750	357	3,8	0,277
2,1 … 2,2	-0,9 … -0,8	33890	609	11440	338	24,7	0,852
	-0,8 … -0,7	49904	743	11520	339	40,8	1,110
	-0,7 … -0,6	46739	720	9870	314	40,7	1,460
	-0,6 … -0,5	42791	689	8760	296	41,4	1,179
	-0,5 … -0,4	39864	667	8880	298	40,8	1,239
	-0,4 … -0,3	36411	640	8260	287	42,2	1,540
	-0,3 … -0,2	33962	617	8460	291	37,3	1,165
	-0,2 … -0,1	34487	619	7530	274	38,9	1,230
	-0,1 … +0,0	32590	605	7200	268	38,7	2,725
	+0,0 … +0,1	32958	608	7360	271	37,2	1,458
	+0,1 … +0,2	34662	620	7260	269	38,9	1,965
	+0,2 … +0,3	34997	626	7830	280	37,9	1,642
	+0,3 … +0,4	37159	644	7820	280	37,5	1,426
	+0,4 … +0,5	37773	650	8830	297	39,0	1,492
	+0,5 … +0,6	40339	672	9400	307	38,3	1,640
	+0,6 … +0,7	42386	685	9740	312	36,2	1,215
	+0,7 … +0,8	38545	655	11230	335	30,3	1,137
	+0,8 … +0,9	6158	264	11780	343	4,7	0,340

Tabelle A.25: Eingangswerte für die impulsabhängigen Winkelverteilungen aus Kontinuumseignissen, $p_{\pi^0}^* = 2,0 \dots 2,2 \text{ GeV}/c$.

$\Delta p^*/\text{GeV}$	$\Delta \cos \vartheta^*$	S_{kont}	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{stat}}$	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{sys}}$	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{sys,korr}}$
2,0 … 2,1	-0,9 … -0,8	0,3779	0,0084	0,0147	0,0187
	-0,8 … -0,7	0,3123	0,0058	0,0102	0,0154
	-0,7 … -0,6	0,3194	0,0059	0,0144	0,0158
	-0,6 … -0,5	0,2781	0,0055	0,0114	0,0137
	-0,5 … -0,4	0,2575	0,0054	0,0096	0,0127
	-0,4 … -0,3	0,2563	0,0055	0,0098	0,0127
	-0,3 … -0,2	0,2242	0,0050	0,0090	0,0111
	-0,2 … -0,1	0,2592	0,0056	0,0102	0,0128
	-0,1 … +0,0	0,2478	0,0054	0,0141	0,0122
	+0,0 … +0,1	0,2333	0,0051	0,0135	0,0115
	+0,1 … +0,2	0,2572	0,0055	0,0114	0,0127
	+0,2 … +0,3	0,2556	0,0055	0,0103	0,0126
	+0,3 … +0,4	0,2641	0,0056	0,0142	0,0130
	+0,4 … +0,5	0,2583	0,0056	0,0100	0,0128
	+0,5 … +0,6	0,2880	0,0058	0,0102	0,0142
	+0,6 … +0,7	0,3316	0,0064	0,0122	0,0164
	+0,7 … +0,8	0,3626	0,0074	0,0185	0,0179
	+0,8 … +0,9	0,3916	0,0219	0,0368	0,0193
2,1 … 2,2	-0,9 … -0,8	0,3304	0,0077	0,0154	0,0163
	-0,8 … -0,7	0,2821	0,0057	0,0111	0,0139
	-0,7 … -0,6	0,2733	0,0055	0,0134	0,0135
	-0,6 … -0,5	0,2471	0,0052	0,0098	0,0122
	-0,5 … -0,4	0,2283	0,0051	0,0098	0,0113
	-0,4 … -0,3	0,1981	0,0047	0,0103	0,0098
	-0,3 … -0,2	0,2115	0,0052	0,0095	0,0104
	-0,2 … -0,1	0,2120	0,0050	0,0093	0,0105
	-0,1 … +0,0	0,2012	0,0049	0,0188	0,0099
	+0,0 … +0,1	0,2132	0,0051	0,0113	0,0105
	+0,1 … +0,2	0,2157	0,0050	0,0144	0,0107
	+0,2 … +0,3	0,2210	0,0052	0,0129	0,0109
	+0,3 … +0,4	0,2418	0,0054	0,0122	0,0119
	+0,4 … +0,5	0,2263	0,0052	0,0121	0,0112
	+0,5 … +0,6	0,2481	0,0055	0,0146	0,0123
	+0,6 … +0,7	0,2821	0,0059	0,0129	0,0139
	+0,7 … +0,8	0,2998	0,0068	0,0154	0,0148
	+0,8 … +0,9	0,3038	0,0174	0,0295	0,0150

Tabelle A.26: Endwerte für die impulsabhängigen Winkelverteilungen aus Kontinuumsergebnissen, $p_{\pi^0}^* = 2,0 \dots 2,2 \text{ GeV}/c$.

$\Delta p^*/\text{GeV}$	$\Delta \cos \vartheta^*$	Y_i^{off}	ΔY_i^{off}	Y_i^τ	ΔY_i^τ	ε_i	$\Delta \varepsilon_i$
2,2 … 2,3	-0,9 … -0,8	30091	572	10500	324	25,1	0,794
	-0,8 … -0,7	43671	693	9600	310	39,7	1,139
	-0,7 … -0,6	41219	673	8760	296	41,2	1,265
	-0,6 … -0,5	37971	646	8120	285	39,0	1,764
	-0,5 … -0,4	34858	621	7580	275	41,0	1,274
	-0,4 … -0,3	31632	596	7870	281	36,2	1,178
	-0,3 … -0,2	30347	581	7170	268	39,0	2,343
	-0,2 … -0,1	28847	566	7130	267	36,1	1,277
	-0,1 … +0,0	27565	554	6800	261	40,2	1,677
	+0,0 … +0,1	27641	555	6750	260	40,1	1,321
	+0,1 … +0,2	29115	569	6690	259	37,7	1,570
	+0,2 … +0,3	31057	584	7100	266	36,7	1,310
	+0,3 … +0,4	32565	600	7310	270	38,6	1,292
	+0,4 … +0,5	33096	606	8080	284	35,6	1,705
	+0,5 … +0,6	34432	617	8300	288	38,4	1,521
	+0,6 … +0,7	36050	630	9220	304	37,9	1,741
	+0,7 … +0,8	32654	602	9300	305	30,9	1,053
	+0,8 … +0,9	5004	238	10330	321	4,1	0,367
2,3 … 2,4	-0,9 … -0,8	26023	530	9550	309	25,8	0,859
	-0,8 … -0,7	36821	634	8750	296	41,1	1,285
	-0,7 … -0,6	35814	627	8840	297	39,9	1,383
	-0,6 … -0,5	31992	591	7730	278	41,0	1,501
	-0,5 … -0,4	29632	571	7110	267	39,1	1,570
	-0,4 … -0,3	28487	559	6870	262	38,9	1,562
	-0,3 … -0,2	25666	531	6430	254	38,2	1,528
	-0,2 … -0,1	25157	525	6330	252	36,1	2,459
	-0,1 … +0,0	24799	522	6400	253	36,2	1,436
	+0,0 … +0,1	25043	524	6130	248	33,9	1,320
	+0,1 … +0,2	24663	522	6140	248	36,3	1,813
	+0,2 … +0,3	25009	525	6080	247	37,9	1,422
	+0,3 … +0,4	27557	548	6640	258	35,0	1,311
	+0,4 … +0,5	28420	559	7170	268	34,8	1,620
	+0,5 … +0,6	30131	574	7940	282	36,9	1,468
	+0,6 … +0,7	31135	582	8690	295	33,3	1,814
	+0,7 … +0,8	29374	567	9230	304	30,1	1,198
	+0,8 … +0,9	4496	223	10040	317	3,6	0,389

Tabelle A.27: Eingangswerte für die impulsabhängigen Winkelverteilungen aus Kontinuumsereignissen, $p_{\pi^0}^* = 2,2 \dots 2,4 \text{ GeV}/c$.

$\Delta p^*/\text{GeV}$	$\Delta \cos \vartheta^*$	S_{kont}	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{stat}}$	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{sys}}$	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{sys,korr}}$
2,2 … 2,3	-0,9 … -0,8	0,2843	0,0072	0,0125	0,0140
	-0,8 … -0,7	0,2609	0,0055	0,0105	0,0129
	-0,7 … -0,6	0,2369	0,0051	0,0102	0,0117
	-0,6 … -0,5	0,2338	0,0052	0,0141	0,0116
	-0,5 … -0,4	0,1999	0,0047	0,0088	0,0099
	-0,4 … -0,3	0,2051	0,0052	0,0094	0,0101
	-0,3 … -0,2	0,1808	0,0047	0,0149	0,0089
	-0,2 … -0,1	0,1882	0,0049	0,0093	0,0093
	-0,1 … +0,0	0,1553	0,0043	0,0093	0,0077
	+0,0 … +0,1	0,1567	0,0043	0,0076	0,0077
	+0,1 … +0,2	0,1835	0,0047	0,0104	0,0091
	+0,2 … +0,3	0,2029	0,0050	0,0099	0,0100
	+0,3 … +0,4	0,2002	0,0049	0,0093	0,0099
	+0,4 … +0,5	0,2204	0,0053	0,0143	0,0109
	+0,5 … +0,6	0,2080	0,0050	0,0115	0,0103
	+0,6 … +0,7	0,2172	0,0052	0,0141	0,0107
	+0,7 … +0,8	0,2495	0,0061	0,0118	0,0123
	+0,8 … +0,9	0,2898	0,0181	0,0341	0,0143
2,3 … 2,4	-0,9 … -0,8	0,2327	0,0064	0,0111	0,0115
	-0,8 … -0,7	0,2045	0,0048	0,0093	0,0101
	-0,7 … -0,6	0,2042	0,0049	0,0103	0,0101
	-0,6 … -0,5	0,1770	0,0045	0,0094	0,0087
	-0,5 … -0,4	0,1754	0,0046	0,0099	0,0087
	-0,4 … -0,3	0,1692	0,0045	0,0096	0,0084
	-0,3 … -0,2	0,1542	0,0044	0,0088	0,0076
	-0,2 … -0,1	0,1627	0,0046	0,0151	0,0080
	-0,1 … +0,0	0,1589	0,0045	0,0089	0,0078
	+0,0 … +0,1	0,1779	0,0048	0,0094	0,0088
	+0,1 … +0,2	0,1591	0,0045	0,0109	0,0079
	+0,2 … +0,3	0,1536	0,0043	0,0082	0,0076
	+0,3 … +0,4	0,1889	0,0049	0,0097	0,0093
	+0,4 … +0,5	0,1930	0,0050	0,0122	0,0095
	+0,5 … +0,6	0,1865	0,0049	0,0106	0,0092
	+0,6 … +0,7	0,2168	0,0055	0,0163	0,0107
	+0,7 … +0,8	0,2249	0,0059	0,0126	0,0111
	+0,8 … +0,9	0,2989	0,0192	0,0415	0,0148

Tabelle A.28: Endwerte für die impulsabhängigen Winkelverteilungen aus Kontinuumsergebnissen, $p_{\pi^0}^* = 2,2 \dots 2,4 \text{ GeV}/c$.

$\Delta p^*/\text{GeV}$	$\Delta \cos \vartheta^*$	Y_i^{off}	ΔY_i^{off}	Y_i^τ	ΔY_i^τ	ε_i	$\Delta \varepsilon_i$
2,4 … 2,5	-0,9 … -0,8	22923	495	8690	295	24,8	0,935
	-0,8 … -0,7	32543	593	7970	282	39,1	1,271
	-0,7 … -0,6	30555	576	7260	269	40,9	1,387
	-0,6 … -0,5	28178	552	6850	262	39,6	1,463
	-0,5 … -0,4	25204	525	6460	254	41,1	1,728
	-0,4 … -0,3	23223	506	5700	239	39,2	1,532
	-0,3 … -0,2	21528	487	6090	247	35,9	1,408
	-0,2 … -0,1	20643	475	5510	235	37,0	1,848
	-0,1 … +0,0	21891	490	5210	228	36,3	1,555
	+0,0 … +0,1	21061	479	5390	232	35,3	1,442
	+0,1 … +0,2	21239	482	5420	233	38,5	1,499
	+0,2 … +0,3	22360	493	5850	242	33,6	1,367
	+0,3 … +0,4	23391	505	6390	253	36,8	1,382
	+0,4 … +0,5	23994	511	6600	257	36,1	1,395
	+0,5 … +0,6	26436	536	7010	265	36,5	1,445
	+0,6 … +0,7	26802	538	8120	285	32,2	1,199
	+0,7 … +0,8	26223	531	8450	291	28,4	1,185
	+0,8 … +0,9	4342	219	9410	307	3,1	0,384
2,5 … 2,7	-0,9 … -0,8	36907	628	15070	388	25,2	0,714
	-0,8 … -0,7	52230	750	13920	373	39,7	0,968
	-0,7 … -0,6	48709	725	13110	362	39,2	1,030
	-0,6 … -0,5	44922	695	12120	348	38,1	1,144
	-0,5 … -0,4	40782	666	10940	331	35,2	1,100
	-0,4 … -0,3	37676	640	11190	335	35,7	1,300
	-0,3 … -0,2	34068	609	10680	327	33,3	1,077
	-0,2 … -0,1	32018	593	9750	312	35,5	1,299
	-0,1 … +0,0	32148	593	10190	319	33,1	1,193
	+0,0 … +0,1	32244	593	9460	308	33,6	1,112
	+0,1 … +0,2	32658	597	9880	314	32,3	1,282
	+0,2 … +0,3	34060	610	10170	319	34,6	1,189
	+0,3 … +0,4	36738	631	11020	332	34,1	1,254
	+0,4 … +0,5	38524	646	11620	341	32,6	0,974
	+0,5 … +0,6	41832	673	11560	340	35,2	1,059
	+0,6 … +0,7	43287	682	12930	360	32,9	0,920
	+0,7 … +0,8	40312	662	13670	370	28,7	0,816
	+0,8 … +0,9	6876	278	15210	390	3,9	0,308

Tabelle A.29: Eingangswerte für die impulsabhängigen Winkelverteilungen aus Kontinuumsereignissen, $p_{\pi^0}^* = 2,4 \dots 2,7 \text{ GeV}/c$.

$\Delta p^*/\text{GeV}$	$\Delta \cos \vartheta^*$	S_{kont}	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{stat}}$	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{sys}}$	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{sys,korr}}$
2,4 … 2,5	-0,9 … -0,8	0,2134	0,0063	0,0113	0,0105
	-0,8 … -0,7	0,1911	0,0048	0,0090	0,0094
	-0,7 … -0,6	0,1704	0,0044	0,0084	0,0084
	-0,6 … -0,5	0,1632	0,0044	0,0087	0,0081
	-0,5 … -0,4	0,1357	0,0040	0,0085	0,0067
	-0,4 … -0,3	0,1358	0,0040	0,0076	0,0067
	-0,3 … -0,2	0,1347	0,0042	0,0078	0,0067
	-0,2 … -0,1	0,1265	0,0040	0,0090	0,0063
	-0,1 … +0,0	0,1433	0,0042	0,0084	0,0071
	+0,0 … +0,1	0,1395	0,0042	0,0080	0,0069
	+0,1 … +0,2	0,1255	0,0039	0,0071	0,0062
	+0,2 … +0,3	0,1572	0,0046	0,0088	0,0078
	+0,3 … +0,4	0,1432	0,0043	0,0079	0,0071
	+0,4 … +0,5	0,1504	0,0044	0,0085	0,0074
	+0,5 … +0,6	0,1656	0,0046	0,0094	0,0082
	+0,6 … +0,7	0,1901	0,0052	0,0102	0,0094
	+0,7 … +0,8	0,2153	0,0059	0,0125	0,0106
	+0,8 … +0,9	0,3593	0,0223	0,0552	0,0177
2,5 … 2,7	-0,9 … -0,8	0,1633	0,0039	0,0068	0,0081
	-0,8 … -0,7	0,1451	0,0030	0,0054	0,0072
	-0,7 … -0,6	0,1372	0,0029	0,0055	0,0068
	-0,6 … -0,5	0,1319	0,0029	0,0059	0,0065
	-0,5 … -0,4	0,1337	0,0030	0,0060	0,0066
	-0,4 … -0,3	0,1163	0,0028	0,0063	0,0057
	-0,3 … -0,2	0,1134	0,0029	0,0055	0,0056
	-0,2 … -0,1	0,0988	0,0026	0,0054	0,0049
	-0,1 … +0,0	0,1077	0,0028	0,0057	0,0053
	+0,0 … +0,1	0,1088	0,0028	0,0052	0,0054
	+0,1 … +0,2	0,1150	0,0029	0,0065	0,0057
	+0,2 … +0,3	0,1096	0,0028	0,0056	0,0054
	+0,3 … +0,4	0,1204	0,0029	0,0064	0,0059
	+0,4 … +0,5	0,1343	0,0031	0,0058	0,0066
	+0,5 … +0,6	0,1355	0,0030	0,0059	0,0067
	+0,6 … +0,7	0,1494	0,0032	0,0061	0,0074
	+0,7 … +0,8	0,1604	0,0036	0,0066	0,0079
	+0,8 … +0,9	0,2098	0,0112	0,0220	0,0104

Tabelle A.30: Endwerte für die impulsabhängigen Winkelverteilungen aus Kontinuumsergebnissen, $p_{\pi^0}^* = 2,4 \dots 2,7 \text{ GeV}/c$.

$\Delta p^*/\text{GeV}$	$\Delta \cos \vartheta^*$	Y_i^{off}	ΔY_i^{off}	Y_i^τ	ΔY_i^τ	ε_i	$\Delta \varepsilon_i$
2,7 … 3,0	-0,9 … -0,8	38797	638	19290	439	24,0	0,966
	-0,8 … -0,7	55453	767	17390	417	35,8	0,922
	-0,7 … -0,6	52860	749	15790	397	37,9	0,974
	-0,6 … -0,5	46378	703	13940	373	36,6	0,991
	-0,5 … -0,4	40921	666	13970	374	32,1	1,397
	-0,4 … -0,3	34696	616	12760	357	32,1	1,059
	-0,3 … -0,2	33270	599	12650	356	27,8	1,301
	-0,2 … -0,1	29130	564	12690	356	27,5	1,273
	-0,1 … +0,0	29873	569	11930	345	27,5	0,992
	+0,0 … +0,1	30350	571	11980	346	27,2	1,220
	+0,1 … +0,2	30939	579	12020	347	26,7	0,933
	+0,2 … +0,3	33601	604	11770	343	29,1	1,046
	+0,3 … +0,4	35831	622	13620	369	29,6	1,124
	+0,4 … +0,5	38353	643	14220	377	29,5	0,913
	+0,5 … +0,6	42608	675	15020	388	31,1	1,048
	+0,6 … +0,7	43679	683	15690	396	29,2	0,829
	+0,7 … +0,8	44786	692	16430	405	26,8	0,768
	+0,8 … +0,9	7558	288	18910	435	4,3	0,302
3,0 … 3,5	-0,9 … -0,8	39199	636	23740	487	20,5	0,784
	-0,8 … -0,7	53145	745	20820	456	32,4	0,819
	-0,7 … -0,6	47419	707	19740	444	29,9	1,777
	-0,6 … -0,5	40861	657	17210	415	28,2	1,098
	-0,5 … -0,4	33501	597	16280	403	23,4	0,819
	-0,4 … -0,3	28618	556	15550	394	23,2	0,835
	-0,3 … -0,2	24470	513	14640	383	19,3	1,403
	-0,2 … -0,1	22739	498	15220	390	18,2	0,759
	-0,1 … +0,0	21223	479	14420	380	20,6	0,979
	+0,0 … +0,1	22413	492	14300	378	20,0	0,807
	+0,1 … +0,2	23449	502	14160	376	19,9	0,804
	+0,2 … +0,3	27116	539	15170	389	19,8	0,809
	+0,3 … +0,4	29411	560	15280	391	22,5	1,013
	+0,4 … +0,5	32580	589	16290	404	24,0	1,465
	+0,5 … +0,6	37591	628	18160	426	24,8	0,800
	+0,6 … +0,7	39262	644	19460	441	25,2	1,686
	+0,7 … +0,8	41781	666	21320	462	21,2	0,671
	+0,8 … +0,9	7120	280	23790	488	3,0	0,257

Tabelle A.31: Eingangswerte für die impulsabhängigen Winkelverteilungen aus Kontinuumsereignissen, $p_{\pi^0}^* = 2,7 \dots 3,5 \text{ GeV}/c$.

$\Delta p^*/\text{GeV}$	$\Delta \cos \vartheta^*$	S_{kont}	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{stat}}$	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{sys}}$	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{sys,korr}}$
2,7 … 3,0	-0,9 … -0,8	0,1686	0,0042	0,0105	0,0083
	-0,8 … -0,7	0,1665	0,0034	0,0067	0,0082
	-0,7 … -0,6	0,1497	0,0031	0,0060	0,0074
	-0,6 … -0,5	0,1374	0,0030	0,0057	0,0068
	-0,5 … -0,4	0,1385	0,0033	0,0089	0,0068
	-0,4 … -0,3	0,1134	0,0030	0,0059	0,0056
	-0,3 … -0,2	0,1319	0,0034	0,0090	0,0065
	-0,2 … -0,1	0,1102	0,0032	0,0079	0,0054
	-0,1 … +0,0	0,1183	0,0032	0,0064	0,0058
	+0,0 … +0,1	0,1224	0,0033	0,0081	0,0060
	+0,1 … +0,2	0,1288	0,0034	0,0066	0,0064
	+0,2 … +0,3	0,1296	0,0033	0,0068	0,0064
	+0,3 … +0,4	0,1300	0,0033	0,0075	0,0064
	+0,4 … +0,5	0,1414	0,0034	0,0066	0,0070
	+0,5 … +0,6	0,1491	0,0034	0,0075	0,0074
	+0,6 … +0,7	0,1653	0,0037	0,0070	0,0082
	+0,7 … +0,8	0,1900	0,0040	0,0079	0,0094
	+0,8 … +0,9	0,1926	0,0105	0,0195	0,0095
3,0 … 3,5	-0,9 … -0,8	0,1306	0,0032	0,0079	0,0065
	-0,8 … -0,7	0,1105	0,0024	0,0046	0,0055
	-0,7 … -0,6	0,1079	0,0025	0,0100	0,0053
	-0,6 … -0,5	0,1013	0,0024	0,0061	0,0050
	-0,5 … -0,4	0,1022	0,0027	0,0054	0,0050
	-0,4 … -0,3	0,0833	0,0025	0,0048	0,0041
	-0,3 … -0,2	0,0900	0,0028	0,0098	0,0044
	-0,2 … -0,1	0,0863	0,0029	0,0056	0,0043
	-0,1 … +0,0	0,0654	0,0024	0,0053	0,0032
	+0,0 … +0,1	0,0752	0,0026	0,0049	0,0037
	+0,1 … +0,2	0,0816	0,0026	0,0051	0,0040
	+0,2 … +0,3	0,0991	0,0028	0,0060	0,0049
	+0,3 … +0,4	0,0921	0,0026	0,0063	0,0045
	+0,4 … +0,5	0,0940	0,0026	0,0087	0,0046
	+0,5 … +0,6	0,1055	0,0026	0,0054	0,0052
	+0,6 … +0,7	0,1060	0,0027	0,0110	0,0052
	+0,7 … +0,8	0,1440	0,0033	0,0068	0,0071
	+0,8 … +0,9	0,1810	0,0098	0,0217	0,0089

Tabelle A.32: Endwerte für die impulsabhängigen Winkelverteilungen aus Kontinuumsergebnissen, $p_{\pi^0}^* = 2,7 \dots 3,5 \text{ GeV}/c$.

$\Delta p^*/\text{GeV}$	$\Delta \cos \vartheta^*$	Y_i^{off}	ΔY_i^{off}	Y_i^τ	ΔY_i^τ	ε_i	$\Delta \varepsilon_i$
3,5 … 4,0	-0,9 … -0,8	19498	447	15640	395	16,2	0,767
	-0,8 … -0,7	23822	497	14210	377	22,7	0,954
	-0,7 … -0,6	19328	449	13430	366	20,4	0,975
	-0,6 … -0,5	14706	393	12850	358	15,7	1,606
	-0,5 … -0,4	11885	357	11620	341	13,2	0,836
	-0,4 … -0,3	9396	320	11330	337	11,1	0,794
	-0,3 … -0,2	8018	297	10450	323	12,1	0,902
	-0,2 … -0,1	8197	297	10100	318	9,9	0,953
	-0,1 … +0,0	7640	287	9640	310	9,4	0,894
	+0,0 … +0,1	8458	301	10060	317	10,2	0,916
	+0,1 … +0,2	8306	299	10520	324	8,9	0,757
	+0,2 … +0,3	8470	304	10800	329	10,9	0,954
	+0,3 … +0,4	9673	322	10550	325	11,1	0,817
	+0,4 … +0,5	11909	354	11560	340	12,9	0,826
	+0,5 … +0,6	14434	389	12610	355	14,7	1,829
	+0,6 … +0,7	16794	419	13130	362	15,2	0,813
	+0,7 … +0,8	17696	430	14510	381	13,7	1,077
	+0,8 … +0,9	3388	196	15480	393	2,4	0,314
4,0 … 5,5	-0,9 … -0,8	9595	318	12420	352	10,8	1,009
	-0,8 … -0,7	10663	336	11870	345	12,2	0,905
	-0,7 … -0,6	8191	294	9830	314	8,4	0,894
	-0,6 … -0,5	5363	243	9430	307	7,4	1,289
	-0,5 … -0,4	4453	223	8850	297	6,2	0,800
	-0,4 … -0,3	3486	201	8490	291	4,8	1,058
	-0,3 … -0,2	3189	192	7720	278	2,1	0,815
	-0,2 … -0,1	2730	175	7340	271	3,4	0,781
	-0,1 … +0,0	2270	162	7610	276	4,1	0,666
	+0,0 … +0,1	2521	169	7290	270	2,3	0,874
	+0,1 … +0,2	2710	173	7520	274	2,3	1,120
	+0,2 … +0,3	3070	184	7500	274	1,8	1,168
	+0,3 … +0,4	3701	202	8420	290	3,1	1,140
	+0,4 … +0,5	3842	205	8450	291	4,6	0,909
	+0,5 … +0,6	4958	232	9560	309	4,6	0,951
	+0,6 … +0,7	7353	281	10770	328	5,7	1,231
	+0,7 … +0,8	9154	311	10890	330	5,2	0,764
	+0,8 … +0,9	1749	148	12130	348	0,8	0,429

Tabelle A.33: Eingangswerte für die impulsabhängigen Winkelverteilungen aus Kontinuumsereignissen, $p_{\pi^0}^* = 3,5 \dots 5,5 \text{ GeV}/c$.

$\Delta p^*/\text{GeV}$	$\Delta \cos \vartheta^*$	S_{kont}	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{stat}}$	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{sys}}$	$\Delta S_{\text{kont}}^{\text{sys,korr}}$
3,5 … 4,0	-0,9 … -0,8	0,0802	0,0029	0,0061	0,0040
	-0,8 … -0,7	0,0683	0,0023	0,0048	0,0034
	-0,7 … -0,6	0,0600	0,0023	0,0049	0,0030
	-0,6 … -0,5	0,0605	0,0026	0,0101	0,0030
	-0,5 … -0,4	0,0601	0,0028	0,0061	0,0030
	-0,4 … -0,3	0,0554	0,0030	0,0064	0,0027
	-0,3 … -0,2	0,0390	0,0026	0,0053	0,0019
	-0,2 … -0,1	0,0567	0,0031	0,0083	0,0028
	-0,1 … +0,0	0,0565	0,0032	0,0081	0,0028
	+0,0 … +0,1	0,0571	0,0031	0,0078	0,0028
	+0,1 … +0,2	0,0670	0,0035	0,0084	0,0033
	+0,2 … +0,3	0,0498	0,0029	0,0072	0,0025
	+0,3 … +0,4	0,0603	0,0030	0,0068	0,0030
	+0,4 … +0,5	0,0627	0,0029	0,0063	0,0031
	+0,5 … +0,6	0,0659	0,0028	0,0128	0,0033
	+0,6 … +0,7	0,0773	0,0029	0,0063	0,0038
	+0,7 … +0,8	0,0921	0,0033	0,0106	0,0046
	+0,8 … +0,9	0,1001	0,0084	0,0188	0,0049
4,0 … 5,5	-0,9 … -0,8	0,0564	0,0031	0,0087	0,0028
	-0,8 … -0,7	0,0563	0,0029	0,0068	0,0028
	-0,7 … -0,6	0,0731	0,0037	0,0109	0,0036
	-0,6 … -0,5	0,0479	0,0034	0,0131	0,0024
	-0,5 … -0,4	0,0495	0,0038	0,0098	0,0024
	-0,4 … -0,3	0,0506	0,0044	0,0165	0,0025
	-0,3 … -0,2	0,1357	0,0095	0,0613	0,0067
	-0,2 … -0,1	0,0617	0,0053	0,0190	0,0030
	-0,1 … +0,0	0,0363	0,0042	0,0097	0,0018
	+0,0 … +0,1	0,0954	0,0078	0,0452	0,0047
	+0,1 … +0,2	0,1004	0,0078	0,0592	0,0050
	+0,2 … +0,3	0,1567	0,0107	0,1162	0,0077
	+0,3 … +0,4	0,1020	0,0069	0,0473	0,0050
	+0,4 … +0,5	0,0627	0,0047	0,0173	0,0031
	+0,5 … +0,6	0,0846	0,0053	0,0232	0,0042
	+0,6 … +0,7	0,1027	0,0051	0,0289	0,0051
	+0,7 … +0,8	0,1516	0,0062	0,0269	0,0075
	+0,8 … +0,9	0,1882	0,0189	0,1174	0,0093

Tabelle A.34: Endwerte für die impulsabhängigen Winkelverteilungen aus Kontinuumsergebnissen, $p_{\pi^0}^* = 3,5 \dots 5,5 \text{ GeV}/c$.

$\Delta p^*/\text{GeV}$	A	ΔA	f	Δf	χ^2	NDF
0,2 ... 0,3	0,16	0,07	8,175	0,170	6,1	14
0,3 ... 0,4	0,15	0,05	7,224	0,103	5,4	14
0,4 ... 0,5	0,28	0,05	5,866	0,081	5,9	14
0,5 ... 0,6	0,32	0,04	4,723	0,054	7,4	14
0,6 ... 0,7	0,47	0,04	3,772	0,040	12,6	14
0,7 ... 0,8	0,46	0,04	2,998	0,035	5,0	14
0,8 ... 0,9	0,60	0,04	2,372	0,024	17,6	14
0,9 ... 1,0	0,65	0,04	1,886	0,020	19,6	14
1,0 ... 1,1	0,66	0,04	1,535	0,017	13,5	14
1,1 ... 1,2	0,70	0,05	1,256	0,016	7,9	14
1,2 ... 1,3	0,77	0,05	1,018	0,014	13,7	14
1,3 ... 1,4	0,66	0,05	0,842	0,012	23,4	14
1,4 ... 1,5	0,76	0,06	0,708	0,011	14,8	14
1,5 ... 1,6	0,75	0,06	0,597	0,010	27,1	14
1,6 ... 1,7	0,67	0,07	0,493	0,010	10,8	14
1,7 ... 1,8	0,67	0,07	0,437	0,009	10,2	14
1,8 ... 1,9	0,93	0,09	0,368	0,009	11,9	14
1,9 ... 2,0	0,64	0,10	0,321	0,009	5,0	14
2,0 ... 2,1	0,68	0,09	0,272	0,006	22,3	14
2,1 ... 2,2	0,73	0,10	0,237	0,006	10,7	14
2,2 ... 2,3	0,84	0,10	0,205	0,006	19,3	14
2,3 ... 2,4	0,60	0,11	0,180	0,005	13,7	14
2,4 ... 2,5	0,87	0,12	0,154	0,005	16,9	14
2,5 ... 2,7	0,76	0,09	0,126	0,003	13,1	14
2,7 ... 3,0	0,82	0,11	0,138	0,004	19,9	14
3,0 ... 3,5	0,97	0,13	0,096	0,003	29,4	14
3,5 ... 4,0	0,70	0,21	0,060	0,004	18,6	14
4,0 ... 5,5	0,68	0,47	0,056	0,008	23,8	14

Tabelle A.35: Parameter A der Winkelverteilungen aus den Daten, $b = 0,8$

$\Delta p^*/\text{GeV}$	A	ΔA	f	Δf	χ^2	NDF
0,2 ... 0,3	0,242	0,005	9,011	0,013	9,7	14
0,3 ... 0,4	0,249	0,005	7,657	0,012	25,8	14
0,4 ... 0,5	0,289	0,006	6,197	0,011	26,4	14
0,5 ... 0,6	0,373	0,007	5,059	0,010	24,6	14
0,6 ... 0,7	0,438	0,008	4,046	0,009	21,7	14
0,7 ... 0,8	0,525	0,009	3,225	0,009	16,2	14
0,8 ... 0,9	0,582	0,011	2,573	0,008	21,7	14
0,9 ... 1,0	0,637	0,013	2,061	0,007	18,8	14
1,0 ... 1,1	0,685	0,015	1,663	0,007	24,4	14
1,1 ... 1,2	0,746	0,017	1,351	0,006	13,5	14
1,2 ... 1,3	0,772	0,019	1,103	0,006	17,2	14
1,3 ... 1,4	0,790	0,021	0,904	0,005	20,0	14
1,4 ... 1,5	0,814	0,024	0,752	0,005	8,5	14
1,5 ... 1,6	0,884	0,027	0,624	0,004	9,8	14
1,6 ... 1,7	0,899	0,030	0,517	0,004	9,6	14
1,7 ... 1,8	0,865	0,033	0,434	0,004	9,7	14
1,8 ... 1,9	0,918	0,037	0,366	0,004	7,5	14
1,9 ... 2,0	0,950	0,042	0,309	0,003	10,8	14
2,0 ... 2,1	0,956	0,046	0,261	0,003	7,0	14
2,1 ... 2,2	0,921	0,050	0,222	0,003	11,8	14
2,2 ... 2,3	0,911	0,055	0,188	0,003	5,2	14
2,3 ... 2,4	0,978	0,062	0,161	0,003	6,7	14
2,4 ... 2,5	1,007	0,069	0,136	0,002	5,8	14
2,5 ... 2,7	0,961	0,055	0,107	0,002	6,5	14
2,7 ... 3,0	0,981	0,058	0,109	0,002	8,4	14
3,0 ... 3,5	1,029	0,067	0,065	0,001	2,6	14
3,5 ... 4,0	1,106	0,120	0,029	0,001	3,9	14
4,0 ... 5,5	0,882	0,164	0,017	0,001	2,6	14

Tabelle A.36: Parameter A der Winkelverteilungen aus der MC-Simulation, $b = 0,8$

$\Delta p^*/\text{GeV}$	A	ΔA	f	Δf	χ^2	NDF
0,2 ... 0,3	0,19	0,05	8,277	0,158	6,7	16
0,3 ... 0,4	0,15	0,04	7,283	0,103	5,4	16
0,4 ... 0,5	0,27	0,04	5,951	0,080	6,2	16
0,5 ... 0,6	0,29	0,03	4,783	0,055	14,6	16
0,6 ... 0,7	0,44	0,03	3,853	0,041	21,2	16
0,7 ... 0,8	0,49	0,04	3,080	0,034	13,8	16
0,8 ... 0,9	0,60	0,03	2,444	0,025	19,3	16
0,9 ... 1,0	0,68	0,04	1,954	0,021	23,9	16
1,0 ... 1,1	0,65	0,04	1,584	0,017	25,0	16
1,1 ... 1,2	0,75	0,04	1,306	0,016	27,2	16
1,2 ... 1,3	0,74	0,05	1,053	0,014	25,3	16
1,3 ... 1,4	0,69	0,05	0,873	0,013	26,5	16
1,4 ... 1,5	0,78	0,06	0,736	0,012	17,9	16
1,5 ... 1,6	0,78	0,06	0,620	0,010	29,4	16
1,6 ... 1,7	0,69	0,07	0,511	0,010	12,1	16
1,7 ... 1,8	0,73	0,07	0,455	0,009	18,5	16
1,8 ... 1,9	0,95	0,08	0,385	0,009	12,2	16
1,9 ... 2,0	0,70	0,09	0,333	0,009	7,4	16
2,0 ... 2,1	0,74	0,08	0,283	0,006	24,2	16
2,1 ... 2,2	0,77	0,09	0,246	0,006	11,6	16
2,2 ... 2,3	0,86	0,09	0,214	0,006	19,4	16
2,3 ... 2,4	0,63	0,09	0,186	0,005	16,0	16
2,4 ... 2,5	0,90	0,11	0,161	0,005	22,9	16
2,5 ... 2,7	0,76	0,08	0,130	0,003	16,3	16
2,7 ... 3,0	0,77	0,09	0,143	0,004	22,1	16
3,0 ... 3,5	0,98	0,12	0,100	0,003	33,4	16
3,5 ... 4,0	0,76	0,19	0,062	0,003	19,7	16
4,0 ... 5,5	0,37	0,33	0,057	0,006	26,5	16

Tabelle A.37: Parameter A der Winkelverteilungen aus den Daten, $b = 0,9$

$\Delta p^*/\text{GeV}$	A	ΔA	f	Δf	χ^2	NDF
0,2 ... 0,3	0,249	0,004	9,137	0,012	26,7	16
0,3 ... 0,4	0,255	0,004	7,765	0,011	30,6	16
0,4 ... 0,5	0,300	0,005	6,301	0,010	35,6	16
0,5 ... 0,6	0,381	0,005	5,163	0,009	27,6	16
0,6 ... 0,7	0,457	0,006	4,147	0,008	36,8	16
0,7 ... 0,8	0,549	0,007	3,320	0,008	33,0	16
0,8 ... 0,9	0,614	0,009	2,658	0,007	42,6	16
0,9 ... 1,0	0,674	0,010	2,135	0,007	41,0	16
1,0 ... 1,1	0,734	0,012	1,728	0,006	53,6	16
1,1 ... 1,2	0,806	0,013	1,409	0,006	47,9	16
1,2 ... 1,3	0,841	0,015	1,152	0,005	51,9	16
1,3 ... 1,4	0,870	0,017	0,947	0,005	57,8	16
1,4 ... 1,5	0,877	0,019	0,786	0,004	28,6	16
1,5 ... 1,6	0,916	0,022	0,652	0,004	13,5	16
1,6 ... 1,7	0,971	0,025	0,543	0,004	24,7	16
1,7 ... 1,8	0,956	0,027	0,456	0,003	30,1	16
1,8 ... 1,9	0,982	0,030	0,385	0,003	16,6	16
1,9 ... 2,0	1,023	0,034	0,325	0,003	20,9	16
2,0 ... 2,1	0,999	0,037	0,274	0,003	9,4	16
2,1 ... 2,2	0,991	0,041	0,234	0,003	17,5	16
2,2 ... 2,3	1,016	0,045	0,198	0,002	15,4	16
2,3 ... 2,4	1,043	0,050	0,170	0,002	13,3	16
2,4 ... 2,5	1,065	0,056	0,143	0,002	7,8	16
2,5 ... 2,7	1,040	0,045	0,113	0,001	12,2	16
2,7 ... 3,0	1,077	0,048	0,115	0,001	17,5	16
3,0 ... 3,5	1,081	0,055	0,069	0,001	4,7	16
3,5 ... 4,0	1,113	0,096	0,031	0,001	4,2	16
4,0 ... 5,5	1,033	0,137	0,017	0,001	5,6	16

Tabelle A.38: Parameter A der Winkelverteilungen aus der MC-Simulation, $b = 0,9$

Quellenverzeichnis

- [1] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration]: *Observation of CP violation in the B0 meson system*, Phys. Rev. Lett. **87**, 091801 (2001).
- [2] D. Griffiths: *Einführung in die Elementarteilchenphysik*, Akademie Verlag Berlin (1996).
- [3] R. Waldi: *Lectures on Flavour Oscillation and CP Violation within the Standard Model*, TUD-IKTP/99-03 (1999).
- [4] *BABAR*-Kollaboration: *BABAR Technical Design Report* (1995).
- [5] <http://bbr-onlwww.slac.stanford.edu:8080/babarrc/lumirecords.html>
- [6] <http://www.slac.stanford.edu/xorg/hfag/triangle/summer2003/index.shtml>
- [7] Sheldon Stone: *B Decays*, World Scientific (1994).
- [8] K. Hagiwara *et al.* [Particle Data Group Collaboration]: *Review Of Particle Physics*, Phys. Rev. D **66**, 010001 (2002).
- [9] Particle Physics Booklet, Auszug aus K. Hagiwara et al.: *Review of Particle Physics*, Phys. Rev. D **66**, 010001 (2002).
- [10] *BABAR*-Kollaboration, eds. P. F. Harrison, H. R. Quinn: *The BABAR Physics Book* (1998).
- [11] G. M. Haller, D. R. Freytag: *Analog Floating-Point BiCMOS Sampling Chip and Architecture of the BABAR CsI Calorimeter Front-End Electronics System at the SLAC B-Factory*, *BABAR* Note #285 (1996).
- [12] S. J. Gowdy, P. Strother: *BABAR EMC Reconstruction Code*, *BABAR* Note #475 (1998).
- [13] S. Otto: *Untersuchung zur Ortsrekonstruktion elektromagnetischer Schauer mit dem BABAR-Kalorimeter*, Diplomarbeit (2001).
- [14] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration]: *The BABAR Detector*, Nucl. Instrum. Meth. A **479**, 1 (2002)

- [15] S. Menke: *Energie-Kalibration des Electromagnetischen Kalorimeters von BABAR mit neutralen Pionen*, Vortrag, Institutsseminar Dresden (2000).
- [16] R. Müller-Pfefferkorn: *Die Kalibration des elektromagnetischen CsI(Tl)-Kalorimeter des BABAR-Detektors mit Ereignissen der Bhabha-Streuung*, Dissertation (2001).
- [17] E. Maly: *Rekonstruktion neutraler π -Mesonen mit dem BABAR-Kalorimeter*, Diplomarbeit (2000).
- [18] S. Menke: *Calibration of the BABAR Electromagnetic Calorimeter with π^0 s*, BABAR Note #528 (2000).
- [19] R. Seitz: *Describing Energy Deposit in CsI Crystals*, BABAR Note #294 (1996).
- [20] E. Maly: *Photon Energy Correction for Effects on Crystal Boundaries in the EMC*, BABAR Note #557 (2002).
- [21] S. Menke: privates Gespräch (2000).
- [22] S. Menke: privates Gespräch (2001).
- [23] C. Hearty: *Measurement of the Number of Upsilon(4S)*, BABAR Analysis Document #134
- [24] C. Touramanis: *Luminosity Measurement*, BABAR Analysis Document #229
- [25] G. C. Fox, S. Wolfram: *Event Shapes in e^+e^- Annihilation*, Nucl. Phys. B **149**, 413 (1979) [Erratum-ibid. B **157**, 543 (1979)].
- [26] F. Di Lodovico: *Comparison between Monte Carlo and Data of the pi0 detection and reconstruction efficiency using tau 1-on-1 decays*, BABAR Analysis Document #378
- [27] K. Abe *et al.* [BELLE Collaboration]: *Measurement of inclusive production of neutral pions from Upsilon(4S) decays*, Phys. Rev. D **64**, 072001 (2001)
- [28] H. Albrecht *et al.* [ARGUS Collaboration]: *Inclusive π^0 and η Meson Production in Electron Positron Interactions at $\sqrt{s} = 10$ GeV*, Z. Phys. C **46**, 15 (1990).
- [29] A. Drescher: *Messung der inklusiven Spektren von π^0 - und η -Mesonen im Energiebereich der $\Upsilon(4S)$ -Resonanzen mit dem ARGUS-Detektor*, Dissertation (1987).

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich Herrn Prof. Klaus R. Schubert für das interessante Thema danken. Er hat mir mit seinen Hinweisen und Information immer weitergeholfen und zur Verbesserung des Manuskripts dieser Arbeit beigetragen. Danken möchte ich Herrn Prof. Bernhard Spaan, der sich zur Begutachtung dieser Arbeit bereit erklärte. Gleiches gilt Herrn Dr. Sven Menke, von dem ich vieles über das Kalorimeter und die Kalibrierung gelernt habe. Dr. Helmut Marsiske aus der Kalorimetergruppe des *BABAR*-Experiments und Dr. Ralph Müller-Pfefferkorn danke ich ebenfalls für die Unterstützung bei meinen Kalibrierungsaufgaben.

Desweiteren sei Dr. Rainer Schwierz gedankt für seine unermüdliche Arbeit, *BABAR*-Software auf den Institutsrechnern und die Rechner selbst am Laufen zu halten. Hierzu möchte ich ebenso Dr. Rolf Dubitzky, Dr. Leif Wilden, Martin Dickopp und Dr. Thorsten Brandt danken, die mir vor allem in rechen- und programmtechnischen Fragen oft weiterhelfen konnten. Leif Wilden danke ich speziell für das Überlassen einer Espresso-Maschine, einer Gitarre und der einzigen Trilogie in fünf Bänden. Bedanken möchte ich mich bei Denis Altenburg für die vielen Hinweise zur Verbesserung meiner Analyse und bei Dr. Heiko Lacker für die Beantwortung physikalischer und statistischer Fragen. Gedankt sei auch Armin Hauke und Jens Schubert für angenehme Gespräche über Physik und Nichtphysik.

Für die angenehme Arbeits- und Freizeitatmosphäre am *SLAC* möchte ich Stephan Otto, Jörg Stelzer, Dr. Martin Kocian, Dr. Tilmann Colberg, Dr. Stefan Christ und Dr. Gregor Wagner dank sagen. Auch für die Diskussionen, die Grillabende und die gelegentlichen Skatrunden.

Danken möchte ich allen weiteren Doktoren, Doktoranden und Diplomanden des Instituts, die ebenfalls am *BABAR*-Experiment mitarbeiten und mitgearbeitet haben, für die bereitwillige Beantwortung meiner vielen Fragen, die ich im Laufe dieser Arbeit hatte. Für die angenehme Arbeitsatmosphäre und die vielen manchmal sehr interessanten Kaffeerunden danke ich allen Institutsmitgliedern.

Weiteren Dank gilt dem COLLEGIUM TECHNICUM E.V. GÖRLITZ für stete Unterstützung und Hilfsbereitschaft. Speziell Dr. Dieter Lipp danke ich für das Lesen und Korrigieren des Manuskripts. Ebenfalls für die Durchsicht und für viele abendliche Diskussionen über das Leben bei gutem Wein bedanke ich mich bei Frank Altmann.

Den Eltern, Verwandten, Freunden und Bekannten möchte ich für die moralische Unterstützung danken.

Versicherung

Hiermit versichere ich, daß ich die vorliegende Arbeit ohne unzulässige Hilfe Dritter und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe; die aus fremden Quellen direkt oder indirekt übernommenen Gedanken sind als solche kenntlich gemacht. Die Arbeit wurde bisher weder im Inland noch im Ausland in gleicher oder ähnlicher Form einer anderen Prüfungsbehörde vorgelegt.

Dresden, den 16.10.2003

Enrico Maly