New Physics: Sae Mulli,
Vol. 67, No. 2, February 2017, pp. 262∼266
http://dx.doi.org/10.3938/NPSM.67.262

BRST Charge in Einstein Gravity with a Scalar Field

Seoktae Koh*
Department of Science Education, Jeju National University, Jeju 63243, Korea

(Received 8 September 2016 : revised 12 October 2016 : accepted 24 October 2016)

Because gravity is described by a diffemorphism invariant gauge theory, the Becchi-Route-Stora-Tyutin (BRST) formalism is employed to quantize gravity. In the classical theory of gravity, the BRST formalism is useful for finding the relations between the correlations of the perturbations. In this work, we use the BRST approach to investigate the structure of the dynamical equations of a flat Friedmann-Lemaitre-Robertson-Walker (FLRW) background spacetime in Einsein gravity with a scalar field. Given the gauge conditions for the lapse function, we construct the extended Lagrangian and the extended Hamiltonian by introducing Faddeev-Popov ghost fields. Then, we calculate the BRST charge and obtain the BRST transformation rules for the conjugate variables.

PACS numbers: 98.80.Cq, 04.62.+v
Keywords: Einstein gravity, BRST transformation, BRST charge

단일스칼라장과 결합된 아인슈타인 중력에서 BRST 전하

고석태*
제주대학교 과학교육학부, 제주 63243, 대한민국

(2016년 9월 8일 받음, 2016년 10월 12일 수정본 받음, 2016년 10월 24일 게재 확정)

중력은 미분동형사상 (diffeomorphism)을 갖는 게이지 이론으로 다룰 수가 있는데 이러한 이론을 양자화하기 위해서는 Becchi-Route-Stora-Tyutin (BRST) 방법이 많이 이용된다. 고전 중력에서도 섭동의 상관함수들 사이의 관계식을 찾는 데에도 BRST 방법은 유용하게 사용된다. 본 연구에서는 스칼라장이 아인슈타인 중력과 결합된 편평한 프리드만-르메트르-로버트슨-워커 (FLRW) 시공간 우주에서 BRST 방법을 이용하여 우주의 진화 방정식의 구조를 분석하였다. 랩스 함수를 게이지 변수로 두고 각각 스케일 인자의 미분 형태와 스칼라장의 함수를 게이지 조건으로 선택하고 각 게이지 조건으로부터 파데프-포포프 고스트장 (Faddeev-Popov ghost field)을 도입하여 확장된 라그랑쥐안과 해밀토니안을 구성하였다. 그리고 확장된 해밀토니안을 이용하여 BRST 변환 관계식 및 BRST 전하를 계산하였다.

PACS numbers: 98.80.Cq, 04.62.+v
Keywords: 아인슈타인 중력, BRST 변환, BRST 전하

*E-mail: kundol.koh@jejunu.ac.kr

This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

I. 서 론

Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) [1]과 Planck 위성 [2]에 의한 우주배경복사 (Cosmic Microwave Background Radiation, CMB) 관측 및 Sloan Digital Sky Surveys (SDSS) [3] 등에 의한 거대구조 관측 등으로 우주론 연구에서 정밀 관측 데이터를 얻게 됨으로써 그에 대응하는 우주의 진화를 설명하는 모델의 구축 및 초기 우주를 이해하기 위한 양자 중력에 대한 연구가 중요해지고 있다. 우주배경복사 및 거대구조를 이해하기 위해서는 중력 섭동 [4–6]이 필요하며 이에 관한 연구는 아인슈타인 장방정식의 섭동적 전개를 통한 선형 및 비선형 섭동 연구부터 최근 적분 경로법 [7–9]을 이용한 상관관계의 연구 등이 이루어지고 있다.

중력 섭동의 연구는 양-밀즈 이론의 논아벨리안 게이지 이론과 비슷한 기하적인 구조를 가지고 있으며 구속식이 있는 해밀토니안계로 다룰 수 있다. 구속식이 있는 해밀토니안계는 파데프-포포프 고스트 장 (Faddeev-Popov ghost field)으로 도입하여 확장된 위상공간에서 양자화나 상관관계를 연구하는 Becchi-Route-Stora-Tyutin (BRST) 방법론 [10, 11]이 많이 이용되고 있다. 본 연구에서는 BRST 방법론을 이용하여 프리드만-르메트르-로버트슨-워커 (Friedmann-Lemaitre-Robertson-Walker, FLRW) 배경 시공간에서 우주론 진화 방정식의 구조를 분석할 것이며, 스칼라장과 결합된 아인슈타인 중력이론이 BRST 변환에 대해서 불변이고 이러한 대칭에 대응하는 BRST 전하를 계산한다. 특히 게이지 조건으로서 랩스 함수 (lapse function)가 스케일 인자의 미분 형태로 주어지는 경우 (게이지 조건 I)와 스칼라장의 함수로 주어지는 경우 (게이지 조건 II) 각각에 대해서 확장된 해밀토니안계를 구성하고 BRST 전하를 계산하려고 한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II절에서는 스칼라장이 아인슈타인 중력과 결합하는 경우, 편평한 FLRW 시공간에서 기본 구속량과 이차 구속량을 찾고 해밀톤 방정식을 이용하여 1차 미분형태의 운동 방정식을 구한다. III 절에서는 시간 변환에 대한 게이지 변환을 다루고, 주어진 게이지 조건에 대해서 고스트장을 도입하여 파데프-포포프 고스트 액션을 구성하여 확장된 형태의 라그랑쥐안을 구한다. IV 절에서는 BRST 변환과 변환에 대해서 불변인 BRST 전하를 계산한다. 마지막으로 V 절에서 본 연구의 결론과 요약을 한다.

II. 모 델

포텐셜 $V(\phi)$를 갖는 단일 스칼라 장이 아인슈타인 중력과 결합한 다음과 같은 액션을 고려한다.

$$\mathcal{S} = \int d^4x\sqrt{-g}\left[\frac{1}{2\kappa^2}R - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi - V(\phi)\right]. \quad (1)$$

여기서 $\kappa^2 = 8\pi G = 1/M_p^2$을 나타낸다. 편평한 프리드만-르메트르-로버트슨-워커 (FLRW) 시공간 배경에서

$$ds^2 = -N^2(t)dt^2 + a^2(t)\delta_{ij}dx^i dx^j, \quad (2)$$

액션 (1)은

$$\mathcal{S} = \int dtd^3x\left[-\frac{3}{\kappa^2}\frac{a\dot{a}^2}{N} + \frac{a^3}{2N}\dot{\phi}_0^2 - Na^3V(\phi)\right], \quad (3)$$

으로 쓸 수 있다. 메트릭 변수 N에 대한 시간에 대한 미분이 없으므로 공액 운동량 (conjugate momentum) $\pi^N = 0$은 기본 구속량 (primary constraint)이다. a와 ϕ에 대한 공액 운동량은

$$\pi^a = -\frac{6}{\kappa^2}\frac{a\dot{a}}{N}, \quad (4)$$

$$\pi^\phi = \frac{a^3}{N}\dot{\phi}, \quad (5)$$

이 되고 해밀토니안은 르장드르 변환에 의해서

$$H = \int d^3xN\mathcal{H} = \int d^3x[\pi^a\dot{a} + \pi^\phi\dot{\phi} - \sqrt{-g}\mathcal{L}], \quad (6)$$

이고, 여기서

$$\mathcal{H} = -\frac{\kappa^2}{12a}(\pi^a)^2 + \frac{1}{2a^3}(\pi^\phi)^2 + a^3V, \quad (7)$$

으로 쓰여진다. 기본 구속량 π^N에 대한 운동 방정식은

$$\dot{\pi}^N = \{\pi^N, H\} \approx 0, \quad (8)$$

이 되므로, $\mathcal{H} = 0$는 이차 구속량 (secondary constraint)이 된다. 따라서 메트릭 변수 N은 라그랑지 곱수로 생각할 수 있다. 여기서 중괄호는 포와송 괄호를 나타낸다. 이러한 구속량은 게이지 변환의 생성자 역할을 하기도 한다. 해밀턴 방정식을 이용하여 1차 미분형태의 운동 방정식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
\dot{a} &= N\{a, \mathcal{H}\} = -\frac{\kappa^2 N}{6a}\pi^a, \\
\dot{\pi^a} &= N\{\pi^a, \mathcal{H}\} = -N\left(\frac{\kappa^2}{12a^2}(\pi^a)^2 - \frac{3}{2a^4}(\pi^\phi)^2 + 3a^2V\right), \\
\dot{\phi} &= N\{a, \mathcal{H}\} = \frac{N}{a^3}\pi^\phi, \\
\dot{\pi^\phi} &= N\{\pi^\phi, \mathcal{H}\} = Na^3V'.
\end{aligned} \quad (9)$$

여기서 $V' \equiv dV/d\phi$를 나타낸다.

III. 게이지 변환과 확장된 액션

$t \to t+\xi(t)$ 의 시간 변환에 대해서, 메트릭과 스칼라장은

$$\delta_\xi g_{\mu\nu} = \xi^\rho \nabla_\rho g_{\mu\nu} + g_{\mu\rho}\nabla_\nu \xi^\rho + g_{\rho\nu}\nabla_\mu \xi^\rho, \quad (10)$$

$$\delta_\xi \phi = \xi^\mu \partial_\mu \phi, \quad (11)$$

과 같이 변환을 한다. (2) 로 주어진 시공간 메트릭에서 $\xi^i = 0$ 으로 둘 수 있다. 아인슈타인의 일반상대성 이론에서는 $\nabla_\rho g_{\mu\nu} = 0$ 이므로, (2) 로 부터 $\Gamma^0_{00} = \dot{N}/N$, $\Gamma^0_{0i} = 0, \Gamma^k_{j0} = (\dot{a}/a)\delta^k_j$ 임을 이용하면,

$$\begin{aligned} \delta_\xi N &= N\dot{\xi} + \dot{N}\xi, \\ \delta_\xi a &= \dot{a}\xi, \\ \delta_\xi \phi &= \xi\dot{\phi}, \end{aligned} \quad (12)$$

의 게이지 변환 관계식을 얻을 수 있다. 액션 (3) 은 게이지 변환 (12) 에 대해서 불변임을 알 수 있다. 해밀톤 방정식 (9) 을 완전히 풀기 위해서는 라그랑쥐 곱수 N 에 대한 게이지 조건이 주어져야 한다.

우선 N 이 a 의 함수로 다음과 같이 주어지는 경우를 고려할 수 있다 [12–14].

$$\mathcal{F} = \dot{N} - \frac{d}{dt}f(a) = 0, \quad \text{게이지 조건 I.} \quad (13)$$

또 다른 게이지 조건으로서 N 이 ϕ 의 함수로 주어지는 경우를 고려한다.

$$\mathcal{F} = \dot{N} - g(\phi) = 0, \quad \text{게이지 조건 II.} \quad (14)$$

참고문헌 [15]에서는 $\dot{N} - f(a) = 0$ 인 게이지 조건을 다루고 있지만 (14) 가 유사한 형태를 띄고 있기 때문에 여기서는 (13) 과 (14) 만을 고려한다.

구속식이 있는 해밀토니안계에서는 적분경로법을 이용하여 양자화를 하거나 운동방정식을 얻기 위해서 구속식 (constraint) 을 어떻게적절하게 다루느냐 하는 것은 게이지 이론에서 중요한 핵심 중의 하나이다. 구속식을 풀어서 원래의 액션에 대입함으로써 위상공간을 줄이는 방법을 사용할 수도 있고 [16,17], 반대로 페르미온인 고스트장을 도입하여 확장된 위상공간에서 활용할 수도 있다. 이 논문에서는 후자의 방법을 사용한다.

우선 게이지 조건 (13) 과 (14) 에 대한 라그랑쥐안은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\mathcal{L}_{gf} = \lambda\mathcal{F}. \quad (15)$$

여기서 λ 는 라그랑쥐 곱수이다. 이에 대한 고스트장 c 와 안티 고스트장 $\bar{c}$ 에 대한 액션은 다음과 같이 쓸 수가 있는데

$$\mathcal{L}_{fp} = \bar{c}\mathcal{M}c, \quad (16)$$

(13) 으로 부터

$$\delta\mathcal{F} = N\ddot{\xi} + 2\dot{N}\dot{\xi} + \ddot{N}\xi - (\ddot{a}\xi + \dot{a}\dot{\xi})f'(a) - \dot{a}^2\xi f''(a), \quad (17)$$

으로 주어지므로, 게이지 조건 (13) 에 대한 $\mathcal{M}_1$ 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_1 &= \frac{\delta\mathcal{F}}{\delta\xi} \\ &= N\frac{d^2}{dt^2} + 2\dot{N}\frac{d}{dt} + \ddot{N} - \ddot{a}f'(a) - \dot{a}f'(a)\frac{d}{dt} \\ &\quad -\dot{a}^2 f''(a). \end{aligned} \quad (18)$$

여기서 $f'(a) = df(a)/da$ 를 나타낸다. 유사하게 게이지 조건 (14) 에 대한 $\mathcal{M}_2$ 은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\mathcal{M}_2 = N\frac{d^2}{dt^2} + 2\dot{N}\frac{d}{dt} + \ddot{N} - \dot{g}. \quad (19)$$

최종적으로 게이지 조건 (13) 에 대한 확장된 전체 라그랑쥐안은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_1 &= \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_{gf} + \mathcal{L}_{fp} \quad (20) \\ &= -\frac{3}{\kappa^2}\frac{a\dot{a}^2}{N} + \frac{a^3}{2N}\dot{\phi}^2 - Na^3V + \lambda\left(\dot{N} - \dot{f}\right) \\ &\quad -\dot{\bar{c}}N\dot{c} - \dot{\bar{c}}\left(\dot{N} - \dot{f}\right)c. \quad (21) \end{aligned}$$

(21) 의 최종 표현식을 얻기 위하여 여러번 부분적분을 시행했으며 이 과정에서 나타나는 전체 미분항은 적절한 경계조건을 이용하여 생략하였다. 게이지 조건 (14) 에 대한 확장된 라그랑쥐안은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_2 &= -\frac{3}{\kappa^2}\frac{a\dot{a}^2}{N} + \frac{a^3}{2N}\dot{\phi}^2 - Na^3V + \lambda\left(\dot{N} - g(\phi)\right) \\ &\quad -\dot{\bar{c}}N\dot{c} - \dot{\bar{c}}\dot{N}c - \bar{c}\dot{g}c. \end{aligned} \quad (22)$$

BRST 변환은 (12) 에서 게이지 변환 변수 ξ 를 고스트장인 c 로 대체하고 BRST 대칭의 멱영의 (nilpotent) 성질 ($s^2 = 0$) 을 이용하면

$$\begin{aligned} sN &= N\dot{c} + \dot{N}c, \\ sa &= \dot{a}c, \\ s\phi &= \dot{\phi}c, \\ sc &= \dot{c}c, \\ s\bar{c} &= -\lambda, \\ s\lambda &= 0, \end{aligned} \quad (23)$$

과 같은 변환 관계식을 얻을 수 있다. 여기서 s 는 BRST 변환을 뜻한다. BRST 변환에 대해서 확장된 라그랑쥐안 (21) 과 (22) 은 전체미분항을 무시하게 되면 불변임을 확인할 수 있다.

IV. 해밀토니안과 BRST 전하

확장된 라그랑쥐안 (21)으로 부터 N, a, ϕ 그리고 c와 $\bar{c}$에 대한 공액 운동량을 계산할 수 있다.

$$\pi^N = \lambda - \dot{\bar{c}}c, \quad \pi^a = -\frac{6}{\kappa^2}\frac{a\dot{a}}{N} - f'(a)(\lambda - \dot{\bar{c}}c), \tag{24}$$

$$\pi^\phi = \frac{a^3}{N}\dot{\phi}, \quad \mathcal{P} = -N\dot{c} - \dot{N}c, \quad \bar{\mathcal{P}} = -\dot{\bar{c}}N. \tag{25}$$

여기서 $\mathcal{P}$ 와 $\bar{\mathcal{P}}$는 각각 $\bar{c}$와 c에 대한 공액 운동량을 나타낸다. 르장드르 변환을 통해서 해밀토니안을 계산할 수 있고, 게이지 조건 (13)에 대한 해밀토니안은

$$\begin{aligned} N\mathcal{H}_1 &= \pi^a\dot{a} + \pi^\phi\dot{\phi} + \pi^N\dot{N} + \bar{\mathcal{P}}\dot{c} + \dot{\bar{c}}\mathcal{P} - \mathcal{L}_1 \\ &= -\frac{\kappa^2 N}{12a}\left(\pi^a + f'(a)\pi^N\right)^2 \\ &\quad + \frac{N}{2a^3}(\pi^\phi)^2 + Na^3V - \frac{1}{N}\bar{\mathcal{P}}\mathcal{P}, \end{aligned} \tag{26}$$

으로 쓸 수 있다. 해밀토니안 (26)을 이용하여 1차 미분 형태의 해밀톤 방정식을 구하면

$$\begin{aligned} \dot{a} &= -\frac{\kappa^2 N}{6a}(\pi^a + f'(a)\pi^N), && (27)\\ \dot{\pi}^a &= -\frac{\kappa^2 N}{12a^2}(\pi^a + f'(a)\pi^N)^2 \\ &\quad + \frac{\kappa^2 N}{6a}f''(a)\pi^N\left(\pi^a + f'(a)\pi^N\right) \\ &\quad + \frac{3N}{2a^4}(\pi^\phi)^2 - 3Na^2V, && (28)\\ \dot{\phi} &= \frac{N}{a^3}\pi^\phi, && (29)\\ \dot{\pi}^\phi &= Na^3V(\phi)', && (30)\\ \dot{N} &= -\frac{\kappa^2 N}{6a}(\pi^a + f'(a)\pi^N)f'(a), && (31)\\ \dot{\pi}^N &= -\mathcal{H}_1, && (32)\\ \dot{c} &= -\frac{1}{N}\mathcal{P}, && (33)\\ \dot{\mathcal{P}} &= 0, && (34)\\ \dot{\bar{c}} &= -\frac{1}{N}\bar{\mathcal{P}}, && (35)\\ \dot{\mathcal{P}} &= 0, && (36) \end{aligned}$$

가 된다.

반면에 게이지 조건 (14)에 대한 공액 운동량과 해밀토니안은 각각

$$\pi^N = \lambda - \dot{\bar{c}}c, \quad \pi^a = -\frac{6}{\kappa^2}\frac{a\dot{a}}{N}, \quad \pi^\phi = \frac{a^3}{N}\dot{\phi} - g'(\phi)\bar{c}c, \tag{37}$$

$$\mathcal{P} = -N\dot{c} - \dot{N}c, \quad \bar{\mathcal{P}} = -\dot{\bar{c}}N, \tag{38}$$

과

$$\begin{aligned} N\mathcal{H}_2 &= -\frac{\kappa^2 N}{12a}(\pi^a)^2 + \frac{N}{2a^3}\left(\pi^\phi + g'(\phi)\bar{c}c\right)^2 \\ &\quad + Na^3V + \lambda g(\phi) - \frac{1}{N}\bar{\mathcal{P}}\mathcal{P} \end{aligned} \tag{39}$$

으로 쓸 수 있다. 해밀토니안 (39)에 의한 해밀톤 방정식은

$$\begin{aligned} \dot{a} &= -\frac{\kappa^2 N}{6a}\pi^a, && (40)\\ \dot{\pi}^a &= -\frac{\kappa^2 N}{12a^2}(\pi^a)^2 + \frac{3N}{2a^4}(\pi^\phi + g'(\phi)\bar{c}c)^2 - 3Na^4V, && (41)\\ \dot{\phi} &= \frac{N}{a^3}(\pi^\phi + g'(\phi)\bar{c}c), && (42)\\ \dot{\pi}^\phi &= -\frac{N}{a^3}g''(\phi)\bar{c}c(\pi^\phi + g'(\phi)\bar{c}c) - Na^3V'(\phi) - \lambda g'(\phi), && (43)\\ \dot{N} &= 0, && (44)\\ \dot{\pi}^N &= -\mathcal{H}_2, && (45)\\ \dot{c} &= -\frac{1}{N}\mathcal{P}, && (46)\\ \dot{\bar{\mathcal{P}}} &= -\frac{N}{a^3}g'(\phi)\bar{c}\pi^\phi, && (47)\\ \dot{\bar{c}} &= -\frac{1}{N}\bar{\mathcal{P}}, && (48)\\ \dot{\mathcal{P}} &= -\frac{N}{a^3}g'(\phi)c\pi^\phi, && (49) \end{aligned}$$

과 같이 쓸 수 있다. 해밀턴 방정식 (32), (33) 그리고 (36)을 이용하면 또는 (45), 46) 와 (49) 등을 이용하면

$$\Omega = Hc - \pi^N\mathcal{P} \tag{50}$$

가 시간에 대해서 불변, 즉 보존되는 양임을 확인할 수 있다. 여기서 $H = N\mathcal{H}_1$ 또는 $H = N\mathcal{H}_2$ 이고, $\dot{H} = \{H, H\} = 0$ 임을 이용하였다. 또한 공액 변수들 사이의 포와송 대수는

$$\{\bar{c}, \mathcal{P}\} = 1, \tag{51}$$

을 만족한다. Ω는 뇌터정리에 의해서 보존되는 BRST 전하이며, $\{\Omega, \Omega\} = 0$을 만족하는 멱영의 (nilpotent) 성질을 갖는다. 게다가 BRST 전하 Ω는 BRST 변환의 생성자 역할을 한다.

$$\begin{aligned} sa &= \{a, \Omega\} = \dot{a}c, && (52)\\ s\phi &= \{\phi, \Omega\} = \dot{\phi}c, && (53)\\ sc &= \{c, \Omega\} = \dot{c}c, && (54)\\ s\bar{c} &= \{\bar{c}, \Omega\} = -\lambda, && (55)\\ s\lambda &= 0. && (56) \end{aligned}$$

그러나, 게이지 조건 I (13)을 이용하는 경우 Ω를 이용하여 N의 BRST 변환을 계산해 보면,

$$sN = \{N, \Omega\} = \dot{N}c - \mathcal{P} = 2\dot{N}c + N\dot{c} \qquad (57)$$

과 같이 변환하며, III 절에서 얻은 BRST 변환식 (23)의 N의 변환식과 일치하지 않음을 알 수 있다. 운동방정식에 영향을 끼치지 않는 추가적인 전체적분 항을 고려 [12]함으로써 이와 같은 불일치를 해결하려는 시도도 있다. 반면에, 게이지 조건 II (14)의 경우는

$$sN = -\{N, \pi^N\}\mathcal{P} = \dot{N}c + N\dot{c} \qquad (58)$$

에서 $\dot{N} = \{N, H\} = 0$ 이므로 (23)과 같은 형태의 변환식을 얻을 수 있음을 확인할 수 있다.

V. 결론 및 논의

본 연구에서는 편평한 FLRW 시공간에서 스칼라장이 아인슈타인 중력과 결합되어 있는 모형의 경우 BRST 방법을 이용하여 우주의 진화 방정식의 구조를 분석하였다. 랩스 함수 N을 게이지 변수로 두고 각각 스케일 인자의 미분형태 (게이지 조건 I)와 스칼라장의 함수 (게이지 조건 II)를 게이지 조건으로 선택하고 그에 대응하는 확장된 라그랑쥐안과 해밀토니안을 구성하였다. 확장된 액션은 (23)식으로 주어지는 BRST 변환에 대해서 전체적분을 무시하면 불변이므로 뇌터정리에 따라서 대응되는 보존 전하 즉 BRST 전하가 존재한다. 각각의 경우 해밀톤 방정식을 구하고 이로부터 BRST 변환의 생성자 역할을 하는 BRST 전하를 계산하였다.

BRST 전하는 멱영의 (nilpotent) 성질로 인해서 $\Omega^2 = 0$ 혹은 $\{\Omega, \Omega\} = 0$을 만족할 뿐만 아니라 BRST 변환의 생성자 역할을 한다. 게이지 조건 I의 경우, Ω를 이용하여 얻은 랩스 함수 N의 BRST 변환식은 식 (23)에서 주어지는 BRST 변환식과 일치하지 않음을 확인할 수 있다. 반면에 게이지 조건 II에서는 식 (58)에서 보듯이 일치한다. 게이지 조건 I의 경우, 두 변환식의 불일치를 해결하기 위하여 뇌터정리로부터 BRST 전하를 계산할 때 운동방정식에 영향을 주지 않는 전체적분항을 추가로 고려하게 되면 두 변환식의 불일치를 해결할 수도 있다 [12].

하지만 게이지 조건을 달리하는 경우, 추가적인 전체 적분항은 또 다른 불일치를 야기할 수도 있다. 그래서 이러한 불일치 문제를 좀 더 근본적인 부분에서 찾아볼 필요가 있다. BRST 전하는 또한 물리적인 양자상태에 작용하게 되면 0의 값을 주는 사실로부터 섭동의 초기 양자상태를 연구하는데 도움이 될 것으로 보고 있다. BRST 방법을 선형 섭동에 적용함으로써 선형 섭동의 경우 BRST 전하는 물론 초기 양자상태의 연구는 매우 흥미롭게 보이며 추후 이에 관한 연구를 진행할 계획이다.

감사의 글

이 논문은 2016학년도 제주대학교 학술진흥연구비 지원사업에 의하여 연구되었습니다.

REFERENCES

[1] G. Hinshaw, D. Larson, E. Komatsu, D. N. Spergel and C. L. Bennett *et al.* [WMAP Collaboration], Astrophys. J. Suppl. **208**, 19 (2013).

[2] P. A. R. Ade, N. Aghanim, M. Arnaud, M. Ashdown and J. Aumont *et al.* [Planck Collaboration], Astron. Astrophys. **594, A13 (2016).**

[3] S. Alam, F. D. Albareti, C. A. Prieto, F. Anders and S. F. Anderson *et al.* [SDSS-III Collaboration], Astrophys. J. Suppl. **219**, 12 (2015).

[4] J. M. Bardeen, Phys. Rev. D **22**, 1882 (1980).

[5] H. Kodama and M. Sasaki, Prog. Theor. Phys. Suppl. **78**, 1 (1984).

[6] V. F. Mukhanov, H. A. Feldman and R. H. Brandenberger, Phys. Rept. **215**, 203 (1992).

[7] T. Prokopec and G. Rigopoulos, Phys. Rev. D **82**, 023529 (2010).

[8] D. Binosi and A. Quadri, J. Cosmol. Astropart. Phys. **1603**, 045 (2016).

[9] C. Armendariz-Picon and G. Şengör, J. Cosmol. Astropart. Phys. **1611**, 016 (2016).

[10] C. Becchi, A. Rouet and R. Stora, Annals Phys. **98**, 287 (1976).

[11] I. V. Tyutin, arXiv:0812.0580 [hep-th].

[12] F. Cianfrani and G. Montani, Phys. Rev. D **87**, 084025 (2013).

[13] T. P. Shestakova, Class. Quant. Grav. **28**, 055009 (2011).

[14] S. Upadhyay, Annals Phys. **356**, 299 (2015).

[15] J. J. Halliwell, Phys. Rev. D **38**, 2468 (1988).

[16] L. D. Faddeev and R. Jackiw, Phys. Rev. Lett. **60**, 1692 (1988).

[17] S. Koh, New Phys.: Sae Mulli **65**, 102 (2015).