

退相干条件下两比特纠缠态的量子非局域关联检验

胡强 曾柏云 辜鹏宇 贾欣燕 樊代和

Testing quantum nonlocality of two-qubit entangled states under decoherence

Hu Qiang Zeng Bai-Yun Gu Peng-Yu Jia Xin-Yan Fan Dai-He

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 71, 070301 (2022) DOI: 10.7498/aps.71.20211453

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211453>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

量子弱测量中纠缠对参数估计精度的影响

Influence of entanglement on precision of parameter estimation in quantum weak measurement

物理学报. 2021, 70(24): 240302 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210796>

基于Hardy-type佯谬的混合态高概率量子非局域关联检验

Testing quantum nonlocality with high probability using quantum mixed state based on hardy-type paradox

物理学报. 2019, 68(23): 230302 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20191125>

级联环境下三量子比特量子关联动力学研究

Dynamics of quantum correlation for three qubits in hierarchical environment

物理学报. 2021, 70(10): 100301 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20202133>

基于部分测量增强量子隐形传态过程的量子Fisher信息

Enhancement of quantum Fisher information of quantum teleportation by optimizing partial measurements

物理学报. 2018, 67(14): 140304 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180330>

与XY双自旋链耦合的双量子比特系统的关联性与相干性

Correlation and coherence for two-qubit system coupled to XY spin chains

物理学报. 2018, 67(15): 150302 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180812>

中国聚变工程实验堆等离子体螺旋波阻尼系数的研究

Helicon wave damping coefficient of Chinese fusion engineering testing reactor plasma

物理学报. 2020, 69(14): 145201 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200222>

退相干条件下两比特纠缠态的量子非局域关联检验^{*}

胡强 曾柏云 辜鹏宇 贾欣燕 樊代和[†]

(西南交通大学物理科学与技术学院, 成都 610031)

(2021 年 8 月 7 日收到; 2021 年 12 月 5 日收到修改稿)

量子纠缠态的量子非局域关联特性在当前量子信息和量子计算协议中起着重要的作用. 然而, 任何实际的物理系统都不可避免地与环境相互作用, 使得在量子信道中的传输过程中, 量子态会发生相干性退化, 进而弱化量子态的量子非局域关联特性. 本文利用一种基于 Hardy-type 佯谬的高概率量子非局域关联检验方案, 分别研究了两比特偏振纠缠态在经过振幅阻尼信道 (ADC)、相位阻尼信道 (PDC) 和退极化阻尼信道 (DC) 后的量子非局域关联检验情况. 研究表明, DC 传输信道对量子态的量子非局域关联检验特性影响较大, 而 PDC 传输信道对量子态的量子非局域关联检验特性影响较小. 最后, 本文还给出了利用弱测量结合弱测量反转操作克服 ADC 退相干时, 偏振纠缠态成功进行量子非局域关联检验的条件. 结果表明, 当弱测量的强度增大时, 可有效地降低 ADC 退相干效应对偏振纠缠态成功进行量子非局域关联检验造成的影响.

关键词: 量子非局域关联, 振幅阻尼, 相位阻尼, 退极化阻尼, 弱测量, 弱测量反转

PACS: 03.65.Ud, 03.65.Yz, 42.50.Dv

DOI: 10.7498/aps.71.20211453

1 引言

量子非局域关联是量子力学理论所预言的重要特征之一^[1], 同时也是量子信息论的重要基础, 其在量子通信^[2]、量子计算^[3]和量子密码学^[4]中均起着重要的作用. 例如, 量子密钥分配^[5]、量子安全直接通信^[6,7]与量子安全多方计算^[8]等协议都是基于量子纠缠态的量子非局域关联特性而进行的.

然而, 任何实际的物理系统都不可避免地与环境相互作用, 因此, 制备的量子态在量子信道的传输过程中会发生退相干现象^[9–11], 进而弱化量子纠缠态的量子非局域关联特性. 通常而言, 根据退相干类型的不同, 量子态的传输信道可主要分为三种, 分别为振幅阻尼信道 (ADC)、相位阻尼信

道 (PDC) 和退极化阻尼信道 (DC)^[12,13]. ADC 描述的是量子态在信道传输过程中, 将能量耗散到环境中, 进而导致量子态相干性的退化. PDC 描述的是, 在不造成能量损失的情况下, 量子态相干性的损失, 反映为量子态密度矩阵非对角元随时间的衰减. DC 描述的是量子态的极化矢量受环境影响而变小的过程.

一方面, 传输信道的退相干效应对量子纠缠态的影响在理论和实验中都有着广泛的研究. 例如, Dodd 和 Halliwell^[14]理论研究了双粒子系统在退相干条件下纠缠的演化机制. Hu 等^[15]综述了量子态在噪声信道中的量子关联特性. Horodecki 等^[16]综述了包含 Bell 不等式等在内的量子纠缠表现形式. Salles 等^[17]利用线性光学装置研究了振幅阻尼对光量子纠缠态的影响. 然而, 在量子态经过具有

^{*} 计算物理国防科技重点实验室 (批准号: 6142A05180401) 资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: dhfan@swjtu.edu.cn

退相干效应的量子信道传输后, 是否仍然能够实现基于 Hardy-type 佯谬的高概率量子非局域关联检验研究还未见报道.

另一方面, 为了克服传输信道的退相干效应, 相关退相干抑制方案的研究也相继展开. 例如, 2012 年, Kim 等^[18]研究发现, 利用弱测量和弱测量反转操作 (WMR), 就可以有效地抑制 ADC 的退相干效应. Hu 等^[19]研究了经过噪声信道后, N 比特量子态的退相干特性, 并提出了可实现关联保护的方案. 但是, 对量子信道进行退相干抑制操作后, 基于 Hardy-type 佯谬的高概率量子非局域关联检验研究也未见有报道. 基于此, 本文以两比特偏振纠缠态作为研究对象, 分别研究了量子态在经过 ADC, PDC 和 DC 三种类型的退相干传输信道后, 其进行量子非局域关联检验的情况. 最后, 本文还研究了采取退相干抑制操作后, 量子态经过 ADC 后的量子非局域关联检验情况.

2 经过退相干信道传输后量子态的量子非局域关联检验

2.1 基于 Hardy 佯谬的量子非局域关联检验方案

关于量子非局域关联的检验研究, 主要有基于不等式形式的 Bell 定理^[20,21] 与无不等式的 Hardy 定理^[22–24] 等检验方案. 通常, 基于 Bell 定理, 或者基于更适用于实验验证的 CHSH 不等式进行的量子非局域关联检验, 是通过判定在某一特定条件下 (最优化的测量基下), CHSH 不等式是否被违背进行的, 且最佳量子态为最大纠缠态^[21]. 而 Hardy 定理可以在无不等式的情况下检验量子非局域关联, 因此被认为是“Bell 定理的最简单形式”^[25]. 2019 年, 我们课题组^[26] 也提出过一种基于 Hardy 定理的, 适用于任意量子态 (含混合态) 的高概率量子非局域关联检验方案. 因此, 本文采用该高概率检验方案, 对经过退相干信道传输的量子态进行量子非局域关联检验研究. 该非局域关联检验方案可简述如下:

目前, 利用自发参量下转换过程可制备出高质量的偏振纠缠量子态, 且制备的纠缠态常用于基于 Bell 不等式和 Hardy 定理进行量子非局域关联检验中^[22,27–29]. 作为一种典型实验制备出的偏振纠缠量子态之一, 其波函数可表示为

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+r^2}}(r|H\rangle_s|H\rangle_i + |V\rangle_s|V\rangle_i), \quad (1)$$

其中 $|H\rangle$ 表示水平偏振态; $|V\rangle$ 表示垂直偏振态; s 和 i 分别代表信号光子和闲置光子; r ($0 < r \leq 1$) 值的大小可用于描述该量子态的纠缠度. 实际上, 当 $r = 1$ 时 (即 (1) 式表示一最大纠缠态), 利用 Hardy 定理进行量子非局域关联检验的成功概率为 0^[23], 因此在本文中, r 的取值范围为 $0 < r < 1$.

利用通用测量基 $|\phi\rangle_M$,

$$|\phi\rangle_M = \cos \alpha_s \cos \beta_i |H\rangle_s |H\rangle_i + \cos \alpha_s \sin \beta_i |H\rangle_s |V\rangle_i + \sin \alpha_s \cos \beta_i |V\rangle_s |H\rangle_i + \sin \alpha_s \sin \beta_i |V\rangle_s |V\rangle_i. \quad (2)$$

对 (1) 式所示的量子态进行偏振联合概率测量. 根据文献^[26], 当考虑 s 光子与 i 光子的偏振联合测量概率同时满足 (3) 式所示约束条件时,

$$H_1 = P(\alpha_{1s}, \beta_{1i}) + P(\alpha_{2s}, \beta_{2i}^\perp) = 1, \quad (3a)$$

$$H_2 = P(\alpha_{1s}^\perp, \beta_{2i}^\perp) + P(\alpha_{2s}, \beta_{1i}) = 1, \quad (3b)$$

$$H_3 = P(\alpha_{1s}, \beta_{2i}) + P(\alpha_{2s}^\perp, \beta_{2i}) + P(\alpha_{2s}^\perp, \beta_{1i}^\perp) = 1, \quad (3c)$$

最后通过检验,

$$H = P(\alpha_{1s}^\perp, \beta_{1i}^\perp), \quad (4)$$

的值是否大于 0, 即可检验量子非局域关联的存在. 同时 H 值的大小, 也表明了成功进行量子非局域关联检验的概率. 其中, $P(\alpha_{ms}, \beta_{ni}) = {}_M \langle \phi | \rho | \phi \rangle_M$ ($m, n = 1, 2, \rho = |\psi\rangle \langle \psi|$) 表示测得 s 光子的偏振在 α_s 方向和 i 光子的偏振在 β_i 方向的联合测量概率. $\alpha_{ms}^\perp = \alpha_{ms} + \pi/2$, $\beta_{ni}^\perp = \beta_{ni} + \pi/2$ ($m, n = 1, 2$).

2.2 量子态经过退相干信道的演化

如图 1 所示, 考虑 Alice 制备的如 (1) 式所示的信号光子 s 和闲置光子 i , 经过一个具有相同阻尼大小的量子信道传输后, 发送给 Bob. 当信道类型仅考虑 ADC 时, 则传输信道的退相干影响可以用 Kraus 运算符 $M_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{1-D} \end{pmatrix}$, $M_1 = \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{D} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 进行描述^[30], 其中参数 D 表征 ADC 退相干影响的大小. 当 $D = 0$ 时, 表示传输信道无阻尼, 即传输信道不对量子态造成退相干影响, 否则 $0 < D \leq 1$. 当量子态经过 ADC 后, Bob 端的量子态密度函数可写为 $\rho_d^A = \sum_{i,j=0}^1 (M_i \otimes M_j) \rho (M_i^\dagger \otimes M_j^\dagger)$, 其矩阵形式可写为

$$\rho_d^A = \begin{pmatrix} a^2 + d^2 D^2 & 0 & 0 & ad(1-D) \\ 0 & d^2 D(1-D) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d^2 D(1-D) & 0 \\ ad(1-D) & 0 & 0 & d^2(1-D)^2 \end{pmatrix} \quad (5)$$

其中 $a = r/\sqrt{1+r^2}$, $d = 1/\sqrt{1+r^2}$.

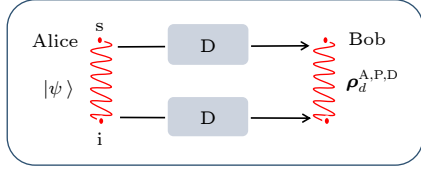


图 1 Alice 制备的信号光子 (s) 和闲置光子 (i) 通过不同阻尼类型信道 D 后传输给 Bob, 传输后的量子态表示为 $\rho_d^{A,P,D}$.

Fig. 1. Signal photon (s) and idle photon (i) prepared by Alice are transmitted to Bob through quantum channel D with different damping types. The final quantum state after transmission can be expressed as $\rho_d^{A,P,D}$.

当传输信道仅考虑 PDC 时, 信道退相干的影响可用 Kraus 运算符

$$\begin{aligned} E_0 &= \sqrt{1-D} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \\ E_1 &= \sqrt{D} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad E_2 = \sqrt{D} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

进行描述^[30]. 此时, Bob 端的量子态密度函数可写为 $\rho_d^P = \sum_{i,j=0}^2 (E_i \otimes E_j) \rho (E_i^\dagger \otimes E_j^\dagger)$, 其矩阵形式可写为

$$\rho_d^P = \begin{pmatrix} a^2 & 0 & 0 & ad\bar{D}^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ ad\bar{D}^2 & 0 & 0 & d^2 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

当传输信道仅考虑 DC 时, 信道退相干的影响可用 Kraus 运算符

$$\begin{aligned} K_0 &= \sqrt{1-D} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad K_1 = \sqrt{\frac{D}{3}} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \\ K_2 &= i\sqrt{\frac{D}{3}} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad K_3 = \sqrt{\frac{D}{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

进行描述^[30]. 此时, Bob 端的量子态密度函数可写为 $\rho_d^D = \sum_{i,j=0}^3 (K_i \otimes K_j) \rho (K_i^\dagger \otimes K_j^\dagger)$, 其矩阵形式可写为

$$\rho_d^D = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} a^2 D'^2 + 4d^2 D^2 & 0 & 0 & adD''^2 \\ 0 & 2DD' & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2DD' & 0 \\ adD''^2 & 0 & 0 & d^2 D'^2 + 4a^2 D^2 \end{pmatrix}, \quad (7)$$

其中 $D' = 3 - 2D$, $D'' = 3 - 4D$.

2.3 退相干效应下的量子非局域关联检验

首先考虑如 (1) 式所示的偏振纠缠态, 经过 ADC 信道传输后的量子非局域关联检验情况. 通过将通用测量基 (2) 式作用于 (5) 式, 即可利用 (3) 式得到量子非局域关联检验时所用的测量基 $\{\alpha_{1s}, \alpha_{2s}, \beta_{1i}, \beta_{2i}\}$. 将测量基的值带入 (4) 式, 即可计算得到成功进行量子非局域关联检验的概率值 $H = P(\alpha_{1s}^\dagger, \beta_{1i}^\dagger)$. 图 2 显示了, 在不同退相干度参数 D 时, 成功进行量子非局域关联检验的结果.

从图 2(a) 中可以看出, 当 $D = 0$ 时 (即信道无退相干影响, 黑实线), 成功进行量子非局域关联检

验的概率随着 r 的增大而增大 (此时可成功用于量子非局域关联检验的 r 参数值范围为: $0.3785 < r < 0.7788$), 且当 $r = 0.7731$ 时, 可获得最大的成功检验概率 $H_{\max} = 0.391$, 该结果与文献 [26] 的结果一致. 但是, 随着 D 的增大, 经 ADC 传输后的量子态, 一方面成功进行量子非局域关联检验的概率将降低; 另一方面, 可用于进行量子非局域关联检验的量子态的范围 (即 r 值的范围) 也将缩小. 特别地, 当 $D = 0.0438$ 时, 只有 $r = 0.5931$ 的量子态可用于量子非局域关联检验. 从图 2(a) 中还可以看出, 当 $D > 0$ 时, 并非所有 r 参数的量子态均能满足 (3) 式所示的约束条件, 因此仅有部分 r 参数的量子态可用于量子非局域关联检验研究.

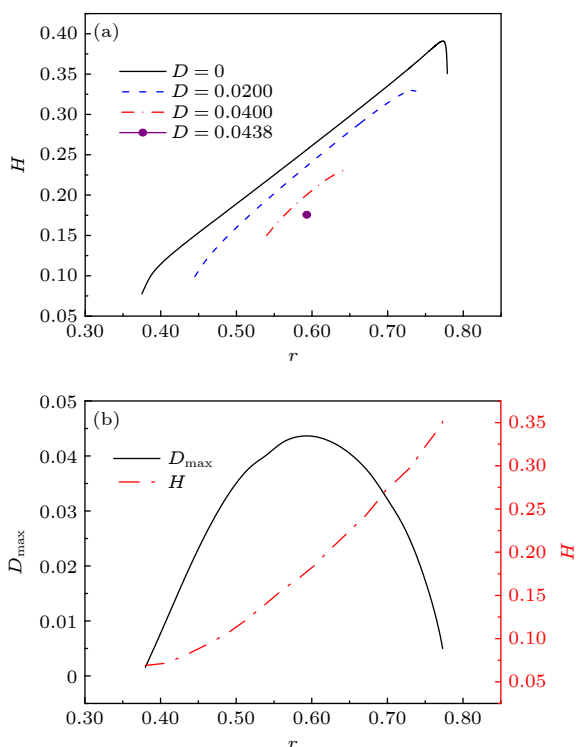


图2 量子态经过ADC后的量子非局域关联检验情况 (a) 在不同 D 参数下, H 随 r 的变化关系曲线; (b) $D_{\max}$ 和 H 随 r 的变化关系曲线

Fig. 2. Quantum nonlocal correlation test when the quantum state transmitted through ADC: (a) The relationship H vs r under different D parameters; (b) the relationship $D_{\max}$ and H vs r .

图2(b)显示了在不同 r 参数情况下, 能够成功进行量子非局域关联检验的参数 D 的最大值 $D_{\max}$ (左侧纵坐标) 随 r 的变化关系曲线, 以及当选取 $D = D_{\max}$ 时, 成功进行量子非局域关联检验的概率 (右侧纵坐标). 从图2(b)中可以看出, 随着 r 的增大, $D_{\max}$ 将呈现先增大后减小的现象. 特别地, 当 $r = 0.5931$ 时, 可获得参数 D 的最大范围 $D_{\max} = 0.0438$, 也即如 (1) 式所示的偏振纠缠态, 成功进行量子非局域关联检验时, 可承受ADC信道退相干影响的最大值为 $D_{\max} = 0.0438$. 从图2(b)中同时也可以看出, 即使在 D 取 $D_{\max}$ 时, 随着 r 值的增大, 能够成功进行量子非局域关联检验的概率也将非线性地增加. 特别地, 当 $D_{\max} = 0.0438$ 时, 如 (1) 式所示的量子态经过ADC传输后, 成功进行量子非局域关联检验的概率依然可以达到 $H_{\max} = 0.176$, 证明了我们所用的量子非局域关联检验方案的鲁棒性.

下面, 用上述类似的方法 (即使用如 (6) 式和 (7) 式所示的密度矩阵), 分别研究了如 (1) 式所示

的量子态分别经过PDC和DC阻尼信道后的量子非局域关联检验情况. 图3(a)显示在不同退相干度参数 D 时, 量子态经过PDC阻尼信道后的量子非局域关联检验情况. 图3(b)显示在不同退相干度参数 D 时, 量子态经过DC阻尼信道后的量子非局域关联检验的情况.

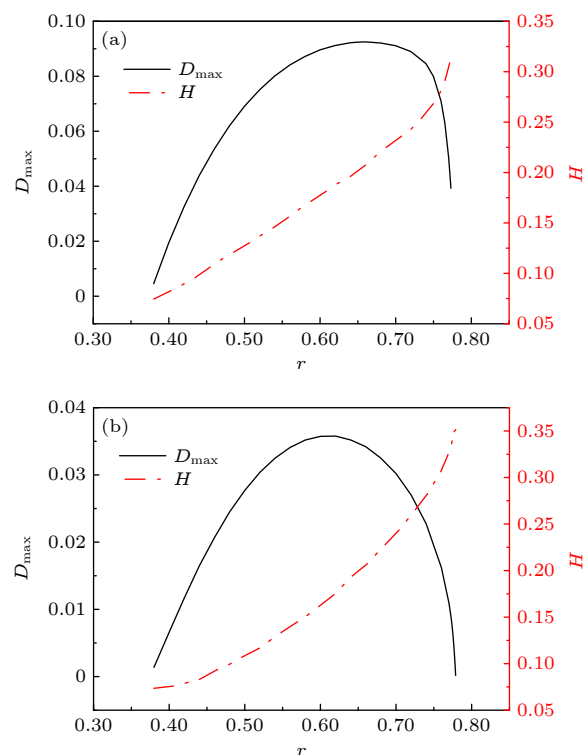


图3 量子态经过PDC和DC阻尼信道时, 进行量子非局域关联检验的情况 (a) 量子态经过PDC后, $D_{\max}$ 和 H 随 r 的变化关系曲线; (b) 量子态经过DC后, $D_{\max}$ 和 H 随 r 的变化关系曲线

Fig. 3. Quantum nonlocal correlation test when the quantum state transmitted through PDC and DC: (a) The relationship $D_{\max}$ and H vs r when the quantum state transmitted through PDC. (b) the relationship $D_{\max}$ and H vs r when the quantum state transmitted through DC.

从图3(a)可以看出, 当 $r = 0.6620$ 时, 如 (1) 式所示的偏振纠缠态经过PDC阻尼信道时可用于成功进行量子非局域关联检验的 $D_{\max} = 0.0925$, 此时成功进行量子非局域关联检验的概率依然可以达到 $H_{\max} = 0.208$. 从图3(b)可以看出, 当 $r = 0.6130$ 时, 如 (1) 式所示的偏振纠缠态经过DC阻尼信道时可用于成功进行量子非局域关联检验的 $D_{\max} = 0.0358$, 此时成功进行量子非局域关联检验的概率依然可以达到 $H_{\max} = 0.172$.

对比图2和图3的结果可以看出, 在不同的阻

尼信道中 $D_{\max}$ 峰值所对应的参数值 r 相差不大. 但是, 对 r 值相同的偏振纠缠态进行量子非局域关联检验时, 参数 D 的取值范围相差较大, 且 PDC 阻尼信道可接受的参数 D 的取值范围最大.

最后我们用与上述类似的方法研究了 $r = 0.5931$ 时 (即 ADC 信道对应 $D_{\max} = 0.0438$ 时), 如 (1) 式所示的偏振纠缠态分别经过 ADC, PDC 和 DC 阻尼信道时的量子非局域关联检验情况. 与上述研究量子态经过 ADC 时的量子非局域关联检验类似的方法, 利用 (6) 式和 (7) 式结合 (1) 式—(4) 式, 得到了如 (1) 式所示的量子态, 经过三种不同的退相干阻尼信道后, 成功进行量子非局域关联检验的概率随参数 D 的变化关系曲线, 如图 4 所示.

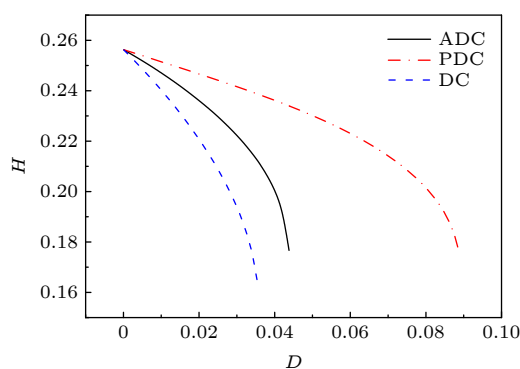


图 4 $r = 0.5931$ 时, 量子态经过 ADC, PDC 和 DC 传输信道后的量子非局域关联检验情况

Fig. 4. The quantum nonlocal correlation test when the quantum state passes through ADC, PDC and DC transmission channels.

从图 4 中可以看出, 随着 D 的增大, 如 (1) 式所示的偏振纠缠态, 在经过三种类型退相干信道传输后, 成功进行量子非局域关联检验的概率均将降低. 相比而言, DC 信道参数 D 对成功进行量子非局域关联检验的影响最快, 且当 $D > 0.0354$ 时, 量

子态进行传输后就不能成功用于量子非局域关联检验. 而 PDC 信道参数 D 对成功进行量子非局域关联检验的影响较为缓慢, 且传输信道仅考虑 PDC 时, 信道阻尼参数的最大值可达到 $D_{\max} = 0.0888$.

3 退相干抑制操作下量子态的量子非局域关联检验

本节主要研究利用弱测量和弱测量反转 (WMR) 操作 [18], 对 ADC 信道的退相干效应进行抑制后, 量子态的量子非局域关联检验情况. WMR 抑制退相干效应的主要原理为, 在量子态通过 ADC 信道发送给 Bob 前, Alice 将首先对信号光 (s) 和闲置光 (i) 进行弱测量, 然后利用 ADC 信道将量子态发送给 Bob, Bob 对接收到的量子态进行弱测量反转操作. 传输前的弱测量操作和传输后的弱测量反转操作可分别用 Kraus 运算符 $M_w = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{1-\lambda} \end{pmatrix}$, $M_r = \begin{pmatrix} \sqrt{1-q} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 表示 [31]. 其中 λ 表示弱测量强度, q 表示弱测量反转操作强度. 针对 (1) 式所示的量子态, Alice 在传输前先进行弱测量, 则弱测量后的量子态可写为 $\rho_w^A = (M_w \otimes M_w)\rho(M_w^\dagger \otimes M_w^\dagger)$. 该量子态经过 ADC 传输之后, 受 ADC 通道影响, 量子态可写为 $\rho_d^A = \sum_{i,j=0}^1 (M_i \otimes M_j)\rho_w^A(M_i^\dagger \otimes M_j^\dagger)$. Bob 接收到传输来的量子态后, 进行弱测量反转操作, 此时量子态的密度矩阵可进一步写为 $\rho_r^A = (M_r \otimes M_r)\rho_d^A(M_r^\dagger \otimes M_r^\dagger)$. 假设采用最优化弱测量反转 [18], 即 q 和 λ 具有对应关系: $q = \lambda + D(1-\lambda)$. 此时, 量子态在经过弱测量、ADC 信道传输和弱测量反转操作之后, Bob 端量子态的密度矩阵最终可写为如下矩阵形式:

$$\rho_r^A = \frac{1}{A} \begin{pmatrix} a^2 + d^2 D^2 (1-\lambda)^2 & 0 & 0 & ad \\ 0 & D(1-\lambda)d^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & D(1-\lambda)d^2 & 0 \\ ad & 0 & 0 & d^2 \end{pmatrix} \quad (8)$$

其中 $A = 1 + \{2D(1-\lambda) + D^2(1-\lambda)^2\}d^2$.

在得到上述密度矩阵后, 采用本文前述类似的方法, 可以对 (8) 式所示的量子态进行量子非局域

关联检验研究. 同样选择 $r = 0.5931$ 的量子态, 得到成功进行量子非局域关联检验的情况如图 5 所示.

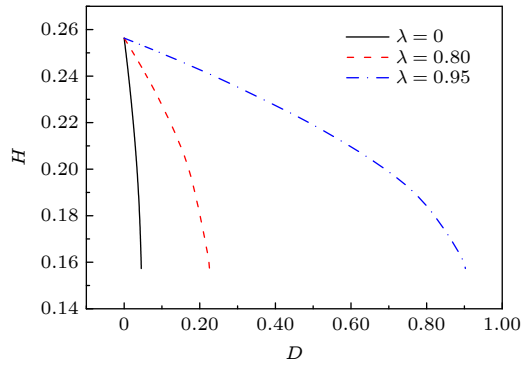


图 5 不同弱测量强度下, 量子非局域关联检验概率随 D 的变化关系

Fig. 5. Relationship between H and D with different weak measurement intensity.

从图 5 中可以看出, 当弱测量强度 $\lambda = 0$ 时 (黑色实线, 此时最优化的弱测量反转操作强度为 $q = D$), 随着 D 的增大, 成功进行量子非局域关联检验的概率将迅速减小, 且退相干参数的最大值为 $D_{\max} = 0.0451$. 与图 4 中不进行弱测量与弱测量反转操作情况相比 ($D_{\max} = 0.0438$), 该范围稍有提高. 但是, 随着弱测量强度的增大, 可成功用于量子非局域关联检验的量子信道的 $D_{\max}$ 将有明显增大. 特别地, 当弱测量强度为 $\lambda = 0.95$ 时, $D_{\max}$ 的值可达到 $D_{\max} = 0.9025$, 该结果表明, 当量子态经过弱测量、ADC 传输、弱测量反转操作后, 可有效地克服传输信道的退相干效应. 值得注意的是, 随着弱测量强度的增大, 弱测量操作成功的概率也会相应减小^[18], 当弱测量强度 $\lambda = 1$ 时, 弱测量操作成功的概率为 0, 但 $D_{\max} = 1$.

4 结 论

利用本课题组于 2019 年提出的基于 Hardy-type 佯谬的高概率量子非局域关联检验方案, 本文详细研究了两比特偏振纠缠量子态在经过振幅阻尼信道、相位阻尼信道和退极化阻尼信道后的量子非局域关联检验情况. 结果表明, 偏振纠缠态经过退极化阻尼信道传输时, 对该量子态的量子非局域关联影响最大, 而相位阻尼信道传输对该量子态的量子非局域关联影响最小. 但不论经过哪种退相干类型的传输信道, 如量子态还能够成功用于量子非局域关联检验, 则用于描述退相干强度的参数 D 均需在 $D < 0.1$ 的范围内. 为了克服振幅阻尼传输信道的影响, 本文详细研究了利用弱测量和弱测

量反转操作后, 偏振纠缠态的量子非局域关联检验情况. 结果表明, 在最优化弱测量反转操作情况下, 随着弱测量强度 λ 的增大, 则传输信道的退相干对成功进行量子非局域关联的检验影响可进一步加以抑制. 特别地, 当弱测量强度 $\lambda = 0.95$ 时, 可将传输信道的退相干参数 D 的最大范围扩展到 $D_{\max} = 0.9025$.

值得说明的是, 在本文中, 尽管量子态在 ADC, PDC 和 DC 中的传输, 以及对量子态进行的 WMR 操作, 采用了如文献 [18, 30] 中类似的密度矩阵演化计算方法, 但是, 本文的研究重点在于, 量子态在经过上述的信道传输和 WMR 操作后, 量子态成功进行量子非局域关联检验的情形研究, 研究目的和结论与文献 [18, 30] 是不相同的. 相信本文的研究结果, 可为退相干条件下量子态的量子非局域关联检验研究提供参考.

参考文献

- [1] Einstein A, Podolsky B, Rosen N 1935 *Phys. Rev.* **47** 777
- [2] Bennett C H, Brassard G, Crepeau C, Jozsa R, Peres A, Wootters W K 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 1895
- [3] Nielsen M A, Chuang I L 2000 *Quantum Computation and Quantum Information* (Cambridge: Cambridge University Press) pp17–60
- [4] Masanes L, Pironio S, Acin A 2011 *Nat. Commun.* **2** 238
- [5] Gisin N, Ribordy G, Tittel W, Zbinden H 2002 *Rev. Mod. Phys.* **74** 145
- [6] Bennett C H, Brassard G 2014 *Theor. Comput. Sci.* **560** 7
- [7] Wang J, Chen H Q, Zhang Q, Tang C J 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 673 (in Chinese) [王剑, 陈皇卿, 张权, 唐朝京 2007 物理学报 **56** 673]
- [8] Bennett C H, Brassard G, Ekert A K 1992 *Sci. Am.* **267** 50
- [9] Wang Q, Tan M Y, Liu Y, Zeng H S 2009 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **42** 125503
- [10] Wang M J, Xia Y J 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 240303 (in Chinese) [王美姣, 夏云杰 2015 物理学报 **64** 240303]
- [11] Hu M L 2011 *Phys. Lett. A* **375** 2140
- [12] Xu K, Zhang G F, Liu W M 2019 *Phys. Rev. A* **100** 052305
- [13] Wang Q, Xu L 2020 *Laser Phys.* **30** 045203
- [14] Dodd P J, Halliwell J J 2004 *Phys. Rev. A* **69** 052105
- [15] Hu M L, Hu X, Wang J, Peng Y, Zhang Y R, Fan H 2018 *Phys. Rep.* **762** 1
- [16] Horodecki R, Horodecki P, Horodecki M, Horodecki K 2009 *Rev. Mod. Phys.* **81** 865
- [17] Salles A, de Melo F, Almeida M P, Hor-Meyll M, Walborn S P, Souto Ribeiro P H, Davidovich L 2008 *Phys. Rev. A* **78** 022322
- [18] Kim Y S, Lee J C, Kwon O, Kim Y H 2012 *Nat. Phys.* **8** 117
- [19] Hu M L, Fan H 2020 *Sci. Chin.: Phys. Mech. Astron.* **63** 230322
- [20] Bell J S 1964 *Physics* **1** 195
- [21] Clauser J F, Horne M A, Shimony A, Holt R A 1969 *Phys. Rev. Lett.* **23** 880

- [22] Hardy L 1993 *Phys. Rev. Lett.* **71** 1665
 [23] White A G, James D F V, Eberhard P H, Kwiat P G 1999 *Phys. Rev. Lett.* **83** 3103
 [24] Yang M, Meng H X, Zhou J, Xu Z P, Xiao Y, Sun K, Chen J L, Xu J S, Li C F, Guo G C 2019 *Phys. Rev. A* **99** 032103
 [25] Mermin N 1995 *Ann. N. Y. Acad. Sci.* **755** 616
 [26] Liu J, Miao B, Jia XY, Fan D H 2019 *Acta Phys. Sin.* **68** 230302 (in Chinese) [刘晋, 缪波, 贾欣燕, 樊代和 2019 物理学报 **68** 230302]
 [27] Goldstein S 1994 *Phys. Rev. Lett.* **72** 1951
 [28] Chen L, Romero J 2012 *Opt. Express* **20** 21687
 [29] Fan D H, Dai M C, Guo W J, Wei L F 2017 *Chin. Phys. B* **26** 040302
 [30] Li W J, He Z, Wang Q 2017 *Int. J. Theor. Phys.* **56** 2813
 [31] Xiao X, Yao Y, Xie Y M, Wang X H, Li Y L 2016 *Quantum Inf. Process.* **15** 3881

Testing quantum nonlocality of two-qubit entangled states under decoherence^{*}

Hu Qiang Zeng Bai-Yun Gu Peng-Yu Jia Xin-Yan Fan Dai-He[†]

(School of Physical Science and Technology, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

(Received 7 August 2021; revised manuscript received 5 December 2021)

Abstract

The quantum nonlocal correlation of quantum states plays an important role in the quantum information and quantum computing protocols. However, during the transmission of entangled states in the quantum channel, they will inevitably interact with the environment, resulting in the degradation of the coherence and then weakening the quantum nonlocal correlation. Using a high probability quantum nonlocal correlation testing scheme based on Hardy-type paradox, in this paper we investigate the quantum nonlocal correlation testing of two-qubit polarization entangled states when they transmit through amplitude damping channel (ADC), phase damping channel (PDC) and depolarization damping channel (DC). The results show that DC has a great influence on the quantum nonlocal correlation testing, while PDC has little influence on the quantum nonlocal correlation testing of quantum states. Finally, this paper also gives condition for the successful quantum nonlocal correlation testing of ADC under weak measurement and quantum weak measurement reversal operation. The results show that when the intensity of weak measurement increases, the influence of ADC decoherence effect on quantum nonlocal correlation testing can be effectively reduced.

Keywords: quantum nonlocal correlation, amplitude damping, phase damping, depolarization damping, weak measurement, quantum weak measurement reversal

PACS: 03.65.Ud, 03.65.Yz, 42.50.Dv

DOI: 10.7498/aps.71.20211453

^{*} Project supported by the Key Laboratory of Computational Physics of National Defense Science and Technology of China (Grant No. 6142A05180401).

[†] Corresponding author. E-mail: dhfan@swjtu.edu.cn