

МОСКОВСКИЙ ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)

На правах рукописи

Селюженков Илья Владимирович

NN -КОРРЕЛЯЦИИ В ПРОЦЕССАХ ВБЛИЗИ ПОРОГА
НА ЛЕГКИХ ЯДРАХ

01.04.02 — теоретическая физика

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
доктор физико-математических наук
Щепкин М.Г.

Автор:

МОСКВА 2002

Оглавление

Введение	4
1 Принцип Паули и нуклон-нуклонное взаимодействие в конечном состоянии	12
1.1 Тождественность частиц и амплитуда реакции при низких энергиях	17
1.1.1 Особенности реакции одиночной перезарядки пиона на изотопах гелия	17
1.1.2 Реалистические амплитуды πN -рассеяния	23
1.1.3 Сечение реакции одиночной перезарядки $\pi^+ {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 ppp$	30
1.2 Нуклон-нуклонные корреляции	34
1.2.1 Эффект Мигдала-Ватсона	34
1.2.2 Анализ результатов численных расчетов и сравнение с экспериментальными данными	38
2 Когерентное и некогерентное фоторождение пиона на дейтоне	43
2.1 Механизм реакции фоторождения π^0 мезона на дейтоне. . .	45
2.2 Реакция $\gamma d \rightarrow \pi^0 nr$ и nr -взаимодействие в конечном состоянии	49

2.2.1	Амплитуда реакции $\gamma d \rightarrow \pi^0 n p$	49
2.2.2	np -взаимодействие в конечном состоянии и инклюзивное сечение реакции фоторождения π^0 -мезона на дейтоне	53
2.3	Результаты численных расчетов	53
3	Двухпионное рождение в pp-столкновениях вблизи порога	58
3.1	Особенности реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$ вблизи порога	58
3.2	Возбуждение $\Delta(1232)$ -резонанса в реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$.	64
3.2.1	Амплитуда реакции с возбуждением Δ -изобары . . .	66
3.2.2	Анализ результатов численных расчетов и сравнение с экспериментальными спектрами систем $p\pi^\pm$ и $pp\pi^\pm$	71
3.3	Протон-протонное взаимодействие в конечном состоянии . .	75
3.3.1	Амплитуда реакции с учетом протон-протонного взаимодействия в конечном состоянии	75
3.3.2	Сравнение с экспериментальными спектрами систем pp и $p\pi^+\pi^-$	77
	Заключение	83
	Литература	88
	Приложение	93
	Интегрирование сечений методом Монте-Карло	93

Введение

Поведение сечения вблизи порога всегда занимало центральное место в квантовой механике. Изучение процессов вблизи порога с участием легких ядер является важным, как с точки зрения проверки различных теорий взаимодействий частиц с ядрами, так и с точки зрения получения информации об элементарных процессах между частицами.

За последние 1-2 года появилось много экспериментальных данных по реакциям вблизи порога, превосходящих по точности предыдущие данные аналогичных опытов. Среди них эксперименты по изучению реакций перезарядки пионов на изотопах гелия (PSI (реакции одиночной перезарядки (π^+, π^0) на ^3He и ^4He), TRIUMF ($\pi^+ \ ^4\text{He} \rightarrow \pi^- pppp$, $\pi^- \ ^3\text{He} \rightarrow \pi^+ nnn$), TJNAF ($\gamma^* \ ^3\text{He} \rightarrow \pi^+ nnn$)), фоторождение пионов на дейтоне (MAMI (реакции $d(\gamma, \pi)d$ и $d(\gamma, \pi)np$)), протон-протонные столкновения вблизи порога (CELSIUS и COSY (реакция $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$)).

Анализ результатов недавних опытов, отличающихся большой статистикой измерений, требует по-новому пересмотреть теоретические модели и подходы, которые использовались ранее для описания реакций вблизи порога.

С одной стороны, необходимо учесть все накопленные теоретические достижения в этой области. С другой – совместная работа с экспериментаторами, проводившими опыты, требует наглядной теоретической интерпретации полученных в экспериментах данных. Поэтому, наряду со строгим

теоретическим изложением, все результаты, полученные в этой диссертации, сопровождаются наглядными примерами и пояснениями.

Характерной особенностью, присущей как конкретным реакциям, изучению которых посвящена диссертация, так и широкому кругу процессов рождения частиц на легких ядрах, являются NN -корреляции.

Среди них особое место занимает нуклон-нуклонное взаимодействие в конечном состоянии (эффект Мигдала-Ватсона). Несмотря на то, что эффект Мигдала-Ватсона – достаточно известное явление, он широко обсуждается и в настоящее время. В существующих в научной литературе обзорах (см. [1, 2] и ссылки в этих работах) эффект Мигдала-Ватсона рассматривается как окончательно изученное явление.

Тем не менее, в реакциях, изучению которых посвящена данная диссертация, детали проявления эффекта Мигдала-Ватсона существенно различны и зависят от конкретного механизма реакции. Ярким примером этому являются процессы, индуцированные пионами и γ -квантами на дейтоне. В отличие от реакций pp -столкновений при больших переданных импульсах, где взаимодействие между частицами происходит на малых расстояниях (при этом можно претендовать на универсальный вклад NN взаимодействия в конечном состоянии), в реакциях на дейтоне приближение точечного взаимодействия неприменимо.

Конкретные реакции, на примере которых проводилось изучение характерных свойств процессов рождения и перезарядки частиц вблизи порога на легких ядрах, следующие:

- реакция одиночной перезарядки пиона на гелии, $\pi^+ {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 ppp$.

- процесс когерентного и некогерентного фоторождения π^0 -мезона на дейтоне, $d(\gamma, \pi)d$ и $d(\gamma, \pi)np$.
- реакция $\pi^+\pi^-$ -рождения в протон-протонных соударениях, $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$.

Эти реакции изучаются уже более 50 лет. Однако в результате новых экспериментов, обработка которых проводилась совместно с экспериментаторами, были получены данные, в которых проявились принципиально новые моменты.

Среди них – особенности реакции перезарядки пиона на гелии $\pi^+ {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 ppp$. В конечном состоянии этой реакции присутствует три тождественных протона. Как следствие принципа Паули, сечение этой реакции, особенно при энергиях близких к порогу, должно быть сильно подавлено. Отсутствие экспериментальных данных для “неподавленной” реакции $\pi^- {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 nnp$ в области низких энергий не позволяет на прямую проверить это утверждение. Однако можно воспользоваться экспериментальными данными по реакции одиночной перезарядки на дейтоне $\pi^+ d \rightarrow \pi^0 pp$. При сравнении, сечения реакций $\pi^+ {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 ppp$ и $\pi^+ d \rightarrow \pi^0 pp$ оказываются одного порядка. Как показано в диссертации, подавление по принципу Паули снимается NN -взаимодействием в конечном состоянии. Принцип Паули и NN взаимодействие в конечном состоянии обсуждаются практически во всех работах, посвященных изучению реакций перезарядки на изотопах гелия [3–9]. Тем не менее, представляется необходимым провести более детальный анализ подобного сорта реакций для выяснения особой роли взаимодействия нуклонов в конечном состоянии.

В результате проведенных на ускорителе МАМІ экспериментов [10], [11], были измерены дифференциальные характеристики когерентного $d(\gamma, \pi)d$ и некогерентного $d(\gamma, \pi)np$ каналов реакции π^0 -фоторождения на дейтоне в околопороговой области энергий. Процесс фоторождения π -мезонов является хорошо изученным явлением (см., например, работы [12, 13]). Тем не менее, новые экспериментальные данные содержат ряд характерных особенностей. Так, поведение дифференциальных характеристик некогерентного канала $d(\gamma, \pi)np$ указывает на сильное влияние np взаимодействия в конечном состоянии. С другой стороны, инклюзивное сечение реакции π^0 -фоторождения на дейтоне, которое является суммой сечений когерентного и некогерентного каналов, хорошо описывается просто квази-свободным фоторождением пиона на дейтоне. Это объясняется тем, что вклад нуклон-нуклонного взаимодействия в конечном состоянии в сечение некогерентного канала фоторождения π^0 -мезона на дейтоне компенсируется сечением когерентного канала этой реакции.

Дифференциальные характеристики реакции двухпионного рождения, полученные в эксперименте на ускорителе CELSIUS [14], содержат ряд нетривиальных особенностей. Наиболее интересной из них является ярко выраженная асимметрия между спектрами инвариантных масс систем $p\pi^+$ и $p\pi^-$, а также между спектрами систем $pp\pi^+$ и $pp\pi^-$. При анализе экспериментальных данных следует учитывать тот факт, что детектор в эксперименте CELSIUS регистрировал частицы только в ограниченной области полярного угла по отношению к направлению пучка. Представленные же в работе [14] экспериментальные результаты основаны на экстраполяции к 4π геометрии, которая является модельно зависимой. Однако асиммет-

рия спектров инвариантных масс систем $p\pi^\pm$ и $pp\pi^\pm$ значительно менее чувствительна к конкретной экстраполяции. Поэтому при анализе экспериментальных данных CELSIUS основное внимание было уделено именно этой особенности.

Асимметрию экспериментальных спектров систем $p\pi^\pm$ и $pp\pi^\pm$ удастся описать одиночным возбуждением Δ -резонанса в промежуточном состоянии. Результаты расчетов с построенной в рамках простейших гипотез феноменологической лоренц-инвариантной амплитудой реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$ оказываются в хорошем согласии с экспериментальными данными по обнаруженной в опыте асимметрии.

Основные вопросы, исследованию которых посвящена данная диссертация, следующие:

1. Особая роль нуклон-нуклонного взаимодействия в конечном состоянии (эффект Мигдала-Ватсона) в реакциях с числом тождественных нуклонов в конечном состоянии более двух. Исследование этого вопроса проводится на примере реакции одиночной перезарядки $\pi^+ {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 ppp$. Однако полученные результаты применимы для широкого класса реакций. Например, для реакций двойной перезарядки пионов на изотопах гелия.
2. Особенности процессов когерентного и некогерентного фоторождения нейтрального пиона на дейтоне. Основное внимание уделено нуклон-нуклонному взаимодействию в конечном состоянии некогерентного процесса $d(\gamma, \pi)np$. Центральным местом является взаимосвязь когерентного и некогерентного каналов реакции.

3. Особенности спектров реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$. Анализ проведен в рамках феноменологического подхода, основанного на одиночном возбуждении Δ -изобары в промежуточном состоянии. Основной целью является описание асимметрии между спектрами инвариантных масс систем $p\pi^\pm$ и $pp\pi^\pm$.

Согласно этому, дальнейшее изложение диссертации разделено на три части.

В главе 1 проведено исследование особенностей учета принципа Паули и нуклон-нуклонного взаимодействия в конечном состоянии на примере реакции $\pi^+ {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 ppp$. Для этого построена лоренц-инвариантная амплитуда этой реакции, которая имеет простой вид и автоматически удовлетворяет принципу Паули. Запись этой амплитуды в терминах 2-х компонентных спиноров в явном виде содержит члены, пропорциональные малым скоростям конечных нуклонов. Это должно приводить к сильному подавлению сечения реакции $\pi^+ {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 ppp$ по сравнению с “неподавленным” сечением реакции $\pi^- {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 nnp$. Однако оказывается, что корректный учет нуклон-нуклонного взаимодействия в конечном состоянии снимает подавление сечения из-за принципа Паули. Проведено сравнение результатов численных расчетов с экспериментальными данными и дана наглядная интерпретация исследованного эффекта.

В главе 2 проведено исследование реакции фоторождения π^0 -мезона на дейтоне, причем основное внимание уделено нуклон-нуклонному взаимодействию в конечном состоянии некогерентного процесса $d(\gamma, \pi)np$. Рассмотрены вклады различных диаграмм в механизм реакции фоторождения π^0 -мезона на дейтоне. Исследовано влияние нуклон-нуклонного взаимодей-

ствия в конечном состоянии на характеристики реакции фоторождения π^0 -мезона на дейтоне. Проведено сравнение результатов численных расчетов с экспериментальными данными MAMI [10].

В главе 3 исследована возможность описания обнаруженной в опыте CELSIUS асимметрии спектров систем $p\pi^\pm$ и $pp\pi^\pm$ возбуждением Δ -резонанса в промежуточном состоянии. На основании простых предположений построена феноменологическая лоренц-инвариантная амплитуда, описывающая процесс двухпионного рождения $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$. Результаты численных расчетов, основанных на построенной феноменологической амплитуде, сравниваются с экспериментальными данными. Кроме того, исследовано влияние протон-протонного взаимодействия в конечном состоянии на дифференциальные характеристики реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$. Наиболее ярко эффект Мигдала-Ватсона проявляется в спектре инвариантной массы двух протонов.

Положения, выносимые на защиту:

- Решение задачи о взаимном влиянии принципа Паули и эффекта Мигдала-Ватсона в реакциях с числом тождественных нуклонов в конечном состоянии более двух.
- Выяснение особой роли NN -взаимодействия в конечном состоянии на примере реакции $\pi^+ {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 ppp$. Сравнение теоретических результатов с экспериментальными данными.
- Решение проблемы взаимосвязи когерентного и некогерентного каналов реакции фоторождения π^0 -мезона на дейтоне.
- Метод учета np -взаимодействия в конечном состоянии реакции

$d(\gamma, \pi^0)np$. Сравнение теоретических результатов с экспериментальными данными МАМІ.

- Построение лоренц-инвариантной амплитуды реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$, учитывающей NN -корреляции и динамику $N\pi$ -взаимодействия при низких энергиях. Критичная оценка обработки экспериментальных данных. Описание обнаруженного на опыте различия спектров инвариантных масс систем $p\pi^+$ и $p\pi^-$, а также систем $pp\pi^+$ и $pp\pi^-$.
- Исследование влияния протон-протонного взаимодействия в конечном состоянии на дифференциальные характеристики реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$. Сравнение теоретических результатов с экспериментальными данными по спектрам инвариантных масс систем pp и $p\pi\pi$.

1. Принцип Паули и нуклон-нуклонное взаимодействие в конечном состоянии

В данной главе рассматриваются реакции с числом тождественных фермионов (нуклонов) в конечном состоянии более двух. Сечения этих реакций, особенно при энергиях, близких к порогу, должны быть сильно подавлены по принципу Паули (см. [3–9] и ссылки в этих работах).

В качестве примера рассматривается реакция одиночной перезарядки $\pi^+ {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 ppp$ с тремя тождественными протонами в конечном состоянии. Экспериментальные данные по этой реакции вблизи порога были недавно опубликованы в работе [15]. В отличие от реакций двойной перезарядки на изотопах гелия, обсуждаемых в работах [3–9], реакция $\pi^+ {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 ppp$ описывается более простым механизмом (см. рис.1.2): при низких энергиях рассеяние пиона происходит на одном из нуклонов, при этом остальные нуклоны остаются зрителями. Согласно принципу Паули только пара из трех протонов может находиться в s -волне. Как следствие, низкоэнергетическая амплитуда реакции $\pi^+ {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 ppp$ должна иметь поведение, соответствующее возбуждению по крайней мере одной p -волны в системе трех протонов. При низких энергиях сечение этой реакции должно быть пропорционально квадрату характерной скорости конечного нуклона $\langle v \rangle$. Для сравнения рассмотрим реакцию $\pi^- {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 nnp$. Реакции $\pi^+ {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 ppp$ и $\pi^- {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 nnp$ описываются одинаковым механизмом, однако

в конечном состоянии последней присутствует только два тождественных нуклона. Поэтому при низких энергиях сечение реакции $\pi^- {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 nnp$ не содержит дополнительного множителя $\langle v \rangle^2$. Таким образом, присутствие в сечении реакции $\pi^+ {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 ppp$ малого множителя $\langle v \rangle^2$ должно приводить к сильному подавлению по сравнению с сечением реакции $\pi^- {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 nnp$.

Отсутствие экспериментальных данных для реакции $\pi^- {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 nnp$ в области низких энергий не позволяет напрямую проверить это утверждение. Однако можно воспользоваться доступными экспериментальными данными по реакции одиночной перезарядки на дейтоне $\pi^+ d \rightarrow \pi^0 pp$ [15]. При низких энергиях эта реакция описывается тем же механизмом, что и реакция $\pi^+ {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 ppp$: пион рассеивается на одном из нуклонов, при этом другой нуклон остается спектатором. Сравнение сечений реакций $\pi^+ {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 ppp$ и $\pi^+ d \rightarrow \pi^0 pp$ является оправданным, если применимо импульсное приближение [13]. В рамках импульсного приближения сечение реакции определяется сечением рассеяния пиона на одном из нуклонов, т.е. $\sigma_{\pi d} \approx \sigma_{\pi N}$ и $\sigma_{\pi \text{He}} \approx \sigma_{\pi N}$. Характерный переданный импульс, начиная с которого можно воспользоваться импульсным приближением, определяется величиной порядка обратного радиуса гелия $k_{\text{He}} \sim 1/r_{\text{He}} \sim 120$ МэВ, что соответствует кинетической энергии налетающего пиона $T_\pi \sim 50$ МэВ.

В области энергий налетающего пиона $T_\pi \sim 50 \div 70$ МэВ характерная скорость конечного нуклона $\langle v \rangle \sim 0.1$. Следовательно, из-за принципа Паули сечение реакции $\pi^+ {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 ppp$ должно быть примерно на два порядка меньше, чем сечение реакции одиночной перезарядки на дейтоне $\pi^+ d \rightarrow \pi^0 pp$. Однако эксперимент не подтверждает эти ожидания. При

одинаковых начальных энергиях сечения этих реакций оказываются одного порядка [15]. Противоречие между экспериментальными данными и “наивным” теоретическим рассмотрением указывает на необходимость учета других “сильных” эффектов, определяющих характеристики реакции $\pi^+ {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 ppp$ при низких энергиях.

Эффект Мигдала-Ватсона (нуклон-нуклонное взаимодействие в конечном состоянии) является характерной особенностью низкоэнергетических реакций с участием нескольких нуклонов. Наиболее сильным он становится в случае, когда пара нуклонов находится в относительной s -волне и имеет малую инвариантную массу [16, 17]. С учетом нуклон-нуклонного взаимодействия в конечном состоянии сечение реакции $\pi^+ {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 ppp$ должно быть пропорционально квадрату модуля s -волновой амплитуды pp -рассеяния. Особенностью амплитуды pp -рассеяния является наличие виртуального 1S_0 уровня. На рис.1.1 изображена зависимость реальной и мнимой частей s -волновой амплитуды pp -рассеяния как функции относительного импульса двух протонов. Влияние pp -взаимодействия в конечном состоянии оказывается тем сильнее, чем меньше инвариантная масса двух протонов.

Результат совместного действия принципа Паули и s -волнового pp -взаимодействия в конечном состоянии заранее трудно предугадать, и для этого требуется детальный расчет. Как будет показано в этой главе, s -волновое нуклон-нуклонное взаимодействие в конечном состоянии снимает подавление, обусловленное принципом Паули.

Принцип Паули и NN взаимодействие в конечном состоянии обсуждаются практически во всех работах, посвященных низко-энергетическим

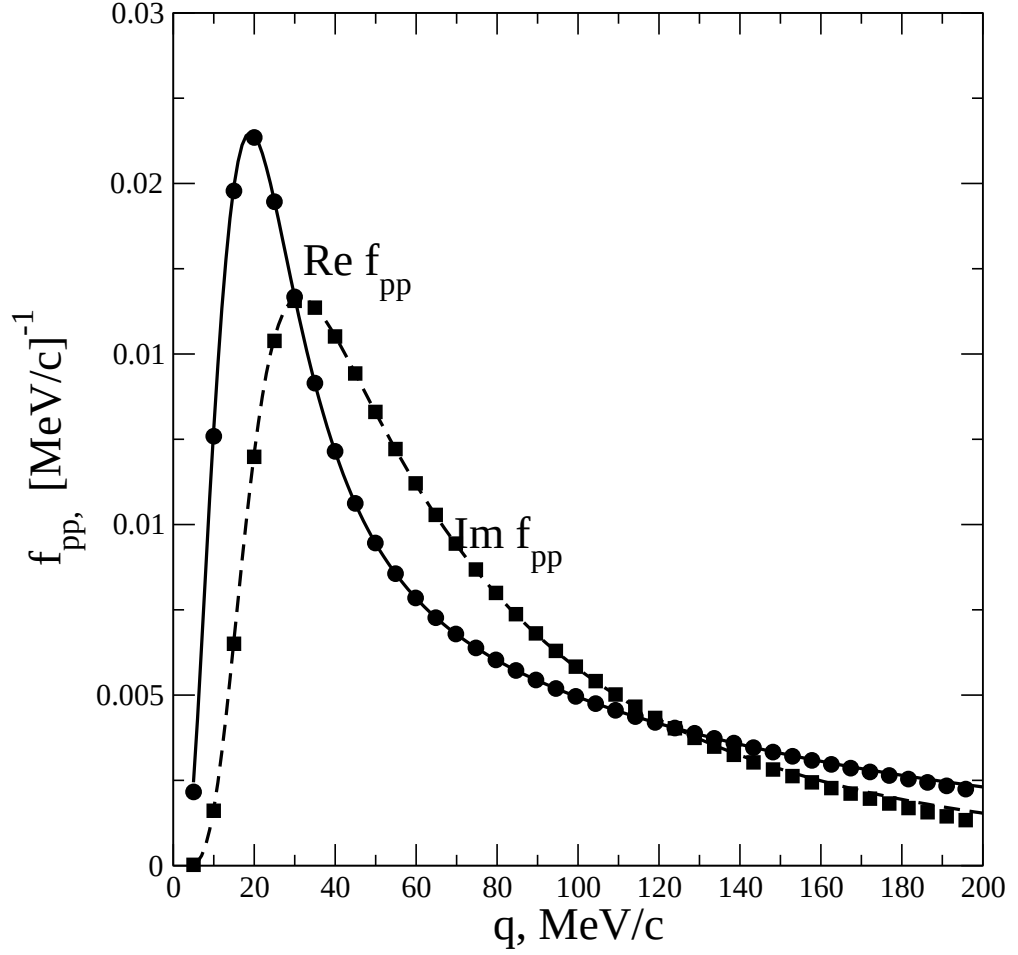


Рис. 1.1. Реальная и мнимая части s -волновой амплитуды pp -рассеяния как функции относительного импульса двух протонов. Сплошной и пунктирной линиями изображены, соответственно действительная и мнимая части амплитуды pp -рассеяния в приближении эффективного радиуса. Жирные точки и квадраты соответствуют данным для действительной и мнимой части амплитуды pp -рассеяния из базы данных SAID [18].

процессам с числом тождественных нуклонов в конечном состоянии более двух (в частности, при рассмотрении реакций двойной перезарядки на изотопах гелия [3–9]). Тем не менее, представляется необходимым провести более детальный анализ подобного сорта реакций для выяснения особой роли взаимодействия нуклонов в конечном состоянии.

Необходимо отметить, что измерения характеристик такого сорта реакций, индуцированных пионами и γ -квантами проводятся во многих исследовательских центрах мира, таких как TRIUMF (реакции $\pi^+ {}^4\text{He} \rightarrow \pi^- pppp$, $\pi^- {}^3\text{He} \rightarrow \pi^+ nnn$), PSI (реакции одиночной перезарядки (π^+, π^0) на ${}^3\text{He}$ и ${}^4\text{He}$), TJNAF ($\gamma^* {}^3\text{He} \rightarrow \pi^+ nnn$) и др. Для всех этих реакций характерно наличие трех или четырех тождественных нуклонов в конечном состоянии. Поэтому рассматриваемый далее пример имеет отношение к широкому классу процессов.

В дальнейшем в данной главе выяснение особенностей учета принципа Паули и нуклон-нуклонного взаимодействия в конечном состоянии будет проводится на примере реакции:

$$\pi^+ + {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 + ppp . \quad (1.1)$$

В разделе 1.1 исследовано влияние принципа Паули на характеристики реакции (1.1). В пункте 1.1.1 построена лоренц-инвариантная амплитуда реакции $\pi^+ {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 ppp$. Амплитуда имеет простой вид и автоматически удовлетворяет принципу Паули. Запись этой амплитуды в терминах 2-х компонентных спиноров в явном виде содержит члены, пропорциональные малым скоростям конечных нуклонов. Это приводит к сильному подавлению сечения реакции (1.1) по сравнению с “неподавленным” сечением реакции

$\pi^- {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 nnp$. Для проведения численных расчетов и сравнения с экспериментальными данными требуется знание амплитуд πN -рассеяния. В пункте 1.1.2 приведен расчет реалистических амплитуд πN -рассеяния, основанный на предложенной в работе [19] параметризации фазовых сдвигов пион-нуклонного рассеяния. В пункте 1.1.3 вычислено дифференциальное сечение реакции (1.1) и приведены результаты численных расчетов полных сечений реакций $\pi^+ {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 ppp$ и $\pi^- {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 nnp$.

В разделе 1.2 показано, что учет нуклон-нуклонного взаимодействия в конечном состоянии снимает подавление сечения из-за принципа Паули. Проведено сравнение результатов численных расчетов с экспериментальными данными и дана наглядная интерпретация обсуждаемого эффекта.

1.1. Тожественность частиц и амплитуда реакции при низких энергиях

1.1.1. Особенности реакции одиночной перезарядки пиона на изотопах гелия

Рассмотрим реакции одиночной перезарядки $\pi^+ {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 ppp$ и $\pi^- {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 nnp$. При малых энергиях этим процессам отвечает одинаковый механизм перезарядки на одном нуклоне (см. рис.1.2):

$$\pi^+ n \rightarrow \pi^0 p, \quad \pi^- p \rightarrow \pi^0 n. \quad (1.2)$$

Реакция одиночной перезарядки (1.1) рассматривается в области низких энергий, поэтому вклад в сечение реакции будут давать парциальные волны с малыми орбитальными моментами. Согласно принципу Паули, в системе 3-х протонов только пара из них может быть в s -волне. С другой

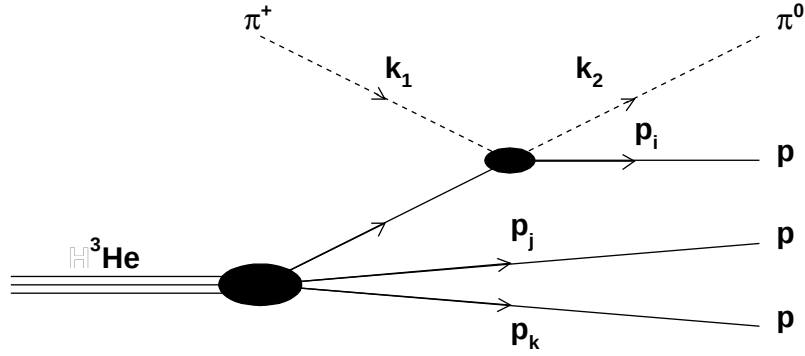


Рис. 1.2. Диаграмма для реакции одиночной перезарядки пиона на ${}^3\text{He}$.

стороны, эффект Мигдала-Ватсона (нуклон-нуклонное взаимодействие в конечном состоянии) становится наиболее сильным как раз в том случае, когда пара нуклонов находится в относительной s -волне и имеет малую инвариантную массу. Одновременный учет принципа Паули и эффекта Мигдала-Ватсона требует построения амплитуды, которая, с одной стороны, содержит члены, описывающие s -волну между парой нуклонов, а с другой, является антисимметричной по перестановкам конечных протонов.

Для построения амплитуды, описывающей s -волну между парой тождественных нуклонов, рассмотрим два примера:

- Первый пример – распад скалярной частицы ($J^P = 0^+$) на два тождественных фермиона. Этот пример, с одной стороны, является достаточно наглядным, а с другой стороны, имеет непосредственное отношение к рассматриваемому процессу (1.1). Именно в этом случае, когда пара протонов находится в 1S_0 состоянии ($J^P = 0^+$), нуклон-нуклонное взаимодействие в конечном состоянии оказывается наиболее сильным.

Предполагается, что распад скалярной частицы происходит за счет взаимодействия, сохраняющего P и C четность. В этом случае следствием законов сохранения является следующее требование: между парой тождественных фермионов, образовавшихся в результате распада, должна быть s -волна. Амплитуда, описывающая распад скалярной частицы с образованием пары тождественных фермионов в относительной s -волне, может быть записана в следующей форме¹:

$$M_s = g_s(\bar{u}_1 C \gamma_5 \bar{u}_2^T) \quad . \quad (1.3)$$

Здесь $u_{1,2}$ – биспиноры тождественных фермионов; g_s – константа взаимодействия; $C = \gamma_2 \gamma_0$ – матрица зарядового сопряжения. Убедиться в том, что амплитуда (1.3) описывает s -волну между двумя фермионами проще всего вычислив квадрат амплитуды, просуммированный по поляризациям фермионов:

$$\overline{|M_s|^2} = \sum_{\text{поляризация}} |M_s|^2 = 4g_s^2[(p_1 p_2) + m^2] = 2g_s^2 s \quad .$$

Полученное выражение зависит только от инвариантной массы двух фермионов. В системе покоя распадающейся частицы относительный импульс фермионов связан с их инвариантной массой s формулой: $|\vec{p}| = \sqrt{s/4 - m^2}$. Таким образом, формула (1.3) описывает s -волновой распад скалярной частицы на два фермиона, а лоренц-инвариант $(\bar{u}_1 C \gamma_5 \bar{u}_2^T)$ – s -волну между двумя фермионами.

- Второй пример это распад псевдоскалярной ($J^P = 0^-$) частицы на два тождественных фермиона. В отличие от распада скалярной ча-

¹Обсуждаются реакции в области низких энергий. Однако оказывается удобным работать в терминах лоренц-инвариантных амплитуд.

стицы, в этом случае требованием законов сохранения является наличие p -волны между парой тождественных фермионов, образовавшихся в результате распада. Амплитуду распада псевдоскалярной частицы на два тождественных фермиона в относительной p -волне можно записать в следующем виде:

$$M_p = g_p(\bar{u}_1 C \bar{u}_2^T) \quad . \quad (1.4)$$

Убедиться в наличии p -волны между фермионами можно переписав амплитуду (1.4) в терминах 2-х компонентных спиноров в системе центра реакции:

$$M_p = 2g_p \left(\varphi_2^+ \frac{(\boldsymbol{\sigma} \mathbf{p})}{E_{\mathbf{p}} + m} \sigma_2 \varphi_1^* \right) \quad . \quad (1.5)$$

Здесь $\varphi_{1,2}$ – 2-х компонентные спиноры фермионов; $\mathbf{p}$, $E_{\mathbf{p}}$ – соответственно относительный импульс и энергия двух фермионов в системе центра реакции; $\boldsymbol{\sigma}$ – матрицы Паули. Выражение (1.5) для амплитуды распада псевдоскалярной частицы пропорционально относительному импульсу тождественных фермионов. Таким образом, амплитуда (1.4) описывает p -волновой распад псевдо-скалярной частицы на два фермиона, а лоренц-инвариант $(\bar{u}_1 C \bar{u}_2^T)$ – p -волну между двумя фермионами.

Вернемся к построению амплитуды реакции $\pi^+ {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 ppp$. Простые примеры распадов 0^+ и 0^- состояний на два тождественных фермиона подсказывают как построить амплитуду реакции с тремя тождественными протонами в конечном состоянии и как выделить пару нуклонов в относительной s -волне. Низкоэнергетическая амплитуда реакции $\pi^+ {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 ppp$ может

быть записана в следующей лоренц-инвариантной форме:

$$M_{ijk} \sim (\bar{u}_i[A_i + B_i\hat{q}]U)(\bar{u}_jC\gamma_5\bar{u}_k^T) \quad . \quad (1.6)$$

Здесь q – переданный импульс, $q = k_1 - k_2$; $k_{1,2}$ – импульсы начального и конечного пионов; индексы i, j и k нумеруют нуклоны; u_i ($i = 1, 2, 3$) и U – биспиноры, относящиеся соответственно к i -му нуклону и ${}^3\text{He}$. В выражении (1.6) для амплитуды реакции $\pi^+ {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 ppp$ опущены изотопические множители, которые могут быть легко восстановлены. Комбинация $(\bar{u}_i[A_i + B_i\hat{q}]U)$ соответствует рассеянию пиона на одном из нуклонов (см. рис.1.2). Точный вид функций A_i и B_i , основанный на реалистических амплитудах πN -рассеяния с фазовыми сдвигами из работы [19], будет рассмотрен в следующем разделе.

Амплитуда реакции, удовлетворяющая принципу Паули, должна быть антисимметричной по перестановкам тождественных нуклонов. Это требование приводит к следующему выражению для полной амплитуды реакции одиночной перезарядки $\pi^+ {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 ppp$:

$$M_{\text{scx}} = \sum_{ijk} \epsilon_{ijk} M_{ijk} \quad , \quad (1.7)$$

ϵ_{ijk} – полностью антисимметричный тензор третьего ранга.

Понять особенности построенной амплитуды можно, переписав ее через двухкомпонентные спиноры φ_i и ϕ i -го нуклона и ${}^3\text{He}$, соответственно. В лабораторной системе, где ${}^3\text{He}$ находится в покое, а i -й нуклон имеет импульс $\mathbf{p}_i$ и энергию E_i , имеем:

$$u_i = \begin{pmatrix} \varphi_i \\ \frac{(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{p}_i)}{E_i+m}\varphi_i \end{pmatrix} , \quad U = \begin{pmatrix} \phi \\ 0 \end{pmatrix} \quad .$$

Подставляя эти выражения в уравнение (1.6), получаем:

$$M_{\text{сч}} \sim \sum_{ijk} \epsilon_{ijk} \left(\varphi_j^+ \left\{ 1 - \frac{(\boldsymbol{\sigma} \mathbf{p}_j)(\boldsymbol{\sigma} \mathbf{p}_k)}{(E_j + m)(E_k + m)} \right\} \sigma_2 \varphi_k^* \right) \times \\ \times \left(\varphi_i^+ \left\{ A_i + q_0 B_i - B_i \frac{(\boldsymbol{\sigma} \mathbf{p}_i)}{E_i + m} (\boldsymbol{\sigma} \mathbf{q}) \right\} \phi \right). \quad (1.8)$$

При антисимметризации в каждом члене суммы по i , j и k лидирующие слагаемые сокращаются². Это факт обусловлен следующим равенством:

$$\sum_{ijk} \epsilon_{ijk} (\varphi_j^+ \sigma_2 \varphi_k^*) (\varphi_i^+ \phi) = 0 \quad .$$

Слагаемые, пропорциональные $B_i(\boldsymbol{\sigma} \mathbf{q})$, имеют простой физический смысл: они соответствуют передаче нечетных волн, начиная с p -волны – минимальной волны, разрешенной принципом Паули. Эта интерпретация выглядит достаточно прозрачной и не зависящей от конкретной формы функций A_i и B_i . Однако, для численных расчетов и сравнения результатов с экспериментальными данными требуется знание конкретного вида функций A_i и B_i , входящих в выражение для амплитуды (1.6).

1.1.2. Реалистические амплитуды πN -рассеяния

Для численных расчетов сечений реакций $\pi^+ {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 ppp$ и $\pi^- {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 nnp$ и последующего сравнения с экспериментальными данными, требуется знание конкретного вида функций A_i и B_i , входящих в выражение для амплитуды реакции (1.6).

В случае механизма реакции, изображенного на рис.1.2, связь функций A_i и B_i с инвариантными амплитудами πN -рассеяния $A(s, t)$ и $B(s, t)$

²Это утверждение становится точным в пределе, когда функции A_i и B_i постоянны. Под лидирующими слагаемыми подразумеваются слагаемые вида $(A_i + q_0 B_i) (\varphi_j^+ \sigma_2 \varphi_k^*) (\varphi_i^+ \phi)$.

определяется следующим соотношением:

$$\bar{u}_i(\hat{P}_i + m)[A(s_i, t) + B(s_i, t)\hat{Q}] = \bar{u}_i[A_i + B_i\hat{q}] \quad , \quad (1.9)$$

где $P_i = p_i - q$. Воспользовавшись уравнением Дирака $\bar{u}_i(\hat{p} - m) = 0$, получаем следующую связь между функциями A_i , B_i и $A(s, t)$, $B(s, t)$:

$$A_i = 2[mA(s_i, t) + (p_i Q)B(s_i, t)] \quad , \quad B_i = A(s_i, t) \quad . \quad (1.10)$$

Теперь перейдем к рассмотрению структуры амплитуд пион-нуклонного рассеяния на основе параметризации фазовых сдвигов πN -рассеяния, предложенной в работе [19].

Инвариантные амплитуды πN -рассеяния Как известно, число независимых инвариантных амплитуд рассеяния частицы со спином $s = 0$ на частице со спином $s = 1/2$ равно двум [20]. Поэтому общий вид лоренц-инвариантной амплитуды πN -рассеяния дается формулой [21]:

$$8\pi\sqrt{s}\Gamma(s, t) = A(s, t) + B(s, t)\hat{Q} \quad , \quad (1.11)$$

где $s = (p+k_1)^2$ и $t = (k_1-k_2)^2$ переменные Мандельштама; $Q = (k_1+k_2)/2$; p (p'), k_1 (k_2) — 4-импульсы, соответственно, начальных (конечных) протона и π -мезона.

Инвариантные амплитуды $A(s, t)$ и $B(s, t)$ связаны с парциальными амплитудами πN -рассеяния T_l следующими формулами:

$$\begin{aligned} A(s, t) &= \frac{4\pi m\omega}{q^3} \sum_l \left\{ T_{l+} \left[\left(1 + \frac{\omega_q}{\omega}\right) P'_l + \left(1 - \frac{\omega_q}{\omega}\right) P'_{l+1} \right] - \right. \\ &\quad \left. - T_{l-} \left[\left(1 + \frac{\omega_q}{\omega}\right) P'_l + \left(1 - \frac{\omega_q}{\omega}\right) P'_{l-1} \right] \right\} \\ B(s, t) &= \frac{4\pi E}{q^3} \sum_l \left\{ -T_{l+} \left[\left(1 + \frac{m}{E}\right) P'_l + \left(1 - \frac{m}{E}\right) P'_{l+1} \right] + \right. \\ &\quad \left. - T_{l-} \left[\left(1 + \frac{m}{E}\right) P'_l + \left(1 - \frac{m}{E}\right) P'_{l-1} \right] \right\} \quad . \end{aligned} \quad (1.12)$$

Здесь $q^2 = \frac{s}{4} - \frac{m^2 + \mu^2}{2} + \frac{(m^2 - \mu^2)^2}{4s}$; $\omega = \frac{s - m^2 - \mu^2}{2m}$; $\omega_q = \frac{s - m^2 + \mu^2}{2\sqrt{s}}$; $E = \frac{s + m^2 - \mu^2}{2\sqrt{s}}$; P_l - полиномы Лежандра. Суммирование идет от $l = 0$ до ∞ для членов, пропорциональных T_{l+} , и от $l = 1$ до ∞ для членов, содержащих T_{l-} . Безразмерные парциальные амплитуды T_l можно выразить через фазовые сдвиги πN -рассеяния δ_l :

$$T_{l\pm} = \frac{e^{2i\delta_{l\pm}} - 1}{2i} . \quad (1.13)$$

Изотопическая структура амплитуд πN -рассеяния Следствием изоспиновой инвариантности является тот факт, что из 10 возможных по изоспину пион-нуклонных амплитуд независимыми являются только две: $\Gamma^{\frac{1}{2}}(s, t)$ - с полным изоспином $I = 1/2$ и $\Gamma^{\frac{3}{2}}(s, t)$ с $I = 3/2$. Амплитуды процессов (1.2) могут быть выражены через независимые πN -амплитуды $\Gamma^{\frac{1}{2}}(s, t)$ и $\Gamma^{\frac{3}{2}}(s, t)$ согласно формуле:

$$\Gamma(s, t) = -\frac{\sqrt{2}}{3} \left(\Gamma^{\frac{1}{2}}(s, t) - \Gamma^{\frac{3}{2}}(s, t) \right) . \quad (1.14)$$

Параметризация фазовых сдвигов πN -рассеяния Согласно формулам (1.11)–(1.13), для вычисления инвариантных амплитуд $A(s, t)$ и $B(s, t)$ необходимо знать фазовые сдвиги πN -рассеяния. Реакция одиночной перезарядки на ${}^3\text{He}$ рассматривается в области низких энергий, поэтому в разложении по парциальным амплитудам (1.12) можно ограничиться рассмотрением только s и p -волн. В работе [19] предложена параметризация фазовых сдвигов πN -рассеяния в следующей форме:

$$\frac{\text{tg} \delta_{L2I2J}}{q^{2L+1}} = b + cq^2 + dq^4 + \frac{2r\omega_0 q_0^{-(2L+1)}}{\omega_0^2 - \omega^2} , \quad (1.15)$$

где L - орбитальный момент; I - изоспин; J - полный угловой момент. Значения параметров b, c, d, r, ω_0 и q_0 приведены в таблице 1.1. Фазовые сдвиги

канал	b	c	d	ω_0	q_0	r
S11	1.05E-3	-1.12E-8	5.37E-14	1535	464	23
S31	-7.71E-4	-1.47E-8	8.49E-14	1620	527	19
P11	-1.72E-8	5.38E-13	-3.06E-18	1440	482	40
P13	-7.30E-9	9.09E-14	-4.63E-19	1720	594	15
P31	-1.31E-8	1.48E-13	-7.85E-19	1910	717	38
P33	4.81E-8	-2.27E-13	-1.29E-18	1232	228	50

Таблица 1.1. Параметры фазовых сдвигов πN -рассеяния

ги, вычисленные с помощью этой параметризации, показаны на рис.1.3-1.5. Такая параметризация хорошо описывает сечение и угловые распределения реакций одиночной перезарядки (1.2). Хорошей проверкой является воспроизведение минимума в дифференциальном сечении реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^0 n$, обусловленного деструктивной интерференцией s и p -волн, рис.1.6.

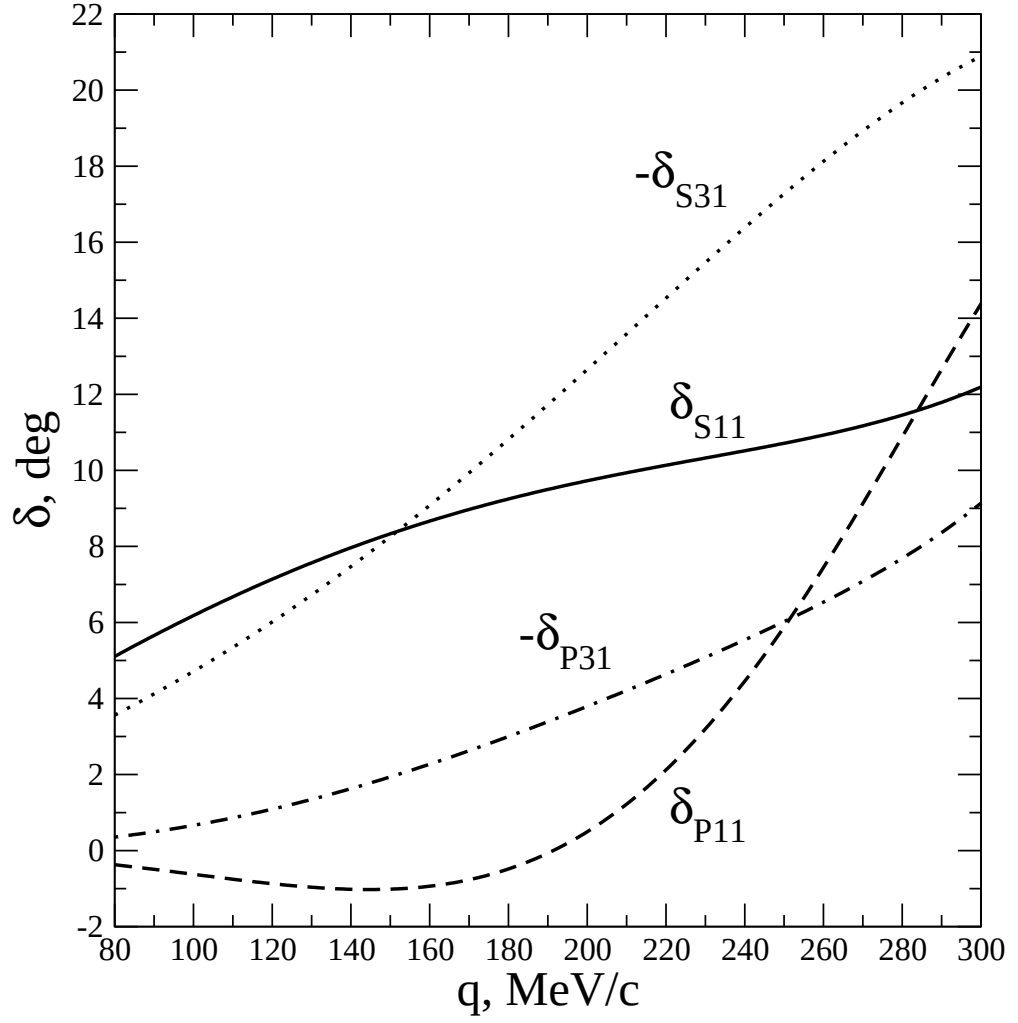


Рис. 1.3. Фазовые сдвиги упругого πN -рассеяния для парциальных волн $S11$ (сплошная линия), $S31$ (штрихованная линия), $P11$ (пунктирная линия) и $P31$ (штрих-пунктирная линия) как функции переданного импульса.

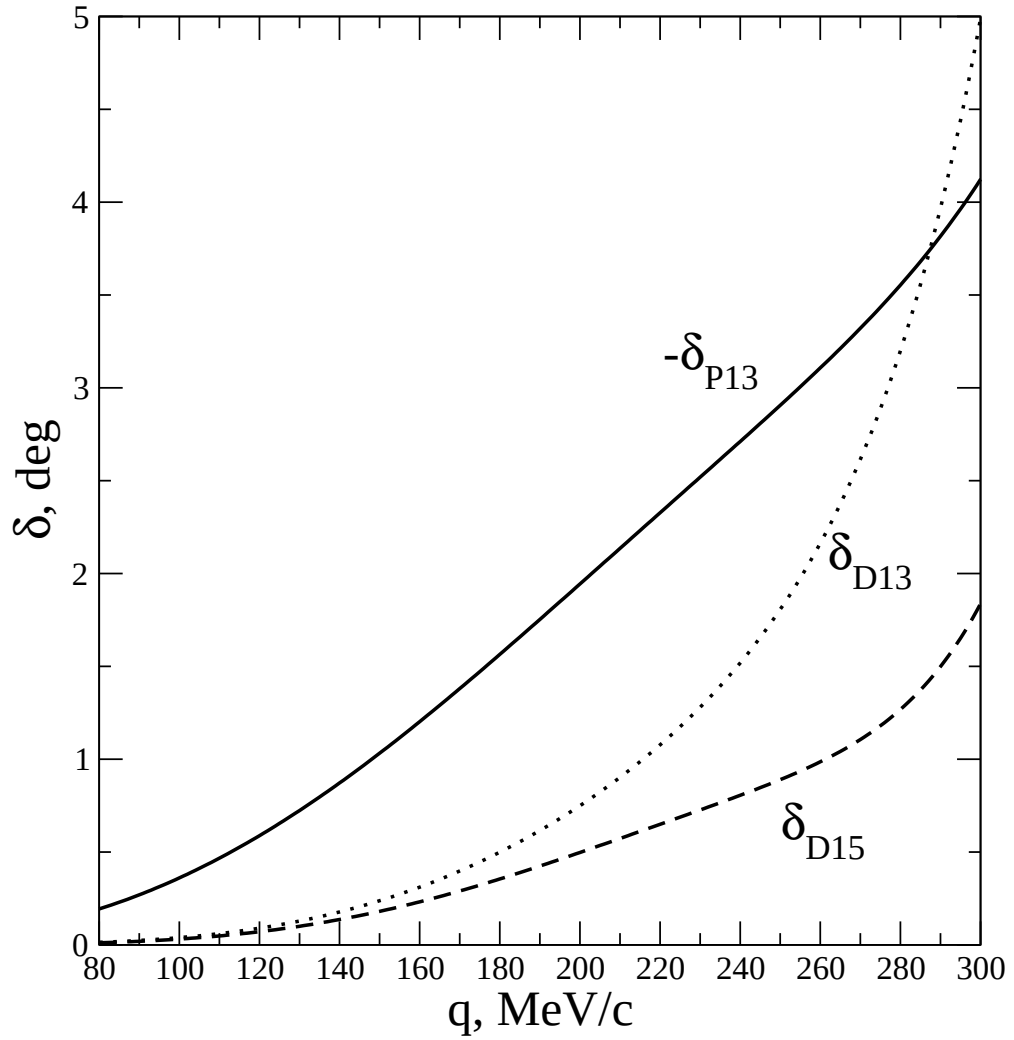


Рис. 1.4. Фазовые сдвиги упругого πN -рассеяния для парциальных волн $P13$ (сплошная линия), $D13$ (штрихованная линия) и $D15$ (пунктирная линия) как функции переданного импульса.

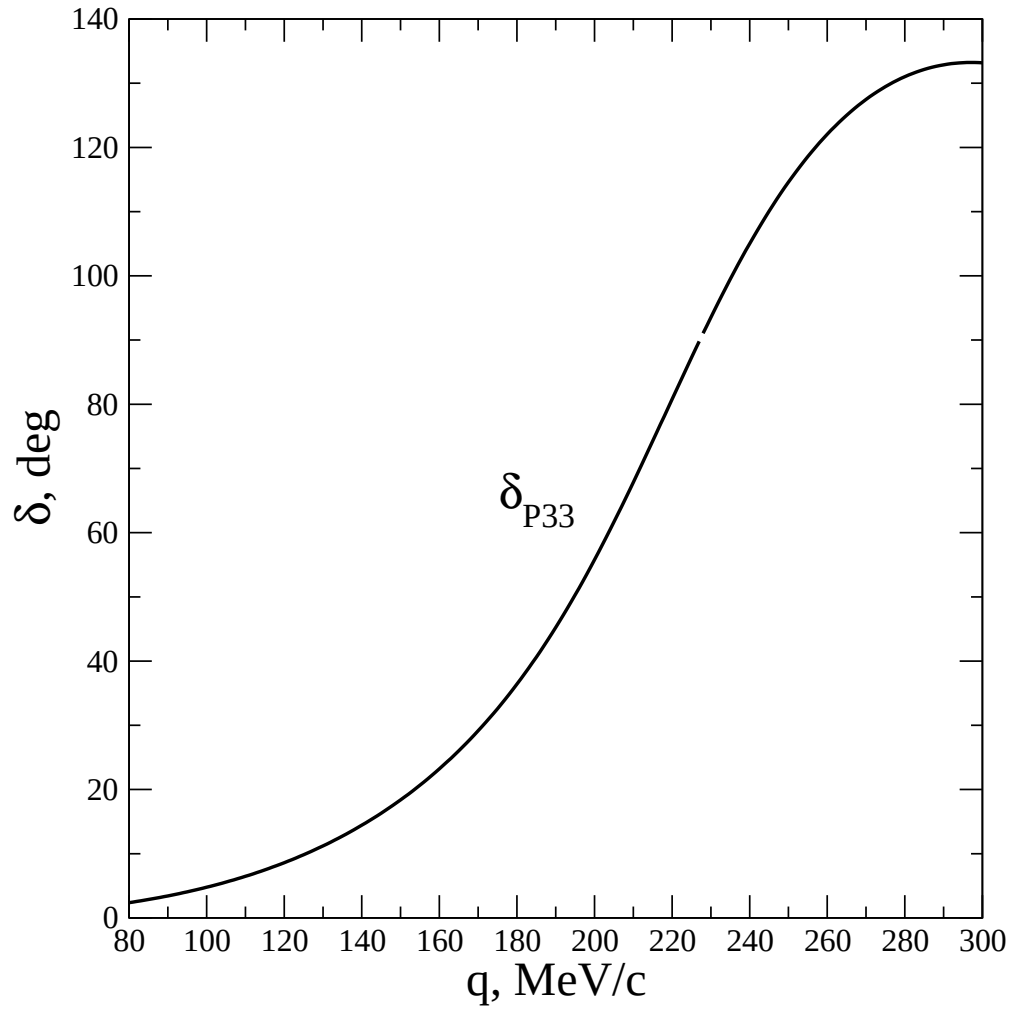


Рис. 1.5. Фазовый сдвиг упругого πN -рассеяния для парциальной волны $P33$ как функция переданного импульса.

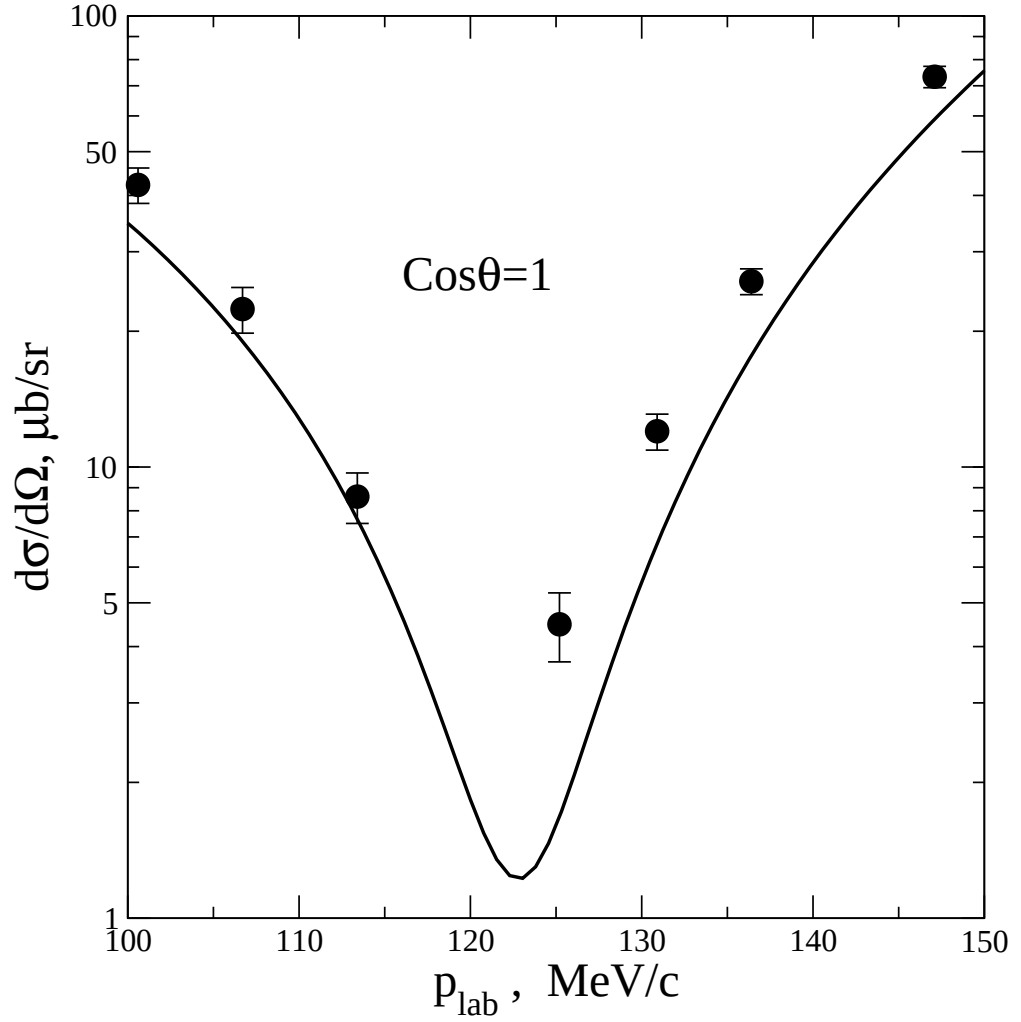


Рис. 1.6. Деструктивная интерференция s - и p -волн. Дифференциальное сечение $d\sigma/d\Omega$ реакции одиночной перезарядки $\pi^- p \rightarrow \pi^0 n$ как функция импульса налетающего пиона p_{lab} при угле вылета $\theta = 0$. На рисунке представлены результаты расчета с параметризацией фазовых сдвигов (1.15) (сплошная линия) в сравнении с экспериментальными данными [22].

1.1.3. Сечение реакции одиночной перезарядки $\pi^+ {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 ppp$

Дифференциальное сечение рассеяния реакции одиночной перезарядки $\pi^+ {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 ppp$ определяется квадратом амплитуды реакции (1.7), усредненным по поляризациям гелия и просуммированным по поляризациям протонов:

$$\overline{|M_{\text{scx}}|^2} = \frac{1}{2} \sum_{\text{поляризация}} |M_{\text{scx}}|^2 = M_{d123}^2 + M_{d312}^2 + M_{d231}^2 + 2\text{Re}\{M_{c123}^2 + M_{c312}^2 + M_{c231}^2\} . \quad (1.16)$$

Выражение для “диагональных” слагаемых M_d^2 имеет вид:

$$\begin{aligned} M_{dijk}^2 &\equiv \sum_{\text{поляризация}} M_{ijk} M_{ijk}^+ = \\ &= \sum_{\text{поляризация}} (\bar{u}_i [A_i + B_i \hat{q}] U) (\bar{u}_j C \gamma_5 \bar{u}_k^T) (\bar{U} [A_i^* + B_i^* \hat{q}] u_i) (u_k^T \gamma_0 (C \gamma_5)^+ \gamma_0 u_j) = \\ &= Sp\{(\hat{p}_i + m)[A_i + B_i \hat{q}](\hat{P} + M)[A_i^* + B_i^* \hat{q}]\} Sp\{(\hat{p}_j + m)(\hat{p}_k + m)\} \\ &= 16 \left[|A_i|^2 [(p_i P) + m M] + 2\text{Re}\{A_i B_i^*\} [M(p_i q) + m(Pq)] + \right. \\ &\quad \left. + |B_i|^2 [q^2 [m M - (p_i P)] + 2(p_i q)(Pq)] [(p_j p_k) + m^2] \right] . \end{aligned} \quad (1.17)$$

Здесь P и p_i ($i = 1, 2, 3$) 4-импульсы, соответственно, гелия и конечных протонов; m и M массы протона и ${}^3\text{He}$.

Аналогичные вычисления приводят к следующему выражению для “перекрестных” слагаемых M_c^2 :

$$\begin{aligned} M_{cijk}^2 &\equiv \sum_{\text{поляризация}} M_{ijk} M_{jki}^+ = \\ &= \sum_{\text{поляризация}} (\bar{u}_i [A_i + B_i \hat{q}] U) (\bar{u}_j C \gamma_5 \bar{u}_k^T) (\bar{U} [A_j^* + B_j^* \hat{q}] u_j) (u_i^T \gamma_0 (C \gamma_5)^+ \gamma_0 u_k) = \\ &= -Sp\{(\hat{p}_i + m)[A_i + B_i \hat{q}](\hat{P} + M)[A_j^* + B_j^* \hat{q}](\hat{p}_j + m)(\hat{p}_k + m)\} \\ &= -\left\{ A_i A_j^* [S_{ijk}(\hat{P}) + S_{ijk}] + A_i B_j^* [S_{ijk}(\hat{P} \hat{q}) + M S_{ijk}(\hat{q})] + \right. \\ &\quad \left. + B_i A_j^* [S_{ijk}(\hat{q} \hat{P}) + M S_{ijk}(\hat{q})] + B_i B_j^* [-q^2 S_{ijk}(\hat{P}) + [2(Pq) + q^2] S_{ijk}] \right\} . \end{aligned} \quad (1.18)$$

Здесь определена функция $S_{ijk}(f)$ согласно следующей формуле:

$$S_{ijk}(f) = \begin{cases} Sp\{(\hat{p}_i + m)(\hat{p}_j + m)(\hat{p}_k + m)\} & f = 1 \\ Sp\{(\hat{p}_i + m)\hat{a}(\hat{p}_j + m)(\hat{p}_k + m)\} & f = \hat{a} \\ Sp\{(\hat{p}_i + m)\hat{a}\hat{b}(\hat{p}_j + m)(\hat{p}_k + m)\} & f = \hat{a}\hat{b} \end{cases} . \quad (1.19)$$

Вычисление шпуров дает:

$$S_{ijk}(f) = \begin{cases} m[(p_i p_j) + (p_i p_k) + (p_j p_k)] & f = 1 \\ (p_i a)[m^2 + (p_j p_k)] + (p_j a)[m^2 + (p_j p_k)] + \\ + (p_k a)[m^2 - (p_i p_k)] & f = \hat{a} \\ (p_i a)(p_j b) + (p_i b)(p_j a) - (p_i p_j)(ab) + \\ + (p_i a)(p_k b) + (p_i b)(p_k a) - (p_i p_k)(ab) + \\ + (p_k a)(p_j b) + (p_k b)(p_j a) - (p_k p_j)(ab) + m^2(ab) & f = \hat{a}\hat{b} \end{cases} . \quad (1.20)$$

В итоге, диагональные и перекрестные члены, входящие в выражение для амплитуды (1.16) можно представить в виде:

$$\begin{aligned} M_{dijk}^2 &= 16 \left[|A|^2[(p_i P) + mM] + 2\text{Re}\{AB^*\}[M(p_i q) + m(Pq)] + \right. \\ &\quad \left. + |B|^2(q^2[mM - (p_i P)] + 2(p_i q)(Pq)) \right] [(p_j p_k) + m^2] \\ M_{cijk}^2 &= - \left\{ A_i A_j^* [S_{ijk}(\hat{P}) + S_{ijk}] + A_i B_j^* [S_{ijk}(\hat{P}\hat{q}) + MS_{ijk}(\hat{q})] + \right. \\ &\quad \left. + B_i A_j^* [S_{ijk}(\hat{q}\hat{P}) + MS_{ijk}(\hat{q})] + B_i B_j^* [-q^2 S_{ijk}(\hat{P}) + [2(Pq) + q^2] S_{ijk}] \right\} . \end{aligned} \quad (1.21)$$

Используя полученные формулы можно рассчитать все характеристики процесса одиночной перезарядки пиона на ^3He : полное сечение, спектры частиц и т.д. Формула для дифференциального сечения при заданном квадрате амплитуды реакции имеет вид:

$$d\sigma = \frac{(2\pi)^4}{4I} |M_{\text{сх}}|^2 d\Phi_4(P + k_1; p_1, p_2, p_3, k_2) , \quad (1.22)$$

Здесь p_i – 4-импульсы конечных протонов; $k_{1,2}$ – 4-импульсы, соответственно, начального и конечного пионов; P – 4-импульс гелия; $I = \sqrt{(k_1 p_{\text{He}})^2 - \mu^2 M^2}$, где μ и M – массы соответственно пиона и гелия; $d\Phi_4$ – элемент 4-х частичного фазового объема (определение согласно [23]).

Интегрирование дифференциального сечения (1.22) с квадратом амплитуды (1.16) было проведено численно. Выражение для матричного элемента реакции $\pi^+ {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 ppp$ содержит “острые” функции кинематических переменных. Таковой, например, является амплитуда нуклон-нуклонного рассеяния. Поэтому, для контроля за точностью вычислений, была разработана программа интегрирования по фазовому пространству методом Монте-Карло. Данная программа позволяет проводить численное интегрирование выражений, записанных в лоренц-инвариантном виде. Это особенно удобно, так как именно в лоренц-инвариантной форме запись для квадрата амплитуды реакции является достаточно компактной. Схема проведения численных вычислений изложена в приложении.

Зависимость полного сечения реакции $\pi^+ {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 ppp$ от энергии начального π -мезона (без учета абсолютной нормировки сечения) в сравнении с результатами численных расчетов для полного сечения реакции $\pi^- {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 nnp$ представлена на рис.1.7. Из рисунка видно, что из-за принципа Паули сечение реакции $\pi^+ {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 ppp$ сильно подавлено по сравнению с сечением реакции $\pi^- {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 nnp$. Кроме того, дополнительные степени импульсов нуклонов в амплитуде реакции (1.7) приводят к более резкой зависимости сечения от начальной энергии.

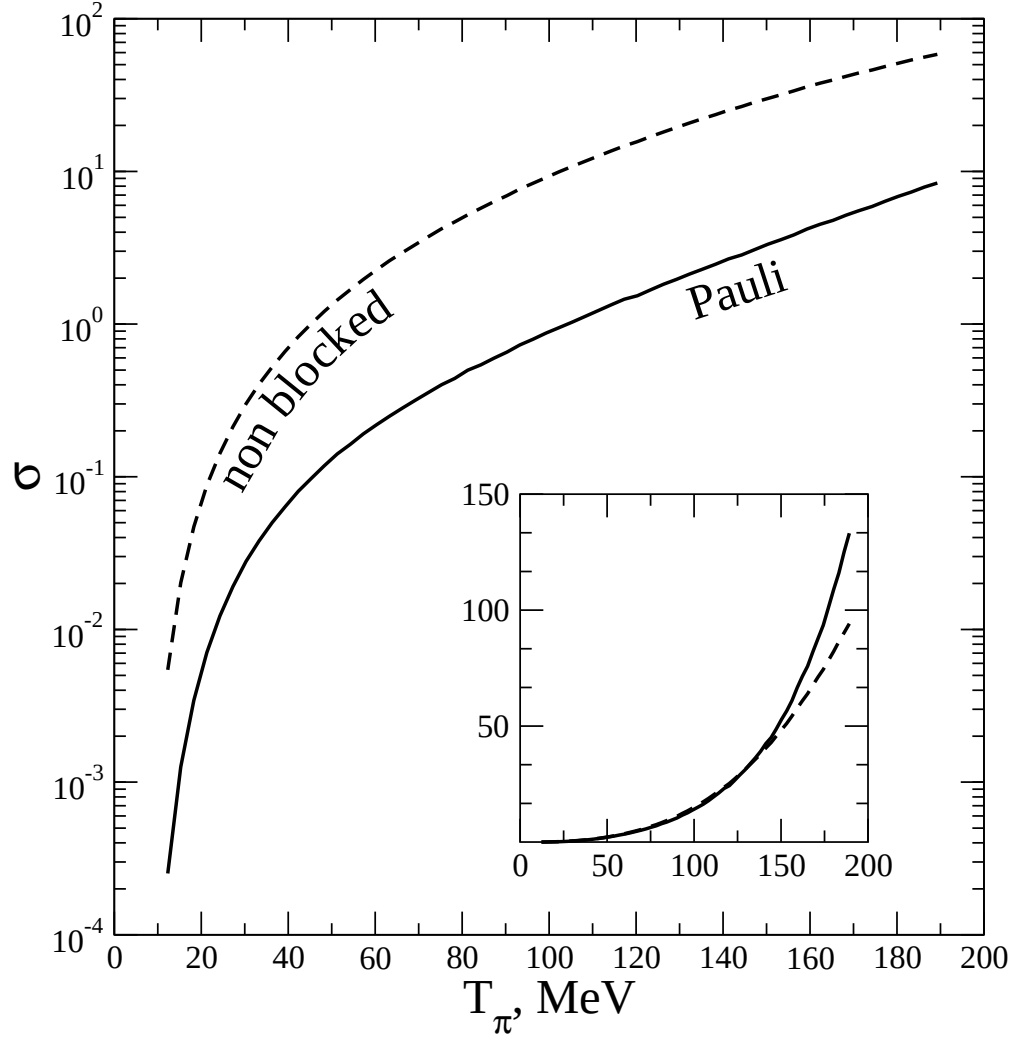


Рис. 1.7. Полные сечения реакций одиночной перезарядки $\pi^+ {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 ppp$ (сплошная линия) и $\pi^- {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 nnp$ (штрихованная линия) как функции кинетической энергии налетающего пиона. Расчет сечения реакции проводился с амплитудой (1.6).

в 1S_0 -состоянии на массовой поверхности. Поэтому, для учета взаимодействия между конечными нуклонами нужно домножить в уравнении (1.6) каждое слагаемое, содержащее множитель вида $(\bar{u}_j C \gamma_5 \bar{u}_k^T)$, на $(1 + R^{-1} \cdot f_{jk})$:

$$(\bar{u}_j C \gamma_5 \bar{u}_k^T) \rightarrow (\bar{u}_j C \gamma_5 \bar{u}_k^T)(1 + R^{-1} \cdot f_{jk}) \quad . \quad (1.23)$$

Параметр R характеризует величину взаимодействия между конечными нуклонами³ и является величиной порядка радиуса ^3He . При малых относительных импульсах нуклонов, поведение s -волновой амплитуды рассеяния хорошо описывается приближением эффективного радиуса [25]:

$$f_{jk} \equiv f(p_{jk}) = \frac{1}{-a_s^{-1} + \frac{1}{2}r_{0s}p_{jk}^2 - ip_{jk}} \quad . \quad (1.24)$$

f_{jk} является функцией относительного импульса $\mathbf{p}_{jk}$ между j -м и k -м нуклонами в их системе центра масс. Поведение s -волновой амплитуды pp -рассеяния как функции относительного импульса двух протонов изображено на рис.1.1. Импульс $\mathbf{p}_{jk}$ связан с инвариантной массой m_{jk} двух нуклонов формулой: $|\mathbf{p}_{jk}| = \sqrt{m_{jk}^2/4 - m^2}$. В выражение для амплитуды pp -рассеяния входит синглетная длина рассеяния a_s и эффективный радиус r_{0s} взаимодействия системы из двух протонов: $a_s = -17.844 \text{ fm}$, $r_{0s} = 2.79 \text{ fm}$.

Учет взаимодействия в конечном состоянии по формуле (1.23) предполагает факторизацию амплитуды с NN перерассеянием, которая соответствует диаграмме изображенной на рис.1.8. На основе анализа реакций рождения мезонов в нуклон-нуклонных соударениях в работе [26] показано, что это не всегда правильно. Абсолютная величина сечения сильно

³Подробное исследование поведения R как функции относительного импульса нуклона проведено в работе [24]. На основании полученных в этой работе результатов, функцию R можно с хорошей точностью считать постоянной.

зависит как от конкретного механизма реакции, так и от особенностей схода амплитуды NN -рассеяния с массовой поверхности. Примером может служить сравнение результатов расчетов сечения реакции двойной перезарядки пиона на ${}^4\text{He}$, полученных в работах [5, 6, 8]. Предсказания для абсолютного значения сечения этой реакции отличаются на порядки величин. Рассматриваемая здесь амплитуда реакции является феноменологической и не претендует на описание абсолютных значений характеристик реакции. Поэтому, в данном случае, учет нуклон-нуклонного взаимодействия в конечном состоянии по формуле (1.23) является справедливым.

Таким образом, амплитуда реакции $\pi^+ {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 ppp$ с учетом нуклон-нуклонного взаимодействия в конечном состоянии имеет вид:

$$M_{\text{FSI}} \sim \sum_{ijk} \epsilon_{ijk} (\bar{u}_i (A_i + B_i \hat{q}) U) (\bar{u}_j C \gamma_5 \bar{u}_k^T) (1 + R^{-1} \cdot f_{jk}) \quad . \quad (1.25)$$

Амплитуда (1.25) является антисимметричной по перестановкам тождественных нуклонов, и, тем самым, удовлетворяет принципу Паули. Однако, в этом случае антисимметризация не приводит к 100% сокращению лидирующих слагаемых, как это было в уравнении (1.8):

$$\sum_{ijk} \epsilon_{ijk} (\varphi_j^+ \sigma_2 \varphi_k^*) (\varphi_i^+ \phi) f_{jk} \neq 0 \quad .$$

Причиной этого является сингулярность в амплитуде NN -рассеяния при малых относительных импульсах нуклонов. Именно в этой области нуклон-нуклонное взаимодействие является наиболее сильным.

С математической точки зрения отсутствие сокращения объясняется тем, что при малых энергиях амплитуда без учета нуклон-нуклонного взаимодействия может быть разложена в степенной ряд по малым скоростям нуклонов, в то время как с учетом взаимодействия нуклонов такого

разложения не существует.

Физически это означает, что высокие орбитальные моменты между каждым из нуклонов в 1S_0 состоянии и “третьим” нуклоном более не подавлены.

Поясним это на примере нерелятивистского разложения амплитуды NN рассеяния. Пусть $\mathbf{p}_1$ и $\mathbf{p}_2$ относительные импульсы между каждым из нуклонов, находящихся в 1S_0 состоянии, и “третьим” нуклоном. В нерелятивистском случае имеем $2\mathbf{p}_{12} \approx \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2$. Опустив для простоты рассмотрения член с эффективным радиусом, получим следующее выражение для амплитуды NN рассеяния:

$$f_{12} \approx -\frac{1}{a^{-1} + i|\mathbf{p}_{12}|} . \quad (1.26)$$

В области энергий $|\mathbf{p}_{12}| > a^{-1}$, можно пренебречь длинной рассеяния. Это приводит к формуле:

$$-\frac{i}{2}f_{12} \approx \frac{1}{|\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2|} = \sum_{l_1=l_2=l} \left(\frac{p}{P}\right)^l P_l(\cos \theta) , \quad (1.27)$$

где $p = \min\{|\mathbf{p}_1|, |\mathbf{p}_2|\}$; $P = \max\{|\mathbf{p}_1|, |\mathbf{p}_2|\}$, θ угол между $\mathbf{p}_1$ и $\mathbf{p}_2$; $l_1 = l_2 = l$ орбитальный момент каждого из нуклонов в относительной s -волне по отношению к “третьему” нуклону.

1.2.2. Анализ результатов численных расчетов и сравнение с экспериментальными данными

Зависимость сечения реакции от энергии начального π -мезона с учетом NN взаимодействия в конечном состоянии изображена на рис.1.9 сплошной линией. Пунктирной линией изображены результаты расчета без учета эффекта Мигдала-Ватсона. Из рисунка видно, что взаимодействие в

конечном состоянии между парой протонов снимает подавление из-за принципа Паули.

Причину отсутствия подавления из-за принципа Паули в случае сильного взаимодействия двух нуклонов можно понять на основе следующего сравнения. Рассмотрим гипотетический процесс возбуждения узкого нуклон-нуклонного резонанса r в промежуточном состоянии реакции $\pi^+ {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 ppp$. Амплитуда реакции пропорциональна функции Грина промежуточного резонанса:

$$M(s_{ij}) \sim \frac{1}{s_{ij}^2 - M_r^2 + iM_r\Gamma} \quad . \quad (1.28)$$

Здесь $i, j = 1, 2, 3$; s – инвариантная масса двух протонов i и j , образующихся в результате возбуждения резонанса r ; $s_{ij}^2 = (p_i + p_j)^2$; M_r и Γ – соответственно масса и ширина резонанса.

Согласно принципу Паули, амплитуда реакции должна быть антисимметрична по перестановкам конечных нуклонов:

$$M_A = \sum_{ijk} \epsilon_{ijk} M(s_{ij}) \quad . \quad (1.29)$$

Квадрат амплитуды, определяющий сечение реакции, содержит два вида слагаемых: диагональные, типа $|M(s_{ij})|^2$ и перекрестные, типа $M(s_{ij})M^*(s_{ik})$. В случае малой ширины резонанса r , амплитуда (1.28) заметно отлична от нуля в узкой области инвариантной массы двух протонов i и j : $s_{ij} \sim M_r$. Значения инвариантных масс s_{ij} и s_{ik} принадлежат разным областям фазового пространства, поэтому вклад перекрестных слагаемых в полное сечение реакции будет мал. Это означает, что антисимметризация не приводит к взаимной компенсации вкладов диагональных и перекрестных слагаемых в сечение реакции, как это было бы в случае без резонанса.

Таким образом подавление сечения реакции $\pi^+ {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 ppp$ в случае возбуждения в промежуточном состоянии реакции узкого резонанса, отсутствует.

Физически это связано с большим временем жизни резонанса, обратно пропорционального малой ширине. В этом случае, распад резонанса происходит вдали от точки реакции и подавление из-за принципа Паули нет.

Дифференциальное сечение реакции $\pi {}^3\text{He} \rightarrow pr \rightarrow pppr$ с возбуждением промежуточного резонанса r определяется следующей формулой⁴:

$$\sigma_r \sim \int \left| \frac{1}{s_{ij}^2 - M_r^2 + iM_r\Gamma} \right|^2 d\Phi_4 \approx \int \frac{\pi}{M_r\Gamma} \delta(s_{ij}^2 - M_r^2) d\Phi_4, \quad (1.30)$$

где $d\Phi_4$ элемент 4-х частичного фазового объема. Элемент 4-х частичного фазового объема можно выразить через произведение элементов 2-х и 3-х частичных фазовых объемов (см., например, [23], стр. 211):

$$d\Phi_4(P+k_1; p_i, p_j, p_k, k_2) = d\Phi_2(P+k_1; p_i, p_j) d\Phi_3(P+k_1; p_i+p_j, p_k, k_2) (2\pi)^3 ds_{ij}^2. \quad (1.31)$$

δ -функция, входящая в выражение (1.30) для сечения реакции, снимает интегрирование по инвариантной массе s_{ij} , тем самым разделяя области интегрирования по 2-х и 3-х частичным фазовым объемам.

Таким образом, возбуждение узкого резонанса в промежуточном состоянии сводит интеграл по 4-х частичному фазовому пространству ($pprp$) к произведению интегралов по 2-х частичному фазовому пространству системы (pr) и по 3-х частичному фазовому пространству системы ($[pp]p$).

⁴Замена функции Грина резонанса r на $i\pi\delta(s_{ij}^2 - M_r^2)$ является справедливой, если область характерных значений импульсов s_{ij}^2 , при которых функция Грина заметно отлична от нуля, находится вдали от границы фазового объема. В противном случае следует учитывать вклад интеграла в смысле главного значения от функции $1/(s_{ij}^2 - M_r^2)$.

Здесь $[pp]$ означает пару протонов, скоррелированных в результате возбуждения в промежуточном состоянии резонанса r .

Похожая ситуация возникает при учете эффекта Мигдала-Ватсона в реакции одиночной перезарядки $\pi^+ {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 ppp$: нуклон-нуклонное взаимодействие в конечном состоянии снимает подавление из-за принципа Паули и эффективно сводит 4-х частичный фазовый объем к произведению 2-х и 3-х частичных фазовых объемов. Последнее приводит к более пологому поведению сечения реакции (см. рис.1.9).

На рис.1.10 приведены результаты численных расчетов в сравнении с экспериментальными данными из работы [15]. Абсолютное значение сечения реакции $\pi^+ {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 ppp$ нормировано на экспериментальные данные при значении кинетической энергии налетающего пиона 162 МэВ.

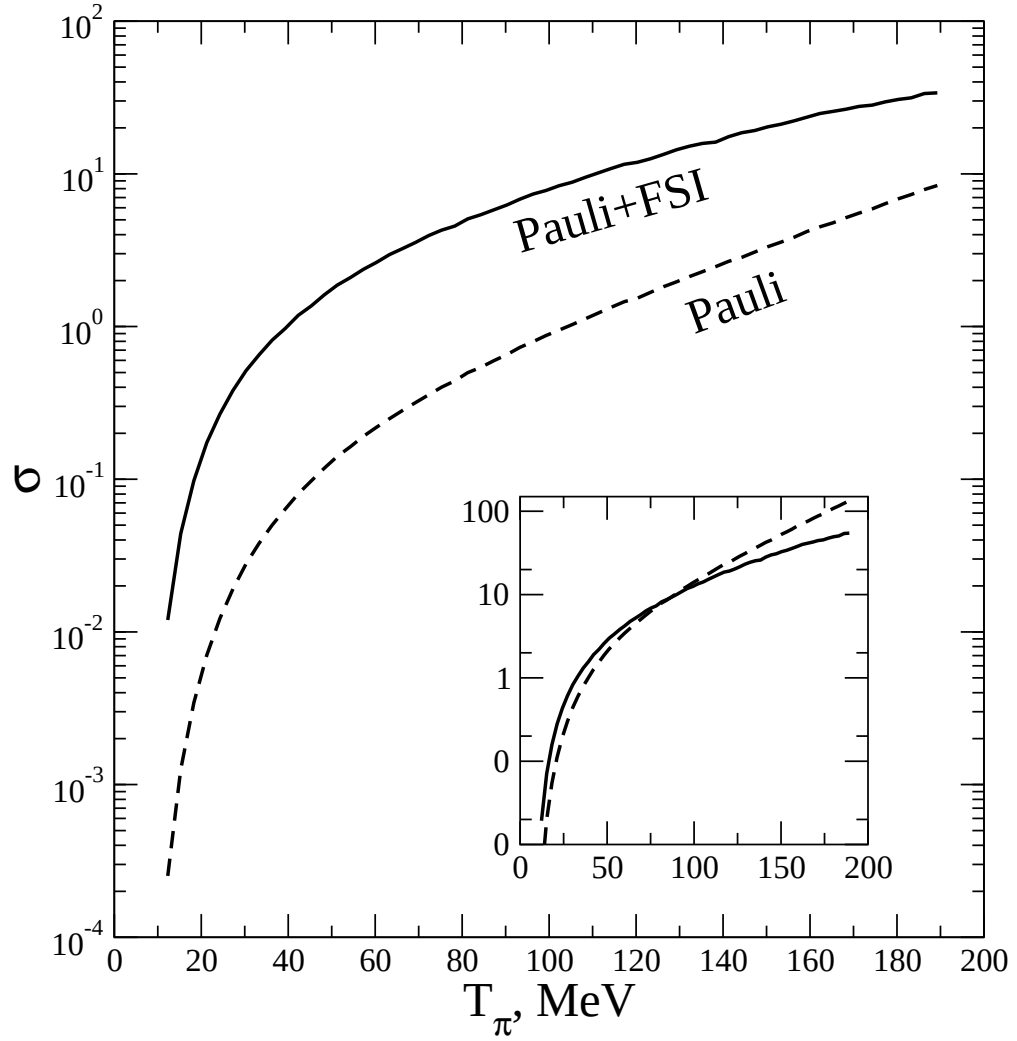


Рис. 1.9. Полное сечение реакции одиночной перезарядки $\pi^+ {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 ppp$ как функция начальной энергии пиона. Сплошной линией изображены результаты расчета с амплитудой (1.25), учитывающей NN взаимодействие в конечном состоянии. Пунктирная линия описывает результат расчета с амплитудой (1.6), которая не учитывает эффект Мигдала-Ватсона.

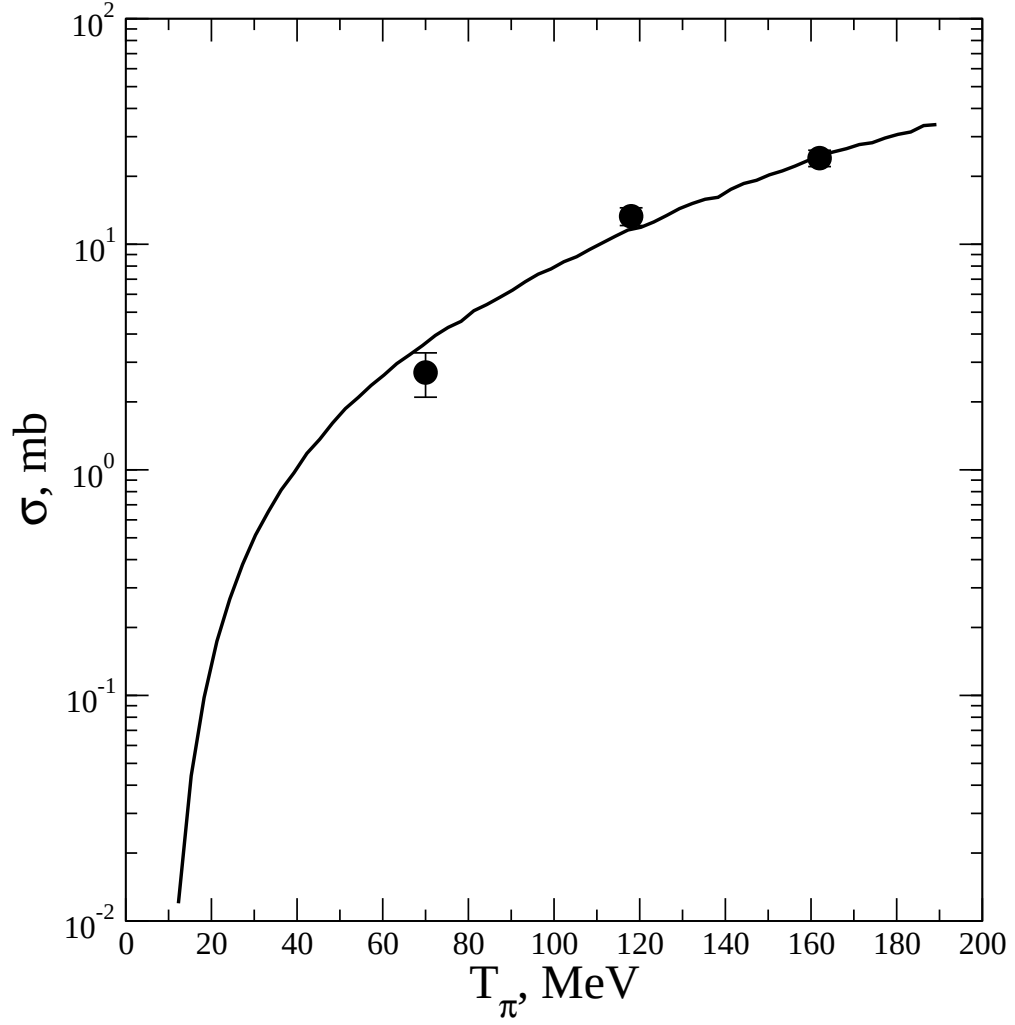


Рис. 1.10. Полное сечение реакции одиночной перезарядки $\pi^+ {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 ppp$ как функция начальной энергии пиона. Результаты расчета с амплитудой реакции (1.25), удовлетворяющей принципу Паули и учитывающей NN взаимодействие в конечном состоянии, (сплошная линия) приведены в сравнении с экспериментальными данными из работы [15] (жирные точки).

2. Когерентное и некогерентное фоторождение пиона на дейтоне

В данной главе рассматриваются реакции фоторождения нейтрального пиона на дейтоне. В отличие от процесса фоторождения заряженного пиона, конечное состояние которого однозначно определяется двумя протонами и пионом, в реакции фоторождения π^0 -мезона на дейтоне возможны два канала. Это когерентный канал $d(\gamma, \pi)d$, в котором дейтон остается в основном состоянии, и некогерентный канал $d(\gamma, \pi)np$ с развалом дейтона.

Измерения дифференциальных характеристик реакции π^0 -фоторождения на дейтоне были недавно проведены на ускорителе МАМІ [10], [11]. С помощью экспериментальной установки TAPS были измерены угловые распределения и энергетическая зависимость сечения этой реакции в области энергий фотона $E_\gamma = 140 - 306$ МэВ. Новые экспериментальные данные заполняют пробел между порогом реакции и областью, в которой доминирует Δ резонанс. Предыдущие измерения в этой области были только для когерентного канала [27–29] и для инклюзивного процесса вблизи порога рождения пиона [30] (для энергии $E_\gamma < 160$ МэВ).

Измеренные угловые распределения реакции $d(\gamma, \pi)d$ в основном смещены в область углов вперед. Это объясняется тем, что нуклоны в дейтоне имеют малый относительный импульс, и большую часть энергии уносит

пион. При больших переданных импульсах происходит развал дейтона, поэтому угловые распределения для некогерентного канала смещены в область углов, обратных направлению пучка.

Исследование фоторождения π^0 -мезона на дейтоне является важным для изучения элементарных процессов взаимодействия нуклонов с фотонами. Сечение реакции фоторождения пиона хорошо известно для протона, однако, по понятным причинам, экспериментальных данных прямого рождения пиона на нейтроне нет. Единственный источник информации – это фоторождение пиона в ядрах, в частности, на дейтоне, структура которого хорошо изучена.

Процесс фоторождения π -мезонов является хорошо изученным явлением (см., например, работы [12, 13]). Тем не менее, полученные недавно экспериментальные данные по реакции π^0 -фоторождения на дейтоне [10], [11] содержат ряд характерных особенностей, теоретической интерпретации которых посвящена эта глава.

В данной главе проведено исследование реакции фоторождения π^0 -мезона на дейтоне, причем основное внимание уделено нейтрон-протонному взаимодействию в конечном состоянии некогерентного процесса $d(\gamma, \pi)np$. Центральным местом является взаимосвязь когерентного и некогерентного каналов реакции. Считается, что в канале $d(\gamma, \pi)np$ доминирует квазисвободное фоторождение пиона на составляющих дейтон нуклонах. Однако оказывается, что нуклон-нуклонное взаимодействие в конечном состоянии сильно влияет на энергетическую и угловую зависимость сечения некогерентного канала с развалом дейтона.

Как будет показано в данной главе, с учетом np -взаимодействия в ко-

нечном состоянии инклюзивное сечение фоторождения пиона на дейтоне, определяемое суммой когерентного и некогерентного каналов, хорошо описывается квази-свободным π^0 -фоторождением. При исследовании этих эффектов использовались идеи, изложенные в известной работе В.М. Колыбасова и В.Г. Ксензова [31], где изучался процесс $d(\pi^-, \pi^-)pn$.

Дальнейшее изложение разделено на три части. В разделе 2.1 рассмотрены вклады различных диаграмм в механизм реакции фоторождения π^0 -мезона на дейтоне. Показано, что при низких энергиях в процессе фоторождения π^0 -мезона на дейтоне доминирует квази-свободное π^0 -фоторождение на одном нуклоне. В разделе 2.2 исследовано влияние нейтрон-протонного взаимодействия в конечном состоянии на характеристики реакции фоторождения π^0 -мезона на дейтоне. В разделе 2.3 проведено сравнение результатов численных расчетов с экспериментальными данными МАМІ [10].

2.1. Механизм реакции фоторождения π^0 мезона на дейтоне.

Диаграммы, которые дают вклад в механизм реакции некогерентного фоторождения пиона на дейтоне $\gamma d \rightarrow \pi^0 np$, можно разделить на следующие категории:

- квази-свободное фоторождение пиона, рис.2.1. Такая диаграмма определяется амплитудой $f_{\gamma\pi N}$ фоторождения пиона на одиночном нуклоне $\gamma N \rightarrow \pi N$.
- диаграмма с перерасеянием нуклонов, рис.2.2. Эта диаграмма соответствует нуклон-нуклонному взаимодействию в конечном состоянии.

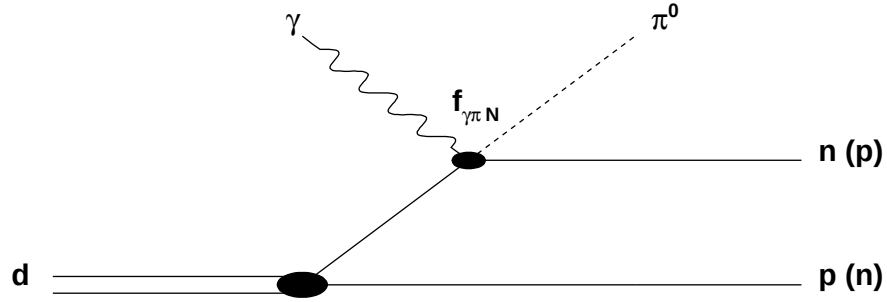


Рис. 2.1. Диаграмма квази-свободного фоторождения пиона в процессе развала дейтона $\gamma d \rightarrow \pi^0 n p$.

Подробное исследование этой диаграммы будет проведено в разделе 2.2.

- диаграммы с перерасеянием пионов на нуклонах. При низких энергиях эти диаграммы содержат малость ($f_{\pi N}/f_{NN}$) по отношению к диаграмме с перерасеянием нуклонов. Здесь $f_{\pi N}$ и f_{NN} – соответственно амплитуды πN и NN -рассеяния.
- диаграмма, в которой фотон поглощается одним нуклоном, а пион излучается другим, рис.2.3.

Как уже было отмечено, вклад диаграммы с перерасеянием пионов на нуклонах мал. Для оценки относительного вклада диаграмм квази-свободного фоторождения пиона и диаграммы 2.3 воспользуемся борновским приближением для амплитуды π^0 -фоторождения на одном нуклоне. В этом случае в амплитуду π^0 -фоторождения на одном нуклоне дают вклад только прямой и перекрестный члены, рис.2.4, 2.5, так как кролл-

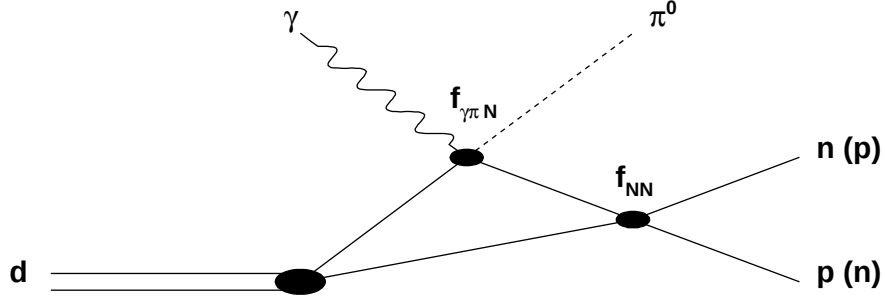


Рис. 2.2. Диаграмма с перерасеянием нуклонов в конечном состоянии реакции $\gamma d \rightarrow \pi^0 n p$.

рудермановский и пионный полюсной члены дают вклад только в рождение заряженных пионов [13].

Параметризуем вершины взаимодействия в следующем виде: $\Gamma_{em} = -e(\bar{u}\gamma_\mu u)A^\mu$ (электромагнитная); $\Gamma_{\pi N} = -g_\pi(\bar{u}\gamma_5 u)$ (пион-нуклонная); $\Gamma_d = -g(\bar{u}\gamma_\mu C\bar{u}^T)d^\mu$ (развал дейтона). В этом случае, соответствующие диаграммам рис.2.3–2.5 амплитуды можно записать в следующей форме:

$$\begin{aligned}
 M_a &= e g g_\pi d^\mu A^\nu \frac{(\bar{u}_1 \gamma_5 [\hat{Q}_1 + m] \gamma_\nu [\hat{P}_1 + m] \gamma_\mu C \bar{u}_2^T)}{(Q_1^2 - m^2)(P_1^2 - m^2)} \\
 M_b &= e g g_\pi d^\mu A^\nu \frac{(\bar{u}_1 \gamma_\nu [\hat{Q}_2 + m] \gamma_5 [\hat{P}_1 + m] \gamma_\mu C \bar{u}_2^T)}{(Q_2^2 - m^2)(P_1^2 - m^2)} \\
 M_c &= e g g_\pi d^\mu A^\nu \frac{(\bar{u}_1 \gamma_\nu [\hat{Q}_2 + m] \gamma_\mu C [\hat{P}_2 + m] \gamma_5 \bar{u}_2^T)}{(Q_2^2 - m^2)(P_2^2 - m^2)}
 \end{aligned} \quad (2.1)$$

4-импульсы частиц обозначены следующим образом (см. рис.2.3–2.5): p_d – 4-импульс дейтона, k – фотона, q – пиона и $p_{1,2}$ – 4-импульсы нуклонов; $Q_1 = p_1 + q$, $Q_2 = p_1 - k$, $P_1 = p_d - p_2 = Q_1 - k = Q_2 + q$, $P_2 = p_2 + q = p_d - Q_2$.

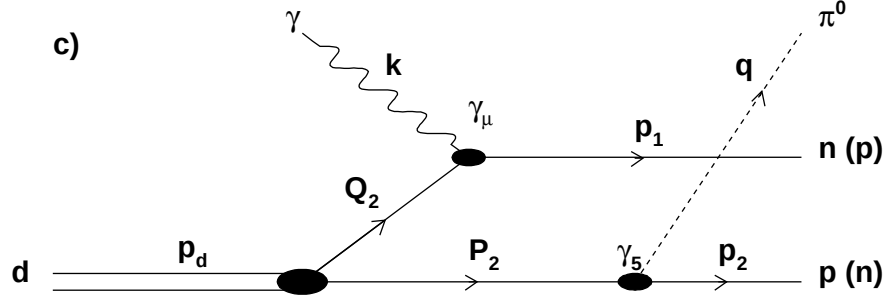


Рис. 2.3. Диаграмма, отвечающая возбуждению двух нуклонов в процессе $\gamma d \rightarrow \pi^0 n p$.

Для оценки относительных вкладов диаграмм рис.2.3–2.5, проведем следующие разложения по малым импульсам частиц:

$$\begin{aligned}
 Q_1^2 - m^2 &= \mu^2 + 2(p_1 q) \approx \mu^2 + 2\mu t + O(\vec{p}^2) \\
 Q_2^2 - m^2 &= -2(p_1 k) = -2\omega E_1 = 2(m_d - E_1 - E_2 - E_\pi)E_1 \approx -2\mu t + O(\vec{p}^2) \\
 P_1^2 - m^2 &= \mu_d^2 - 2(p_2 p_d) = \mu_d(\mu_d - 2E_2) \sim \mu_d \delta_d + O(\vec{p}^2) \\
 P_2^2 - m^2 &= \mu^2 + 2(p_2 q) = \mu(\mu + 2m) + O(\vec{p}^2) \quad .
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

Исходя из этих разложений, получаем следующую оценку для относительных вкладов диаграмм рис.2.3–2.5:

$$\begin{aligned}
 \left| \frac{M_c}{M_a} \right| &\approx \frac{P_1^2 - m^2}{P_2^2 - m^2} \approx \frac{\mu_d \delta_d}{\mu(\mu + 2m)} \ll 1 \\
 \left| \frac{M_c}{M_b} \right| &\approx \frac{(P_1^2 - m^2)(Q_1^2 - m^2)}{(P_2^2 - m^2)(Q_2^2 - m^2)} \approx \frac{\mu_d \delta_d}{\mu(\mu + 2m)} \ll 1 \quad . \\
 \left| \frac{M_a}{M_b} \right| &\approx \frac{Q_1^2 - m^2}{Q_2^2 - m^2} \approx 1
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

Из этих оценок видно, что при низких энергиях вкладом диаграммы рис.2.3 можно пренебречь. Этот факт имеет простую интерпретацию. Диаграмма рис.2.3 дает вклад только при большом переданном импульсе, поэтому при

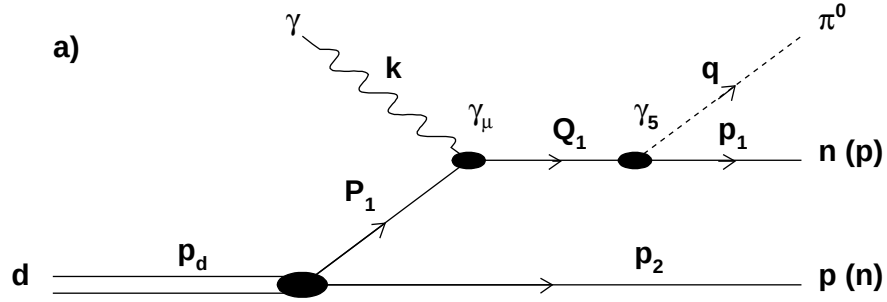


Рис. 2.4. Диаграмма квази-свободного фоторождения пиона на дейтоне. Прямой борновский член.

низких энергиях ее вклад мал.

Таким образом, механизм реакции $\gamma d \rightarrow \pi^0 n p$ в основном определяется квази-свободным фоторождением пиона на одном нуклоне. Однако, как будет показано ниже, учет нуклон-нуклонного взаимодействия в конечном состоянии сильно влияет на характеристики некогерентного канала реакции фоторождения пиона на дейтоне.

2.2. Реакция $\gamma d \rightarrow \pi^0 n p$ и np -взаимодействие в конечном состоянии

2.2.1. Амплитуда реакции $\gamma d \rightarrow \pi^0 n p$

Изложение в этом разделе основано на идеях работы [31].

Рассмотрим диаграммы рис.2.1, 2.2. Амплитуда, соответствующая диаграмме рис.2.1 определяется квази-свободным фоторождением пиона на нуклоне:

$$M_{\text{QF}} = f_{\gamma\pi p} \varphi_d(\mathbf{q} - \mathbf{Q}) + f_{\gamma\pi n} \varphi_d(\mathbf{q} + \mathbf{Q}) . \quad (2.4)$$

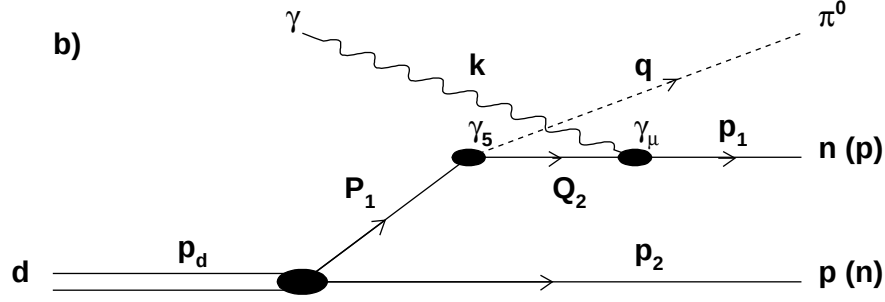


Рис. 2.5. Диаграмма квази-свободного фоторождения пиона на дейтоне. Перекрестный борновский член.

Здесь φ_d – волновая функция дейтона; $\mathbf{q}$ – относительный импульс между нуклонами, $\mathbf{Q}$ – переданный импульс.

Амплитуда, соответствующая диаграмме рис.2.2 с перерассеяние нуклонов, может быть записана в следующем виде:

$$M_R = \frac{f_{\gamma\pi p} + f_{\gamma\pi n}}{\pi^2} \int d\mathbf{q}' \frac{f_{NN}(\mathbf{q}, \mathbf{q}') \varphi_d(\mathbf{q}' - \mathbf{Q})}{q'^2 - q^2 - i0} , \quad (2.5)$$

где $\mathbf{q}'$ – относительный импульс нуклонов в дейтоне; $q = |\mathbf{q}|$; $Q = |\mathbf{Q}|$; $q' = |\mathbf{q}'|$. $f_{\gamma\pi N}$ обозначает амплитуду реакции $\gamma N \rightarrow \pi N$. f_{NN} – s -волновая амплитуда упругого NN -рассеяния с учетом схода с массовой поверхности.

Используя формулу для амплитуды NN –рассеяния, учитывающую сход с массовой поверхности (см., например, [31]):

$$f_{NN}^{(off)} = \frac{q^2 + \beta^2}{q'^2 + \beta^2} f_{NN}^{(on)} , \quad (2.6)$$

суммарный вклад диаграмм рис.2.1, 2.2 можно записать в следующем виде:

$$M_{\text{FSI}} = M_{\text{QF}} + M_R = M_{\text{QF}} [1 + R^{-1} f_{NN}^{(on)}] . \quad (2.7)$$

Функция R определяется следующей формулой:

$$R^{-1}(\mathbf{q}, \mathbf{Q}) = \frac{f_{\gamma\pi p} + f_{\gamma\pi n}}{f_{\gamma\pi p}\varphi_d(\mathbf{q} - \mathbf{Q}) + f_{\gamma\pi n}\varphi_d(\mathbf{q} + \mathbf{Q})} \int \frac{d\mathbf{q}'}{\pi^2} \frac{4q^2 + \beta^2}{4q'^2 + \beta^2} \frac{\varphi_d(\mathbf{q}' - \mathbf{Q})}{q'^2 - q^2 - i0} . \quad (2.8)$$

Вычисление диаграммы с NN -перерассеянием в случае хюльтен-новской волновой функции дейтона Зная конкретный вид волновой функции дейтона можно получить точное выражение для функции R (см. формулу (2.8)), характеризующей вклад нуклон-нуклонного взаимодействия в конечном состоянии в реакции $\gamma d \rightarrow \pi^0 np$. В общем случае следует использовать реалистическую волновую функцию дейтона, полученную, например, с помощью Парижского потенциала [32]. Однако для рассматриваемого процесса малые расстояния в дейтоне не столь важны. Поэтому, в данном случае, хорошим приближением является хюльтен-новская волновая функция. Простой вид хюльтен-новской волновой функции позволяет провести аналитическое вычисление диаграммы рис.2.2.

В импульсном представлении хюльтен-новская волновая функция имеет вид:

$$\varphi_d(\mathbf{p}) = \alpha \left[\frac{1}{p^2 + \kappa^2} - \frac{1}{p^2 + \beta^2} \right] , \quad (2.9)$$

где $\kappa^2 = mE_d$, E_d – энергия связи дейтона; m – масса нуклона; $\beta = 5.2\kappa$; α – нормировочная константа волновой функции:

$$\alpha = 4\pi \left[\frac{\kappa\beta(\kappa + \beta)}{2\pi(\beta - \kappa)^2} \right]^{\frac{1}{2}} . \quad (2.10)$$

Для данной волновой функции дейтона $R^{-1}(\mathbf{q}, \mathbf{Q})$ принимает вид:

$$R^{-1}(\mathbf{q}, \mathbf{Q}) = \frac{4\alpha}{Q} \frac{f_{\gamma\pi p} + f_{\gamma\pi n}}{f_{\gamma\pi p}\varphi_d(\mathbf{q} - \mathbf{Q}) + f_{\gamma\pi n}\varphi_d(\mathbf{q} + \mathbf{Q})} [I(\kappa) - I(\beta)] , \quad (2.11)$$

где

$$I(x) = J(x) - J(x)|_{k \rightarrow i\beta} . \quad (2.12)$$

Функция $J(x)$ определяется следующим интегралом:

$$J(x) = \frac{Q}{\pi} \int_{-1}^1 d \cos \theta \int_0^\infty \frac{q'^2 dq'}{q'^2 - q^2 - i0} \frac{1}{(\mathbf{q}' - \mathbf{Q})^2 + x^2} . \quad (2.13)$$

Интегрируя по $\cos \theta$, получаем:

$$J(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \frac{q' dq'}{q'^2 - q^2 - i0} \ln \frac{(q' + Q)^2 + x^2}{(q' - Q)^2 + x^2} . \quad (2.14)$$

Для вычисления этого интеграла продифференцируем его по параметру:

$$\begin{aligned} \frac{\partial J(x)}{\partial Q} &= \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{q' dq'}{q'^2 - q^2 - i\eta} \left[\frac{q' + Q}{(q' + Q)^2 + x^2} + \frac{q' - Q}{(q' - Q)^2 + x^2} \right] = \\ &= \frac{i}{4} \left[\frac{1}{q + Q + ix} + \frac{1}{ix - Q + q} \right] . \end{aligned} \quad (2.15)$$

Интегрирование полученного выражения по Q дает:

$$J(x) = \frac{i}{4} \int_0^Q dQ \left[\frac{1}{q + Q + ix} + \frac{1}{ix - Q + q} \right] = \frac{i}{2} \ln \frac{q + Q + ix}{q - Q + ix} . \quad (2.16)$$

Окончательно для функции $I(x)$, входящей в выражение (2.11), имеем:

$$I(x) = \frac{i}{2} \left[\ln \frac{q + Q + 2ix}{q - Q + 2ix} - \ln \frac{i\beta + Q + 2ix}{i\beta - Q + 2ix} \right] . \quad (2.17)$$

Следует отметить, что функция $R^{-1}(\mathbf{q}, \mathbf{Q})$ является комплексной. Этот результат будет использован в главе 3 при исследовании особенностей NN взаимодействия в конечном состоянии в реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$.

2.2.2. np -взаимодействие в конечном состоянии и инклюзивное сечение реакции фоторождения π^0 -мезона на дейтоне

Как показано в работе [31], между амплитудами когерентного и некогерентного процессов на дейтоне существует следующее интегральное со-

отношение¹:

$$\int |M_{\text{qf}}|^2 d\mathbf{p} = |M_{\text{c}}|^2 + \int |M_{\text{fsl}}|^2 d\mathbf{p} . \quad (2.18)$$

Здесь M_{c} – амплитуда когерентного фоторождения пиона на дейтоне, $\mathbf{p}$ – импульс одного из нуклонов в некогерентном процессе.

Из формулы (2.18) следует, что сечение инклюзивного фоторождения на дейтоне равно сечению квази-свободного фоторождения пиона на одном из нуклонов. Соотношение (2.18) является справедливым, если выполняется условие полноты для волновой функции дейтона и волновой функции NN рассеяния. При энергиях фотона $E_{\gamma} = 140 - 306$ МэВ это условие выполняется, так как в этом случае импульсы конечных нуклонов оказываются больше импульса фермиевского движения нуклонов в дейтоне.

2.3. Результаты численных расчетов

Численные расчеты с амплитудами (2.4) и (2.7) проводились с хьюлтеновской волновой функцией дейтона. Для амплитуды $f_{\gamma\pi N}$ фоторождения пиона на нуклоне использовалась параметризация из базы данных SAID [18].

Результаты численных расчетов угловых распределений конечных продуктов реакции $d(\gamma, \pi)np$ с амплитудой (2.7), учитывающей нуклон-нуклонное взаимодействие в конечном состоянии, представлены на рис.2.6. В результате расчетов оказалось, что нуклон-нуклонное взаимодействие в конечном состоянии сильно влияет на поведение угловых распределений, что подтверждает предсказания работы [33]. Результаты расчетов находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными МАМІ [10].

¹Этот результат не зависит от конкретного вида волновой функции дейтона.

На рис.2.7, 2.8 приведены результаты расчета угловых распределений и полного сечения с амплитудой (2.4), описывающей квази-свободное π^0 -фоторождение на дейтоне. Эти результаты находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными МАМІ [10], что говорит о справедливости соотношения (2.18), связывающего амплитуды процессов когерентного и некогерентного фоторождения пиона на дейтоне.

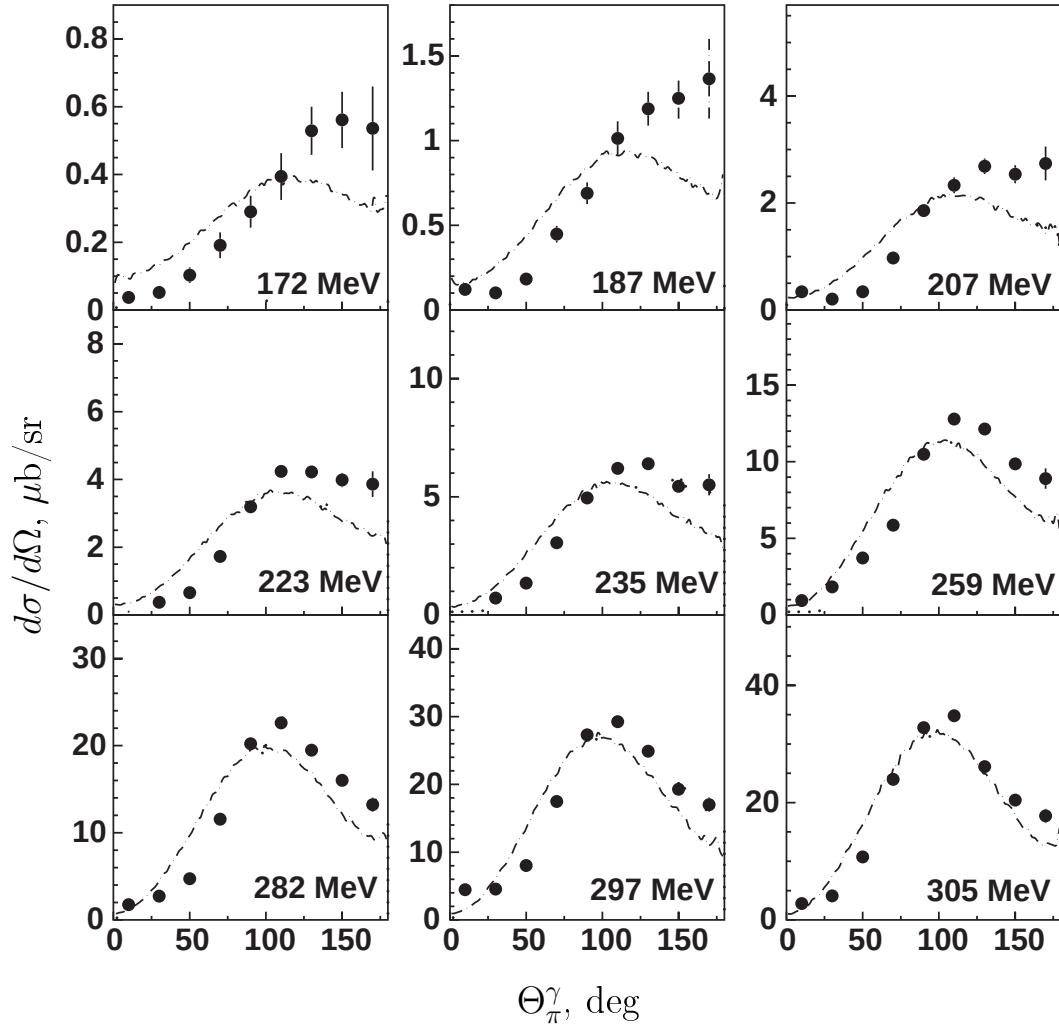


Рис. 2.6. Дифференциальное сечение некогерентного процесса фоторождения π^0 -мезона на дейтоне. Жирные точки – данные эксперимента МАМІ [11]. Штрих-пунктирная линия – результаты расчета с амплитудой (2.7), учитывающей нуклон-нуклонное взаимодействие в конечном состоянии.

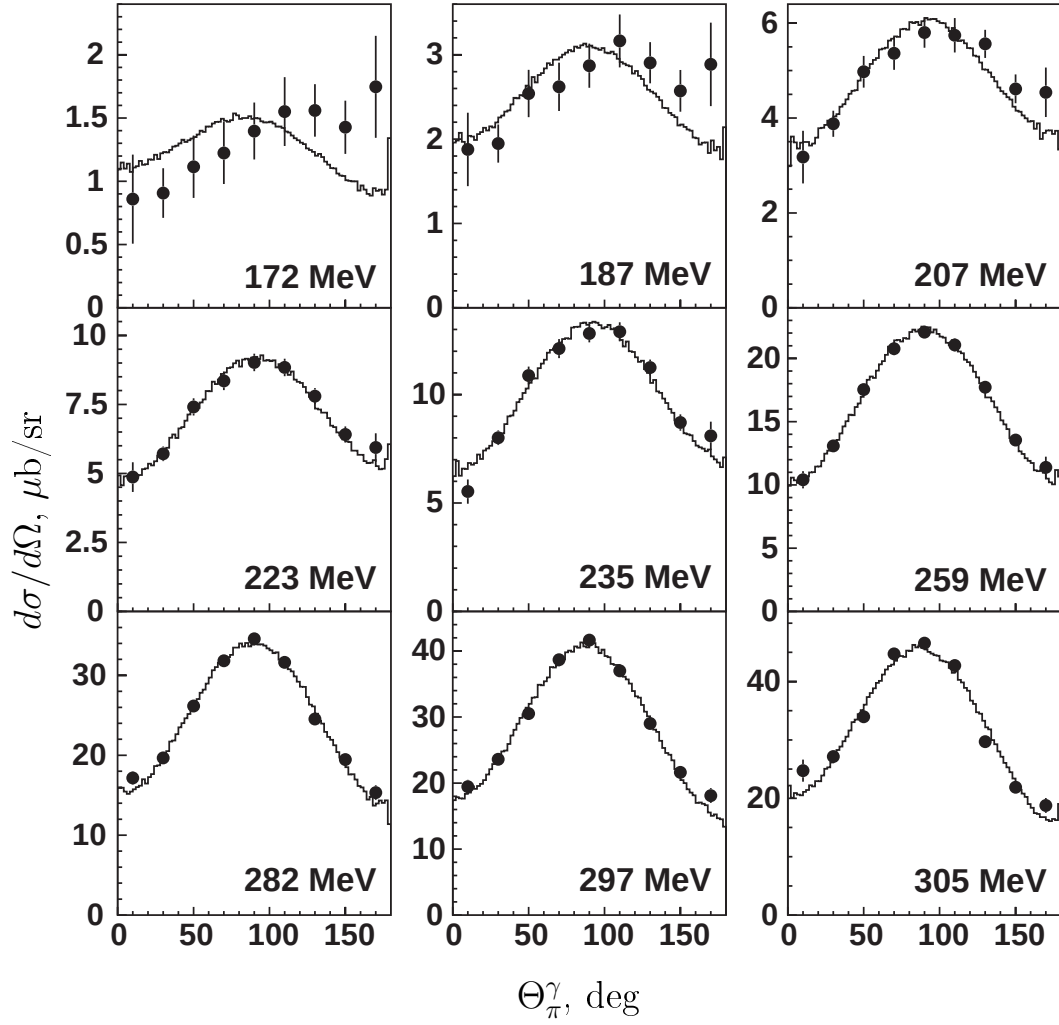


Рис. 2.7. Дифференциальное сечение инклюзивного процесса фоторождения π^0 -мезона на дейтоне. Жирные точки – данные эксперимента МАМІ [11]. Сплошная линия – результаты расчета с амплитудой (2.4), соответствующей квази-свободному фоторождению пиона на дейтоне.

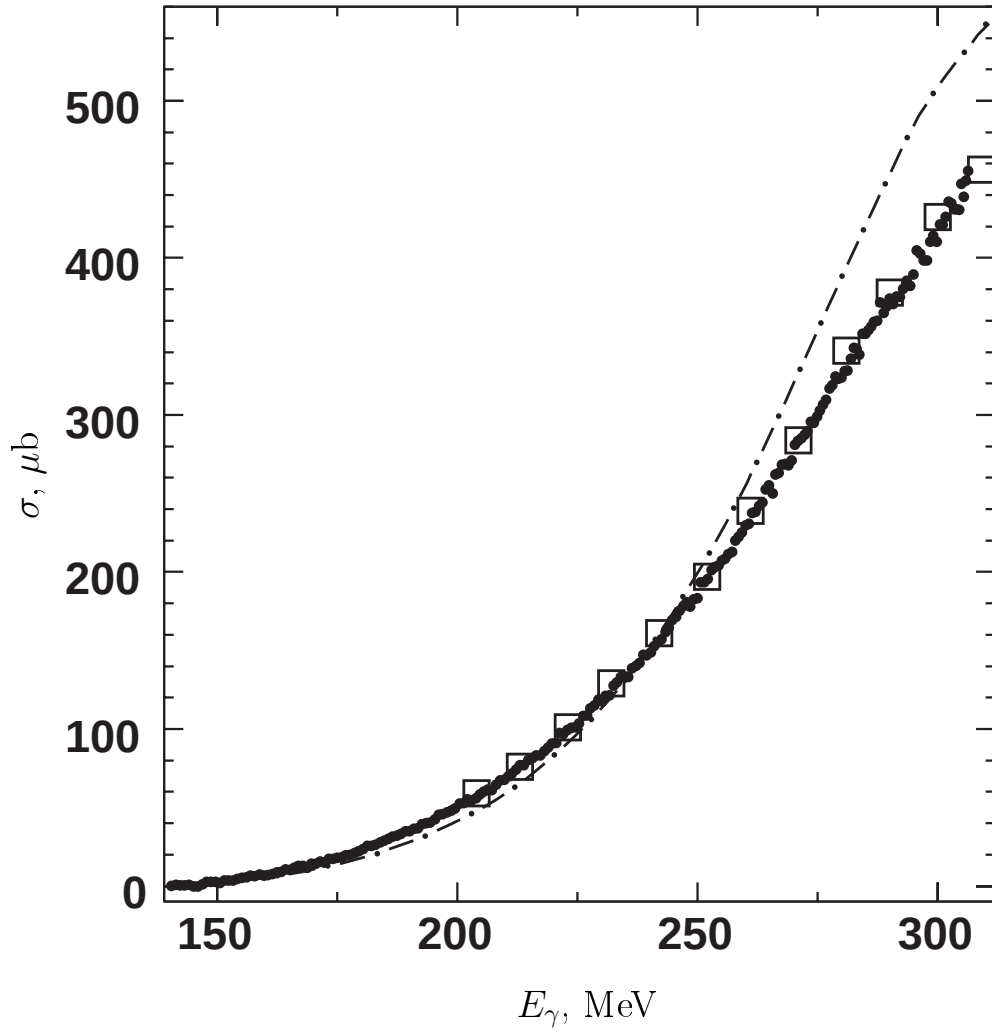


Рис. 2.8. Полное сечение инклюзивного процесса фоторождения π^0 -мезона на дейтоне. Жирные точки – данные эксперимента MAMI [11]. Квадраты – предыдущие измерения TAPS [27]. Штрих-пунктирная линия – результаты расчета с амплитудой (2.4), соответствующей квази-свободному фоторождению пиона на дейтоне.

3. Двухпионное рождение в pp -столкновениях вблизи порога

3.1. Особенности реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$ вблизи порога

В данной главе рассматривается реакция двухпионного рождения $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$ вблизи порога. Как правило, поведение дифференциальных характеристик реакций с большим числом частиц в конечном состоянии хорошо описывается в предположении слабой зависимости амплитуды реакции от кинематических переменных. В этом случае поведение спектров частиц хорошо согласуется с поведением фазового объема (амплитуда реакции постоянна). Однако результаты недавних опытов на ускорителе CELSIUS [14, 34, 35], значительно превосходящие по своей точности все предыдущие измерения характеристик двухпионного рождения в pp -столкновениях, не удастся описать в столь простом предположении.

В эксперименте на ускорителе CELSIUS была набрана большая статистика по эксклюзивным измерениям дифференциальных характеристик реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$ в области кинетических энергий налетающего протона $T_p = 650 - 750$ МэВ [14, 34, 35]. Все предыдущие измерения реакции двухпионного рождения $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$ ниже кинетической энергии налетающего протона $T_p = 900$ МэВ, являлись либо инклюзивными [36, 37], либо проводились с низкой статистикой [38–41] (часть из этих экспериментов тоже была инклюзивной [40, 41]). В данный момент результаты эксперимента

на ускорителе CELSIUS являются предварительными. Обработка данных эксперимента, проводящаяся совместно с физиками из Германии, Швеции и Польши, продолжается.

Прецизионные измерения реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$ в конкретном эксперименте на ускорителе CELSIUS были инициированы поиском экзотических $NN\pi$ -резонансов, не связанных с NN -каналом за счет сильных взаимодействий. Примером может служить гипотетический дибарионный резонанс d' с квантовыми числами $I(J^P) = 0(0^-)$ [42] или резонансы с высоким изоспином (например $I = 2$).

Само по себе исследование реакции с рождением нескольких пионов является важным по целому ряду причин. Подобные исследования могут прояснить вопрос о пределах применимости эффективных лагранжианов, следующих из киральных теорий [43, 44]. Конкретной целью может быть проверка мягко-пионных теорем и оценка параметров нарушения киральной симметрии. С этой точки зрения особенно важным является исследование поведения процессов с рождением нескольких пионов вблизи порога [45].

Одной из известных особенностей, свойственных реакциям с рождением системы из двух пионов является так называемый ABC эффект (Abashian-Booth-Crowe, [46]). ABC эффект проявляется в аномальном поведении спектра инвариантной массы системы двух пионов и его изучению посвящено большое число работ (см. [47–51] и ссылки в этих работах). До сих пор этот эффект представляет живой интерес как с теоретической, так и с экспериментальной точек зрения (см., например, [52]).

Наряду с особенностями рождения системы двух пионов, реакция

двухпионного рождения в протон-протонных столкновениях является одним из источников информации о нуклонных резонансах. В работах [45, 53] исследовались конкретные механизмы реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$. Было показано, что прецизионные измерения характеристик реакции $\pi\pi$ -рождения в pp -столкновениях позволяют выделить вклады возбуждения барионных резонансов N и Δ типа в промежуточном состоянии. В частности, как показано в работе [53], это относится к изучению роуперовского резонанса $N^*(1440)$. Если принять гипотезу о доминантности возбуждения резонанса $N^*(1440)$ в промежуточном состоянии реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$, то можно извлечь свойства этого резонанса, например, относительные вклады различных каналов распада $N^*(1440)$ [54].

Высокое качество полученных в эксперименте на ускорителе CELSIUS дифференциальных характеристик реакции двухпионного рождения выявляет ряд характерных особенностей [14]:

- Экспериментальные данные указывают на ярко выраженную асимметрию между спектрами инвариантных масс систем $p\pi^+$ и $p\pi^-$, а также между спектрами систем $pp\pi^+$ и $pp\pi^-$.
- Поведение экспериментальных спектров инвариантных масс систем pp и $p\pi^+\pi^-$ указывают на сильное нуклон-нуклонное взаимодействие в конечном состоянии (эффект Мигдала-Ватсона [16, 17]).
- Поведение экспериментального спектра инвариантной массы двух пионов сильно отличается от поведения фазового объема.

Отмеченные особенности спектров реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$ являются нетривиальными. Следует оговориться о способе представления результатов.

Проблема связана с несовершенством использованного в эксперименте CELSIUS детектора PROMICE/WASA, регистрирующего частицы только в ограниченной области полярного угла по отношению к направлению пучка. Представленные же в работе [14] экспериментальные результаты основаны на экстраполяции к 4π геометрии. Способ экстраполяции является модельно зависимым. Однако обсуждаемая здесь асимметрия значительно менее чувствительна к конкретной экстраполяции. И именно этой проблеме в первую очередь посвящена данная глава.

На данный момент нет единой теоретической схемы, в рамках которой можно было бы описать все обнаруженные нетривиальные особенности спектров частиц реакции двухпионного рождения в pp -столкновениях. С этой точки зрения кажется необходимым разбить исследование сложившейся проблемы на части и исследовать особенности дифференциальных характеристик реакции $\pi\pi$ -рождения в pp -соударениях. Конкретной целью является описание асимметрии между спектрами инвариантных масс систем $p\pi^\pm$ и $pp\pi^\pm$ на основе наглядного феноменологического подхода.

В данной главе исследуется возможность описания обнаруженной в опыте асимметрии спектров систем $p\pi^+$ и $p\pi^-$, а также $pp\pi^+$ и $pp\pi^-$, возбуждением $\Delta(1232)$ -резонанса в промежуточном состоянии. Естественно предположить, что при низких энергиях доминирует возбуждение одиночного $\Delta(1232)$ -резонанса. Кроме того, представляется правдоподобным, что данная асимметрия слабо зависит от конкретной динамики рождения $\Delta(1232)$. Примеры, подтверждающие эту гипотезу, будут рассмотрены ниже. Наряду с дельтой следует учитывать вклады, не связанные с возбуждением $\Delta(1232)$ -изобары. В рамках простейших гипотез удастся

построить феноменологическую лоренц-инвариантную амплитуду реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$. Результаты численных расчетов хорошо согласуются с экспериментальными данными по обнаруженной в опыте асимметрии. Кроме того такой подход является лоренц-инвариантным, тем самым границы его применимости могут быть расширены на более высокие энергии.

Один из возможных сценариев возбуждения $\Delta(1232)$ -резонанса рассмотрен в работе [53]. Авторы исследовали гипотезу о доминантности возбуждения в промежуточном состоянии роуперовского резонанса $N^*(1440)$, распадающегося по каналам $N^* \rightarrow \Delta\pi$ или “напрямую” $N^* \rightarrow N\pi\pi$. Оказывается, что асимметрия спектров систем $p\pi^\pm$ и $pp\pi^\pm$ не зависит от изоспина мезонов, которым обмениваются протоны.

Отдельного рассмотрения требует поведение спектра инвариантной массы M_{pp} системы двух протонов, на котором наиболее сильно сказывается эффект нуклон-нуклонного взаимодействия в конечном состоянии. Помимо характерного для эффекта Мигдала-Ватсона пикового поведения в области малых значений M_{pp} , экспериментальные данные содержат видимый провал чуть правее этого пика, при $M_{pp} \sim 1885$ МэВ. В рамках развитого феноменологического подхода оказывается возможным добиться хорошего согласия с экспериментальными данными для спектров систем pp и $p\pi^+\pi^-$.

Исследования особенностей реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$ продолжаются. Результаты численных расчетов спектра инвариантной массы системы $\pi^+\pi^-$ оказываются очень чувствительными к параметрам развитой феноменологической модели. На данный момент нет однозначного ответа, можно ли на основании такого подхода описать особенности спектра системы $\pi^+\pi^-$. Это

связано с тем, что варьирование свободных параметров, входящих в выражение для феноменологической амплитуды, является отдельной сложной технической задачей.

Содержание данной главы следующее: в разделе 3.2 обсуждается возможность описания обнаруженной в опыте асимметрии спектров систем $p\pi^\pm$ и $pp\pi^\pm$ возбуждением $\Delta(1232)$ -резонанса в промежуточном состоянии. На основании простых предположений, в пункте 3.2.1 построена феноменологическая лоренц-инвариантная амплитуда, описывающая процесс двухпионного рождения $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$. В пункте 3.2.2. проводится сравнение результатов численных расчетов, основанных на построенной феноменологической амплитуде, с экспериментальными данными [14].

В разделе 3.3 исследовано влияние протон-протонного взаимодействия в конечном состоянии на дифференциальные характеристики реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$. Наиболее ярко эффект Мигдала-Ватсона проявляется в спектре инвариантной массы двух протонов. Результаты численных расчетов сравниваются с экспериментальными данными CELSIUS [14].

3.2. Возбуждение $\Delta(1232)$ -резонанса в реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$

Проведенные недавно на накопительном кольце CELSIUS [14] измерения дифференциальных характеристик реакции двухпионного рождения $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$ содержат ярко выраженную асимметрию спектров инвариантных масс систем $p\pi^\pm$ и $pp\pi^\pm$. Для системы протон-пион асимметрия определяется как разность спектров инвариантных масс систем $p\pi^+$ и $p\pi^-$:

$$\left(\frac{d\sigma}{dm_{p\pi}} \right)_\pm = \frac{d\sigma}{dm_{p\pi^+}} - \frac{d\sigma}{dm_{p\pi^-}} . \quad (3.1)$$

Аналогично для системы двух протонов и пиона асимметрия определяется как разность спектров инвариантных масс систем $pp\pi^+$ и $pp\pi^-$:

$$\left(\frac{d\sigma}{dm_{pp\pi}} \right)_{\pm} = \frac{d\sigma}{dm_{pp\pi^+}} - \frac{d\sigma}{dm_{pp\pi^-}} . \quad (3.2)$$

Оказывается, что данную асимметрию можно описать возбуждением одиночного Δ -резонанса в промежуточном состоянии. В этом случае разрешенными являются два зарядовых состояния Δ -изобары Δ^{++} и Δ^0 :

$$pp \rightarrow p(\pi^+\Delta^0) \rightarrow pp\pi^+\pi^- , \quad pp \rightarrow p(\pi^-\Delta^{++}) \rightarrow pp\pi^+\pi^- . \quad (3.3)$$

Как следует из изоспиновой симметрии, вклады резонансов Δ^{++} и Δ^0 в амплитуду реакции различны. Различие вкладов Δ^{++} и Δ^0 в дифференциальное сечение реакции приводит к разнице дифференциальных спектров систем $p\pi^{\pm}$, а также систем $pp\pi^{\pm}$.

Схематично подобный механизм реакции, изображен на рис.3.1–3.2. Рис.3.1 отвечает возбуждению $\Delta(1232)$ -резонанса одним из начальных протонов, в то время как рис.3.2 соответствует возбуждению Δ -изобары в конечном состоянии реакции. Наряду с Δ механизмом возможны вклады не связанные с рождением $\Delta(1232)$ -резонанса. Диаграмма, соответствующая этим вкладам изображена на рис. 3.3.

Прежде чем перейти к построению соответствующей диаграммам рис.3.1–3.3 амплитуде, рассмотрим пример, в котором конкретные детали рождения Δ -изобары оказываются несущественными. В работе [53] проведен теоретический анализ реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$ в предположении о доминантности возбуждения резонанса $N^*(1440)$ в промежуточном состоянии¹. В рамках этого предположения, основной вклад в механизм реакции

¹Следует отметить, что предположение о доминантности возбуждения резонанса $N^*(1440)$ является

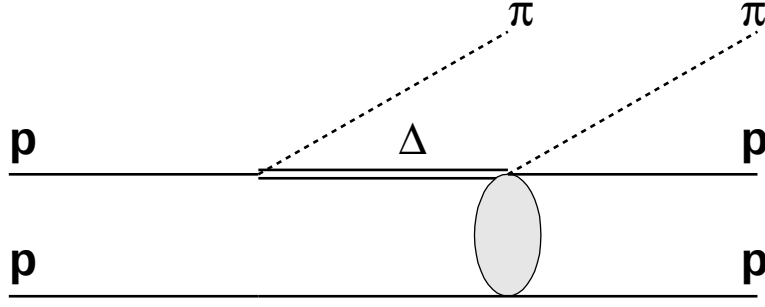


Рис. 3.1. Диаграмма для реакции двухпионного рождения $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$ с возбуждением Δ -резонанса одним из нуклонов в начальном состоянии.

дают диаграммы рождения резонанса $N^*(1440)$ в промежуточном состоянии, с последующим распадом, соответственно, по каналу $N^* \rightarrow \Delta\pi$ и $N^* \rightarrow N\pi\pi$, рис.3.4. При этом между протонами возможен как изоскалярный так и изовекторный обмены.

Амплитуда, соответствующая этим диаграммам может быть схематично записана в следующей форме:

$$\mathbf{A}_{N^*} = \frac{1}{q^2 - \mu^2} \frac{1}{P_*^2 - M_*^2 + iM_*\Gamma_*} (\bar{u}_4 u_2) (\bar{u}_3 [A_{N\pi\pi} + B_{\Delta\pi} \mathbf{P}_\Delta] u_1) \quad . \quad (3.4)$$

Здесь $u_{1,2}$ и $u_{3,4}$ – биспиноры соответственно начальных и конечных протонов; q, μ – 4-импульс и масса обменного мезона; P_*, M_*, Γ_* – 4-импульс, масса и ширина резонанса $N^*(1440)$; функции $A_{N\pi\pi}$ и $B_{\Delta\pi}$ пропорциональны вершинам распада N^* соответственно на два пиона-нуклон и систему пион- Δ ; $\mathbf{P}_\Delta$ соответствует Δ пропагатору.

очень сильной гипотезой. Наряду с резонансом $N^*(1440)$ возможно возбуждение других резонансов N и Δ -типа с массой, близкой к массе N^* . Например, $N^*(1520)$ и $\Delta(1600)$ [23]. Так как относительные вклады этих резонансов плохо изучены, то построенная в таких предположениях модель будет содержать большое число неопределенных параметров. Даже если ограничиться рассмотрением только $N^*(1440)$ и ближайшего по массе резонанса $N^*(1520)$, нельзя обойтись без дополнительной гипотезы об относительном знаке констант взаимодействия $N^*(1440)$ и $N^*(1520)$.

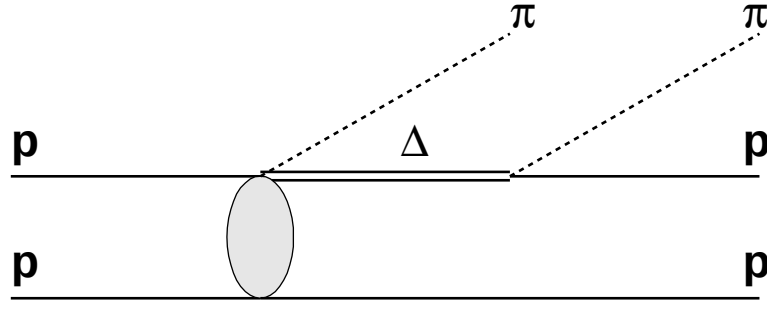


Рис. 3.2. Диаграмма для реакции двухпионного рождения $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$ с возбуждением Δ -резонанса одним из нуклонов в конечном состоянии.

При малых энергиях пропагаторы обменного мезона и резонанса $N^*(1440)$ можно с хорошей точностью считать постоянными. Это приводит к механизму, схематически изображенному на рис.3.1–3.3.

3.2.1. Амплитуда реакции с возбуждением Δ -изобары

Получить выражение для амплитуды реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$ легче всего из рассмотрения амплитуды процесса $NN \rightarrow NN\pi\pi$. Матричный элемент для конкретных зарядовых состояний pp и $pp\pi^+\pi^-$ определяет амплитуду реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$. Изоспин-инвариантная амплитуда реакции автоматически дает различные вклады Δ^{++} и Δ^0 -резонансов. Пренебрегая влиянием конкретной динамики рождения $\Delta(1232)$ -изобары, амплитуду реакции $NN \rightarrow NN\pi\pi$ с одиночным возбуждением $\Delta(1232)$ -резонанса

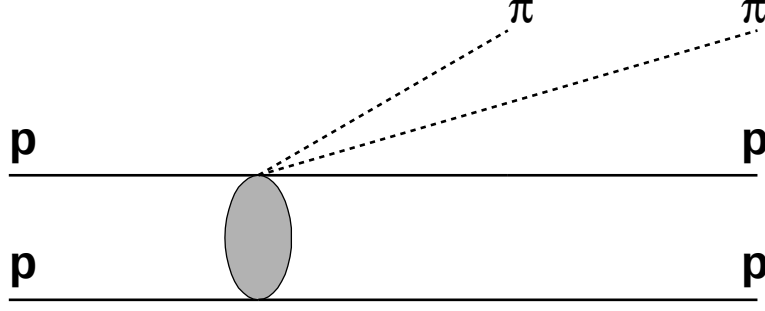


Рис. 3.3. Диаграмма для реакции двухпионного рождения $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$, соответствующая вкладам, не связанным с рождением Δ -резонанса.

можно записать в следующей форме²:

$$\mathbf{A}_\Delta = \left(\bar{N}_3 \pi_i \left[\delta^{ik} - \frac{1}{3} \tau^i \tau^k \right] \pi_k k^\mu k^\nu \mathbf{P}_{\mu\nu} N_1 \right) (\bar{N}_4 N_2) \quad . \quad (3.5)$$

Здесь $N_{1,2}$ и $N_{3,4}$ соответственно биспиноры и изотопические спиноры начальных и конечных нуклонов; π_i изотопические волновые функции пионов в декартовом базисе ($i = 1, 2, 3$); $k^{\mu,\nu}$ — 4-импульсы пионов. Комбинация $\delta^{ik} - \frac{1}{3} \tau^i \tau^k$ (τ — матрицы Паули), описывает изотопическую структуру Δ -пропагатора. $\mathbf{P}_{\mu\nu}$ соответствует лоренц-инвариантной форме Δ -пропагатора (см., например, обзор [55]):

$$\begin{aligned} & \frac{\hat{P} + M}{P^2 - M^2 + iM\Gamma} \times \\ & \times \left(-g_{\mu\nu} + \frac{\gamma_\mu \gamma_\nu}{3} + \frac{\gamma_\mu P_\nu - \gamma_\nu P_\mu}{3M} + \frac{2}{3} \frac{P_\mu P_\nu}{M^2} - \right. \\ & \left. - \frac{2}{3} \frac{P^2 - M^2}{M^2} \left[\gamma_\mu P_\nu - \gamma_\nu P_\mu + (\hat{P} + M) \gamma_\mu \gamma_\nu \right] \right) \quad . \end{aligned} \quad (3.6)$$

²Такая запись амплитуды соответствует случаю изоскалярного обмена между двумя протонами. В случае изовекторного обмена в изотопическую структуру амплитуды добавляется τ_j -матрица: $\mathbf{A}_\Delta = (\bar{N}_3 \pi_i \tau^j [\delta^{ik} - \frac{1}{3} \tau^i \tau^k] \pi_k k^\mu k^\nu \mathbf{P}_{\mu\nu} N_1) (\bar{N}_4 \tau_j N_2)$. Как будет показано, это не меняет относительно вклада Δ^{++} и Δ^0 , которым определяется асимметрия.

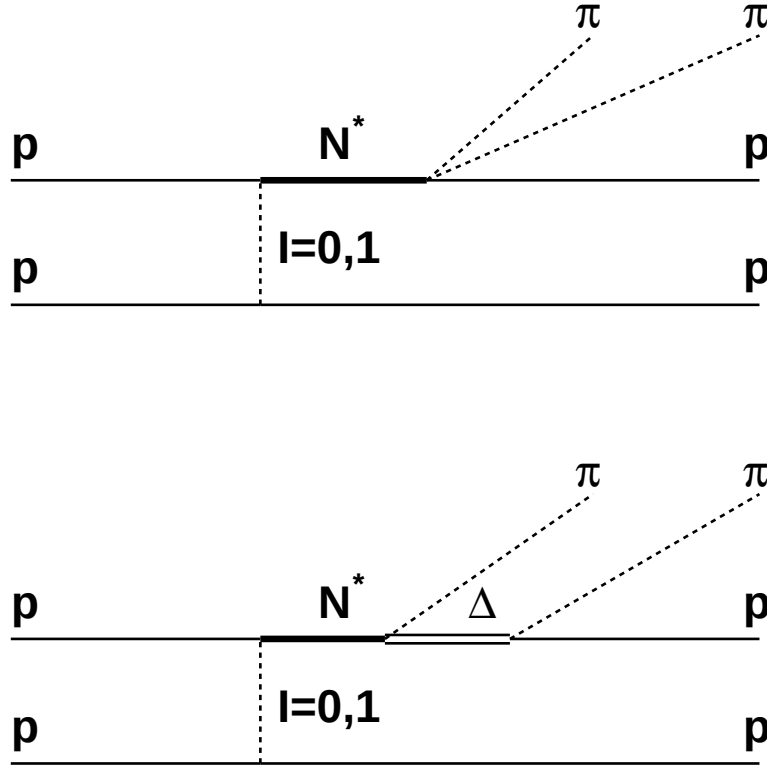


Рис. 3.4. Диаграммы для реакции двухпионного рождения $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$ с рождением $N^*(1440)$ -резонанса и последующим распадом по каналам $N^* \rightarrow \Delta\pi$ и $N^* \rightarrow N\pi\pi$.

Здесь M и Γ соответственно масса и ширина $\Delta(1232)$ -изобары, P – ее 4-импульс.

Следует отметить, что решение релятивистского уравнения для пропагатора частицы со спином $3/2$ является неоднозначным (см., например, [56–58] и ссылки в этих работах). Для устранения этой неоднозначности требуются дополнительные физические ограничения. В данном случае выбор Δ -пропагатора в форме (3.6) диктуется следующими физическими соображениями: сечение πN -рассеяния должно иметь характерное

p -волновое поведение при низких энергиях.

Для удобства дальнейших вычислений перейдем в изотопическом пространстве от декартовых к заряженным переменным. Для этого воспользуемся соотношением:

$$\pi_i \pi_k \left(\delta^{ik} - \frac{1}{3} \tau^i \tau^k \right) = \pi_i \pi_k \left(\frac{2}{3} \delta^{ik} - \frac{i}{3} \epsilon^{ikl} \tau_l \right) = \pi_a^\dagger \pi_b \left(\frac{2}{3} \delta^{ab} - \frac{1}{3} \epsilon^{abc} \tau_c \right) \quad , \quad (3.7)$$

где индексы i и k пробегают значения 1, 2 и 3, а индексы a и b значения +, − и 0.

В терминах заряженных π -мезонов амплитуда (3.5) имеет вид:

$$\mathbf{A}_\Delta = \left(\bar{N}_3 \pi_a^\dagger \left[\frac{2}{3} \delta^{ab} - \frac{1}{3} \epsilon^{abc} \tau_c \right] \pi_b \mathbf{P}_{\mu\nu} k^\nu k^\mu N_1 \right) (\bar{N}_4 N_2) \quad . \quad (3.8)$$

Вычисление матричного элемента дает:

$$\mathbf{A}_\Delta = \left(\bar{u}_3 \left\{ \left[\frac{2}{3} \delta^{ab} - \frac{1}{3} \epsilon^{abc} \tau_c \right] k_a^\mu k_b^\nu \mathbf{P}_{\mu\nu} \right\}_{11} u_1 \right) (\bar{u}_4 u_2) \quad . \quad (3.9)$$

Здесь u_i биспиноры протонов. Полная амплитуда должна быть антисимметризована по индексам конечных и начальных протонов.

Комбинация, входящая в фигурные скобки выражения (3.9), содержит вклады как Δ^{++} так и Δ^0 -резонансов:

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{2}{3} \delta^{ab} - \frac{1}{3} \epsilon^{abc} \tau_c \right\}_{11} k_a^\mu k_b^\nu \mathbf{P}_{\mu\nu} = \\ &= \frac{2}{3} \left(k_1^\mu k_2^\nu \mathbf{P}_{\mu\nu}^{\Delta^0} + k_2^\mu k_1^\nu \mathbf{P}_{\mu\nu}^{\Delta^{++}} \right) - \frac{1}{3} \left(k_1^\mu k_2^\nu \mathbf{P}_{\mu\nu}^{\Delta^0} - k_2^\mu k_1^\nu \mathbf{P}_{\mu\nu}^{\Delta^{++}} \right) = \\ &= k_1^\mu k_2^\nu \left[\frac{1}{3} \frac{S_{\mu\nu}(P_{\Delta^{++}})}{P_{\Delta^{++}}^2 - M_\Delta^2} + \frac{S_{\mu\nu}(P_{\Delta^0})}{P_{\Delta^0}^2 - M_\Delta^2} + \frac{1}{3} \frac{A_{\mu\nu}(P_{\Delta^{++}})}{P_{\Delta^{++}}^2 - M_\Delta^2} - \frac{A_{\mu\nu}(P_{\Delta^0})}{P_{\Delta^0}^2 - M_\Delta^2} \right] \quad . \end{aligned} \quad (3.11)$$

Здесь k_1 и k_2 обозначают 4-импульсы соответственно отрицательно заряженного пиона π^- и положительно заряженного пиона π^+ . $S_{\mu\nu}(P_\Delta)$ и $A_{\mu\nu}(P_\Delta)$ обозначают соответственно симметричную и антисимметричную

по перестановкам индексов μ и ν части числителя в выражении (3.6) для Δ пропагатора.

Важно отметить, что амплитуда реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$ в случае обмена изовекторным мезоном будет определяться той же формулой (3.9), что и для изоскалярного обмена. Это связано с тем, что изотопическая скобка $(\bar{N}\tau_j N)$ в случае двух протонов отлична от нуля только для матрицы τ_1 . С другой стороны, $\{\tau_1 T\}_{11} \equiv T_{11}$ для любой матрицы T . Таким образом в случае обмена изовекторным мезоном относительный вклад рождения Δ^{++} и Δ^0 , который определяется формулой (3.11) не изменится.

Исходя из результатов численного анализа, антисимметричными членами, пропорциональными $A_{\mu\nu}$, можно пренебречь. После этого учет лоренц-инвариантов вида $(\bar{u}_i u_k)$ сводится к домножению дифференциального сечения реакции на плавную функцию кинематических переменных. Это может сказаться только на абсолютном значении спектров частиц. Данный анализ не претендует на описание дифференциальных характеристик реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$ по абсолютному значению. Поэтому в дальнейшем в выражении для амплитуды реакции множители вида $(\bar{u}_i u_k)$ будут опущены. Таким образом, пренебрежение членами, пропорциональных антисимметричной части Δ пропагатора, приводит к сравнительно простому выражению для амплитуды реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$.

В итоге, лоренц-инвариантную амплитуду реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$, соответствующую механизму схематически изображенному на рис.3.1–3.3, можно записать в следующем виде:

$$\mathbf{A} = A + B k_1^\mu k_2^\nu [\mathbf{D}_{\mu\nu}(P_{\Delta^0}) + 3\mathbf{D}_{\mu\nu}(P_{\Delta^{++}})] , \quad (3.12)$$

где $k_{1,2}$ – 4-импульсы пионов, P_{Δ^0} и $P_{\Delta^{++}}$ – 4-импульсы Δ^0 и Δ^{++} , соответственно. A и B считаются плавными функциями импульсов k_1 и k_2 , а $\mathbf{D}_{\mu\nu}(P)$ соответствует симметричной части Δ -пропагатора:

$$\mathbf{D}_{\mu\nu}(P) = \frac{g_{\mu\nu}P^2 - P_\mu P_\nu}{P^2 - M^2 + iM\Gamma} . \quad (3.13)$$

Слагаемые пропорциональные $\mathbf{D}(P_{\Delta^0})$ и $\mathbf{D}(P_{\Delta^{++}})$, входят в уравнение (3.12) с различными числовыми коэффициентами, следующими из изоспиновой симметрии. Именно это следствие изоспиновой симметрии приводит к асимметрии $(d\sigma/dm_{p\pi})_{\pm}$ и $(d\sigma/dm_{pp\pi})_{\pm}$ спектров инвариантных масс систем $p\pi^{\pm}$, а также систем $pp\pi^{\pm}$.

3.2.2. Анализ результатов численных расчетов и сравнение с экспериментальными спектрами систем $p\pi^{\pm}$ и $pp\pi^{\pm}$

Интегрирование дифференциального сечения реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$ по фазовому пространству с лоренц-инвариантной амплитудой (3.12) проводилось численно по схеме описанной в приложении.

На рис.3.5, 3.6 приведены результаты численных расчетов асимметрии $(d\sigma/dm_{p\pi})_{\pm}$ и $(d\sigma/dm_{pp\pi})_{\pm}$ соответственно для систем $p\pi^{\pm}$ и $pp\pi^{\pm}$. Сплошная линия соответствует результатам численных расчетов с амплитудой (3.12). Для сравнения жирными точками изображены экспериментальные данные CELSIUS [14].

В результате численного анализа оказалось, что асимметрия $(d\sigma/dm_{p\pi})_{\pm}$ и $(d\sigma/dm_{pp\pi})_{\pm}$ слабо зависит от конкретной параметризации плавных функций A и B , входящих в выражение для амплитуды (3.12). Это указывает на независимость обнаруженной асимметрии от конкретно-

го механизма рождения Δ -изобары. С другой стороны, конкретный вид функций A и B сильно влияет на поведение спектра инвариантной массы системы двух пионов. Как уже отмечалось, сейчас нет однозначного ответа, способен ли феноменологический подход описать этот спектр без существенного усложнения или нет.

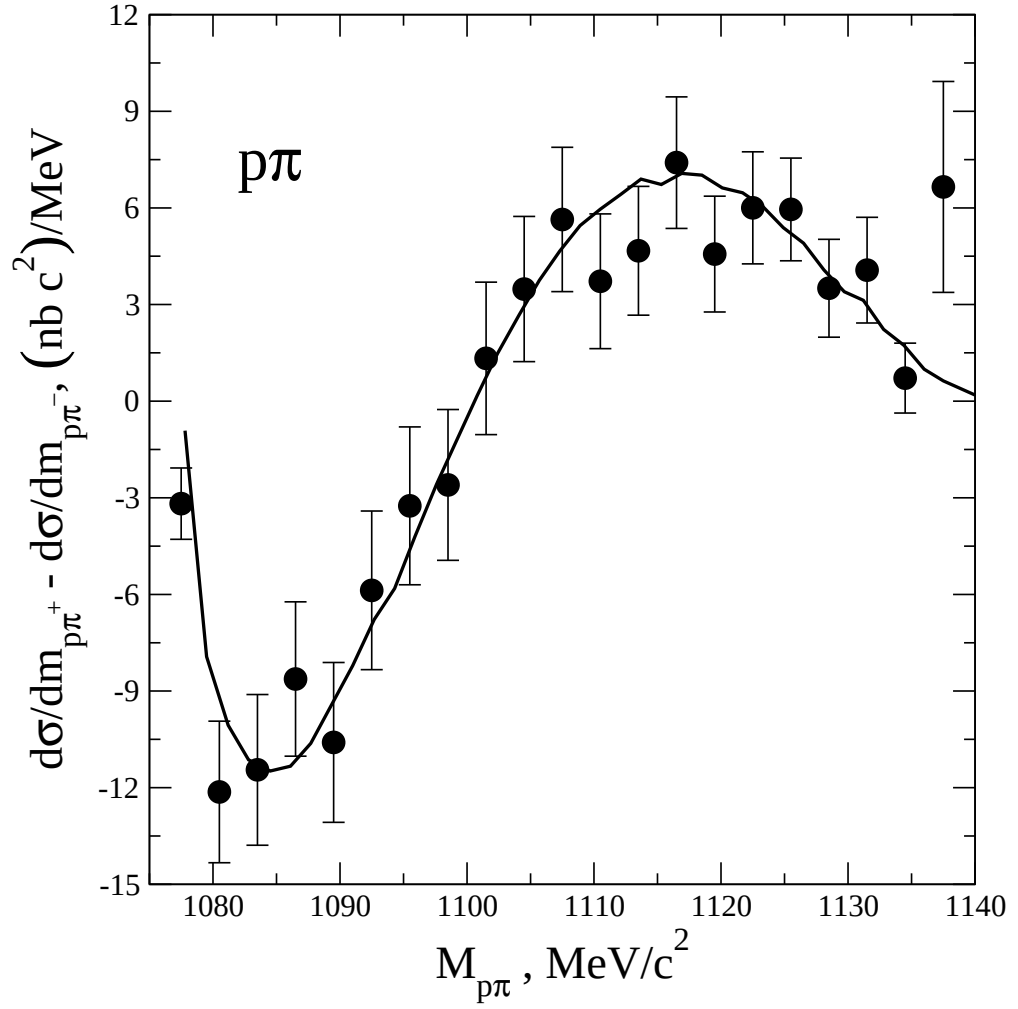


Рис. 3.5. Асимметрия $(d\sigma/dm_{p\pi})_{\pm}$ ($\text{nb} \cdot c^2/\text{MeV}$) реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$ как функция инвариантной массы $M_{p\pi}$ системы протон - пион. Сплошная линия – результаты численных расчетов с амплитудой (3.12), жирные точки – экспериментальные данные CELSIUS [14].

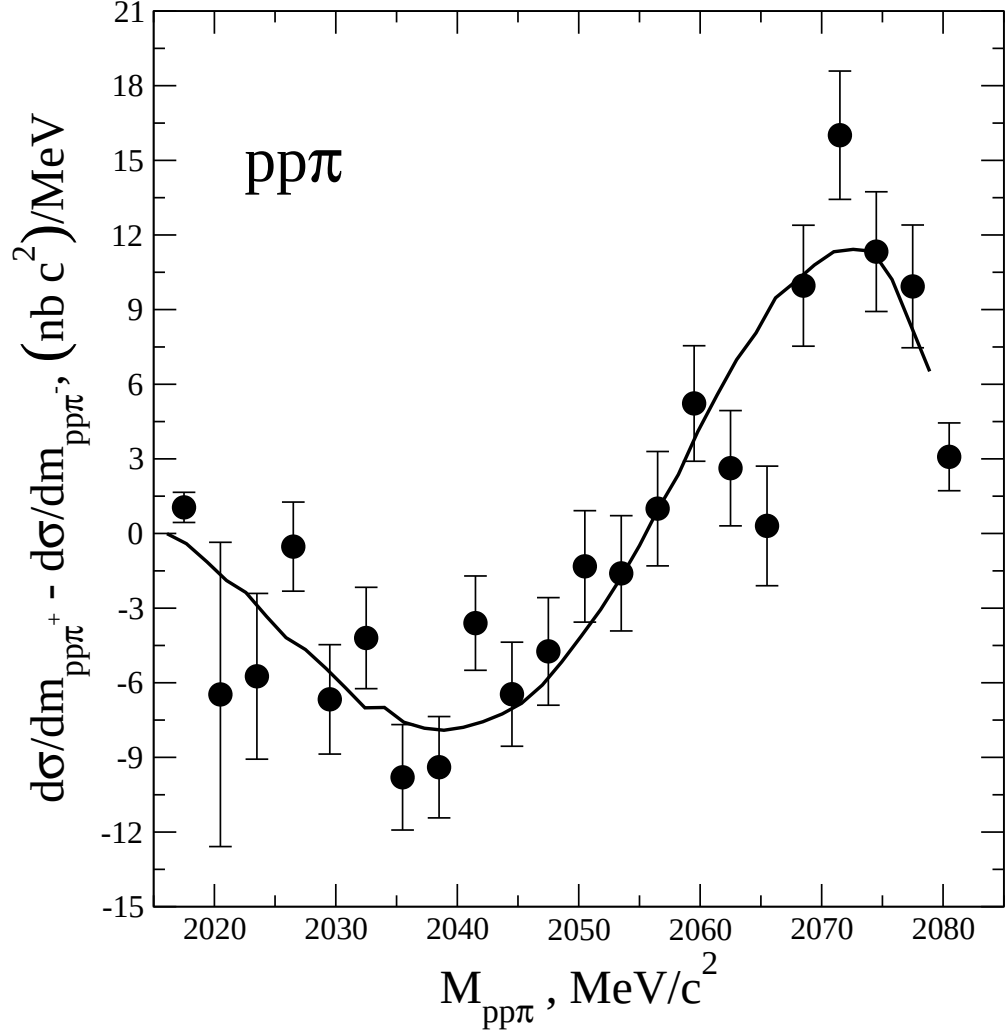


Рис. 3.6. Асимметрия $(d\sigma/dm_{pp\pi})_{\pm}$ ($nb \cdot c^2/MeV$) реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$ как функция инвариантной массы $M_{pp\pi}$ системы два протона - пион. Сплошная линия – результаты численных расчетов с амплитудой (3.12), жирные точки – экспериментальные данные CELSIUS [14].

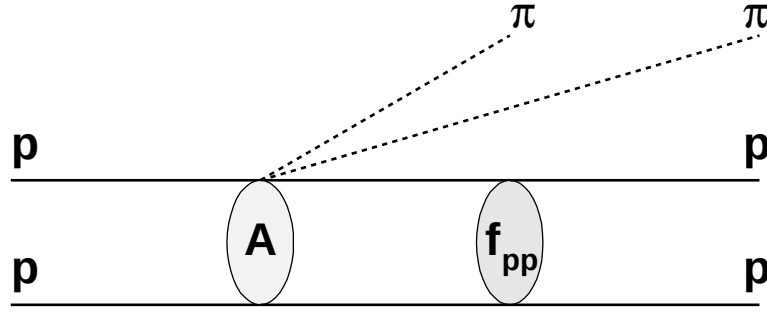


Рис. 3.7. Диаграмма с перерасеянием двух протонов в конечном состоянии для реакции двухпионного рождения $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$.

3.3. Протон-протонное взаимодействие в конечном состоянии

3.3.1. Амплитуда реакции с учетом протон-протонного взаимодействия в конечном состоянии

В данном разделе исследуется влияние нуклон-нуклонного взаимодействия в конечном состоянии на поведение дифференциальных характеристик реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$. Наиболее сильно этот эффект проявляется в случае малой инвариантной массы двух протонов, находящихся в относительной s -волне. Взаимодействию в конечном состоянии соответствует диаграмма с перерасеянием двух протонов в конечном состоянии реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$, рис.3.7. Вклад этой диаграммы пропорционален s -волновой амплитуде рассеяния f_{pp} двух протонов. Амплитуда реакции (3.12) является феноменологической и не претендует на описание абсолютных значений характеристик реакции. Поэтому для учета pp взаимодействия в конечном состоянии можно воспользоваться предположением о факторизации ампли-

туды³, соответствующей диаграмме рис.3.7:

$$\mathbf{M}_{pp} = R \cdot f_{pp} \mathbf{A} , \quad (3.14)$$

где f_{pp} – s -волновая амплитуда рассеяния двух протонов на массовой поверхности; $\mathbf{A}$ соответствует амплитуде реакции (3.12) без перерассеяния двух протонов в конечном состоянии; R – модельно зависимый параметр, значение которого определяется сходом с массовой поверхности амплитуды NN -рассеяния.

Таким образом, амплитуда реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$ с учетом взаимодействия двух протонов в конечном состоянии может быть записана в следующем виде:

$$\mathbf{A}_{\text{FSI}} = (A + B k_1^\mu k_2^\nu [\mathbf{D}_{\mu\nu}(P_{\Delta^0}) + 3\mathbf{D}_{\mu\nu}(P_{\Delta^{++}})]) \cdot (1 + R \cdot f_{pp}) . \quad (3.15)$$

Как уже было отмечено в главе 1, s -волновая амплитуда NN рассеяния хорошо описывается приближением эффективного радиуса (см. рис.1.1):

$$f_{pp} = \frac{1}{-a_s^{-1} + \frac{1}{2}r_{0s}p^2 - ip} . \quad (3.16)$$

Учет кулоновского отталкивания между двумя протонами приводит к следующим изменениям в выражении (3.15). Вместе с заменой “1” на кулоновский фактор $C(\gamma_p)$:

$$C^2(\gamma_p) = \frac{2\pi\gamma_p}{e^{2\pi\gamma_p} - 1} , \quad \gamma_p = \frac{1}{a_cp} , \quad (3.17)$$

амплитуда pp рассеяния преобразуется к виду (см., например, [25, 59]):

$$f_{pp}(p) = \frac{C^2(\gamma_p)}{-a_s^{-1} + \frac{1}{2}r_{0s}p^2 - 2a_c^{-1}h(a_cp) - ipC^2(\gamma_p)} . \quad (3.18)$$

³Предположение о факторизации амплитуды с перерассеянием двух нуклонов уже использовалось в разделе 1.2 при рассмотрении реакции одиночной перезарядки пиона на гелии.

Функция $h(x)$ определяется формулой:

$$h(x) = -\gamma + \ln(x) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n[(nx)^2 + 1]} \quad , \quad \gamma = 0.577 \quad . \quad (3.19)$$

3.3.2. Сравнение с экспериментальными спектрами систем pp и

$p\pi^+\pi^-$

Хорошее согласие с экспериментальными спектрами систем pp и $p\pi^+\pi^-$ можно достичь варьированием свободного параметра R , входящего в выражение для амплитуды реакции (3.15). В общем случае значения параметра R являются комплексными. Приведем конкретный пример. Для задачи кулоновского поля плюс сепарабельный потенциал Ямагучи можно получить точное решение. В пределе точечного механизма реакции⁴ учет протон-протонного перерассеяния в конечном состоянии определяется значением волновой функции $\Psi(\mathbf{r})$ при $\mathbf{r} \rightarrow 0$. Точное решение этой задачи для функции Ёоста $f(k)$, которая связана с $\Psi(\mathbf{r} = 0)$ соотношением $\Psi(\mathbf{r} = 0) = 1/f(-k)$, является сложной комплексной функцией [61, 62]. Следовательно и параметр R в этом случае является комплексным, более того $R = R(k)$. Однако, механизм реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$ не является точечным. В этом случае вычислить явное выражение для $R(k)$ не удастся. В численных расчетах параметр R считался постоянным и комплексным.

Результаты численных расчетов для трех различных значений параметра R представлены на рис.3.8, 3.9. На рис.3.8 изображены спектры системы двух протонов, а на рис.3.9 спектры системы протон и два пиона. Обозначенный на рисунке угол α связан с параметром R следующим

⁴Подробное исследование влияния протон-протонного взаимодействия в конечном состоянии на примере рассмотрения реакции $pn \rightarrow pp\pi^-$ в случае сепарабельного потенциала Ямагучи было проведено в работе [60].

соотношением: $R = |R|e^{i\alpha}$.

В результате численных расчетов оказалось, что изменения параметров взаимодействия в конечном состоянии между двумя протонами не влияет на асимметрию между спектрами систем $p\pi^\pm$ и $pp\pi^\pm$.

Окончательный результат варьирования параметра R приведен на рис.3.10, 3.11. Результаты расчетов (сплошная линия) отнормированы по абсолютной величине на экспериментальные данные CELSIUS [14] (жирные точки). Оценить величину эффекта нуклон-нуклонного взаимодействия можно из сравнения с изображенным пунктирной линией поведением фазового объема (амплитуда реакции константа).

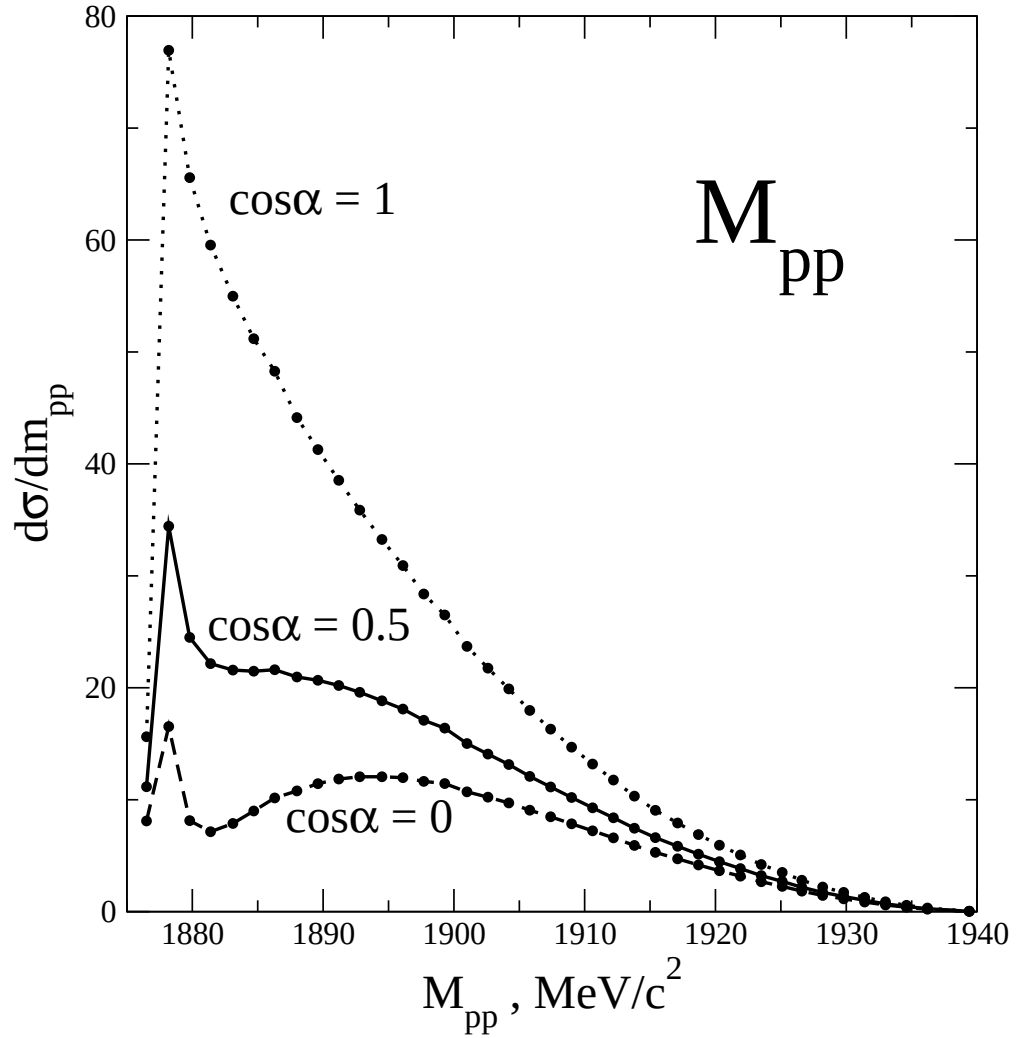


Рис. 3.8. Спектр инвариантной массы двух протонов для реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$. Расчет проведен для трех различных значений угла α , определяющего относительный вклад мнимой и действительной части параметра R , входящего в выражение для амплитуды (3.15).

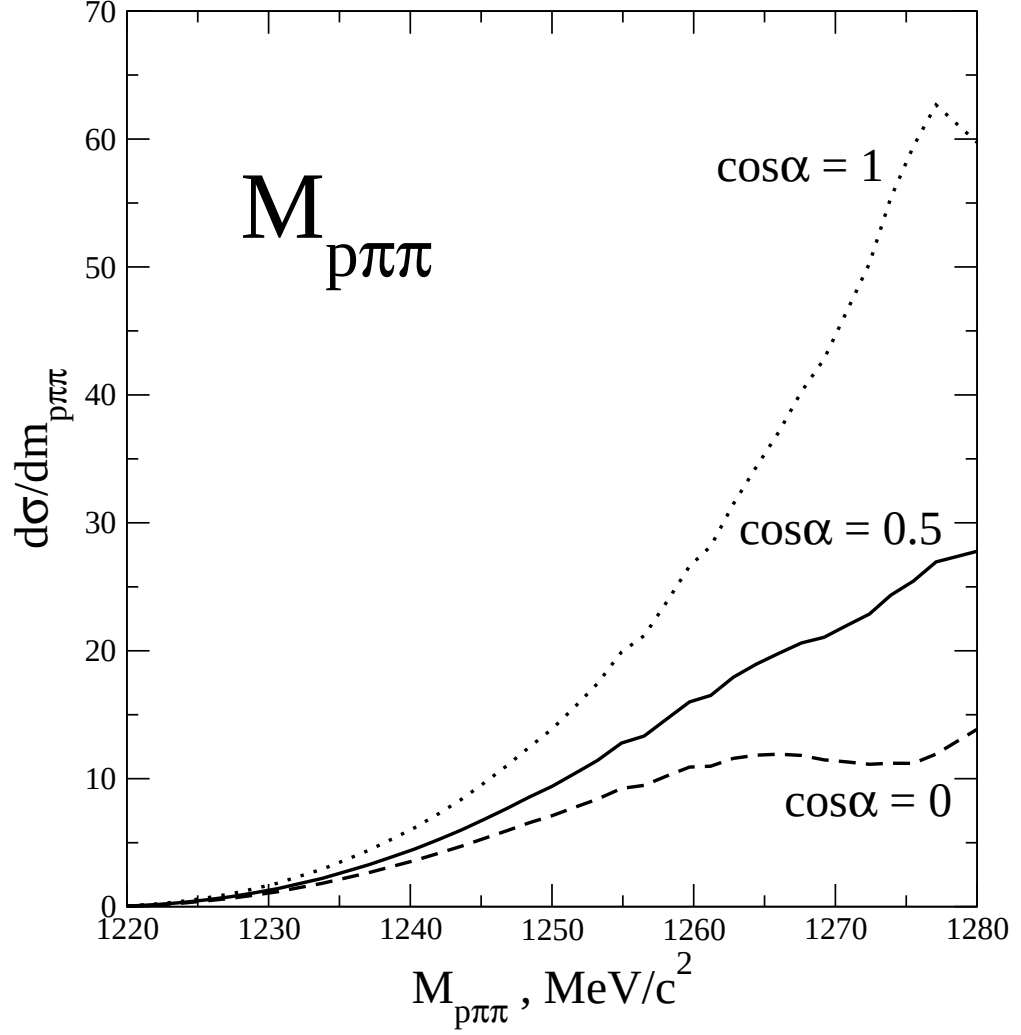


Рис. 3.9. Спектр инвариантной массы системы $p\pi\pi$ для реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$. Расчет проведен для трех различных значений угла α , определяющего относительный вклад мнимой и действительной части параметра R , входящего в выражение для амплитуды (3.15).

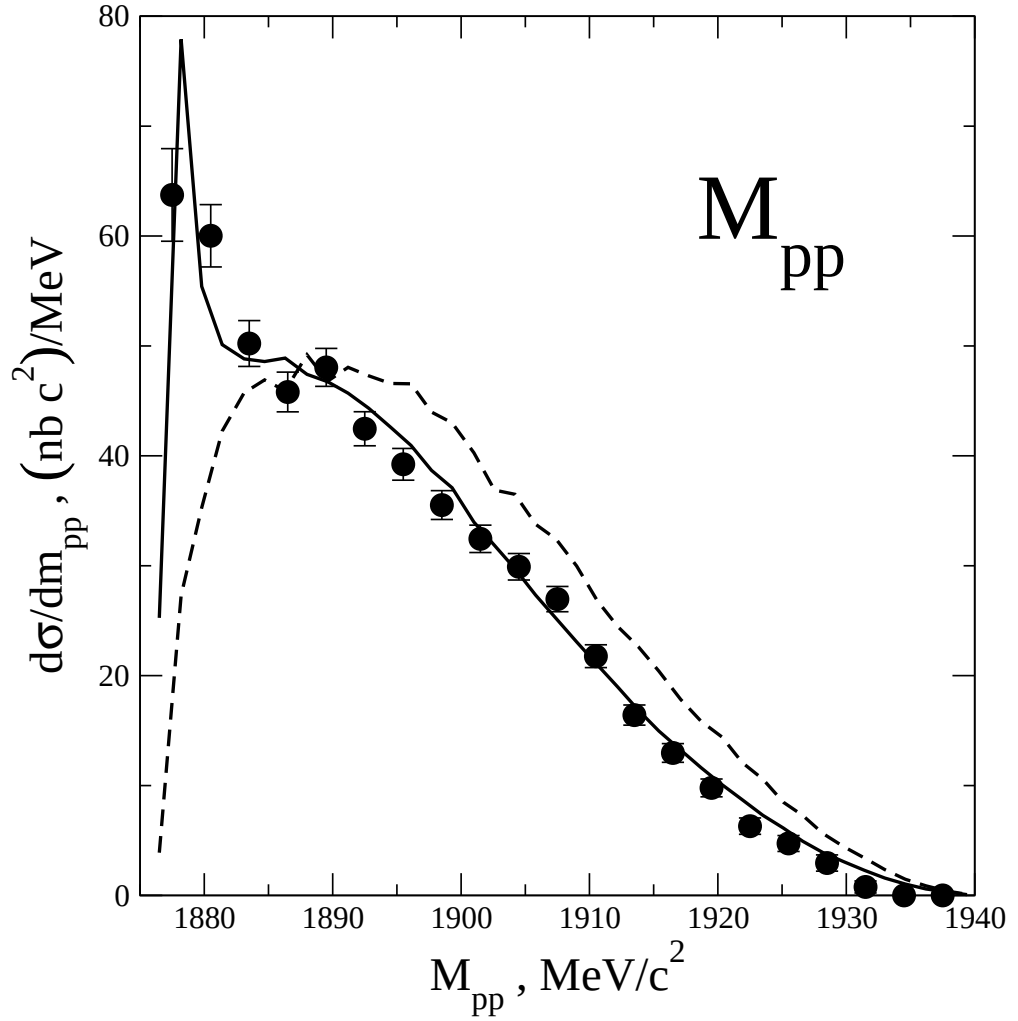


Рис. 3.10. Спектр инвариантной массы двух протонов для реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$. Сплошной линией изображены результаты расчета с амплитудой (3.12), учитывающей NN взаимодействие в конечном состоянии в приближении эффективного радиуса. Жирные точки – экспериментальные данные CELSIUS [14]. Для сравнения пунктирной линией изображен фазовый объем.

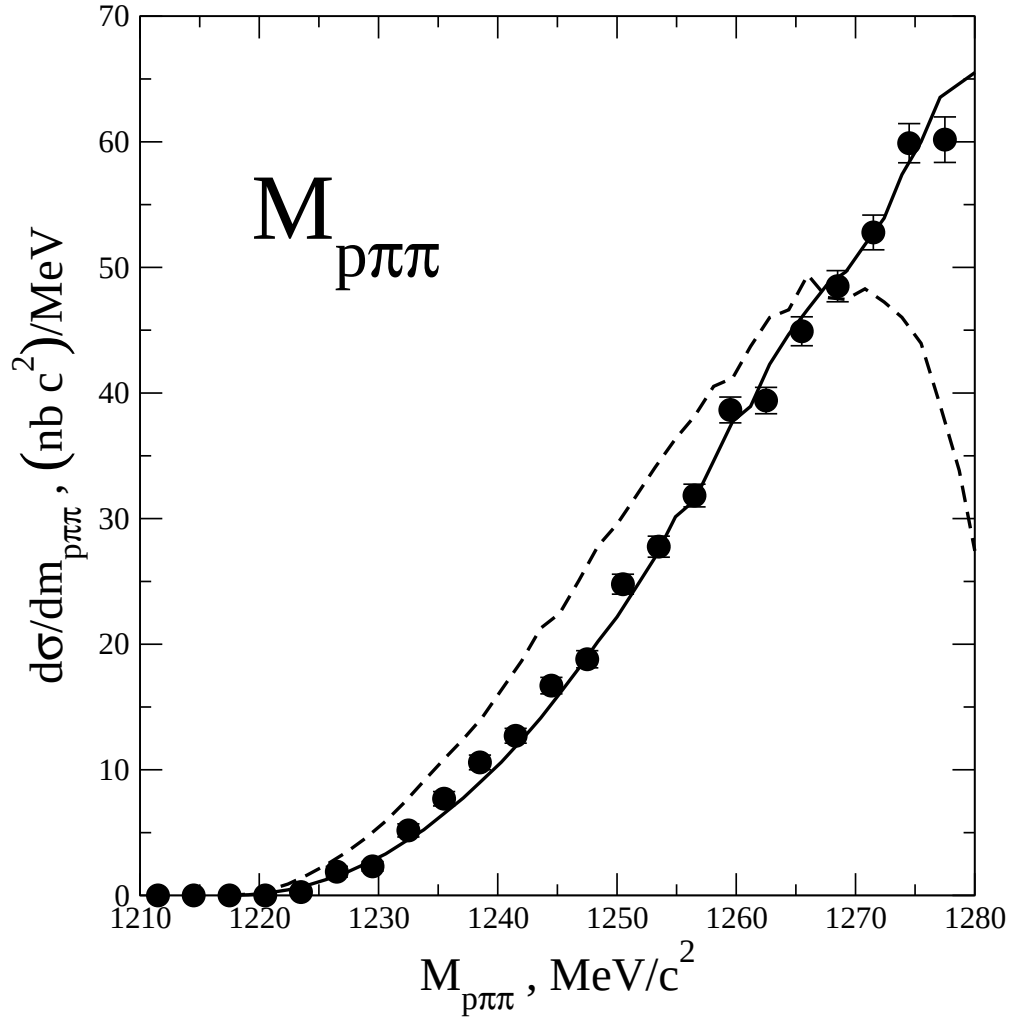


Рис. 3.11. Спектр инвариантной массы системы $r\pi\pi$ для реакции $pr \rightarrow pr\pi^+\pi^-$. Сплошной линией изображены результаты расчета с амплитудой (3.12), учитывающей NN взаимодействие в конечном состоянии в приближении эффективного радиуса. Жирные точки – экспериментальные данные CELSIUS [14]. Для сравнения пунктирной линией изображен фазовый объем.

Заключение

Диссертация посвящена изучению характерных свойств процессов рождения и перезарядки частиц на легких ядрах. В качестве конкретных примеров рассматривались следующие реакции:

- реакция одиночной перезарядки пиона на гелии, $\pi^+ {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 ppp$.
- процесс когерентного и некогерентного фоторождения π^0 -мезона на дейтоне, $d(\gamma, \pi)d$ и $d(\gamma, \pi)np$.
- реакция $\pi^+\pi^-$ -рождения в протон-протонных соударениях, $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$.

Проведенные за последние несколько лет высокоточные эксперименты по измерению характеристик этих реакций обнаруживают ряд характерных особенностей. На всех этих особенностях сказываются нуклон-нуклонные корреляции, проявление которых в каждом конкретном случае оказывается совершенно различным.

Неожиданный результат получается при рассмотрении реакции перезарядки пиона на гелии $\pi^+ {}^3\text{He} \rightarrow \pi^0 ppp$, сечение которой должно быть сильно подавлено по принципу Паули. Результат совместного действия принципа Паули и нуклон-нуклонного взаимодействия в конечном состоянии состоит в том, что эффект Мигдала-Ватсона снимает подавление, обусловленное принципом Паули.

Анализ реакции некогерентного фоторождения π^0 -мезона на дейтоне $d(\gamma, \pi)np$ показал, что нуклон-нуклонное взаимодействие в конечном состоянии сильно влияет на энергетическую и угловую зависимость сечения этого канала. С другой стороны, инклюзивное сечение, которое дается суммой сечений когерентного и некогерентного процессов, хорошо описывается квази-свободным π^0 -фоторождением на дейтоне. Оказывается, что сечение некогерентного канала фоторождения π^0 -мезона на дейтоне компенсируется сечением когерентного канала этой реакции.

Полученные на ускорителе CELSIUS [14] экспериментальные данные по реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$ содержат ярко выраженную асимметрию между спектрами инвариантных масс систем $p\pi^\pm$ и $pp\pi^\pm$. Асимметрию экспериментальных спектров удастся описать одиночным возбуждением Δ -резонанса в промежуточном состоянии. Результаты расчетов с построенной в рамках простейших гипотез феноменологической лоренц-инвариантной амплитудой реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$ оказываются в хорошем согласии с экспериментальными данными по обнаруженной в опыте асимметрии.

Исследование реакций, рассмотренных в диссертации, проводилось совместно с экспериментаторами, ставившими опыт. Подобное сотрудничество, с одной стороны, позволяет участвовать в обработке предварительных данных и “на лету” сравнивать предсказания различных теоретических моделей, а с другой, предъявляет более высокие требования к выполняемым теоретическим расчетам.

В диссертации получены следующие основные результаты:

1. Дано решение задачи о взаимном влиянии принципа Паули и эффекта Мигдала-Ватсона в реакциях с числом тождественных фермио-

нов (нуклонов) в конечном состоянии более двух. Впервые показано, что нуклон-нуклонное взаимодействие в конечном состоянии снимает подавление, обусловленное принципом Паули. Результат получен на примере рассмотрения реакции одиночной перезарядки положительного пиона на ${}^3\text{He}$. Полученный результат наглядно иллюстрирует рис.1.9.

2. Вычислен вклад нейтрон-протонного взаимодействия в конечном состоянии в сечение некогерентного процесса $d(\gamma, \pi)np$. Показано, что сечение инклюзивного процесса фоторождения π^0 -мезона на дейтоне равняется сумме сечений когерентного и некогерентного каналов реакции. Проведено сравнение результатов расчетов с данными опыта (рис.2.7).
3. Построена феноменологическая модель, в рамках которой дано описание обнаруженной на опыте асимметрии спектров систем $p\pi^+$ и $p\pi^-$, а также систем $pp\pi^+$ и $pp\pi^-$ в реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$. Результаты расчетов в сравнении с данными опыта суммируются на рис.3.5, 3.6. Воспроизведены особенности спектров инвариантных масс систем pp и $p\pi^+\pi^-$ в реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$. Показано, что эти особенности связаны с pp взаимодействием в конечном состоянии. Дано сравнение с экспериментальными данными (рис.3.10, 3.11).

Основные результаты диссертации доложены на следующих конференциях, в том числе международных:

- Секционный доклад “ NN корреляции в системе многих нуклонов” на конференции “Физика фундаментальных взаимодействий”, ИТЭФ,

Москва, Россия, 27 ноября - 1 декабря 2000 года.

- Секционный доклад “*NN correlations: Pauli principle and FSI*” на конференции “Strangeness Production in pp and pA Interactions at ANKE”, ПИЯФ, Гатчина, Россия, 21 июня - 22 июня 2001 года.
- Секционный доклад “*Pauli principle and NN final state interaction*” на конференции “Mysteries, Puzzles and Paradoxes in Quantum Mechanics - IV Edition Workshop”, Gargnano, Italy, 27 августа - 1 сентября 2001 года.
- Секционный доклад “*Two pion production in Nucleon-Nucleon Collisions*” на конференции “7th International Workshop on Meson Production, Properties and Interaction”, Jagellonian University, Krakow, Poland, 24 мая - 28 мая 2002 года.
- Секционный доклад “*Two pion production in pp -collisions near threshold*” на конференции “Quarks and Nuclear Physics 2002”, Forschungszentrum Julich, Julich, Germany, 9 июня - 14 июня 2002 года.
- Секционный доклад “*Decay properties of the Roper resonance from $pp \rightarrow pp\pi^-\pi^+$* ” на конференции “Quarks and Nuclear Physics 2002”, Forschungszentrum Julich, Julich, Germany, 9 июня - 14 июня 2002 года.

В заключение я хотел бы выразить искреннюю благодарность моему научному руководителю, М.Г. Щепкину, за неугасающий интерес к работе и многочисленные плодотворные обсуждения, а также Х. Клементу и всем

физикам-экспериментаторам, вместе с которыми я участвовал в анализе данных с ускорителей MAMI и CELSIUS.

Литература

1. F. Kleefeld, nucl-th/0108064 .
2. P. Moscal, M. Wolke, A. Khoukaz and W. Oelert, Prog. Part. Nucl. Phys. **19**, 1 (2002).
3. I.M. Barbour and A.C. Phillips, Phys. Rev. Lett. **19**, 1388 (1967).
4. A.C. Phillips, Phys. Lett. **B33**, 260 (1970).
5. F. Becker and C. Schmit, Nucl. Phys. **B18**, 607 (1970).
6. J.F. Germond and C. Wilkin, Lett. Nuovo Cimento **13**, 605 (1975).
7. H. Brückmann *et al.*, Phys. Lett. **B30**, 460 (1969).
8. W.R. Gibbs, A.T. Hess and G.J. Stephenson, Jr., Phys. Rev. **C15**, 1384 (1977).
9. R.I. Jibuti and R.Y.A. Kezerashvili, Nucl. Phys. **A437**, 687 (1985).
10. U. Siodlaczek, Ph.D. thesis, Tübingen University, 2000.
11. U. Siodlaczek *et al.*, Eur. Phys. J. **A10**, 365 (2001).
12. А.И. Ахиезер и М.П. Рекало, *Электродинамика Адронов* (Наукова Думка, Киев, 1977).
13. T. Ericson and W. Weise, *Pions and Nuclei* (Clarendon press, Oxford, 1988).

14. W. Brodowski *et al.*, Phys. Rev. Lett. **88**, 192301 (2002).
15. A. Lehmann *et al.* (LADS Collaboration), Phys. Rev. **C60**, 024603 (1999).
16. K.M. Watson, Phys. Rev. **88**, 1163 (1952).
17. A.B. Migdal, Sov. Phys. JETP **1**, 2 (1955).
18. База данных SAID доступна через интернет по крипто-
ванному соединению "ssh said@said.phys.vt.edu"или на сайте
<http://gwdac.phys.gwu.edu/>.
19. A. A. Ebrahim and R. J. Peterson, Phys. Rev. **C54**, 2499 (1996).
20. В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Квантовая электродинамика* (Наука, Москва, 1989).
21. G. Höhler, *Group I: Nuclear and Particle Physics, vol. 9* (Springer-Verlag, Berlin - Heidelberg - New York, 1983).
22. D. H. Fitzgerald et al., Phys. Rev. **C34**, 619 (1986).
23. Particle Data Group, Eur. Phys. J. **C15**, 1 (2000).
24. R. J. N. Phillips, Nucl. Phys. **53**, 650 (1964).
25. M.L. Goldberger and K. M. Watson, *Collision theory* (John Wiley & Sons, Inc, New York–London–Sidney, 1964).
26. V. Baru, A.M. Gasparian, J. Haidenbauer, A.E. Kudryavtsev, J. Speth, Phys. Atom. Nucl. **64**, 579 (2001).
27. B. Krusche *et al.*, Eur. Phys. J. **A6**, 309 (1999).

28. G. Holtey *et al.*, Z. Phys. **259**, 51 (1973).
29. B. Bouquet *et al.*, Nucl. Phys. **B79**, 45 (1974).
30. Bergstrom, Phys. Rev. **C57**, 3203 (1998).
31. В.М. Колыбасов и В.Г. Ксензов, ЯФ **22**, 720 (1975).
32. M. Lacombe *et al.*, Phys. Rev. **C21**, 861 (1980).
33. J.P. Laget, Phys. Rep. **69**, 1 (1981).
34. J. Johanson, Ph.D. thesis, Uppsala University, 2000.
35. W. Brodowski, Ph.D. thesis, Tübingen University, 2001.
36. F. H. Cverna *et al.*, Phys. Rev. **C23**, 1698 (1981).
37. D. R. F. Cochran *et al.*, Phys. Rev. **D6**, 3085 (1972).
38. F. Shimizu *et al.*, Nucl. Phys. **A386**, 571 (1982).
39. L. G. Dakhno *et al.*, Sov. J. Nucl. Phys. **37**, 540 (1983).
40. D. C. Brunt *et al.*, Phys. Rev. **187**, 1856 (1969).
41. H. Calen *et al.*, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. **A379**, 57 (1996).
42. M. Schepkin, O. Zaboronsky and H. Clement, Z. Phys. **A345**, 407 (1993).
43. S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **18**, 188 (1967).
44. M.G. Ollson and L. Turner, Phys. Rev. **181**, 2141 (1969).
45. D.A. Zaikin and I.I. Osipchuk, Eur. Phys. J. **A4**, 349 (1999).
46. A. Abashian, N. E. Booth, and K. M. Crowe, Phys. Rev. Lett. **5**, 258 (1960).

47. J. Banaigs *et al.*, Nucl. Phys. **B67**, 1 (1973).
48. F. Plouin *et al.*, Nucl. Phys. **A302**, 413 (1978).
49. F. Plouin, P. Fleury and C. Wilkin, Phys. Rev. Lett. **65**, 690 (1990).
50. A.M. Bergdolt *et al.*, Phys. Rev. **D48**, R2969 (1993).
51. J. Banaigs *et al.*, Nucl. Phys. **B105**, 52 (1976).
52. R. Wurzinger *et.al.*, Phys. Lett. **B445**, 423 (1999).
53. L. Alvarez-Ruso, E. Oset, E. Hernández, Nucl. Phys. **A633**, 519 (1998).
54. H. Clement *et al.*, submitted to Eur. Phys. J. **A**.
55. А.И. Вайнштейн и В.И. Захаров, УФН **100**, 225 (1970).
56. K. Johnson and E.C.G. Sudarshan, Ann. Phys. (N.Y.) **13**, 126 (1961).
57. H.T. Williams, Phys. Rev. **C31**, 2297 (1985).
58. M. Benmerrmuche, R.M. Davidson and N.C. Muchopadhyay, Phys. Rev. **C39**, 2339 (1989).
59. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика* (Наука, Москва, 1989).
60. А.Е. Кудрявцев, Б.Л. Дружинин и В.Е. Тарасов, Письма в ЖЭТФ **63**, 221 (1996).
61. H. van Haeringen, Nucl. Phys. **A253**, 255 (1975).
62. H. van Haeringen, *Charged particle Interaction, Theory and Formulas* (Coulomb Press, Leyden, 1985).

Приложение

Интегрирование сечений методом Монте-Карло

Здесь описана схема численного интегрирования по фазовому пространству методом Монте-Карло. На основании данной схемы была разработана программа вычисления полных и дифференциальных сечений рассматриваемых в диссертации реакций. Потребность в разработке новой программы возникла в связи с необходимостью иметь максимально возможный контроль над вычислениями. Это связано с тем, что матричные элементы исследуемых в диссертации реакций содержат острые функции кинематических переменных, такие как амплитуда нуклон-нуклонного рассеяния, и любая неточность вычислений может привести к ошибке.

Метод Монте-Карло Для численного интегрирования многомерных интегралов наиболее эффективным является метод Монте-Карло:

$$\int_{\Omega} f(x) \prod_i^n dx_i = \int_{a_1}^{b_1} dx_1 \dots \int_{a_n(x_1, \dots, x_{n-1})}^{b_n(x_1, \dots, x_{n-1})} dx_n f(x) \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(x^i) \Delta x^i \quad (3.20)$$

Здесь $\Delta x^i = \prod_{j=1}^n (b_j^i - a_j^i)$. Точка $x^i = (x_1^i, \dots, x_n^i)$ принадлежит области интегрирования Ω и берется случайным образом, т.е. $x_j^i = (b_j^i - a_j^i) r + a_j^i$, где $r \in [0, 1]$ – случайное число с равномерным распределением. Погрешность такого подхода составляет величину порядка $1/\sqrt{N}$.

Вычисление пределов интегрирования Область интегрирования по всему фазовому пространству целиком определяется законом сохранения $K = \sum_{i=1}^n p_i$, где K – 4-импульс начальной системы. Все дальнейшие рассуждения будут основываться на двух законах: законе сохранения 4-импульса энергии и лоренц-инвариантности дифференциального сечения. Интегрирование (“разыгрывание” случайных точек в фазовом пространстве) будет осуществляться последовательными шагами. Сначала вычисляются пределы интегрирования для одного из векторов (например p_1), затем разыгрывается значение этого вектора. После этого вычисляются пределы для следующего вектора при уже “разыгранном” значении p_1 , и т.д. Рассмотрим эту схему более детально.

первый шаг Перепишем закон сохранения в следующей форме: $K - p_1 = \sum_{i=2}^n p_i$. Вычисление квадрата этого выражения в ц-системе ($\mathbf{K} = 0$) дает:

$$K^2 - 2\sqrt{K^2}E_1 + m_1^2 = \left(\sum_{i=2}^n p_i\right)^2 .$$

Из этого выражения легко находятся пределы интегрирования по $\mathbf{p}_1$ в ц-системе:

$$\begin{aligned} -p_m < p_{1z} < p_m \\ -\sqrt{p_m^2 - p_{1z}^2} < p_{1y} < \sqrt{p_m^2 - p_{1z}^2} , \\ -\sqrt{p_m^2 - p_{1y}^2 - p_{1z}^2} < p_{1x} < \sqrt{p_m^2 - p_{1y}^2 - p_{1z}^2} \end{aligned} \quad (3.21)$$

где:

$$p_m = \sqrt{\frac{(K^2 + m_1^2 - (\sum_{i=2}^n m_i)^2)^2}{4K^2}} - m_1^2 . \quad (3.22)$$

Для дальнейших вычислений требуется значение импульса $\mathbf{p}_1$ в л-системе. В общем случае для вычисления компонент вектора в л-системе по его компонентам в ц-системе необходимо сделать лоренц-сдвиг в направлении ско-

рости ц-системы с последующим пространственным поворотом. Без ограничения общности можно считать, что ось x ц-системы направлена по вектору $\mathbf{K}$. Так как при лоренц-сдвиге поперечные компоненты не меняются, то можно уже в этой системе разыграть проекции импульса p_{1y} и p_{1z} . После этого находятся пределы интегрирования по x компоненте в лоренц-бустированной системе:

$$p_{\pm} = \frac{\pm \sqrt{p_m^2 - p_{1y}^2 - p_{1z}^2} + V E_m}{\sqrt{1 - V^2}}, \quad (3.23)$$

где $\mathbf{V} = \frac{\mathbf{K}}{K_0}$. В этой системе можно “разыграть” x компоненту импульса p_1 . При этом объем области фазового пространства, в которой разыгрывалось значение импульса $\mathbf{p}_1$, будет равен:

$$\Delta p_1 = 2^3 P_m \sqrt{p_m^2 - p_{1z}^2} \frac{\sqrt{p_m^2 - p_{1y}^2 - p_{1z}^2}}{\sqrt{1 - V^2}}. \quad (3.24)$$

Далее, если $\mathbf{V}_y$ и $\mathbf{V}_z$ равны нулю, то можно считать, что “лоренц-сдвинутая” система совпадает с л-системой, в противном случае нужно совершить пространственный поворот. Без ограничения общности можно выбрать базис бустированной системы следующим образом:

$$\begin{cases} \mathbf{e}'_x = \mathbf{n} \\ \mathbf{e}'_y = g \mathbf{n} \times \mathbf{e}_x \\ \mathbf{e}'_z = \mathbf{e}'_x \times \mathbf{e}'_y \end{cases}, \quad (3.25)$$

где $\mathbf{n} = \frac{\mathbf{V}}{V}$, а g – нормировочная величина равная: $g = \sqrt{n_y^2 + n_z^2}$. Значение вектора $\mathbf{p}_1$ в л-системе можно найти по формуле:

$$\mathbf{p}_1 = \begin{pmatrix} n_x & 0 & -g \\ n_y & -gn_z & gn_x n_y \\ n_z & gn_y & gn_x n_z \end{pmatrix} \mathbf{p}'_1 \quad (3.26)$$

i -й шаг По найденному вектору $\mathbf{p}_1$, повторяя выше описанные действия, можно “разыграть” вектор $\mathbf{p}_2$ и т.д., вплоть до вектора $\mathbf{p}_{n-1}$.

$(n-1)$ -й шаг На этом шаге следует учесть закон сохранения энергии-импульса. Это фиксирует 4 компоненты (из 6 возможных) векторов p_{n-1} и p_n . Пусть оставшиеся две компоненты будут $p_{n-1,y}$ и $p_{n-1,z}$. Для вычисления пределов интегрирования по этим компонентам преобразуем интеграл по векторам $\mathbf{p}_{n-1}$ и $\mathbf{p}_n$ следующим образом:

$$\begin{aligned} I &= \delta^{(4)}(P - p_{n-1} - p_n) \frac{d^3 p_{n-1}}{2E_{n-1}} \frac{d^3 p_n}{2E_n} = \delta(p_n^2 - m_n^2) \frac{d^3 p_{n-1}}{2E_{n-1}} = \\ &= \frac{\delta(p_{n-1,x} - p_+) + \delta(p_{n-1,x} - p_-)}{4\sqrt{P_m^2 - p_{n-1,y}^2 - p_{n-1,z}^2}} d^3 p_{n-1} . \end{aligned} \quad (3.27)$$

Здесь $p_{\pm}$ – корни уравнения $(P - p_{n-1})^2 - m_n^2 = 0$,

$$P_m = \sqrt{\frac{(P^2 + m_{n-1}^2 - m_n^2)^2}{4P^2} - m_{n-1}^2} . \quad (3.28)$$

Переход от p_y, p_z к полярным координатам дает:

$$I = -\frac{\pi}{2} (\delta(p_{n-1,x} - p_+) + \delta(p_{n-1,x} - p_-)) d\theta d\sqrt{P_m^2 - r^2} dp_{n-1,x} , \quad (3.29)$$

где пределы интегрирования по θ и r имеют вид: $0 < \theta < 2\pi$, $0 < r < P_m$.

Разыгрывая θ и r в этих пределах можно найти $p_{n-1,y}$ и $p_{n-1,z}$ по формулам:

$$\begin{aligned} p_{n-1,y} &= r \cos \theta \\ p_{n-1,z} &= r \sin \theta \end{aligned} . \quad (3.30)$$

Таким образом, “разыграна” одна точка в фазовом пространстве. Многократное “разыгрывание” точек фазового пространства и суммирование полученных значений по формуле (3.20) дает численное значение интеграла по фазовому пространству.