

Quantum Chromodynamics Factorization Theorem in Limit of the Large x

Chul KIM*

School of Liberal Arts, Seoul National University of Science and Technology, Seoul 139-743, Korea

(Received 30 June 2015 : revised 15 July 2015 : accepted 15 July 2015)

The quantum chromodynamics (QCD) factorization theorem is considered for high-energy scattering in the limit of large x , with the main focus being deep inelastic scattering (DIS). Using the extensible parton distribution function (PDF) for large x , we derive the QCD factorization theorem for DIS. The PDF in the limited $x \rightarrow 1$ consists of collinear and soft interactions, which are not factorizable further because subleading spectator soft-collinear interactions are indispensable. This fact also indicates that the PDF at large x should be suppressed by some powers of $(1-x)$. With the extensible PDF, we considered the factorization theorem for the Drell-Yan process in the limit of large x , which might break down because of the nonfactorizable soft interactions.

PACS numbers: 12.38.Bx, 12.39.St, 13.85.-t

Keywords: QCD factorization, Large x , Perturbative calculation, Effective field theory

큰 x 한계에서의 강한 상호작용에 대한 Factorization Theorem

김철*

서울과학기술대학교 기초교육학부, 서울 139-743

(2015년 6월 30일 받음, 2015년 7월 15일 수정본 받음, 2015년 7월 15일 게재 확정)

큰 x 한계에서의 고에너지 산란 과정에 대한 QCD factorization theorem을 심층 비탄성 충돌 (deep inelastic scattering, DIS)에 주로 초점을 맞춰 살펴보았다. 큰 x 까지 확장이 가능한 파톤 분포 함수를 사용하여 심층 비탄성 충돌에 대해 QCD factorization theorem을 유도하였다. $x \rightarrow 1$ 인 한계에서의 파톤 분포 함수는 collinear 및 soft 상호 작용으로 구성되어 있는데, 방관자 (spectator) 입자의 제한된 (약한) soft-collinear 상호 작용으로 인해 이들 상호 작용은 운동 조건에 따라 더 이상 분리되지 않는다. 이러한 방관자 상호 작용의 존재는 또한 큰 x 한계에서의 파톤 분포 함수가 $(1-x)$ 의 고차항으로 감소되어 주어진다는 사실을 보여준다. 확장 가능한 파톤 분포 함수를 이용해 드렐-얀 (Drell-Yan) 과정의 큰 x 한계에서의 factorization theorem 역시 고찰해 보았는데, 이 경우 더 이상 분리되지 않는 soft 상호 작용의 존재는 일관된 factorization의 기술이 불가능할 수도 있음을 보여준다.

PACS numbers: 12.38.Bx, 12.39.St, 13.85.-t

Keywords: QCD factorization, large x , 섭동 계산, 유효장 이론

*E-mail: chul@seoultech.ac.kr



I. 서론

고에너지 가속기 실험에서 고에너지 물리 현상을 정밀하게 이해하는 일은 기 정립된 표준모형 (Standard Model)을 엄밀히 검증하고 표준모형을 넘어서는 새로운 물리학 (new physics)의 실마리를 파악하기 위한 가장 중대한 작업이다. 고에너지 가속기 실험에서 고에너지 물리 현상에 가장 주된 영향력을 행사하는 것은 강한 상호작용 (strong interaction)인데, 이는 말그대로 그 결합력이 강하기 때문에 섭동 이론을 써서 정량적으로 기술하는 것이 통상적으로 불가능하다. 하지만, 양자 색동력학 (Quantum chromodynamics, QCD)으로 묘사되는 강한 상호작용은 그 에너지 스케일 (energy scale)이 높아지면 높아질수록 결합상수의 세기가 약해지는 점근적으로 자유로운 성질이 있으므로, 높은 에너지 스케일에서의 짧은 거리 상호작용에 대해서는 섭동 이론을 적용하는 것이 가능하다. 따라서, 체계적인 기술을 위해서는 강한 상호작용을 높은 에너지 스케일에서의 짧은 거리 상호작용과 낮은 에너지 스케일에서의 긴 거리 상호작용으로 구분하는 작업이 반드시 필요한데, 이를 위한 일련의 이론적인 체계를 QCD factorization theorem이라고 한다.

고에너지 가속기 실험에서의 다양한 산란 과정 중에서 가장 기본이 되는 포괄적인 (inclusive) 심층 비탄성 충돌 (deep inelastic scattering, DIS)과 드렐-얀 (Drell-Yan) 과정을 살펴보면 이러한 산란 과정은 그 산란 단면적이 짧은 거리 상호작용을 기술하는 hard function과 긴 거리 상호작용을 대변하는 파톤 분포 함수 (parton distribution function, PDF)로 factorization 됨을 볼 수 있다¹. 여기서 hard function은 섭동 이론을 써서 기술하는 것이 가능하므로 그 규모를 우리가 원하는 결합상수의 차수까지 정량적으로 계산할 수 있는 양이며, 비섭동적인 파톤 분포 함수는 여러 실험을 통해 그 규모와 성질을 파악할 수 있다. 이를테면, 경입자 (lepton)와 핵자 (nucleon)간의 고에너지 산란과정인 DIS에서 핵자의 주된 구조 함수인 F_1 은 다음과 같이 쪼개져 있다.

$$F_1(x) = \int_x^1 \frac{dz}{z} H(Q^2, z, \mu) f_{q/N}\left(\frac{x}{z}, \mu\right). \quad (1)$$

여기서, H 는 hard function, $f_{q/N}$ 핵자로부터 가벼운 쿼크가 고에너지 산란 과정에 참여하게 될 확률을 의미하는 파톤 분포 함수이다. 재규격화 (renormalization) 스케일 또는 에너지 스케일인 μ 에 대하여 hard function과

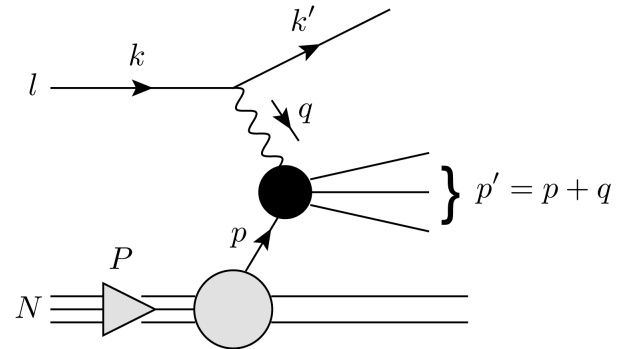


Fig. 1. Deep inelastic scattering process.

파톤 분포 함수는 그 의존성을 분명히 가지는데 반해 물리적 관측량인 구조 함수 F_1 은 각 함수의 에너지 스케일의 의존성이 서로 상쇄되어 Eq. (1)에서 볼 수 있듯이 스케일에 대한 불변성을 가지고 있다.

비요켄 변수 x 는

$$x = \frac{Q^2}{2P \cdot q} \quad (2)$$

로 주어지는 양으로서 핵자의 전체 에너지 대비 핵자로부터 고에너지 산란을 겪게 되는 파톤이 가지는 에너지 비율을 의미한다. Fig. 1에서 볼 수 있듯이 P 는 핵자의 운동량, q 는 핵자내의 파톤과 렙톤과의 전자기 상호작용을 매개하는 파톤의 운동량으로 $Q^2 = -q^2$ 로 주어진다. 여기서 Q^2 는 짧은 거리 상호작용이 일어나는 전형적인 높은 에너지 스케일로 간주할 수 있다. 따라서, 비요켄 변수 x 의 범위는 $0 < x < 1$ 로 주어지게 되는데, 잘 정립된 QCD factorization theorem은 통상 $x \sim \mathcal{O}(1)$ & $1-x \sim \mathcal{O}(1)$ 으로 주어질 때 유효하다. 이 때 핵자내의 모든 valence quark들은 에너지가 큰 collinear한 입자들로 묘사될 수 있다.

이 논문에서 살펴볼 $x \rightarrow 1$ 한계에서의 QCD factorization theorem은 위에 서술한 x 의 일반적인 범위에서의 factorization theorem보다 매우 복잡해진다. 그 이유는 x 의 일반적인 범위에서의 산란단면적 내지는 구조 함수가 factorization theorem에서 단지 두 개의 스케일, 즉, hard 스케일 Q 와 (비섭동적인) 강입자 스케일인 Λ_{QCD} 에만 의존하는 반면, $x \rightarrow 1$ 한계에서는 이러한 스케일들에 더해 최종 상태의 입자들이 $Q(1-x)^{1/2}$ 또는 $Q(1-x)$ 의 스케일의 지배를 받을 수 있기 때문이다.

$x \rightarrow 1$ 한계는 운동학적으로 허용되는 위상 공간의 끝부분에 해당하기 때문에 일반적으로 그 산란단면적은 크게 작아지게 되며, 핵자들의 파톤 분포 함수 역시 이에 호응하여 작아지게 된다. 하지만, $x \rightarrow 1$ 한계에서의 물리학은 산란단면적의 크기에 관계없이 그 중요성

¹ 이에 대한 참고할만한 총설 논문으로 Ref. 1이 있다.

을 띄게 되는데, 이에 대해서 크게 두 가지를 꼽을 수 있다.

첫째, 큰 x 한계에서의 물리학을 이해함으로써 핵자의 구조를 보다 완전히 이해할 수 있다. 양성자 또는 중성자 등의 핵자들은 여러 대칭성을 통하여 내부 valence quark들의 존재를 손쉽게 예측할 수 있지만, 고에너지 상호작용을 하는 경우, 이들의 스핀 또는 운동량에 대한 의존성 등 여러 면에서 알려지지 않은 부분들이 많이 존재한다. 이러한 핵자의 구조를 보다 명확히 이해하기 위해서는 좀 더 배타적인 (exclusive) 경우를 제공하는 큰 x 한계에서의 고에너지 산란과정은 필수적으로 연구되어야 한다. 또한, 이로부터 이해되는 큰 x 에서의 파톤 분포 함수에 대한 물리적인 성질 및 그 세기 가능 (power counting)은 파톤 분포 함수를 x 의 전 범위에서 완벽하게 이해하는 계기가 되어 거대 강입자가속기 (Large Hadron Collider, LHC) 등에서의 약전자기 (electroweak) 에너지 스케일에서의 고에너지 물리 현상을 이해하는 데 아주 유의한 정보를 제공할 수 있다. 현재 이러한 동기를 지니고 Thomas Jefferson National Accelerator Facility (JLab)에서는 큰 x 한계에서의 물리학을 이해할 수 있는 다양한 실험들이 계획되고 있다 [2].

둘째, 새로운 스케일 $Q(1-x)$ 가 존재하므로 에너지 스케일이 $Q \gg Q(1-x) \gg \Lambda_{\text{QCD}}$ 과 같은 계층 구조를 가지게 되고, 이에 따라 섭동론적인 계산에서 $\ln(1-x)$ 와 같은 큰 값을 지니는 로그항이 필연적으로 발생한다. 더우기 고에너지 산란 과정에서 강한 상호작용을 하는 입자들의 질량을 무시하게 되면 수다코프 로그 (Sudakov logarithms)가 추가적으로 발생함으로써, 이를테면 섭동 이론에서의 첫번째 고리항의 계산에서도 $\alpha_s \ln^2(1-x)$ 와 같은 양이 생성되고 이러한 항들은 섭동이론에서 고차항의 수렴을 심각하게 방해하게 된다. 따라서, 이론적으로 정확한 예측을 위해서는 이러한 큰 로그항들을 원칙

적으로 결합 상수의 모든 차수까지 다시 더하는 복잡한 작업이 필요하다. 이러한 이론적인 문제는 QCD와 같은 비가환 게이지 이론을 적용하여 실제 현상을 설명하는데 있어서 가장 어려운 난제 중의 하나로서 1980년대 후반부터 많은 관심을 받아왔다 [3-6].

이 분야의 연구에 있어 획기적인 전환점은 2000년대 들어 soft-collinear effective theory (SCET) [7-9]의 등장으로, 이로써 큰 x 한계에서의 이론적 난점을 보다 체계적인 틀 속에서 연구 할 수 있게 되었다. SCET는 고에너지 물리 현상을 설명하기 위한 최적의 유효장 이론으로 그 상호작용의 세기 가능을 체계적으로 할 수 있게 하며, collinear 장 (field)과 soft 장을 낮은 에너지에서 구분할 수 있으므로 factorization 구조를 연산자 레벨에서 쉽게 알아볼 수 있도록 한다. 또한, 수다코프 로그항을 포함한 큰 로그항들의 재합산 (resummation) 과정을 재규격화 방정식을 푸는 일관된 방법으로 자동적으로 해결할 수 있는 실마리를 제공하고 있다.

그동안 SCET를 이용하여 큰 x 한계에서의 factorization theorem의 증명을 시도하고 [10-12], 섭동 이론에서의 적, 자외선 발산 구조를 고찰하고 [13,14], 큰 로그항의 재합산 [15-18]을 수행하는 등 많은 중요한 연구가 있어 왔는데, 이번 총설 논문에서는 심층 비탄성 충돌 과정을 중심으로 지금까지의 이론적 성과를 되짚어 봄과 동시에 미해결된 이론적 난점을 분석하고 앞으로의 전망을 간략히 소개해 보기로 하겠다.

II. 큰 x 에서의 심층 비탄성 충돌의 구조 함수

심층 비탄성 충돌에서의 강입자 텐서 $W_{\mu\nu}$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$W_{\mu\nu}(q, P) = \frac{1}{2\pi} \sum_X (2\pi)^4 \delta(q + P - p_X) \langle N | J_\mu^\dagger | X \rangle \langle X | J_\nu | N \rangle, \quad (3)$$

$$= (-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2}) F_1 + (P_\mu - q_\mu \frac{P \cdot q}{q^2})(P_\nu - q_\nu \frac{P \cdot q}{q^2}) F_2 \quad (4)$$

여기서 J_μ 는 파톤의 전자기류 (electromagnetic current) 즉, $J_\mu = \bar{q} \gamma_\mu q$ 이며, $F_{1,2}$ 는 강입자 (핵자) N 에 대한 구조함수 (structure function)로 정의된다. 브레이트 틀 (Breit frame)에서 고려할 경우, 파톤의 운동량은 $q^\mu =$

$Q(-n^\mu + \bar{n}^\mu)/2$ 로 주어질 수 있다. 여기서 lightcone 벡터 n 과 $\bar{n}$ 는 $n^\mu = (1, 0, 0, 1)$, $\bar{n}^\mu = (1, 0, 0, -1)$ 로 고정되었으며, 조건 $n^2 = \bar{n}^2 = 0$, $n \cdot \bar{n} = 2$ 을 만족한다. 여기서 $\bar{n}$ 는 위치 공간에서 n 의 반대 방향을 나타냄을 유의

하여라. 브레이트 틀에서 강입자 N 의 빔 (beam) 방향이 $+z$ 방향이라면 강입자 N 의 운동량은

$$P^\mu = \bar{n} \cdot P \frac{n^\mu}{2} + \frac{m^2}{\bar{n} \cdot P} \frac{\bar{n}^\mu}{2} \quad (5)$$

로 표현된다. 여기서 m 은 강입자 N 의 질량이며, 그 크기가 $\mathcal{O}(\Lambda_{\text{QCD}})$ 정도로 간주될 수 있으므로 무시할 수 있다. 브레이트 틀에서의 포톤과 N 의 운동량을 식 (4)에 대입하여 정리하면, 강입자 텐서 $W^{\mu\nu}$ 는

$$W^{\mu\nu} = -g_\perp^{\mu\nu} F_1 + \left(\frac{n^\mu}{2} + \frac{\bar{n}^\mu}{2}\right) \left(\frac{n^\nu}{2} + \frac{\bar{n}^\nu}{2}\right) F_L \quad (6)$$

로 쓸 수 있다. 여기서 직교 메트릭 텐서 $g_\perp^{\mu\nu}$ 는 $g_\perp^{\mu\nu} = g^{\mu\nu} - (n^\mu \bar{n}^\nu + n^\nu \bar{n}^\mu)/2$ 로 쓴다. 종적 (longitudinal) 구조 함수 F_L 은

$$F_L = F_2 \frac{Q^2}{4x} - F_1 \quad (7)$$

로 정의하며, x 의 모든 범위를 고려할 때, 칼란-그로스 (Callan-Gross) 관계식에 따라 무시할 수 있는 양이지만, $x \rightarrow 1$ 인 한계에서는 Eq. (6)에서의 F_1 도 작아지게 되므로 쉽게 무시할 수 없다. F_L 의 세기 가늠에 대한 자세한 분석은 Ref. 19를 참고하라.

브레이트 틀에서 비요켄 변수 x 는

$$x = \frac{Q^2}{2P \cdot q} \sim \frac{Q}{\bar{n} \cdot P} \quad (8)$$

로 근사될 수 있다. 이 비요켄 변수를 통해 최종상태의 전체 운동량의 제곱을 살펴보면

$$p_X^2 = (P + q)^2 = m^2 + 2P \cdot q - Q^2 \sim Q^2 \frac{1-x}{x} \quad (9)$$

가 되는데, $x \rightarrow 1$ 인 한계에서는 이 양이 Q^2 에 비해 무척 작음을 볼 수 있다. 따라서, 이러한 운동 조건에 따라 큰 x 에서는 최종 상태는 collinear한 jet이거나, soft한 입자들만 가능함에 유의하여야. 즉, x 의 모든 범위를 고려할 때처럼, 큰 에너지를 가지는 입자들 사이의 각이 크게 되는 경우는 불가하므로 최종 상태는 Eq. (1)에서처럼 hard function $H(Q^2, z, \mu)$ 로 표현하는 것이 불가능하다.

Fig. 1에서 p 로 표현되는 입사하는 파톤의 운동량은 브레이트 틀에서 다음과 같이 n -collinear 운동량으로 표현할 수 있다.

$$p^\mu = \bar{n} \cdot p \frac{n^\mu}{2} + p_\perp^\mu + n \cdot p \frac{\bar{n}^\mu}{2} = \mathcal{O}(Q) + \mathcal{O}(Q\lambda) + \mathcal{O}(Q\lambda^2) \quad (10)$$

여기서 $\lambda \sim p_\perp / \bar{n} \cdot p \ll \mathcal{O}(1)$ 는 작은 매개변수이다. 이를 활용한 세기 가늠은 SCET와 같은 유효장 이론을 써서 분석할 때 자주 활용되는데, 트위스트에 따른 전개와 동등하다. 따라서, 입사하는 파톤이 n -collinear 장으로 묘사되면, 전자기류 J_μ 를 통해 방출되는 파톤은 $x \rightarrow 1$ 한계에서 $\bar{n}$ -collinear 입자로 표현되어야 할 것이다.

따라서, full QCD에서의 전자기류는 가상의 hard 상호작용을 모두 적분해버린 후 (integrating out), SCET를 통해 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$J^\mu = \bar{q} \gamma^\mu q = C(Q^2, \mu) \bar{\xi}_{\bar{n}} W_{\bar{n}} \tilde{Y}_{\bar{n}}^\dagger \gamma_\perp^\mu Y_n W_n^\dagger \xi_n + \mathcal{O}(\lambda) \quad (11)$$

여기서, $\gamma_\perp^\mu = g_\perp^{\mu\nu} \gamma_\nu$ 이며 $\xi_{n(\bar{n})}$ 는 $n(\bar{n})$ -collinear 쿼크 장이다. Collinear 윌슨선 (Wilson line) W_n [8]은

$$W_n(x) = \text{P exp} \left[ig \int_{-\infty}^x ds \bar{n} \cdot A_n(s \bar{n}^\mu) \right] \quad (12)$$

로 주어지며, n -collinear 이외의 다른 운동을 하는 부분에서 λ 의 으뜸 차수에서 n -collinear 글루온의 복사 과정을 끄집어 낸 것이다. 여기서 ‘P’는 경로 줄세움 (path ordering)을 의미한다. 또다른 collinear 윌슨선 $W_{\bar{n}}$ 는 n 과 $\bar{n}$ 를 맞바꿈으로써 쉽게 얻어낼 수 있다. Ref. 9에서 보인 바와 같이 λ 의 으뜸 차수에서 soft 상호작용을 collinear 장에서 분리할 수 있다. 이 때, 나오는 것이 soft 윌슨선으로 이는 다음과 같이 표현된다.

$$Y_n(x) = \text{P exp} \left[ig \int_{-\infty}^x ds n \cdot A_s(s n^\mu) \right] \quad (13)$$

$$\tilde{Y}_n(x) = \bar{\text{P exp}} \left[-ig \int_x^{+\infty} ds n \cdot A_n(s \bar{n}^\mu) \right] \quad (14)$$

여기서 $\bar{\text{P}}$ 는 반경로 줄세움 (anti-path ordering)을 뜻한다. $\tilde{Y}_n$ 과 Y_n 의 경로가 다르게 표시됨 [20]에 유의하여야. Eq. (11)에서 윌슨 계수는 α_s 의 머금으뜸차수까지

$$C(Q^2, \mu) = 1 + \frac{\alpha_s C_F}{4\pi} \left(-\ln^2 \frac{\mu^2}{Q^2} - 3 \ln \frac{\mu^2}{Q^2} - 8 + \frac{\pi^2}{6} \right) \quad (15)$$

로 주어진다 [10].

Eq. (3)으로 출발해 $x \rightarrow 1$ 한계에서 구조 함수 F_1 을 SCET를 통해 표현하면,

$$\begin{aligned}
 F_1(x, Q^2) &= -\frac{g_{\perp}^{\mu\nu}}{2} W_{\mu\nu} = -\frac{1}{4\pi} \sum_X (2\pi)^4 \delta(q + P - p_X) \langle N | J_{\perp\mu}^\dagger | X \rangle \langle X | J_{\perp}^\mu | N \rangle \\
 &= -4\pi^3 \sum_X \delta(q + P - p_X) |C(Q^2, \mu)|^2 \langle N | \bar{\Psi}_n Y_n^\dagger \gamma_\perp^\mu \tilde{Y}_n \Psi_n | X \rangle \langle X | \bar{\Psi}_n \tilde{Y}_n^\dagger \gamma_\mu^\perp \tilde{Y}_n \Psi_n | N \rangle
 \end{aligned} \quad (16)$$

여기서 $\Psi_n \equiv W_n^\dagger \xi_n$ 로 게이지 불변인 n -collinear 쿼크 장이다. $x \rightarrow 1$ 인 경우, 핵자 N 의 운동량의 대부분을 입사하는 파톤이 가져가는 것이므로 핵자의 나머지는 대부분의 에너지를 잃게 될 것이다. 따라서, 운동 조건에 따라 최종 상태에 n -collinear 입자가 존재하는 것은 불가하므로 위 식에서 $|X\rangle = |X_{\bar{n}}\rangle \otimes |X_s\rangle$ 로 주어질 것이다.

$\bar{n}$ -collinear 부분은 아래와 같이 별개의 jet function으로 묘사하는 것이 가능하다.

$$\sum_{X_{\bar{n}}} \langle 0 | \Psi_{\bar{n}}^\alpha | X_{\bar{n}} \rangle \langle X_{\bar{n}} | \bar{\Psi}_{\bar{n}}^\beta | 0 \rangle = \int \frac{d^4 p_{X_{\bar{n}}}}{(2\pi)^3} \frac{\not{n}}{2} \bar{n} \cdot p_{X_{\bar{n}}} J_{\bar{n}}(p_{X_{\bar{n}}}) \delta^{\alpha\beta}. \quad (17)$$

여기서 α, β 는 색깔에 대한 양자수 (quantum number)를

나타낸다. 으뜸차수에서 이 jet function은 $J_{\bar{n}}^{(0)}(p) = \delta(p^2)$ 으로 주어진다.

운동량 보존과 껍질 위 자유도 (on-shell degrees of freedom)를 고려하면 $\bar{n}$ -collinear 운동량과 soft 운동량은 $1-x \sim \mathcal{O}(\lambda^2)$ 로 둘 때 다음과 같이 스케일링 하는 것을 알 수 있다.

$$\begin{aligned}
 p_{\bar{n}} &= (p_{\bar{n}}^+, p_{\bar{n}}^-, \mathbf{p}_{\bar{n}}^\perp) = (\lambda^2, 1, \lambda), \\
 p_s &= (p_s^+, p_s^-, \mathbf{p}_s^\perp) = (\lambda^2, \lambda^2, \lambda^2)
 \end{aligned} \quad (18)$$

여기서 $p_{\bar{n}} \equiv p_{X_{\bar{n}}}$, $p_s \equiv p_{X_s}$ 이고, $p^+ \equiv \bar{n} \cdot p$, $p^- \equiv n \cdot p$ 로 두었다 (앞으로도 이 표기를 계속 활용할 것이다.). 따라서, Eq. (16)에서 브레이트 틀에서의 델타 함수는

$$\begin{aligned}
 \delta(q + P - p_{\bar{n}} - p_s) &= 2\delta(-Q + P^+ - p_{\bar{n}}^+ - p_s^+) \delta(Q - p_{\bar{n}}^- - p_s^-) \delta^{(2)}(\mathbf{p}_{\bar{n}}^\perp + \mathbf{p}_s^\perp) \\
 &\sim 2\delta(Q \frac{1-x}{x} - p_{\bar{n}}^+ - p_s^+) \delta(Q - p_{\bar{n}}^-) \delta^{(2)}(\mathbf{p}_{\bar{n}}^\perp)
 \end{aligned} \quad (19)$$

로 단순화된다. 여기서 관찰량 x 를 포함하지 않는 운동량의 성분에 대해서는 세기 가늠을 통하여 작게 기여하는 부분은 무시하였다. 따라서, 브레이트 틀에서는 큰 x 한계에서 항상 $p_{\bar{n}}^- = Q$, $\mathbf{p}_{\bar{n}}^\perp = 0$ 으로 쓸 수 있음에 유의

하여라.

Eq. (17)을 Eq. (16)에 대입한 뒤 Eq. (19)를 적용하여 정리하면,

$$\begin{aligned}
 F_1(x, Q^2) &= H(Q^2, \mu) Q \sum_{X_s} J_{\bar{n}}(p_{\bar{n}}^+ = Q \frac{1-x}{x} - p_s^+; Q) \langle N | \bar{\Psi}_n Y_n^\dagger \tilde{Y}_{\bar{n}} | X_s \rangle \frac{\not{n}}{2} \langle X_s | \tilde{Y}_{\bar{n}}^\dagger \tilde{Y}_n \Psi_n | N \rangle \\
 &= H(Q^2, \mu) \frac{Q^2}{x} \int_x^1 dy J_{\bar{n}}(Q \frac{y-x}{x}; Q) \langle N | \bar{\Psi}_n Y_n^\dagger \tilde{Y}_{\bar{n}} \frac{\not{n}}{2} \delta(yP^+ - P^+ - i\partial^+) \tilde{Y}_{\bar{n}}^\dagger \tilde{Y}_n \Psi_n | N \rangle \\
 &= H(Q^2, \mu) \int_x^1 \frac{dy}{y} \bar{J}_{\bar{n}}(1 - \frac{x}{y}; Q) \langle N | \bar{\Psi}_n Y_n^\dagger \tilde{Y}_{\bar{n}} \frac{\not{n}}{2} \delta(yP^+ - P^+ - i\partial^+) \tilde{Y}_{\bar{n}}^\dagger \tilde{Y}_n \Psi_n | N \rangle
 \end{aligned} \quad (20)$$

로 쓸 수 있다. 여기서 $H(Q^2, \mu) = |C(Q^2, \mu)|^2$ 이다.

이 식을 유도할 때, 두번째 줄에서 완전 관계 (com-

pleteness relation) $\sum_{X_s} |X_s\rangle\langle X_s| = 1$ 을 적용하였고, $\int dy\delta(y-\dots)$ 를 연산자 사이에 삽입하였다. $\mathcal{P}^+$ 와 $i\partial^+$ 는 collinear 장과 soft 장에 각각 적용되는 운동량을 끄집어 내는 미분 연산자이다. 마지막 식에서 규격화된 jet function은 원래 jet function과 다음과 같은 관계를 가진다.

$$\bar{J}_{\bar{n}} = \frac{y}{x} Q^2 J_{\bar{n}} \sim Q^2 J_{\bar{n}} \quad (21)$$

다음 장에서 자세히 살펴보겠지만, Eq. (20)에서 핵자 N 사이의 행렬 요소 (matrix element)는 파톤 분포 함수가 큰 y (또는 x)를 지닐 때의 확장된 표현으로 고려될 수 있다.

III. 확장 가능한 파톤 분포 함수를 이용한 QCD factorization theorem

핵자로부터 특정한 파톤이 핵자에 대한 에너지 비율 x 를 가지고 입사하여 고에너지 상호 작용을 할 확률을 나타내는 파톤 분포 함수는 full QCD에서 다음과 같이 정의된다 [21].

$$f_{q/N}(x, \mu) = \int \frac{dz_-}{4\pi} e^{-ixP_+ z_-/2} \langle N(P) | \bar{q}_n(\frac{z_-}{2}) \frac{\not{n}}{2} \text{P exp} \left[ig \int_0^{z_-/2} d\bar{z}' \bar{n} \cdot A(\bar{z}') \right] q_n(0) | N(P) \rangle \quad (22)$$

$$= \langle N(P) | \bar{q}_n \frac{\not{n}}{2} \delta(xP_+ - \bar{n} \cdot iD) q_n | N(P) \rangle \quad (23)$$

여기서 q_n 은 n -방향으로 collinear한 쿼크장이며 게이지 불변을 위해서 $\bar{n}$ -방향을 따라 움직이는 게이지 공변 윌슨선이 삽입되었다. 두번째 줄은 푸리에 (Fourier) 변환 이후 운동량 공간에서 표현한 것이다. 글루온에 대한 파

톤 분포 함수도 이와 유사한 방식으로 정의될 수 있다.

트위스트 (또는 λ)에 대한 으뜸 차수에서 SCET에 매칭(matching)하여 이를 표현하면,

$$\begin{aligned} f_{q/N}(x, \mu) &= \langle N(P) | \bar{\xi}_n \frac{\not{n}}{2} \delta(xP_+ - \bar{n} \cdot iD_n - W_n \bar{n} \cdot iD_s W_n^\dagger) \xi_n | N(P) \rangle \\ &= \langle N(P) | \bar{\xi}_n W_n \frac{\not{n}}{2} \delta(xP_+ - \mathcal{P}_+ - \bar{n} \cdot iD_s) W_n^\dagger \xi_n | N(P) \rangle \\ &= \langle N(P) | \bar{\xi}_n W_n \tilde{Y}_{\bar{n}} \frac{\not{n}}{2} \delta(xP_+ - \mathcal{P}_+ - i\partial_+) \tilde{Y}_{\bar{n}}^\dagger W_n^\dagger \xi_n | N(P) \rangle \\ &= \langle N(P) | \bar{\xi}_n^{(0)} W_n^{(0)} Y_n^\dagger \tilde{Y}_{\bar{n}} \frac{\not{n}}{2} \delta(xP_+ - \mathcal{P}_+ - i\partial_+) \tilde{Y}_{\bar{n}}^\dagger Y_n W_n^{(0)\dagger} \xi_n^{(0)} | N(P) \rangle \end{aligned} \quad (24)$$

로 쓸 수 있다. 첫번째 줄에서 full QCD의 공변 미분 연산자 (covariant derivative) $\bar{n} \cdot iD$ 는 SCET에서

$$\bar{n} \cdot iD = \bar{n} \cdot iD_n + W_n \bar{n} \cdot iD_s W_n^\dagger \quad (25)$$

로 표현할 수 있다. 여기서 $\bar{n} \cdot iD_n$ 은 n -collinear 공변 연산자이며, $\bar{n} \cdot iD_s$ 는 soft 장에 대한 것이다. 위 식은 SCET 라그랑지안 및 연산자를 전개할 때, λ 의 모든 각각의 차수에서 게이지 불변으로 만들기 위하여 collinear 장을 적절하게 정의함으로써 얻는 표현식이다 [22]. 미

분 연산자 $\mathcal{P}$ 와 $i\partial$ 는 collinear 장과 soft 장에 각각 적용되는 것으로 $[\mathcal{P}, \phi_s] = [i\partial, \phi_n] = 0$ 을 만족한다. ($\phi_{n,s}$ 는 임의의 collinear(soft) 장이다.) Eq. (24)의 두번째 줄과 세번째 줄에서 임의의 함수 f 에 대하여 항등식 $f(\bar{n} \cdot iD_n) = W_n f(\mathcal{P}_+) W_n^\dagger$, $f(\bar{n} \cdot iD_s) = Y_n f(i\partial_+) Y_n^\dagger$ 를 사용하였다. Eq. (24)의 마지막 결과는 λ 의 으뜸 차수에서 n -collinear 장으로부터 soft 상호 작용을 분리해 낸 것이다 [9]. 그 결과, collinear 장들은 으뜸 차수에서 더 이상 soft 상호 작용을 하지 않게 된다.

Eq. (24)의 마지막 표현식은 full QCD로 부터 자연스럽게 유도되는 SCET에서의 파톤 분포 함수의 정의이며, 이로부터 $x \rightarrow 1$ 인 한계까지 자동적으로 확장할 수 있다. 우선 Eq. (24)에서 x 의 모든 범위를 고려할 경우 (즉, $x \sim \mathcal{O}(1)$ & $1-x \sim \mathcal{O}(1)$ 인 경우), 델타 함수의 argument는

$\delta(xP_+ - P_+ - i\partial_+) = \delta(xP_+ - P_+) + \mathcal{O}(i\partial_+)$ 로 전개될 수 있고, 두번째 항은 으뜸 차수에서 무시할 수 있다. 따라서, 이 경우 파톤 분포 함수는 익히 잘 알려진 다음과 같은 표현식으로 회귀한다.

$$\begin{aligned} f_{q/N}(x, \mu) &\sim \langle N(P) | \bar{\Psi}_n Y_n^\dagger \tilde{Y}_n \frac{\not{P}}{2} \delta(xP_+ - P_+) \tilde{Y}_n^\dagger Y_n \Psi_n | N(P) \rangle \\ &= \langle N(P) | \bar{\Psi}_n \frac{\not{P}}{2} \delta(xP_+ - P_+) \Psi_n | N(P) \rangle \end{aligned} \quad (26)$$

여기서 $\Psi_n = W_n^\dagger \xi_n$ 이며, 두번째 식에서 윌슨선의 유니타리 (unitary) 관계식 $Y Y^\dagger = Y^\dagger Y = 1$ 을 써서 모든 soft 장의 기여를 제거하였다.

만일 $x \rightarrow 1$ 한계에 들어서게 되면, 활성화된 n -collinear 파톤인 Ψ_n 은 핵자의 거의 모든 에너지를 가지므로 $P_+ \Psi_n = P_+ \Psi_n$ 이 되고, 이 경우 델타 함수의 argument는 $(1-x)P_+ + i\partial_+$ 로 쓸 수 있게 된다. 따라서, 우리가 큰 x 한계에서의 구조 함수를 고려할 경우 $(1-x)P_+ \sim i\partial_+$ 로 세기 가늠이 되어 파톤 분포 함수 내에서 soft 장을 제거할 수 없게 되고 Eq. (24)의 마지막 표현식을 통해 파톤 분포 함수를 고려해야만 하는 것이다.

따라서, Eq. (24)의 관계식을 Eq. (20)에 대입해 보면, 우리는 큰 x 한계에서의 구조 함수 F_1 에 대한 QCD factorization theorem을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} F_1(x, Q^2) &= H(Q^2, \mu) \int_x^1 \frac{dy}{y} f_{q/N}(y, \mu) \bar{J}_{\bar{n}}(1 - \frac{x}{y}; Q, \mu) \\ &= H(Q^2, \mu) \int_x^1 \frac{dy}{y} f_{q/N}(\frac{y}{x}, \mu) \bar{J}_{\bar{n}}(1 - y; Q, \mu) \end{aligned} \quad (27)$$

결국, 심층 비탄성 충돌에서 구조 함수는 큰 x 한계에서 hard 상호 작용을 분리해 낸 후, 낮은 에너지에서 $\bar{n}$ -collinear 상호 작용을 표현하는 jet function과 확장된 표현의 파톤 분포 함수로 조개어 표현할 수 있다. 여기서 파톤 분포 함수는 단순한 (n -)collinear 상호 작용 뿐만 아니라 soft 상호 작용도 포괄할 수 있음에 유의하여야 한다.

Eq. (27)에서 jet function의 α_s 의 버금 으뜸 차수에서의 계산은 다음과 같이 알려져 있다 [23,24].

$$\begin{aligned} J(1-z; Q, \mu) &= \delta(1-z) + \frac{\alpha_s}{2\pi} C_F \left\{ \delta(1-z) \left[\frac{7}{2} - \frac{\pi^2}{2} + \frac{3}{2} \ln \frac{\mu^2}{Q^2} + \ln^2 \frac{\mu^2}{Q^2} \right] \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{(1-z)_+} \left[2 \ln \frac{\mu^2}{Q^2} + \frac{3}{2} \right] + 2 \left(\frac{\ln(1-z)}{1-z} \right)_+ \right\}. \end{aligned} \quad (28)$$

여기서 $(f(z))_+$ 은 플러스 분포 함수를 나타내며, 그 정의는 다음과 같다.

$$(f(x))_+ = \lim_{\beta \rightarrow 0} \left[f(x) \theta(1-x-\beta) - \delta(1-x-\beta) \int_0^{1-\beta} dy f(y) \right] \quad (29)$$

따라서, Eq. (28)을 통한 jet function의 이상 차원 (anomalous dimension)은

$$\gamma_J(z, \mu) = \frac{\alpha_s C_F}{\pi} \left[\left(2 \ln \frac{\mu^2}{Q^2} + \frac{3}{2} \right) \delta(1-z) - \frac{2}{(1-z)_+} \right] \quad (30)$$

로 주어진다. 위에서 구한 이상 차원은 다음과 같은 재

규격화 그룹 방정식 (renormalization group equation)을 만족하는 값이다.

$$\frac{d}{d \ln \mu} J(x, \mu) = \int_x^1 \frac{dz}{z} \gamma_J(z, \mu) J\left(\frac{x}{z}, \mu\right) \quad (31)$$

Hard function $H(Q^2, \mu)$ 의 이상 차원은

$$\gamma_H(\mu) = \frac{1}{H(Q^2, \mu)} \frac{d}{d \ln \mu} H(Q^2, \mu) = -\frac{\alpha_s C_F}{\pi} \left(2 \ln \frac{\mu^2}{Q^2} + 3 \right) \quad (32)$$

로 주어진다.

파톤 분포 함수의 이상 차원은 잘 알려진 바와 같이 Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi (DGLAP) 커널 (kernel) [25–27]로 알려져 있다. 큰 x 한계에서도 이를 만족하는지 살펴보기 위하여 파톤 차원에서 파톤 분포 함수를 고려해 보기로 하자. 재규격화 스케일링 행동 (renormalization scaling behavior)은 오로지 연산자에 의존할 것이므로 파톤 차원의 이상 차원은 실제 강입자 차원의 파톤 분포 함수와 같다.

$$f_{q/q}(x, \mu) = \langle q(p) | \bar{\Psi}_n Y_n^\dagger \tilde{Y}_{\bar{n}} \frac{\not{n}}{2} \delta((1-x)p_+ + i\partial_+) \tilde{Y}_{\bar{n}}^\dagger Y_n \Psi_n | q(p) \rangle \quad (33)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{p_+} \langle q(p) | \bar{\Psi}_n | 0 \rangle \frac{\not{n}}{2} \langle 0 | \Psi_n | q(p) \rangle \cdot \frac{1}{N_c} \langle 0 | Y_n^\dagger \tilde{Y}_{\bar{n}} \frac{\not{n}}{2} \delta((1-x) + \frac{i\partial_+}{p_+}) \tilde{Y}_{\bar{n}}^\dagger Y_n | 0 \rangle \\ &\equiv \mathcal{C}(p_+, \mu) \cdot \mathcal{S}(1-x; p_+, \mu) \end{aligned} \quad (34)$$

두 번째 표현식을 끄집어 낼 때, 파톤 차원에서 collinear와 soft 장이 λ 에 대한 으뜸 차수에서 더 이상 상호 작용하지 않는다는 것을 고려하여 이들 사이에 적

절히 $|0\rangle\langle 0|$ 를 삽입하였다.

α_s 의 버금 으뜸 차수까지의 collinear function과 soft function의 계산값은

$$\mathcal{C}(p_+, \mu) = 1 + \frac{\alpha_s C_F}{\pi} \left(\frac{1}{\epsilon_{UV}} - \frac{1}{\epsilon_{IR}} \right) \left(\frac{1}{\epsilon_{UV}} + 1 + \ln \frac{\mu}{p_+} \right) - \frac{\alpha_s C_F}{4\pi} \left(\frac{1}{\epsilon_{UV}} - \frac{1}{\epsilon_{IR}} \right) \quad (35)$$

$$\mathcal{S}(1-x; p_+, \mu) = \delta(1-x) + \frac{\alpha_s C_F}{\pi} \left(\frac{1}{\epsilon_{UV}} - \frac{1}{\epsilon_{IR}} \right) \left[\left(-\frac{1}{\epsilon_{UV}} - \ln \frac{\mu}{p_+} \right) \delta(1-x) + \frac{1}{(1-x)_+} \right] \quad (36)$$

로 주어진다. 따라서, 파톤 차원의 파톤 분포 함수는

$$\begin{aligned} f_{q/q}(x, \mu) &= \mathcal{C}(p_+, \mu) \cdot \mathcal{S}(1-x; p_+, \mu) \\ &= \delta(1-x) + \frac{\alpha_s C_F}{2\pi} \left(\frac{1}{\epsilon_{UV}} - \frac{1}{\epsilon_{IR}} \right) \left[\frac{3}{2} \delta(1-x) + \frac{2}{(1-x)_+} \right] \end{aligned} \quad (37)$$

로 주어지고, 이에 대한 이상 차원도 정규 DGLAP 커널 값을 가진다.

$$\gamma_f(x, \mu) = P_{q/q}(x \rightarrow 1) = \frac{\alpha_s C_F}{\pi} \left[\frac{3}{2} \delta(1-x) + \frac{2}{(1-x)_+} \right] \quad (38)$$

또한, Eqs. (30), (32), (38)를 통해 Eq. (27)에서 주어진 물리적인 관측값인 구조 함수 F_1 이 재규격화 스케일 μ 에 의존하지 않고 $d/(d \ln \mu) F_1 = 0$ 을 만족하고 있음을 쉽게 확인할 수 있다.

지금까지 논의된 바를 고려하면, SCET를 통해서 낮은 에너지에서의 서로 다른 운동 조건을 가진 장들을 성공적으로 분리할 수 있었으며, 적, 자외선 발산 구조 및 재규격화 행동이 무리 없이 전개되는 것을 확인함으로써, 심층 비탄성 충돌에서의 주된 구조 함수 F_1 에 대한 큰 x 에서의 factorization theorem은 성공적으로 구현되는 것으로 보인다. 하지만, 한 가지 불만스러운 점은 일반적인 경우에 있어서 파톤 분포 함수가 오로지 한 종류의 collinear 장으로만 기술되는 데 반해, 큰 x 한계에서

는 collinear 장들과 soft 장들이 한데 섞여서 파톤 분포 함수를 이루고 있다는 점이다.

SCET와 같은 유효장 이론을 적용하여 파톤 분포 함수 내의 collinear 장들과 soft 장들을 연산자 레벨에서 성공적으로 분리해 낼 수 있었으므로, 이들의 함수, 즉, C 와 S 는 원칙적으로 각각 별개의 재규격화 스케일에서 계산될 수 있다. 만약, C 와 S 가 동일한 스케일에서 계산되는 것이라면, Eq. (37)을 만족하여 이론적으로 큰 모순이 생기지 않는다. 하지만, 분리된 두 개의 함수가 각각 개별적인 재규격화 스케일에서 계산이 된다면, Eq. (35)와 (36)에서 보이는 것처럼 고차항까지 계산된 각각의 함수는 아주 위험한 적, 자외선 발산이 동시에 드러나는 항들을 각각 보유하고 있다는 것이 굉장한 부담이 된다. 서로 다른 스케일에서 계산할 경우, 이들을 각자의 이상 차원을 통해 각각 재규격화 스케일 진화 (evolution)를 이루어야 하는데, 이 경우 이상 차원이 적, 자외선 동시 발산항의 존재 때문에 결국 적외선 발산에 의존하게 된다. 다시 말하면 높은 에너지에서의 재규격화 행동이 낮은 에너지의 물리학에 의존함으로써 이론적으로 모순이 생기는 결과를 낳게 된다. 최근, collinear 장들과 soft 장들을 분리할 때 신속도 (rapidity) 스케일이라는 재규격화 스케일 이외의 새로운 스케일을 도입하자는 이론적 체계가 고려되기 시작했고 [28,29], 이러한 방법론을 적용하여 큰 x 한계에서의 파톤 분포 함수에 대한 이러한 이론적 모순점을 해결하는 시도가 있었는데, 신속도 스케일 행동에 대해서도 적외선 발산에 대한 의존성이 생긴다는 점이 확인되어서 결과가 만족스러운 것은 아니다 [12].

IV. 큰 x 한계에서의 세기 가늠 및 factorization theorem에 대한 앞으로의 전망

Eq. (37)에서 쉽게 알아볼 수 있듯이 파톤 차원에서의 파톤 분포 함수는 $f_{q/q}(x) \sim \delta(1-x)$ 로 주어진다. 이는 $x \rightarrow 1$ 한계에서 주된 기여를 한다는 것을 의미한다. 하지만, 강입자에 대한 파톤 분포 함수의 경우 파톤 차원의 분포 함수와 전혀 상반된 결과를 낳을 수 있다. 즉, 큰 x 한계에서 강입자에 대한 파톤 분포 함수는 그 규모가 상당히 작아지게 된다. 이러한 일이 일어나는 이유는 $x \rightarrow 1$ 인 한계에서 강입자의 방관자 (spectator) 입자들이 가지는 운동 조건들에 상당한 제약이 따르기 때문이다.

앞에서 잠시 언급했듯이 큰 x 한계에서는 최종 상태의 총 운동량의 제곱이 $p_X^2 \sim Q^2(1-x) \ll Q^2$ 로 주어지므로, 최종 상태의 입자들은 $\bar{n}$ -collinear 하거나 soft한 입자들로 구성되어야만 한다. 따라서, 핵자 또는 강입자 N 을 구성하는 방관자 파톤 역시 n -collinear한 상태에서 $\bar{n}$ -collinear 또는 soft 상태로 바뀌어야 한다. Fig. 2에서는 이러한 조건을 충족시키는 방관자 입자들의 상호 작용이 잘 나타나 있다. 이러한 방관자 입자들의 상호작용을 좀 더 깊이 고찰해보면, SCET의 λ 에 대한 세기 가늠을 해 볼 때 으뜸 차수가 아니라 반드시 고차항의 상호 작용에서만 가능하다. Fig. 2(b,c)에서 전자기류 J_μ 의 어깨 글자는 λ 에 대한 세기 가늠을 나타낸다. SCET에서 J_μ 는

$$\begin{aligned} J^\mu = & \bar{\Psi}_n \tilde{Y}_n^\dagger \gamma_\perp^\mu Y_n \Psi_n - \frac{\bar{n}^\mu}{Q} \bar{\Psi}_n \tilde{Y}_n^\dagger Y_n \not{P}_\perp \Psi_n - \frac{n^\mu}{Q} \bar{\Psi}_n \not{P}_\perp \tilde{Y}_n^\dagger Y_n \Psi_n \\ & - \frac{2v^\mu}{Q} \bar{\Psi}_n \tilde{Y}_n^\dagger Y_n \not{B}_{n\perp} \Psi_n - \frac{2v^\mu}{Q} \bar{\Psi}_n \not{B}_{\bar{n}\perp} \tilde{Y}_n^\dagger Y_n \Psi_n + \mathcal{O}(\lambda^2) \end{aligned} \quad (39)$$

로 전개되는데, 우변의 첫번째 항은 λ 에 대해 으뜸 차수인 $J_\mu^{(0)}$ 이고, 나머지 항들은 모두 λ 에 대해 버금 으뜸 차수인 $J_\mu^{(1)}$ 이다. 여기서 $v^\mu = (n^\mu + \bar{n}^\mu)/2$ 로 주어져 있다. Soft-collinear 상호 작용을 표현하는 λ 에 대한 고차항의 상호 작용 라그랑지안은 다음과 같이 주어진다.

$$\mathcal{L}_{sc}^{(1)} = \bar{\Psi}_n \not{B}_n^\perp Y_n^\dagger q_s + \text{h.c.}, \quad (40)$$

$$\mathcal{L}_{sc}^{(2a)} = \bar{\Psi}_n \frac{\not{\bar{n}}}{2} n \cdot B_n Y_n^\dagger q_s + \text{h.c.}, \quad (41)$$

$$\mathcal{L}_{sc}^{(2b)} = \bar{\Psi}_n \frac{\not{\bar{n}}}{2} W_n^\dagger i \not{D}_n^\perp W_n \frac{1}{\bar{n} \cdot \mathcal{P}} \not{B}_n^\perp Y_n^\dagger q_s + \text{h.c.} \quad (42)$$

따라서, 강입자에 대한 구조 함수 및 파톤 분포 함수를 고려해 볼 때, 큰 x 한계에서는 방관자 입자의 λ 에 대

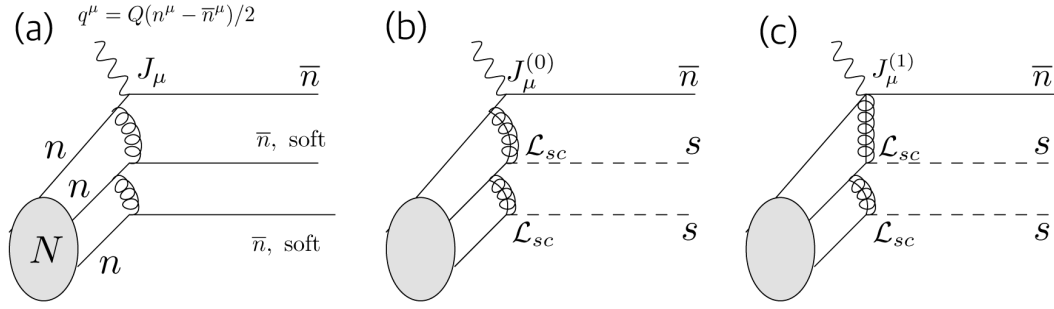


Fig. 2. Schematic descriptions on the spectator interaction for PDF in the large x limit. Diagram (a) represents the spectator interactions depicted in full QCD, and diagram (b) and (c) are main contributions in SCET. Here $\mathcal{L}_{sc}$ represents subleading SCET interactions between collinear and soft fields. Diagram (b) contributes to the structure function F_1 , and (c) contributes to F_L .

한 고차항의 상호작용으로 인해 필연적인 그 규모의 감소 현상이 일어난다. 여기서 특기할 만한 사항은 종적 구조 함수 F_L 은 일반적인 x 의 범위에서는 λ 에 대한 고차항으로 주어지기 때문에 F_1 에 비해 작은 양이지만, x 가 1에 가까워 질수록 F_1 의 감소 현상이 두드러져서 λ 에 대한 세기 가늠을 했을 때 같은 차수의 양으로 주어진다. 그 세기 가늠에 대한 자세한 분석은 Ref. 19에 잘 기술

되어 있으므로 참고하기 바란다. $1-x \sim \mathcal{O}(\Lambda_{\text{QCD}}/Q)$ 로 주어질 경우 각 구조 함수 및 파톤 분포 함수는 $N = \text{양성자일 경우}$, $(1-x)^5$ 정도로 감소하게 된다.

강입자 차원의 파톤 분포 함수가 파톤 차원에서와 달리 방관자 입자의 상호 작용때문에 다음과 같은 진공 삽입이 불가능하다.

$$f_{q/N}(x, \mu) = \langle N(P) | \bar{\Psi}_n Y_n^\dagger \tilde{Y}_n \frac{\not{n}}{2} \delta((1-x)P_+ + i\partial_+) \tilde{Y}_n^\dagger Y_n \Psi_n | N(P) \rangle$$

$$\neq \frac{1}{N_+} \langle N(P) | \bar{\Psi}_n | 0 \rangle \frac{\not{n}}{2} \langle 0 | \Psi_n | N(P) \rangle \cdot \frac{1}{N_c} \langle 0 | Y_n^\dagger \tilde{Y}_n \frac{\not{n}}{2} \delta((1-x)P_+ + i\partial_+) \tilde{Y}_n^\dagger Y_n | 0 \rangle \quad (43)$$

즉, 큰 x 한계에서의 파톤 분포 함수는 브레jt 틀에서 n -collinear 상호 작용과 soft 상호 작용이 혼재되어 있는 것으로 표현되며, 분리되지 않는다. 파톤 분포 함수의 이러한 성질은 이를 드렐-얀 과정에 적용시킬 때 심각한 문제점을 야기할 수 있다. 다시 말하면, 심층 비탄성 충돌의 경우 낮은 에너지의 물리학을 jet function과 파톤 분포 함수로 조개어 생각하는 것이 가능한 반면, 드렐-얀 과정의 경우 큰 x 한계에서 이러한 factorization theorem이 가능한 지 불분명하다.

드렐-얀 과정에 대해서 SCET를 적용하여 관련 연산자를 잘 분리하고 파톤 차원에서 α_s 의 고차항의 적, 자외선 발산을 잘 분리할 경우 그 구조 함수에 대하여 대략 다음과 같은 factorization 기술이 가능하다 [13,14].

$$F_{DY}(\tau \rightarrow 1) \sim H_{DY}(Q^2) \cdot W_{DY}(1-\tau; Q) \otimes f_{q/N_1} \otimes f_{\bar{q}/N_2} \quad (44)$$

여기서, ‘ $\otimes$ ’는 큰 x 에 대한 적절한 적분의 뒤엉킴 (convolution)이다. 여기서 충돌하는 두 개의 핵자 N_1 과 N_2 는

각각 n -collinear 입자, 그리고 반대 방향으로 진행하는 $\bar{n}$ -collinear 입자로 기술된다. 따라서, 심층 비탄성 충돌에서의 큰 x 한계에서의 파톤 분포 함수에 대해 고려했던 바를 적용해보면 f_{q/N_1} 은 n -collinear 상호 작용과 soft 상호 작용이 혼재한 양이며, $f_{\bar{q}/N_2}$ 은 $\bar{n}$ -collinear 상호 작용과 soft 상호 작용이 혼재한 양으로 기술이 됨을 알 수 있다. 낮은 에너지에서 n -collinear 입자들은 $\bar{n}$ -collinear 입자들과 상호 작용하지 않지만, 각 파톤 분포 함수 내의 soft 입자들은 다른 영역에 있는 soft 장들과 상호 작용할 것이므로 각 파톤 분포 함수 내의 상호 작용은 따로 분리되지 않는다. 또한 커널 W_{DY} 역시 soft 상호 작용이 주된 상호 작용이므로 위와 같은 factorization의 기술은 그 정당성이 크게 의심받는 바이다. 결론적으로, 큰 x 한계에서의 factorization theorem을 망가뜨리는 주된 장벽은 soft 상호 작용의 존재로 인한 것이며, 이러한 soft 상호 작용이 기적적으로 상쇄된다는 사실이 증명되지 않는 한, factorization theorem의 시각으로 드렐-얀 과정을 기술하는 것은 불가능하다.

V. 결론

우리는 지금까지 고에너지 가속기 실험에서 $x \rightarrow 1$ 인 한계에서 QCD factorization theorem이 성립되는 과정을 심층 비탄성 충돌을 중심으로 살펴보았다. $x \rightarrow 1$ 인 한계는 고에너지 상호 작용 후의 최종 상태에 있는 입자들의 운동 조건에 상당한 제약이 따르므로 factorization theorem의 기술이 일반적인 경우보다 상당히 복잡하다. 그리고, α_s 의 고차항의 계산에서 수다코프 로그를 포함한 큰 로그항들의 존재로 인하여 섭동 이론의 계산에서 이들을 α_s 의 모든 차수에서 모두 더하는 재합산 과정이 필요하므로 이론적으로 극복해야 할 과제가 많은 매우 도전적인 분야이다. 또한 고에너지 가속기 실험에서 가능한 위상 공간의 끝부분에 해당하여 그 산란단면적의 크기는 작지만, 특유의 배타적인 성질 때문에 스핀 등 다양한 물리량을 활용하여 강입자 등의 물리적인 구조를 살펴본다든지, 거대 강입자 가속기 실험에서 새로운 물리학의 면모를 살펴볼 기회를 풍부히 제공한다.

이러한 큰 x 의 한계에서 우리는 확장 가능한 파톤 분포 함수를 정의하였고, 이를 SCET에 적용하여 이의 다양한 물리적인 성질을 살펴보았다. x 의 포괄적인 범위에서 파톤 분포 함수가 오로지 collinear 상호 작용만 포함하는 것과 달리 큰 x 의 한계에서는 collinear 부분과 soft 부분이 혼재되는 것으로 표현이 되며, 이는 물리적인, 즉, 강입자 차원의 파톤 분포 함수를 고려할 경우 제약이 따른 방관자 입자의 상호작용을 고려해야 하므로 이들 상호작용은 운동조건에 따라 깔끔하게 분리되지 않는다. 이러한 문제점에도 불구하고 심층 비탄성 충돌에서는 QCD factorization theorem이 여전히 존재할 수 있음을 살펴보았지만, 파톤 분포 함수의 재규격화 스케일링 행동을 살펴보았을 때, 여전히 해결해야 할 문제점이 존재함을 보았다. 그리고 이러한 파톤 분포 함수를 드렐-얀 과정에 적용할 경우 지금까지 흔히 고려해왔던 factorization의 기술이 soft 상호 작용으로 인해 문제가 될 수 있는 가능성을 살펴보았다. 이러한 문제점들은 보다 면밀한 차원에서의 이론적인 분석을 필요로 하며, 앞으로 이러한 노력을 통해 강한 상호 작용을 보다 근본적으로 이해할 수 있는 실마리가 풀리게 될 지 기대해 본다.

감사의 글

이 연구는 서울과학기술대학교 교내 학술연구비 지원으로 수행되었습니다 (과제번호: 2015-0778).

REFERENCES

- [1] J. C. Collins, D. E. Soper and G. F. Sterman, Adv. Ser. Direct. High Energy Phys. **5**, 1 (1988).
- [2] R. J. Holt, arXiv:1311.1527 [nucl-ex].
- [3] G. F. Sterman, Nucl. Phys. B **281**, 310 (1987).
- [4] G. P. Korchemsky, Phys. Lett. B **220**, 629 (1989).
- [5] S. Catani and L. Trentadue, Nucl. Phys. B **327**, 323 (1989).
- [6] G. P. Korchemsky and G. Marchesini, Nucl. Phys. B **406**, 225 (1993).
- [7] C. W. Bauer, S. Fleming and M. E. Luke, Phys. Rev. D **63**, 014006 (2000).
- [8] C. W. Bauer, S. Fleming, D. Pirjol and I. W. Stewart, Phys. Rev. D **63**, 114020 (2001).
- [9] C. W. Bauer, D. Pirjol and I. W. Stewart, Phys. Rev. D **65**, 054022 (2002).
- [10] A. V. Manohar, Phys. Rev. D **68**, 114019 (2003).
- [11] J. Chay and C. Kim, Phys. Rev. D **75**, 016003 (2007).
- [12] S. Fleming and O. Z. Labun, Phys. Rev. D **91**, 094011 (2015).
- [13] J. Chay and C. Kim, Phys. Rev. Lett. **110**, 122002 (2013).
- [14] J. Chay and C. Kim, J. High Energy Phys. **1309**, 126 (2013).
- [15] A. Idilbi and X. d. Ji, Phys. Rev. D **72**, 054016 (2005).
- [16] T. Becher and M. Neubert, Phys. Rev. Lett. **97**, 082001 (2006).
- [17] T. Becher, M. Neubert and B. D. Pecjak, J. High Energy Phys. **0701**, 076 (2007).
- [18] T. Becher, M. Neubert and G. Xu, J. High Energy Phys. **0807**, 030 (2008).
- [19] J. Chay and C. Kim, Phys. Rev. D **82**, 094021 (2010).
- [20] J. Chay, C. Kim, Y. G. Kim and J. -P. Lee, Phys. Rev. D **71**, 056001 (2005).
- [21] J. C. Collins and D. E. Soper, Nucl. Phys. B **194**, 445 (1982).
- [22] C. W. Bauer, D. Pirjol and I. W. Stewart, Phys. Rev. D **68**, 034021 (2003).
- [23] C. W. Bauer and A. V. Manohar, Phys. Rev. D **70**, 034024 (2004).

- [24] S. W. Bosch, B. O. Lange, M. Neubert and G. Paz, Nucl. Phys. B **699**, 335 (2004).
- [25] V. N. Gribov and L. N. Lipatov, Sov. J. Nucl. Phys. **15**, 438 (1972).
- [26] G. Altarelli and G. Parisi, Nucl. Phys. B **126**, 298 (1977).
- [27] Y. L. Dokshitzer, Sov. Phys. JETP **46**, 641 (1977).
- [28] J. y. Chiu, A. Jain, D. Neill and I. Z. Rothstein, Phys. Rev. Lett. **108**, 151601 (2012).
- [29] J. Y. Chiu, A. Jain, D. Neill and I. Z. Rothstein, J. High Energy Phys. **1205**, 084 (2012).



김철 교수는 2004년 고려대학교에서 입자물리학 이론 전공으로 박사 학위를 받았으며, 이후 피츠버그 대학교, 듀크 대학교, CERN, KIAS에서 연구원을 거쳐 2012년부터 서울과학기술대학교에서 연구와 교육에 전념하고 있다.