

文章编号: 1007-4627(2018)04-0505-06

## 基于相对论平均场有效对力的中子物质BCS-BEC渡越

孙保元<sup>1,2</sup>, 郭安良<sup>1,2</sup>, 钱庄<sup>1,2</sup>

(1. 兰州大学核科学与技术学院, 兰州 730000;

2. 兰州大学中子应用技术教育部工程研究中心, 兰州 730000)

**摘要:** 基于核物质的相对论 Hartree-Bogoliubov(RHB) 理论, 采用相对论平均场单玻色子交换形式的有效对相互作用, 研究了不同对力强度下双中子关联及其中的 BCS-BEC 渡越现象。通过引入有效衰减因子  $\chi$  调节对力强度, 定量分析费米面处中子对能隙和单粒子动能比值  $\Delta_{Fn}/e_{Fn}$  及无量纲参数  $1/(k_{Fn}a)$  随费米动量  $k_{Fn}$  的演化行为, 发现双中子对在  $\chi = 0.51$  时进入 BCS-BEC 渡越区域, 在  $\chi = 0.67$  时可达到么正极限。进而分析了中子对能隙、中子对波函数及相干长度等物理量在相应临界点处的特征, 并给出渡越时双中子短程关联概率的定量判据。发现当配对中子处于平均中子间距以内的概率  $P(d_n) \simeq 0.80$  时, 双中子对从纯 BCS 耦合过渡到 BCS-BEC 渡越区域。

**关键词:** 对关联; BCS-BEC 渡越; 核物质; 有效对力; 相对论平均场

中图分类号: O572.21

文献标志码: A

DOI: [10.11804/NuclPhysRev.35.04.505](https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.35.04.505)

### 1 引言

对关联作为费米系统中普遍存在的物理现象, 在<sup>3</sup>He 超流体、超导体、超冷原子气体和原子核等费米子系统中均已发现。在原子核物理及核天体物理方面, 发现对关联对于研究开壳原子核的性质、中子星 glitch 等物理现象均具有重要作用。在核物质中研究对关联的密度依赖行为, 为理解原子核内部及表面的超流性质提供了重要参考。作为一种简洁有效的方法, 一般常采用 Bardeen-Cooper-Schrieffer (BCS) 理论来描述一般的对关联物理<sup>[1-2]</sup>。

费米子系统中 BCS-BEC 渡越是近来在对关联研究中讨论的一种新奇现象, 它描述的是配对费米子随着对相互作用的增强由弱耦合 BCS 型到强耦合 Bose-Einstein condensation(BEC) 型转变的过程, 其单粒子有效化学势随着对相互作用的增强会由正变为负<sup>[3]</sup>。研究表明, 尽管 BCS 基态假设最初是用来描述 Cooper 对处于弱耦合的情形, 但理论证明将 BCS 对能隙方程推广到强耦合配对的情形依然适用<sup>[4-5]</sup>, 因此 BCS 理论仍适用于零温情况下 BCS-BEC 渡越现象的描述<sup>[6]</sup>。

在原子核物理中, 基于相对论平均场(RMF) 理论并引入 Bogoliubov 准粒子变换, 可以给出对场和平均场的统一描述, 即 Relativistic-Hartree-Bogoliubov

(RHB) 理论, 对无限大核物质体系 RHB 方程约化为通常的 BCS 方程<sup>[7]</sup>。RHB 理论已成功用于开壳原子核特别是近滴线的奇特核性质的研究中。在 RHB 理论描述有限核时, 由于直接采用单玻色子交换形式的对力处理对关联的复杂性, 一般常采用 Gogny、Skyrme 等唯象的对相互作用<sup>[8]</sup>。对无限大核物质体系, 基于单玻色子交换形式的裸核子相互作用例如 Bonn 势作为对力, 已成功开展低密核物质中的双中子关联现象的研究<sup>[9-10]</sup>。而直接基于 RMF 有效相互作用给出对力强度, 尝试采用统一自洽的方式描述平均场和对场, 发现会给出明显偏大的对能隙取值, 因此需要在 RMF 有效对力中引入一个衰减因子使对能隙接近 Bonn 势或 Gogny 对力给出的经验值<sup>[11]</sup>。因此, 在相对论平均场中实现对场和平均场的统一描述仍然是一个开放性的物理问题。

由于 BCS-BEC 渡越特征敏感依赖于对力强度的变化, 因此可以将其作为研究核子配对中介质效应(包括密度及同位旋依赖性等)的一个理想工具。在量子力学等相关课程中, 将此现象的唯象描述引入教学或课外研究环节, 对于加深量子多体系统本质的理解也是一种有益的尝试。基于 RHB 理论, 采用 RMF 单玻色子交换形式的有效对力并调节其强度来研究 BCS-BEC 渡越现象, 通过分析配对核子达到渡越区域和么正极限时的对关联特征, 可以为改进 RMF 有效对力提供重要的限制,

收稿日期: 2018-09-29; 修改日期: 2018-11-20

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11875152)

作者简介: 孙保元(1982-), 男, 甘肃夏河人, 博士, 副教授, 硕士生导师, 从事原子核理论研究; E-mail: [sunby@lzu.edu.cn](mailto:sunby@lzu.edu.cn)。

为最终实现相对论核多体问题中对场和平均场的统一自洽描述提供思路。因此，本文基于核物质的 RHB 理论，尝试在对场和平均场中采用相同的单玻色子交换有效相互作用，以中子对 $^1S_0$ 耦合道为例，定量研究配对中子在不同 RMF 有效对力下 BCS-BEC 渡越的物理性质，分析各参考物理量在渡越临界点处的特征。

## 2 理论框架

相对论平均场理论以核子场、介子场(光子场)及其协变形式的相互作用构建有效拉格朗日量密度，由此建立描述核多体系统的能量密度泛函<sup>[12]</sup>。一般的 RMF 有效拉氏量密度可写为

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\psi} \left[ i\gamma^\mu \partial_\mu - M - g_\sigma \sigma - g_\omega \gamma^\mu \omega_\mu - g_\rho \gamma^\mu \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\rho}_\mu - \right. \\ & e \gamma^\mu A_\mu \frac{1 - \tau_3}{2} \Big] \psi + \frac{1}{2} \partial^\mu \sigma \partial_\mu \sigma - U_\sigma(\sigma) - \\ & \frac{1}{4} \Omega^{\mu\nu} \Omega_{\mu\nu} + U_\omega(\omega_\mu) - \frac{1}{4} \mathbf{R}_{\mu\nu} \cdot \mathbf{R}^{\mu\nu} + \\ & U_\rho(\rho_\mu) - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}, \end{aligned} \quad (1)$$

其中： $M$  为核子质量； $g_i (i = \sigma, \omega, \rho)$  分别为核子场  $\psi$  与  $\sigma, \omega$  及  $\rho$  介子场的耦合常数。 $\boldsymbol{\tau}$  表示核子的同位旋算符， $\tau_3$  为相应三分量。此外， $\Omega^{\mu\nu}$ ， $\mathbf{R}^{\mu\nu}$  和  $F^{\mu\nu}$  分别为矢量介子场  $\omega, \rho$  以及光子场  $A$  的场张量。在非线性自耦合形式的 RMF 模型中， $U_\sigma(\sigma)$ 、 $U_\omega(\omega_\mu)$  和  $U_\rho(\rho_\mu)$  具有以下形式

$$U_\sigma(\sigma) = \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 + \frac{1}{3} g_2 \sigma^3 + \frac{1}{4} g_3 \sigma^4, \quad (2a)$$

$$U_\omega(\omega_\mu) = \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega^\mu \omega_\mu + \frac{1}{4} c_3 (\omega^\mu \omega_\mu)^2, \quad (2b)$$

$$U_\rho(\rho_\mu) = \frac{1}{2} m_\rho^2 \boldsymbol{\rho}^\mu \cdot \boldsymbol{\rho}_\mu + \frac{1}{4} d_3 (\boldsymbol{\rho}^\mu \cdot \boldsymbol{\rho}_\mu)^2, \quad (2c)$$

其中： $m_\sigma, m_\omega$  和  $m_\rho$  分别是  $\sigma, \omega$  和  $\rho$  介子的质量。核子场狄拉克方程可通过能量泛函变分获得

$$[\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} + \beta(M + S) + V] \psi_i = \varepsilon_i \psi_i, \quad (3)$$

其中标量势  $S$  与矢量势  $V$  相应为

$$S = g_\sigma \sigma, \quad (4)$$

$$V = g_\omega \omega_0 + g_\rho \tau_3 \rho_0^3 + \frac{1}{2} e(1 - \tau_3) A_0, \quad (5)$$

此处介子场与光子场因引入平均场近似而处理为经典

场，由其平均值所代替，可由各自的运动方程求解给出

$$-\nabla^2 \sigma + U'_\sigma(\sigma) = -g_\rho \rho_s, \quad (6a)$$

$$-\nabla^2 \omega_0 + U'_\omega(\omega_0) = g_\omega \rho_v, \quad (6b)$$

$$-\nabla^2 \rho_0^3 + U'_\rho(\rho_0^3) = g_\rho \rho_3, \quad (6c)$$

$$-\nabla^2 A_0 = e \rho_c. \quad (6d)$$

核物质系统具有空间平移不变性，则矢量介子和光子场的类空部分对能量泛函贡献为零，本文所用模型中均将其忽略。RMF 理论的相关公式可进一步参考文献[13]。

在 RMF 理论中，核子 Dirac 场是量子化的，介子仍处理为经典场。为在核多体系统中描述超流现象，可引入 Bogoliubov 准粒子变换，此时需要重新将介子场量子化。通过构建密度矩阵与对张量，采用正则量子化过程，再忽略 Fock 项贡献后，即可推导出相对论 Hartree-Bogoliubov (RHB) 方程<sup>[7]</sup>。对于无限大核物质体系，动量为好量子数，则在动量表象下其 RHB 方程可直接约化为 BCS 型方程<sup>[7]</sup>

$$\begin{pmatrix} \varepsilon(k) - \lambda & \Delta(k) \\ \Delta(k) & -\varepsilon(k) + \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u(k) \\ v(k) \end{pmatrix} = e(k) \begin{pmatrix} u(k) \\ v(k) \end{pmatrix}, \quad (7)$$

上式中列向量是准粒子波函数， $\Delta(k)$  为对场。定义核子有效质量  $M^* = M + S$  和有效单粒子能量  $E_k^* = \sqrt{k^2 + M^{*2}}$ ，则单粒子能量  $\varepsilon(k) = V + E_k^*$ 。准粒子能量  $e(k) = \sqrt{[\varepsilon(k) - \lambda]^2 + \Delta^2(k)}$ ，化学势  $\lambda$  由粒子数守恒条件确定。相应可定义正常密度分布函数  $n_k$ (即占据数  $v^2(k)$ )和反常密度分布函数  $\kappa_k$

$$n_k = v^2(k) = \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{\varepsilon(k) - \lambda}{e(k)} \right], \quad \kappa_k = \frac{1}{2} \frac{\Delta(k)}{e(k)}. \quad (8)$$

在 RHB 方程约化为 BCS 型方程后，BCS 基态写为

$$|BCS\rangle = \prod_{k>0} (u(k) + v(k) \hat{a}_{k\uparrow}^\dagger \hat{a}_{-k\downarrow}^\dagger) |-\rangle, \quad (9)$$

其中  $\hat{a}_{k\uparrow}^\dagger (\hat{a}_{-k\downarrow}^\dagger)$  为在真空态  $|-\rangle$  上形成一个具有动量  $k(-k)$  和自旋↑(↓)的粒子的产生算符<sup>[1-2]</sup>。由于对关联效应，核物质费米面发生弥散。为保证理论自洽性，在计算平均场中各种核子密度时需要考虑正常密度分布函数  $n_k$  并对整个动量空间作积分。本文工作将以 $^1S_0$ 耦合道为例讨论中子对关联现象，则对能隙方程表示为

$$\Delta(k) = -\frac{1}{4\pi^2} \int_0^\infty \chi \cdot v_{pp}(k, p) \kappa_p p^2 dp, \quad (10)$$

其中  $v_{\text{pp}}(k, p)$  为动量空间中  $^1S_0$  道的核子-核子对相互作用矩阵元, 为调节对力强度还引入了有效衰减因子  $\chi$ 。

对于核物质体系, 给定重子密度  $\rho_b$  以及同位旋不对称度  $\zeta = (\rho_n - \rho_p)/\rho_b$ , 上述方程可通过自洽迭代过程来求解。在实际的计算中, 对力即粒子-粒子道的相互作用可以由微观或唯象的方式构建。本文中将以文献[11]工作为基础, 尝试在对场和平均场中采用相同的单玻色子交换有效相互作用, 由平均场耦合常数直接决定对相互作用强度。其采用的RMF有效对力包含了  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$  介子的贡献, 表示如下

$$v_{\text{pp}}(k, p) = v_{\text{pp}}^\sigma(k, p) + v_{\text{pp}}^\omega(k, p) + v_{\text{pp}}^\rho(k, p), \quad (11)$$

其中  $v_{\text{pp}}^\sigma(k, p)$ ,  $v_{\text{pp}}^\omega(k, p)$ ,  $v_{\text{pp}}^\rho(k, p)$  分别为

$$\begin{aligned} v_{\text{pp}}^\sigma(k, p) &= \frac{-g_\sigma^2}{2E_k^* E_p^*} \left\{ \frac{(E_p^* - E_k^*)^2 + m_\sigma^2 - 4M^{*2}}{4pk} \times \right. \\ &\quad \left. \ln \left( \frac{(p+k)^2 + m_\sigma^2}{(p-k)^2 + m_\sigma^2} \right) - 1 \right\}, \\ v_{\text{pp}}^\omega(k, p) &= g_\omega^2 \frac{2E_p^* E_k^* - M^{*2}}{2E_k^* E_p^* pk} \ln \left( \frac{(p+k)^2 + m_\omega^2}{(p-k)^2 + m_\omega^2} \right), \\ v_{\text{pp}}^\rho(k, p) &= g_\rho^2 \frac{2E_p^* E_k^* - M^{*2}}{2E_k^* E_p^* pk} \ln \left( \frac{(p+k)^2 + m_\rho^2}{(p-k)^2 + m_\rho^2} \right). \end{aligned} \quad (12)$$

### 3 结果及分析

本文中, 粒子-粒子道和粒子-空穴道均采用PK1有效相互作用具体计算<sup>[13]</sup>。有关动量积分采用了高斯-勒让德积分以保证数值计算精度, 格点数取为500, 同时需引入动量截断。通过检验发现截断动量  $k_C \geq 10 \text{ fm}^{-1}$  时已保证动量积分结果收敛, 实际计算中  $k_C$  取为  $20 \text{ fm}^{-1}$ 。下面将详细讨论基于RMF有效对力给出的双中子关联及其中BCS-BEC渡越的结果, 为了明晰仅对纯中子物质开展讨论。

正常密度分布函数  $n_k$  和反常密度分布函数  $\kappa_k$  分别可以提供平均场与对场的相关信息。图1中给出了  $\chi=1.0$  的RMF有效对力下  $n_k$  与  $\kappa_k$  随中子动量的演化。随着中子费米动量的降低,  $n_k$  逐渐偏离阶梯函数分布, 而  $\kappa_k$  也在更宽的动量范围扩展。事实上, 反常密度分布函数可以理解为动量空间中的Cooper对波函数, 与Gogny对力得到的结果相比<sup>[14]</sup>, 此处  $\chi=1.0$  的RMF有效对力在低动量区域给出更大的  $\kappa_k$  取值, 反映了中子对可能以更强的耦合进行配对。当减小衰减因子  $\chi$  的值, 对力强度减弱, 两种分布也将逐渐趋于BCS弱耦合时的典型分布。

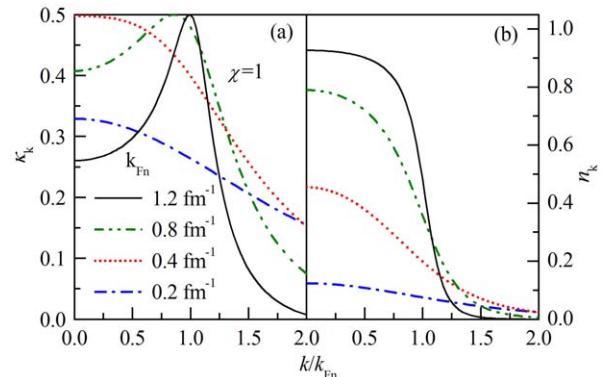


图1 (在线彩图) 采用RMF有效对力当  $\chi=1.0$  时, 在不同费米动量  $k_{Fn}$  下纯中子物质的正常密度分布函数  $n_k$  和反常密度分布函数  $\kappa_k$  随中子动量  $k/k_{Fn}$  的演化

为了定量界定双中子关联的强弱, 通常需要引入一些特征物理量判据, 并由此来判断中子对处于BCS弱耦合区域、BCS-BEC渡越区域还是BEC强耦合区域<sup>[9-10]</sup>。本文以其中的两个特征量为例来开展分析, 即费米动量处对能隙与动能比值  $\Delta_{Fn}/e_{Fn}$  和无量纲参数  $1/(k_{Fn}a)$ , 其中中子费米动能  $e_{Fn} = \sqrt{k_{Fn}^2 + M^{*2}} - M^*$ ,  $a$  为中子散射长度。正则化对关联模型研究给出  $0.21 < \Delta_{Fn}/e_{Fn} < 1.33$  时中子对可以处于BCS-BEC渡越区域, 而  $\Delta_{Fn}/e_{Fn} = 0.69$  则对应BCS-BEC幺正极限<sup>[15]</sup>。对于无量纲参数  $1/(k_{Fn}a)$ , 则分别由其值取±1和0确定渡越区域和幺正极限<sup>[16]</sup>。

图2(a)、(b)分别给出了不同RMF有效对力强度下  $\Delta_{Fn}/e_{Fn}$  和  $1/(k_{Fn}a)$  随纯中子物质密度的演化行为。对于  $\chi=1.0$ ,  $\Delta_{Fn}/e_{Fn}$  和  $1/(k_{Fn}a)$  随核物质密度降低而迅速增大, 在  $k_{Fn} \sim 1.35 \text{ fm}^{-1}$  时中子对已由纯BCS区域进入BCS-BEC渡越区域, 当  $k_{Fn} \lesssim 0.4 \text{ fm}^{-1}$  时中子

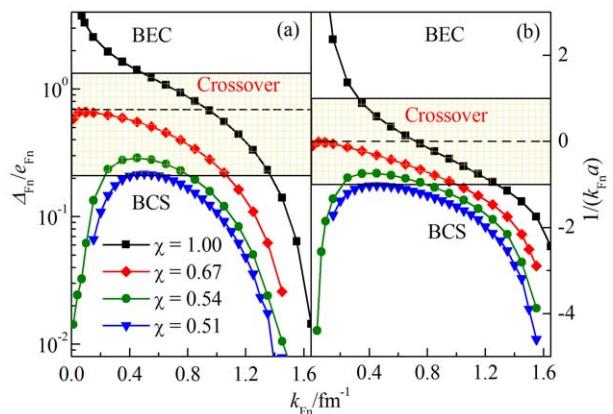


图2 (在线彩图) 在不同RMF有效对力强度下, 纯中子物质中费米动量处的对能隙与动能比值  $\Delta_{Fn}/e_{Fn}$  (左图)和无量纲参数  $1/(k_{Fn}a)$  (右图)随费米动量的变化。黄色格点区域为BCS-BEC渡越区域, 短划线表示BCS-BEC幺正极限。

对进一步处于纯 BEC 强耦合。在减小有效衰减因子到  $\chi \sim 0.67$  时, 中子配对随密度降低而耦合变强的趋势得到抑制, 仅在稀薄的核物质密度时达到么正极限, 此时中子对在任何核物质密度下均不可能处于纯 BEC 束缚态。进一步降低有效衰减因子值, 发现在低密度下中子配对可以重新回到 BCS 弱耦合情形, 仅在一定的密度区间内处于 BCS-BEC 渡越区域。当  $\chi \sim 0.51$  时, 发现  $\Delta_{Fn}/e_{Fn}$  和  $1/(k_{Fn}a)$  仅在  $k_{Fn} \sim 0.45 \text{ fm}^{-1}$  处刚好达到 BCS-BEC 渡越区域。因此,  $\chi=0.51$  和  $0.67$  两种情形描述了中子对刚好能达到 BCS-BEC 渡越区域和达到么正极限临界点时 RMF 有效对力强度。为更好理解 BCS-BEC 渡越现象物理, 下面将进一步讨论对关联的一些特征物理量在所选取的 RMF 有效对力下的行为。

图 3 给出了不同 RMF 有效对力强度下费米面处中子对能隙的密度依赖行为。可以发现  $\Delta_{Fn}$  在  $k_{Fn} = 1.0 \text{ fm}^{-1}$  附近达到最大值, 随密度增大或降低均快速衰减。在较低的密度范围, 尽管对场变弱, 但由于与平均场的相对竞争(可用图 1 中  $\Delta_{Fn}/e_{Fn}$  比值来描述), 中子配对反而有可能出现较强的耦合。为了与裸核子相互作用 Bonn 势作为对力的结果<sup>[9]</sup>相比较, 调节有效因子当  $\chi=0.54$  时, 发现  $\Delta_{Fn}$  在  $k_{Fn} \sim 0.9 \text{ fm}^{-1}$  附近达到最大值  $\sim 3.2 \text{ MeV}$ , 与 Bonn-B 势计算给出的对能隙最大值接近, 但其峰值对应的密度较 Bonn-B 势更高。结合图 2 的结论, 经验的裸核子相互作用 Bonn-B 势所描述中子配对要强于  $\chi=0.51$  情形而弱于  $\chi=0.67$  情形, 表明其已进入 BCS-BEC 渡越区域, 但尚不能达到么正极限。

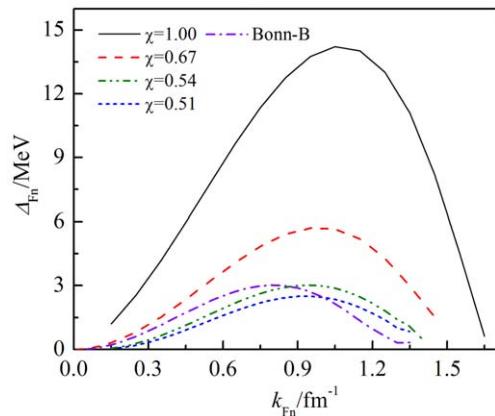


图 3 (在线彩图) 在不同 RMF 有效对力强度下, 纯中子物质中费米面处中子对能隙随费米动量的变化

为了讨论中子对在不同有效对力下的特征, 除对能隙外, 还可以研究中子对的空间分布行为。坐标空间的中子 Cooper 对波函数可以对  $\kappa_k$  做傅里叶变换获得

$$\Psi_{\text{pair}}(r) = \frac{C}{(2\pi)^3} \int \kappa_k e^{ik \cdot r} dk, \quad (13)$$

其中:  $r$  为配对中子间相对距离;  $C$  是空间归一化常数。相应的 Cooper 对空间概率密度分布  $r^2 |\Psi_{\text{pair}}(r)|^2$  如图 4 所示。随着  $\chi$  的降低, 在  $r$  较小处  $r^2 |\Psi_{\text{pair}}(r)|^2$  分布的极大值也逐渐减小。表明随着配对中子间对力变弱, 中子在较小的相对距离内配对的可能性也逐渐变低, 相应在图中  $r$  较大处的分布变得明显。在对力很弱的情况下, 例如  $\chi = 0.51$ , 中子对处于理想的 BCS 弱耦合情形, 此时 Cooper 对波函数随  $r$  具有振荡并指数衰减的形

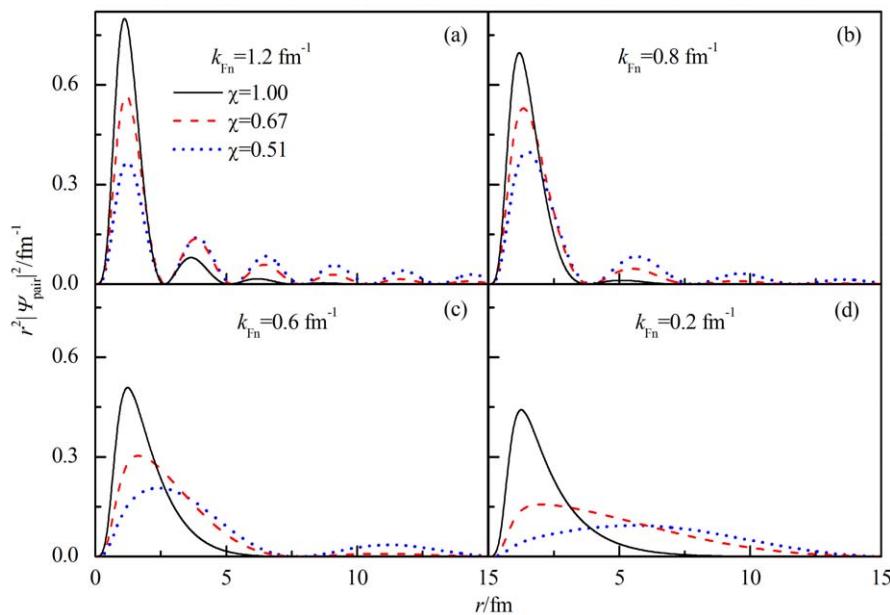


图 4 (在线彩图) 在不同 RMF 有效对力强度下, 各密度的纯中子物质中 Cooper 对空间概率密度分布  $r^2 |\Psi_{\text{pair}}(r)|^2$ , 其中  $r$  为配对中子间相对距离

式, 称为Friedel振荡<sup>[17]</sup>, 是由费米面的陡峭行为引起的。而在强耦合BEC极限下,  $\Psi_{\text{pair}}(r)$ 振荡消失, 其行为类似于 $\exp(-\sqrt{4m/\hbar^2|\mu|r})/r$ <sup>[5]</sup>, 如图中 $\chi=1.00$ 对力在 $k_{Fn}=0.2 \text{ fm}^{-1}$ 的结果, 此时中子对的尺寸在空间中明显收缩。

为了更清晰表现此演化趋势, 可以绘制Cooper对空间概率密度关于 $k_{Fn}$ 及 $r$ 的二维Contour图, 图5以 $\chi=0.67$ 情形为例。发现双中子在很小的相对距离 $r \sim 1.25 \text{ fm}$ 其配对概率出现峰值。通过与Bonn势作为对力的结果<sup>[9]</sup>相比较, 该峰值对应的密度范围更广且更高, 约 $k_{Fn} \in [0.6, 1.4] \text{ fm}^{-1}$ 。这与图3中对能隙 $\Delta_{Fn}$ 在 $k_{Fn} \sim 0.9 \text{ fm}^{-1}$ 附近达到最大相一致。当核物质接近饱和密度时,  $r^2|\Psi_{\text{pair}}(r)|^2$ 在该峰值之外仍具有明显的概率密度分布, 表明此时双中子仍有一定的概率以长程耦合配对。在一些文献中, 也将最大峰值和大 $r$ 处强弱振荡的分布分别称作“双中子组态”与“雪茄状组态”, 用以区别类BEC配对与类BCS配对的情形<sup>[18]</sup>。随着密度降低, 该“双中子组态”在空间中分布也逐渐放宽, 在 $k_{Fn} < 0.2 \text{ fm}^{-1}$ 时弥散到很大的 $r$ 处。表明此时中子对虽已趋于BCS-BEC么正极限, 但因核物质密度极其稀薄, 核子间距离变得很大, 中子对也难以真正形成在空间凝聚的纯BEC态, 这将在图6的分析中进一步得到验证。

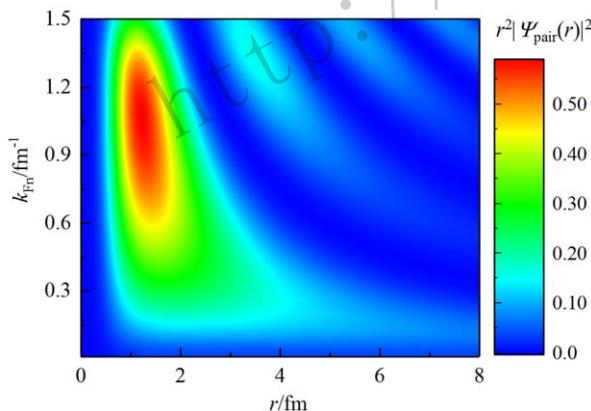


图5 (在线彩图)采用RMF有效对力当 $\chi=0.67$ 时, 纯中子核物质中Cooper对空间概率密度 $r^2|\Psi_{\text{pair}}(r)|^2$ 随费米动量 $k_{Fn}$ 及配对中子间相对距离 $r$ 的二维分布图

图6给出相对距离 $r \leq 3 \text{ fm}$ 的中子对的短程关联概率 $P(r=3 \text{ fm})$ 与其对应的相干长度 $\xi_{\text{rms}}$ 随密度演化的特征。中子对相干长度定义为Cooper对的均方根半径, 即

$$\xi_{\text{rms}}^2 = \langle r^2 \rangle = \frac{\int |\Psi_{\text{pair}}(r)|^2 r^4 dr}{\int |\Psi_{\text{pair}}(r)|^2 r^2 dr}.$$

可以看到当 $\chi=0.67$ 和0.51时,  $P(r=3 \text{ fm})$ 在低密度下逐渐减小为零, 相应 $\xi_{\text{rms}}$ 逐渐变大。表明此时双中子已基本没有可能以短距离成对, 也就不可能成为空间凝聚的纯BEC态。

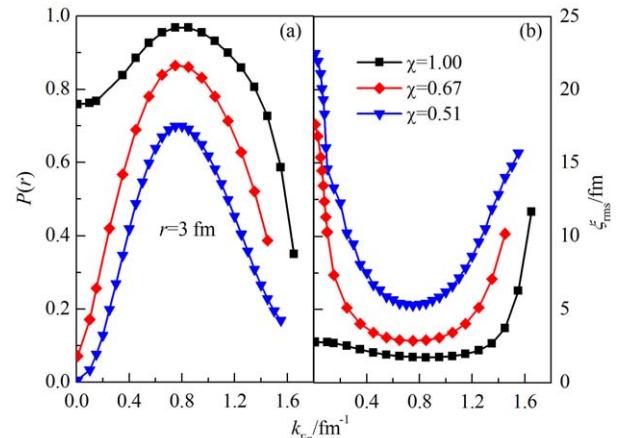


图6 (在线彩图)在不同RMF有效对力强度下, 纯中子物质中双中子形成 $r \leq 3 \text{ fm}$ 的短程关联概率 $P(r)$ (a)与其对应的相干长度 $\xi_{\text{rms}}$ (b)随费米动量的变化

通过以上分析, 还可以尝试预测双中子对达到BCS-BEC渡越区域时的特征判据。除了之前已讨论的 $\Delta_{Fn}/e_{Fn}$ 和 $1/(k_{Fn}a)$ , 配对中子处于平均中子间距离 $d_n \equiv \rho_n^{-1/3}$ 之内的短程关联概率 $P(d_n)$ 也可作为界定渡越区域的判据。通过图2可以确定不同RMF有效对力的线段与 $\Delta_{Fn}/e_{Fn}$ 和 $1/(k_{Fn}a)$ 判据(即黄色格点区域)的交点, 表1中总结了这些交点处相应的有效衰减因子 $\chi$ 值和中子费米动量 $k_{Fn}$ , 以及由此得到的双中子短程关联概率 $P(d_n)$ 。利用 $\Delta_{Fn}/e_{Fn}$ 和 $1/(k_{Fn}a)$ 结果并求平均后, 可分别得到当 $P(d_n)=0.80$ 和0.81时, 双中子配对从纯BCS耦合过渡到BCS-BEC渡越区域。其值与文献[10]给出的结论基本一致, 也证明了将 $P(d_n)$ 作为渡越判据的模型无关性。

表1 以图2中 $\Delta_{Fn}/e_{Fn}$ 和 $1/(k_{Fn}a)$ 作为特征判据, 双中子对达到BCS-BEC渡越区域时对应的RMF有效对力强度因子 $\chi$ 、纯中子物质的费米动量 $k_{Fn}$ 和双中子短程关联概率 $P(d_n)$

$\chi$	$\Delta_{Fn}/e_{Fn}$			$1/(k_{Fn}a)$		
	$k_{Fn}/\text{fm}^{-1}$	$P(d_n)$	$\chi$	$k_{Fn}/\text{fm}^{-1}$	$P(d_n)$	
0.51	0.45	0.80	0.51	0.45	0.80	
0.54	0.22	0.85	0.54	0.22	0.85	
0.54	0.80	0.77	0.54	0.80	0.77	
0.67	1.05	0.78	0.67	1.00	0.81	
1.00	1.35	0.78	1.00	1.30	0.82	
				0.80		0.81

## 4 总结与展望

本文基于核物质的相对论 RHB 理论，在粒子-粒子道和粒子-空穴道尝试采用统一的有效相互作用，构建出单玻色子交换形式的 RMF 有效对力，研究了不同对力强度下双中子关联及其中的 BCS-BEC 渡越现象。通过引入对力衰减因子有效降低了该模型预测的对能隙，当  $\chi = 0.54$  时发现  $\Delta_{Fn}$  最大值与 Bonn-B 势给出的值接近。通过分析特征物理量  $\Delta_{Fn}/e_{Fn}$  和  $1/(k_{Fn}a)$  的密度及对力强度的依赖行为，给出双中子对达到 BCS-BEC 渡越区域和么正极限临界点时的对力强度要求与核物质密度范围。进一步研究了 RMF 有效对力下中子对能隙、中子对波函数及相干长度等物理量在其处于 BCS、BEC 和渡越区域的不同特征，给出了渡越时双中子短程关联概率  $P(d_n)$  的定量判据。通过分析中子对达到 BCS-BEC 渡越区域和么正极限时的对关联特征，并与其它微观或有效对力的结果相比较，可以为改进 RMF 有效对力提供重要的参考，也为实现相对论核多体问题中对场和平均场的统一自洽描述提供了思路。在量子力学等相关课程中引入对此现象的讨论，对于加深全同多粒子系统中量子统计特性的理解也十分有益。

### 参考文献：

- [1] BARDEEN J, COOPER L N, SCHRIEFFER J R. *Phys Rev*, 1957, **106**: 162.
- [2] BARDEEN J, COOPER L N, SCHRIEFFER J R. *Phys Rev*, 1957, **108**: 1175.
- [3] SÁDE MELO C A R. *Physics Today*, 2008, **61**: 45.
- [4] NOZIÈRES P, SCHMITT-RINK S. *J Low Temp Phys*, 1985, **59**: 195.
- [5] PIERI P, STRINATI G C. *Phys Rev Lett*, 2003, **91**: 030401.
- [6] ENGELBRECHT R J, RANDERIA M, SÁDE MELO C A R. *Phys Rev B*, 1997, **55**: 15153.
- [7] KUCHAREK H, RING P. Z. *Phys. A*, 1991, **339**: 23.
- [8] MENG J, TOKI H, ZHOU S G, et al. *Prog Part Nucl Phys*, 2006, **57**: 470.
- [9] SUN B Y, TOKI H, MENG J. *Phys Lett B*, 2010, **683**(2-3): 134.
- [10] SUN T T, SUN B Y, MENG J. *Phys Rev C*, 2012, **86**: 014305.
- [11] LI J, SUN B Y, MENG J. *Int J Mod Phys E*, 2008, **17**(8): 1411.
- [12] WALECKA J D. *Ann Phys(N.Y.)*, 1974, **83**: 491.
- [13] LONG W H, MENG J, VAN GIAI N, et al. *Phys Rev C*, 2004, **69**: 034319.
- [14] SUN B Y, PAN W. *Nucl Phys A*, 2013, **909**: 8.
- [15] MATSUO M. *Phys Rev C*, 2006, **73**: 044309.
- [16] SÁDE MELO C A R, RANDERIA M, ENGELBRECHT R J. *Phys Rev Lett*, 1993, **71**: 3202.
- [17] FRIEDEL J. *Adv Phys*, 1954, **3**: 446.
- [18] HAGINO K, SAGWA H, CARBONELL J, et al. *Phys Rev Lett*, 2007, **99**: 022506.

## BCS-BEC Crossover in Neutron Matter with RMF Effective Pairing Interaction

SUN Baoyuan<sup>1,2,1)</sup>, GUO Anliang<sup>1,2</sup>, QIAN Zhuang<sup>1,2</sup>

(1. School of Nuclear Science and Technology, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China;

2. Engineering Research Center for Neutron Application Technology, Ministry of Education,  
Lanzhou University, Lanzhou 730000, China)

**Abstract:** Based on the relativistic Hartree-Bogoliubov theory in nuclear matter, the dineutron correlations and the crossover from Bardeen-Cooper-Schrieffer (BCS) region of neutron Cooper pairs to Bose-Einstein condensation (BEC) are investigated with the one-boson-exchange type of pairing force generated from the relativistic mean field (RMF) model. By introducing an effective factor  $\chi$  in the RMF effective pairing interaction, the density dependence of the ratios between neutron pairing gap at Fermi surface and neutron Fermi kinetic energy  $\Delta_{Fn}/e_{Fn}$  and the dimensionless parameter  $1/(k_{Fn}a)$  are analyzed quantitatively. Then the criteria where dineutron correlations exactly reach the threshold of BCS-BEC crossover or unitary limit are determined to be  $\chi=0.51$  or  $0.67$ , respectively. In addition, features of neutron pairing gap, Cooper pair wave function and dineutron coherence length are illustrated, and the value of the probability for partner neutrons correlated within the average inter-neutron distance, namely  $P(d_n) \simeq 0.80$ , is obtained as a criterion of BCS-BEC crossover.

**Key words:** Pairing correlation; BCS-BEC crossover; nuclear matter; effete pairing force; RMF

Received date: 29 Sep. 2018; Revised date: 20 Nov. 2018

Foundation item: National Natural Science Foundation of China(11875152)

1) E-mail: sunby@lzu.edu.cn